DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ZWEIUNDSIEBZIGSTER BAND.



MIT 41 TAFELN, 71 TEXTFIGUREN UND 1 KARTE.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.





DENKSCHRIFTEN

DER

KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ZWEIUNDSIEBZIGSTER BAND.



WIEN.

AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

1902.

Inhalt.



ÜBER DIE CEPHALOPODENFAUNA DER TESCHENER UND GRODISCHTER SCHICHTEN

VON

PROF. DR. VICTOR UHLIG,

C. M. K. AKAD.

(Mit 9 Tafeln und 3 Textfiguren.)

VORGELEGT IN DER SITZUNG VOM 8. NOVEMBER 1900.

Einleitung.

Das kostbare Material, das L. Hohenegger, der Begründer der modernen Karpathensandsteingeologie, nach vieljährigen Bemühungen aus den Westkarpathen zusammengebracht hat, ist bisher nur zum Theile paläontologisch verwertet, und speciell von den Faunen der Kreideformation hat nur diejenige der Wernsdorfer Schichten eine monographische Behandlung erfahren. Da ich nach Vollendung dieser Monographie [1] mit geologischen Aufnahmen im Karpathensandsteine beauftragt war, und die hohe Bedeutung der schlesischen Kreidefaunen, die ja die wichtigste Stütze Hoheneggers grundlegender Gliederung bilden, zu würdigen wusste, so lag es mir besonders nahe, im Anschlusse an die Darstellung der Wernsdorfer Fauna die Bearbeitung auch der übrigen Kreidefaunen Schlesiens anzustreben.

Herr Geheimer Regierungsrath Prof. Dr. K. A. von Zittel, der über die ehemals Hohenegger'sche Sammlung zu verfügen hat, kam meiner Absicht in überaus freundlicher Weise entgegen, indem er mir das gesammte Kreidematerial dieser Sammlung zur Bearbeitung überließ. Außerdem konnte ich die Sammlung der Erzherzoglichen Kammer Teschen, vermehrt um die ehemals Fallaux'sche Sammlung und die Sammlung der Geologischen Reichsanstalt benützen, und so stand der Verwirklichung meiner Absicht, soweit sie vom Materiale abhängt, nichts im Wege. Leider aber war ich die Jahre über so sehr von anderen Arbeiten in Anspruch genommen, dass es mir erst jetzt möglich wurde, das wiederholt in Angriff genommene Studium der schlesischen Kreideversteinerungen theilweise zu Ende zu führen und die Cephalopodenfauna der Unteren und Oberen Teschener Schiefer und der Grodischter Sandsteine in den folgenden Zeilen zu veröffentlichen. Da Herr Dr. A. Liebus, Assistent an der Deutschen Universität in Prag, mit freundlicher Erlaubnis des Herrn Geheimrathes von Zittel gleichzeitig die Bearbeitung der wenigen Versteinerungen übernommen hat, die aus den höheren Kreidestufen der Westkarpathen vorliegen, so bleiben zur Erschöpfung des Hohenegger'schen Materiales nur noch die Gasteropoden und Bivalven der Kreideformation übrig.

[1] Die Cephalopodenfauna der Wernsdorfer Schichten, Denkschriften d. kais. Akademie der Wiss., 46. Bd., Wien 1883.

Diese Arbeit nach so langer Verzögerung vorlegend, betrachte ich es als erste und dringendste Pflicht, Herrn Geheimrath von Zittel für die ungewöhnliche und vertrauensvolle Liberalität, mit der er so kostbares Material Jahre lang in meinen Händen ließ, meinen wärmsten Dank abzustatten. Ferner spreche ich der Direction der löblichen Erzherzoglichen Kammer Teschen, der Direction der Geologisch-paläontologischen Abtheilung des Naturhistorischen Hofmuseums und der Direction der k. k. Geologischen Reichsanstalt in Wien für die Unterstützung dieser Arbeit meinen besten Dank aus.

Ist die Verzögerung dieser Veröffentlichung in mancher Beziehung zu bedauern, so gereichte sie in anderer Hinsicht der Arbeit zum Vortheile: Viel besser als in den Achtziger-Jahren kann die Vertical- und Horizontalverbreitung der untercretacischen Cephalopoden heute überblickt werden, und es sind namentlich die seither veröffentlichten Arbeiten über die südfranzösische Unterkreide, die auch über die westkarpathischen Verhältnisse neues Licht verbreiten. Ferner war ich in der Zwischenzeit in der Lage, das Kartenblatt Teschen-Mistek-Jablunkau für die Geologische Reichsanstalt geologisch aufzunehmen und die Stratigraphie der schlesischen Unterkreide hiebei so genau kennen zu lernen, dass ich mich hier nicht auf die paläontologische Bearbeitung der Thierreste zu beschränken brauche, sondern paläontologische mit stratigraphischen Ergebnissen verknüpfen kann.

Der schlechte Erhaltungszustand der Versteinerungen der schlesischen Unterkreide bringt es mit sich, dass manche Abbildungen dieser Arbeit nur einen bedingten paläontologischen Wert haben. Zwar hat die Monographie der Wernsdorfer Fauna gezeigt, dass dem westkarpathischen Materiale trotz des schlechten Erhaltungszustandes auch paläontologische Ergebnisse von einiger Bedeutung abzugewinnen seien, und so hoffe ich, dass auch diese Arbeit in paläontologischer Hinsicht nicht erfolglos sein werde. Nichtsdestoweniger aber erschwert der schlechte Erhaltungszustand die paläontologische Verwertung der Reste in erheblichem Grade.

Da wegen Auflassung des Thoneisensteinbergbaues nach menschlicher Voraussicht kaum jemals neues und größeres Material aus den Oberen Teschener Schiefern hervorkommen wird, so schien es geboten, das Vorhandene thunlichst zu berücksichtigen und vor der Beschreibung auch unvollständiger Reste nicht zurückzuschrecken, um wenigstens ein halbwegs erschöpfendes Bild der bearbeiteten Fauna zu liefern. Daher kommt es, dass in dieser Arbeit eine ungewöhnlich große Anzahl von Arten in fragmentärem Zustande ohne specifische Bezeichnung beschrieben ist. Ferner hebe ich hervor, dass manche Abbildungen nicht wegen der paläontologischen, sondern lediglich wegen der stratigraphischen Bedeutung der betreffenden Reste aufgenommen wurden; hier musste der stratigraphische Zweck im Auge behalten und die Möglichkeit geboten werden, die Altersbestimmungen an der Hand der Abbildungen der entscheidenden Reste zu beurtheilen. Diese Bemerkung gilt besonders von den hier abgebildeten Formen der Unteren Teschener Schiefer. Um eine breitere Grundlage für die geologisch-stratigraphische Discussion der paläontologischen Bestimmungen zu gewinnen, wurde ein stratigraphischer Abschnitt in diese Arbeit aufgenommen, die demnach in drei Theile zerfällt: 1. die Stratigraphie der schlesischen Unterkreide, 2. die paläontologische Beschreibung der Versteinerungen und 3. Schlussfolgerungen.

I. Stratigraphie der schlesischen Unterkreide.

Hoheneggers Gliederung der schlesischen Unterkreide[1] ist in so viele Werke allgemeineren Inhaltes übergegangen, dass sie füglich als bekannt vorausgesetzt werden könnte[2]. Da wir aber an diese Gliederung vieles anknüpfen müssen, ist eine kurze Wiedergabe ihrer Hauptzüge hier unvermeidlich.

Das liegendste Glied der Schichtfolge ist der **Untere Teschener Schiefer,** ein blättriger, bituminöser, ungemein fossilarmer und flötzfreier Mergelschiefer von grauer bis schwärzlicher Farbe. Das Liegende dieser bis 400 *m* mächtigen, namentlich am Olsaflusse zwischen Teschen und Trzynietz vortrefflich aufgeschlossenen Bildung ist unbekannt.

Der Untere Teschener Schiefer geht nach oben in den **Teschener Kalkstein** über. Es ist dies ein wohlgeschichteter, heller Kalkstein, dessen Mächtigkeit ziemlichen Schwankungen unterliegt, aber niemals mehr als 60—100 *m* beträgt. An Stellen typischer und mächtiger Ausbildung kann man im Bereiche dieses Kalksteines zwei Unterstufen unterscheiden: die untere besteht aus feinkörnigen, dünnschichtigen und ziemlich thonreichen, die obere aus groben, selbst bis zu 2—4 *m* mächtigen und sandigen Kalkbänken. Die untere Abtheilung enthält in den grauen Schieferzwischenmitteln nicht selten grünlich grau gefärbte Fucoiden, ist aber sonst so arm an Versteinerungen, dass Hohenegger hier nur *Belemnites pistilliformis* und imbricate Aptychen auffinden konnte. Einzelne Bänke dieser tieferen Abtheilung liefern trefflichen hydraulischen Kalk. Der Kalkstein der oberen Abtheilung ist durch seinen Gehalt an Sandkörnern und eine Art oolithischer oder brecciöser Beschaffenheit leicht kenntlich. Obwohl oder weil er größtentheils aus kleinen Schalenbruchstücken besteht, sind größere Versteinerungen in diesem Gebilde nur äußerst selten anzutreffen, kleine *Cidaris*-Radiolen, *Pentacrinus*-Stilglieder, kleine Exogyren und zerbrochene Brachiopodenschalen, Bryozoën, sowie Korallenspuren bilden die ganze, größtentheils specifisch unbestimmbare Ausbeute.

Das dritte Glied der Schichtfolge nannte Hohenegger den **Oberen Teschener Schiefer.** Er besteht aus schwarzem, bituminösem Mergelschiefer und enthält zahlreiche aber wenig mächtige Thoneisensteinflötze und unterscheidet sich dadurch wie nicht minder durch die häufige Einschaltung von hieroglyphenführenden, glimmer- und kalkreichen braunen Sandsteinschiefern, der später (in geologischen Schriften über die Sandsteinzone) so viel berufenen »Strzolka« der schlesischen Bergleute, ganz leicht und sicher vom erztauben Liegendschiefer. Häufiger als in diesem treten Versteinerungen, und zwar fast ausschließlich Cephalopoden im Oberen Teschener Schiefer auf. Ihren unterneocomen Charakter hat schon Hohenegger sehr wohl erkannt, wenngleich viele seiner Bestimmungen, wie wir sehen werden, eine Berichtigung erfahren mussten.

Die »Strzolka« der Oberen Teschener Schiefer geht an vielen Punkten nach oben in einen grobkörnigen und grobbankigen oder massigen Sandstein über, den Hohenegger als **Grodischter Sandstein** bezeichnete, den er aber nicht für ein durchgreifendes, regelmäßiges Glied der Schichtfolge, sondern für

[1] Niedergelegt in verschiedenen Schriften, besonders aber in Hoheneggers Hauptwerke: Die geognostischen Verhältnisse der Nordkarpathen in Schlesien und den angrenzenden Theilen von Mähren und Galizien, Gotha 1861.

[2] Vergl. besonders F. Roemer, Geologie von Oberschlesien, Breslau 1870, S. 277—286. F. v. Hauer, Geologie und ihre Anwendung auf die Bodenbeschaffenheit der österr.-ung. Monarchie, Wien 1875, S. 479—481. Geolog. Übersichtskarte der österr.-ung. Monarchie, Jahrb. Geol. Reichsanst., 1869, S. 534—536. V. Uhlig, Cephalopodenfauna der Wernsdorfer Schichten, S. 6—9. W. v. Gümbel, Geologie von Bayern, I, Grundzüge der Geologie, Kassel 1888, S. 839. Leonhard-Hörnes, Grundzüge der Geognosie und Geologie, Leipzig 1889, S. 794.

eine mehr locale Bildung hielt. Weiße, durch die Verwitterung in schmutziges Gelb übergehende Farbe, glänzendes, grobes Korn, poröse Beschaffenheit und Festigkeit verleihen dieser Ablagerung eine charakteristische Beschaffenheit. Auch im Grodischter Sandstein kommen nur selten Versteinerungen vor, Cephalopoden sind hier in größerer Individuen-, aber geringerer Arten-Zahl nachgewiesen als Bivalven und Gastropoden.

Über den Grodischter Sandsteinen schied Hohenegger als nächst jüngeres Glied die **Wernsdorfer Schichten** aus, doch hielt er diese Schichten nicht für völlig concordant mit den älteren Bildungen abgelagert, sondern nahm an ihrer unteren Grenze vielfache Störungen (»eine große Katastrophe«) an. Die Wernsdorfer Schichten sind aus glänzenden, schwarzen, bituminösen, blättrigen Mergelschiefern zusammengesetzt. Auch in diese, 120—160 *m* mächtige Schieferfolge sind zahlreiche Thoneisensteinflötze eingeschaltet, dagegen sind Sandsteinlagen sehr selten. Versteinerungen, Cephalopoden, seltener Inoceramen und Pflanzenreste finden sich häufiger in den bituminösen Schiefern als den Thoneisensteinflötzen.

Über den Wernsdorfer Schichten bauen sich bankige und massige Sandsteine von grünlich grauer Farbe bis zu 600, ja selbst 1000 *m* Mächtigkeit auf, fast versteinerungsfreie Sandsteine von der Art wie man sie früher insbesondere als eigentliche »Karpathensandsteine« ansprach. Hohenegger nannte sie **Godula-Sandsteine**, wies aus den äußerst dürftigen Fossilspuren dieser Bildung die Zugehörigkeit zum Albien Orbignys oder zum Gault nach und zeigte, dass sie nach oben mächtige Conglomerate enthalten, während an der unteren Grenze eine von ihm genau beschriebene Wechsellagerung von dunklen Schiefern mit kieseligen Sandsteinen und einzelnen Thoneisensteinflötzen den lückenlosen und sehr allmählichen Übergang zu den Wernsdorfer Schichten vermittelt.

An der oberen Grenze der Godula-Sandsteine findet sich der **Istebner Sandstein** ein, der in dunklen Schieferlagen abermals Thoneisenstein enthält. Hohenegger betrachtete ihn auf Grund zwar sehr spärlicher, aber doch genügender Ammonitenreste als Vertreter der Cenomanstufe, während er in den getrennt von diesen Bildungen auftretenden **Friedeker Baculitenmergeln** und den **Baschker Sandsteinen** die Äquivalente des Turon und Senon erblickte. Diese letzteren Schichtgruppen sind namentlich in Mähren stark verbreitet, sie transgredieren von Westen her und reichen nicht weit über die mährisch-schlesische Landesgrenze nach Osten.

War die Aufklärung der schlesisch-karpathischen Kreideformation, diese für immer denkwürdige Musterleistung ausdauernden wissenschaftlichen Scharfsinnes, zunächst im Dienste des Thoneisenstein-Bergbaues erfolgt, so war es auch dieser, der in seiner weiteren Entwicklung und Ausbreitung die Richtigkeit der Hohenegger'schen Gliederung erweisen musste. Erschürfung und Abbau des Thoneisensteines waren gänzlich auf die Hohenegger'sche Gliederung gegründet, die sich in allen Fällen nicht nur in Schlesien, sondern auch im benachbarten Mähren und Galizien bewährt hat. Durch das ganze Gebiet von Wernsdorf in Mähren bis in die Umgebung des Solathales in Galizien konnten die Unterstufen regelmäßig verfolgt werden und jede Erweiterung des Bergbaues brachte eine neue Bestätigung der Constanz dieser Stufenfolge.

Die Aufmerksamkeit der Bergbeamten war naturgemäß in erster Linie den flötzführenden Schichtgruppen, besonders den Oberen Teschener Schiefern, den Wernsdorfer Schichten und den Basisschichten des Godula-Sandsteines zugewendet. Die Flötze der Oberen Teschener Schiefer erwiesen sich durchwegs milder und leichtflüssiger als die mehr kieselerdereichen Flötze der Wernsdorfer Schichten, und so war die Gewinnung und Sonderung der Eisenerze nach geologischen Schichtgruppen zugleich von Vortheil für die Verhüttung der Erze, da bei der Beschickung der Hochöfen dieser verschiedenen Beschaffenheit gebührend Rechnung getragen werden konnte.

Man blieb aber bei dieser Erkenntnis nicht stehen. Obwohl der mit diesen Erzen nicht näher Vertraute wenig Unterschied zwischen den einzelnen Flötzen finden wird, bestehen doch gewisse, zwar geringe, aber bisweilen sehr constante Verschiedenheiten, und die Bergleute haben seit langer Zeit gewisse Flötze an diesen Eigenthümlichkeiten stets wiedererkannt. Dies legte den Versuch nahe, die Reihenfolge der Flötze festzustellen und es war nach dem Abgange des Meisters Hohenegger namentlich dessen

Schüler Cornelius Fallaux, der sich dieser schwierigen Aufgabe unterzog. In einem Briefe an F. v. Hauer äußert sich Fallaux folgendermaßen über diesen Gegenstand:

»Seit dem Tode Hoheneggers war es im Interesse des erzherzoglichen Bergbaues eine meiner Hauptsorgen, die Reihenfolge der im Oberen Neocomien (d. i. den Oberen Teschener Schiefern) und im Aptien (d. i. den Wernsdorfer Schichten) vorkommenden Thoneisenstein-Bänke vom Liegenden gegen das Hangende festzustellen, was mir wegen der großen Gebirgsstörungen aus den sich nicht immer gleichbleibenden physikalischen Eigenschaften der Thoneisensteinbänke zwar nur nach langen Beobachtungen, aber endlich doch vollkommen gelungen ist. Die seit zwei Jahren vorgenommenen Schürfungen haben die Richtigkeit der beiden aufgestellten Flötzreihen außer allen Zweifel gesetzt.«

Die Beachtung der Flötzfolge und die betreffenden Eintragungen in die Grubenrevierkarten ergaben in vielen Fällen ein Bild erstaunlicher Complication der Lagerungsverhältnisse. Zahlreiche Brüche, Überkippungen und Überschiebungen wurden nun kenntlich, die sonst der Beobachtung entgangen wären, und es zeigte sich, dass zwar die Hohenegger'sche Gliederung vollkommen zutreffe, aber eine größere Anzahl von durch Brüche begrenzten Gesteinszonen vorhanden sei, als man vordem annehmen konnte. C. Fallaux hat es denn auch nicht unterlassen, die neuen Beobachtungen kartographisch zu verzeichnen und in eine Karte niederzulegen, die leider nicht veröffentlicht wurde, aber jetzt noch im erzherzoglichen Schichtamte in Teschen verwahrt wird [1].

Leider verlor der Eisensteinbergbau schon in den Siebziger-, noch mehr in den Achtziger-Jahren viel von seiner ehemaligen Bedeutung. Die Gewinnung der überaus armen und wenig mächtigen Erze gestaltete sich mit zunehmender Erschöpfung der Tagbaue immer kostspieliger, auch konnten diese Erze für die Massenproduction der modernen Industrie keine geeignete Grundlage bieten und so kam der Thoneisenstein-Bergbau allmählich ganz zum Versiegen. Naturgemäß schwand das Interesse der Montanbeamten für dieses Gebiet, und damit gingen leider zahllose wertvolle Einzelbeobachtungen für die Wissenschaft verloren.

Die Geologen der Reichsanstalt suchten bei gelegentlichen Besuchen, dann bei der Neuaufnahme des Gebietes die Erfahrungen beim Thoneisenstein-Bergbau nach Kräften zu nutzen und für die Wissenschaft zu sichern. C. Paul und E. Tietze machten damit den Anfang, indem sie zu Beginn ihrer galizischen Studien Schlesien aufsuchten, wo sie unter Führung des Schichtmeisters P. Rakus die wichtigsten Schichtgruppen kennen lernten. Sie beschrieben eine Anzahl von Aufschlüssen, bestätigten Hoheneggers Darstellung und führten als Neuerung die Ellgother Schichten ein [2].

Sie verstanden darunter die tiefste Partie der Godula-Sandsteine (Albien Hoh.), die in Ober-Ellgoth am rechten Thalgehänge sehr gut aufgeschlossen ist, und die sie folgendermaßen beschreiben: »Die tieferen Lagen bestehen aus ziemlich kieseligen, in kleine Stückchen zerfallenden Schiefern mit dünnen, festeren, ziemlich kieseligen, zuweilen in wirklichen Hornstein übergehenden Lagen, die den Gehängen ein gebändertes Ansehen verleihen, und aus Sandsteinplatten von bräunlicher, auf den Schichtflächen häufig röthlichgelber Farbe, die sehr glimmerreich sind und zahlreiche Hieroglyphen enthalten, wodurch sie der Strzolka der Oberen Teschener Schiefer einigermaßen ähneln«.

Dieser Grenzhorizont zwischen den älteren Bildungen und dem Godula-Sandstein war schon Hohenegger sehr genau bekannt: »Fast nach der ganzen Länge der Karpathen bemerkt man« sagt Hohenegger »in der Nähe der Auflagerung auf den älteren Gesteinen ein Band von graublauen Hornsteinen, welche oft bedeutende Mächtigkeit erreichen und an mehreren Orten sehr vortheilhaft zum Chausséebaue verwendet wurden. Der Sandstein selbst zeichnet sich durch seine fast immer gräuliche oder schmutzig-gelbliche oder bräunliche Farbe und durch sein Anlaufen an der Oberfläche mit brauner Farbe

[1] Die betreffende Karte war bei der Industrieausstellung in Lemberg 1886 exponiert. Die Farben der Karte sind jetzt leider bis zur Unkenntlichkeit der meisten Ausscheidungen verblasst.

[2] Jahrbuch Geolog. Reichsanstalt, 1877, 27. Bd., S. 35—46.

aus. Die Ursache dieses braunen Anlaufes ist offenbar, dass das Korn dieser Sandsteine gewöhnlich durch etwas kohlensauren Kalk mit mehr oder weniger kohlensaurem Eisenoxydul gebunden ist, daher diese Sandsteine auch häufig mit Säuren brausen. Indessen gibt es auch bedeutende Lagen, welche fast nur Quarzsand enthalten oder sogar wie eine compacte, grüne oder gelbbraune Hornsteinmasse aussehen, in welcher auf Klüften feine Quarzkrystalle schimmern. Einzelne solche dunkelgrüne oder schwärzliche, meist dünne Sandsteinflötze sind an den Kanten durchscheinend. Solche und ähnliche dicke Lagen zeigen keine Spur von kohlensauren Verbindungen und brausen daher auch mit Säuren nicht.

In der unteren Abtheilung dieser Sandsteine tritt der 4. Hauptzug von Karpathen-Sphärosiderit auf, welcher jedoch nichts anderes ist als ein sehr eisenreicher Sandstein mit 20—30 Procent Eisengehalt. Es ist natürlich, dass ein so quarzreicher Eisenstein große Schwierigkeiten in der Verschmelzung darbietet, weshalb er früher unbeachtet gelassen wurde».

Die charakteristische Beschaffenheit und die Constanz dieses Horizontes haben auch C. Fallaux veranlasst, hiefür einen besonderen Namen zu wählen. Da diese Schichten in Ustron sehr schön entwickelt sind, bezeichnete er sie auf der oben erwähnten geologischen Karte als »Ustroner Schichten«.

Weitere Fortschritte wurden durch die Neuaufnahme des Gebietes in den Jahren 1885—1887 erzielt. Nachdem L. Szajnocha[1] im Jahre 1883 die Kartierung des galizischen Antheiles des Blattes Bielitz-Saybusch im Auftrage des galizischen Landesausschusses durchgeführt hatte, wurde seitens der k. k. Geologischen Reichsanstalt die Gegend von Andrychau, Kenty, Bielitz-Biala, Skotschau und Freistadt C. M. Paul,[2] die Gegend von Saybusch in Galizien und das Blatt Neutitschein in Mähren von L. von Tausch,[3] das Kartenblatt Teschen-Mistek-Jablunkau[4] von mir neuaufgenommen.

Auch in dem von Szajnocha aufgenommenen, an Schlesien angrenzenden Gebiete Galiziens treten an der Basis der Godula-Sandsteine dieselben auffallend gekennzeichneten kieseligen Schichten mit Hornsteinen auf, die schon Hohenegger so genau beschrieben und die Paul und Tietze Ellgother Schichten genannt hatten. Unabhängig hievon erkannte auch Szajnocha[5] die Bedeutung dieses, von ihm Mikuszowicer Schichten benannten Horizontes und vermuthet dessen Identität mit den Ellgother Schichten Pauls und Tietzes. Merkwürdigerweise hat C. Paul, der die von Szajnocha untersuchte Gegend im Jahre 1886 für die Reichsanstalt zu begehen hatte, diese Vermuthung nicht bestätigt, er fand, es wären von ihm und Tietze in den Ellgother Schichten Bildungen vereinigt worden, die verschiedenen Complexen angehören, die kieseligen, in Hornstein übergehenden Lagen sollten nach Pauls späterer Auffassung zu den Wernsdorfer Schichten, die bräunlichen und röthlichen Sandsteinplatten zu den Godula-Sandsteinen gehören. Jene wären Mikuszowicer, diese Ellgother Schichten zu nennen. Ferner sollten die Mikuszowicer Schichten bald über, bald unter den eigentlichen Wernsdorfer Schichten liegen und wären daher nur als Facies der Wernsdorfer Schichten aufzufassen.

In Wirklichkeit wechsellagern aber die kieseligen Schiefer und die Sandsteine der Ellgother Schichten, man kann sie daher nicht in zwei Schichtgruppen trennen. Das ist umso weniger thunlich, als die Ellgother Schichten an der von Paul und Tietze als Typus genommenen Localität (Ober-Ellgoth im Morawka-Thale) als eine durchaus einheitliche Bildung vorzüglich kenntlich sind, die nichts anderes umfassen als eben sich selbst. Von einer anderen Örtlichkeit als Ober-Ellgoth wurden aber Ellgother Schichten weder von Paul noch einem anderen Geologen namhaft gemacht. Wir werden daher diese Schichten, die als Basisgruppe des Godula-Complexes von Hohenegger vorzüglich charakterisiert wurden, und die die Flötzgruppe des »Albien« (im Sinne Hoheneggers und seiner Beamten) führen,

---

[1] Verhandlungen Geol. Reichsanst., 1884, S. 54, »Kosmos«, Lemberg 1884.
Atlas geologiczny Galicye, V, Kraków 1895.

[2] Verhandlungen Geol. Reichsanst., 1886, S. 239, 284, 1887, S. 63, 231. Jahrb. Geol. Reichsanst., 1887, S. 325.

[3] » » » 1886, S. 241, 317, 1887, S. 221, 284, 1888, S. 166.

[4] » » » 1886, S. 240, 315, 1887, S. 9, 258, 1888, S. 7, 129, 247.

[5] Verhandlungen Geol. Reichsanstalt, 1884, S. 56.

Ellgother Schichten zu nennen haben, da sie unter diesem Namen in die Literatur eingeführt sind. Es mag hier am Platze sein, darauf hinzuweisen, dass Tietze[1] den richtigen ursprünglichen Standpunkt hinsichtlich der Ellgother Schichten im Gegensatze zu Paul nicht verlassen hat.

Wir können aber auch die andere Ansicht Pauls nicht theilen. Die Thatsache, dass die Ellgother Schichten nicht nur über, sondern auch unter den Wernsdorfer Schichten liegen, genügt nicht zum Nachweise der Stellvertretung und Gleichalterigkeit. Paul beschränkt sich auf die Erklärung, dass »diese widersinnige Position durch einfache longitudinale Verwürfe, wie sie allerdings im Bereiche der karpathischen Vorhügel nicht selten sind, nicht zu erklären ist«[2], aber er sagt nicht, warum hier Annahme von Längsverwerfungen versage. In Wirklichkeit treten die Wernsdorfer Schichten am Fuße der Godula-Sandsteinberge nicht nur in dem von Paul studierten Gebiete, sondern auch weiter westlich in mehreren Bändern auf, und dazwischen lagern Ellgother, bisweilen auch Grodischter Schichten vollkommen parallel und mit südlicher Fallrichtung. Die Bergbau- und Tagesaufschlüße lassen aber keinen Zweifel darüber, dass die einzelnen Bänder durch Längsbrüche von einander getrennt sind. Dieses Verhältnis der mehrfachen Wiederholung derselben Schichtfolge ist ja für den geologischen Bau des gesammten schlesischen Kreidegebietes überhaupt charakteristisch, und wir können daher die Ansicht Pauls nicht als wohlbegründet bezeichnen[3].

Bei der geologischen Aufnahme des Blattes Teschen-Mistek-Jablunkau konnte ich die Ellgother Schichten als ein durchaus constantes Niveau an der Basis des eigentlichen Godula-Sandsteines vom Weichselthale ununterbrochen bis in das Ostrawitzathal verfolgen, und muss daher die Ansicht von Hohenegger, Fallaux, Rakus und der übrigen Montanbeamten der Teschener Kammer über die Constanz dieses flötzführenden Horizontes vollauf bestätigen. Die kartographische Ausscheidung dieser so auffallenden und verhältnismäßig mächtigen Schichtgruppe[4] unterliegt keinen Schwierigkeiten, ihre Bedeutung als ein mindestens local selbständiges Gebilde ist erwiesen und so muss die Einreihung dieser Gruppe in die Schichtfolge der schlesischen Kreide und ihre kartographische Ausscheidung jedenfalls als ein Fortschritt aufgefasst werden. Ob die Ellgother Schichten auch in der allgemeinen Gliederung der Kreideformation äquivalente Vertretung finden, ist wesentlich von der Fossilführung dieser Schichten abhängig. Damit ist es nun recht schlecht bestellt, da diese Schichten beim Bergbau bisher nur wenige Inoceramenreste und einen Ammoniten geliefert haben; wir werden aber später bei Besprechung desselben ersehen, dass sich wichtige Andeutungen aus diesem Vorkommen ergeben.

Hat sich C. Paul betreffs der Ellgother Schichten von Hoheneggers und seiner eigenen früheren Anschauung entfernt, so ist es umso erfreulicher, dass er im übrigen die Gliederung Hoheneggers der Hauptsache nach bestätigt, und so eine neue Gewähr für deren Richtigkeit geboten hat. »Ein Rückblick« sagt Paul in seinem Aufnahmeberichte[5] »auf die im vorstehenden mitgetheilten Einzelbeobachtungen ergibt, dass die von Hohenegger eingeführte Gliederung der das vorkarpathische Hügelland und den Nordrand der Karpathen selbst zusammensetzenden cretacischen Bildungen im allgemeinen festgehalten werden konnte«. Im weiteren Verlaufe seiner Ausführungen bespricht C. Paul die zu große Ausdehnung der Unteren Teschener Schiefer auf Hoheneggers Karte und wendet gegen die von Hohenegger vorgenommene Vereinigung gewisser lichter kalkiger Mergelschiefer mit den Unteren Teschener Schiefern

---

[1] Jahrbuch. Geol. Reichsanst., 1888, S. 43.

[2] Jahrb. 1887, S. 350.

[3] Ein näheres Eingehen auf die geologische Begründung dieser Frage fällt nicht in den Rahmen dieser Arbeit. Ich werde in der, in den Schriften der Geologischen Reichsanstalt zu veröffentlichenden geologischen Beschreibung dieses Gebietes hierauf ausführlicher zurückkommen. Hier sei nur noch bemerkt, dass L. Szajnocha, der den Text zu den von ihm aufgenommenen Kartenblättern im Jahre 1895 veröffentlichte, die Ansicht Pauls nicht acceptiert, sondern seine Mikuszowicer Schichten als selbständiges Glied zwischen Wernsdorfer Schichten und Godulasandstein einschaltet.

[4] Szajnocha schätzt die Mächtigkeit dieser Schichtgruppe östlich der schlesisch-galizischen Landesgrenze auf 400—500 *m* Atlas geologiczny Galicyi, V, 1895, S. 71.

[5] Jahrbuch, 1887, S. 349.

ein, dass diese lichten, kalkigen Schiefer »genaue Äquivalente der Teschener Kalke« seien. »Was die Teschener Kalke betrifft« so fährt C. Paul fort »so bezeichnen dieselben zwar meistens das Niveau zwischen Oberen und Unteren Teschener Schiefern, eine eigene, scharf gesonderte und continuierlich zu verfolgende Etage konnte ich aber in denselben nicht erkennen.«

Betreffs der Teschener Kalke haben auch meine Aufnahmen ein ähnliches Resultat ergeben[1], nur möchte ich den Teschener Kalken nicht den Charakter einer selbständigen Schichtgruppe benehmen. Meine Erfahrungen hierüber sind im wesentlichen folgende: Südöstlich von Teschen treten über Unterem Teschener Schiefer vier Bänder von Oberem Teschener Schiefer von circa 3 *km* Länge auf, die allerdings nur theilweise von Teschener Kalk begrenzt sind.

Die Möglichkeit, dass tectonische Vorgänge zur theilweisen Entfernung des Kalksteines führten, ist aber nicht ausgeschlossen, wie auch bei wenig mächtiger Ausbildung dieses Horizontes mangelhafte Aufschlüsse ein Übersehen desselben sehr leicht herbeiführen können. Wie dem auch sei, so steht diesen immerhin geringfügigen Erscheinungen die Thatsache gegenüber, dass die Grenze von Unterem und Oberem Teschener Schiefer im Gebiete des Kartenblattes Teschen-Mistek-Jablunkau sonst überall durch den Teschener Kalkstein auffallend markiert wird, und dass dieser Kalkstein in vielen, zehn und mehr Kilometer langen Bändern ununterbrochen verfolgt werden kann und bisher von allen kartierenden Geologen ausgeschieden wurde. Offenbar entscheidet dieses Verhalten und nicht die gelegentliche Vertaubung des Kalkzuges, selbst wenn diese sicher erwiesen wäre, über die Frage, ob diese Schichtgruppe als eine selbständige aufzufassen sei oder nicht. Auch in anderen Gebieten ist gelegentliche, örtliche Reduction von Ablagerungen selbst bis zum völligen Verschwinden oder Verschmelzen nachgewiesen, ohne dass ihnen deshalb der Charakter einer besonderen Schichtgruppe aberkannt würde.

Die wahre stratigraphische Bedeutung der Teschener Kalke kann übrigens auf dem rein geognostischen Wege nicht erkannt werden: hier wäre vor allem die Fauna dieser Ablagerung und ihr Verhältnis zu den Faunen der nächst tieferen und höheren Schichtgruppen von entscheidender Bedeutung. Bei der außerordentlichen Seltenheit der Versteinerungen im Teschener Kalkstein und in den Unteren Teschener Schiefern ist aber von dieser Seite her eine gesicherte Aufklärung nicht zu erwarten. Wie auch immer man über die größere oder mindere Selbständigkeit der Teschener Kalke denken mag, so wird man die von Paul ausgesprochenen Zweifel betreffs der Selbständigkeit der Teschener Kalke nur auf diese Ablagerung und nicht auch auf die Unteren Teschener Schiefer beziehen dürfen, die auch Paul als eine selbständige Schichtgruppe betrachtete, deren Trennung von den Oberen Teschener Schiefern nach Paul »überall leicht und ungezwungen durchgeführt werden kann«[2].

Nebst der Bestätigung der Hohenegger'schen Gliederung ergab die Neuaufnahme in einem Punkte auch eine wesentliche Ergänzung zu Hoheneggers Gliederung: »Während Hohenegger die Grodischter Sandsteine als eine nur locale Bildung betrachtete, zeigte es sich, dass diese sowie die sie vertretenden Schiefer ein durchaus constantes, zwischen die Oberen Teschener und die Wernsdorfer Schichten eingeschaltetes selbständiges Niveau bilden«[3]. Hohenegger ließ sich zu der Verkennung dieses Horizontes durch die Thatsache verleiten, dass die Grodischter Sandsteine an einzelnen Stellen sehr mächtig, an anderen sehr schwach entwickelt sind und wieder an anderen Stellen gänzlich fehlen. Es war ihm hiebei entgangen, dass die Grodischter Sandsteine an Stellen geringer Mächtigkeit oder mangelhafter Ausbildung von gewissen Schiefern und plattigen Sandsteinen vertreten werden, die mit echten Grodischter Sandsteinbänken wechsellagern. Eine derartige deutlich bankweise Wechsellagerung ist am Ufer des Stonawka-Baches in Tierlitzko, südlich der Kaiserstraße, bei dem, die Stonawka in der Nähe des Neuhofes übersetzenden Stege gut aufgeschlossen. Echte Grodischter Sandsteinbänke mit dem so bezeichnenden Conglomerate mit *Aptychus Didayi* und *Belemnites bipartitus* und anderen Formen wechseln hier

---

[1] Verhandlungen Geologische Reichsanst., 1886, S. 315.

[2] Jahrbuch Geol. Reichsanst., 1887, S. 333.

[3] Verhandlungen Geol. Reichsanst., 1888, S. 7.

mit Schiefern vom Charakter der Unteren Teschener Schiefer. An anderen Punkten treten plattige, krummschalige Hieroglyphen-Sandsteine hinzu, die sich durch geringeren Kalkgehalt, größere Festigkeit und größere Mächtigkeit von den Strzolka-Sandsteinen der Oberen Teschener Schiefer unterscheiden. Diese »scharfen« Sandsteinbänke sind namentlich am Ufer der Stonawka westlich von der Mündung des Grodischter Baches vorzüglich aufgeschlossen.

Endlich ist dieses Niveau noch durch ein kalkigthoniges Gestein von sehr feinem, gleichmäßigem Korn, bläulich grauer Farbe und flach muscheligem Bruche gekennzeichnet. Eigenthümlich dunkle schmutzige Flecken, Farbe und Korn verleihen diesem Gesteine eine gewisse Ähnlichkeit mit Kernseife, und die schlesischen Bergleute nennen daher dieses Gestein mydlak (von mydlo, die Seife). Diese Mydlak-Gesteine kommen nicht immer in Bänken, sondern häufig auch in flachen Linsen oder kugeligen Massen vor und sind stets in verschiedenem Grade eisenschüssig, sie überziehen sich daher verwittert auf der Oberfläche mit einem bald mehr, bald minder intensiven, gelben Farbentone.

Die Wechsellagerung echter Grodischter Sandsteine mit dunkelgrauen Schiefern, scharfen, krummschaligen, dicken Sandsteinbänken und Mydlak-Gesteinen, die ich in ihrer Gesammtheit im Jahre 1887 als Grodischter Schichten bezeichnet habe, ist nicht nur an der bereits bemerkten Stelle, sondern an vielen anderen Punkten, zum Beispiel bei Ober-Ellgoth (im Bergbau), bei Cameral-Ellgoth, bei Ostrawitz zu beobachten. Wo die Facies des Grodischter Sandsteines überhandnimmt, beschränken sich die dunklen Schiefer auf dünne Zwischenlagen und so zeigt sich auch an dieser Schichtgruppe der im Bereiche des Karpathensandsteines stets beobachtete Übergang der massigsandigen in eine schieferige oder schieferig-sandige Facies.

Das Auftreten dieser Zwischenbildung zwischen den Flötzzügen der Oberen Teschener Schiefer und der Wernsdorfer Schichten konnte den Montanbeamten der Kammer Teschen natürlich nicht entgehen; sie nannten sie, wo sie nicht aus dem von Hohenegger charakterisierten Grodischter Sandstein bestand, wegen des Fehlens von Eisensteinflötzen »tauber Schiefer« oder am Ostriberg »tauber Gürtel«. Eingehendere Bemerkungen über diesen Horizont verspare ich auf die geologische Beschreibung des Blattes Teschen-Mistek-Jablunkau und erwähne hier nur noch, dass das regelmäßige Auftreten desselben auch der Vermuthung Hoheneggers, es bestände zwischen den Grodischter Sandsteinen und den Wernsdorfer Schichten eine größere Discordanz, den Boden entzieht. Die zwischen den Grodischter und Wernsdorfer Schichten vorhandenen Störungen sind, soviel man aus natürlichen und Bergbauaufschlüssen ersehen kann, tectonischer Natur und nichts deutet auf eine Lücke oder eine Störung der Ablagerung.

Alles in allem genommen, bestehen also die Änderungen, die Hoheneggers Gliederung von der Neuaufnahme erfahren hat, in der Einführung eines besonderen Namens, des der Ellgother (Mikuszowicer) Schichten für eine Schichtgruppe, deren Wesenheit schon Hohenegger bekannt war, und in der Erhebung der Grodischter Sandsteine zu der Bedeutung eines selbständigen, durchgreifenden Horizontes. Wenn man bedenkt, wie viele Forscher vor Hohenegger an der Gliederung Karpathischer Gebiete gescheitert waren, und wie sehr die Geologie der Karpathensandsteine vor ihm so zu sagen ein Chaos bildete, das nur durch Boués, Beyrichs und Murchisons Arbeiten einigermaßen erleuchtet war, so muss man dem Scharfsinne dieses Forschers tiefe Bewunderung zollen.

Dieses Ergebnis konnte für den mit den geologischen Verhältnissen der schlesischen Karpathen Vertrauten kein unerwartetes sein; gewissen Bestrebungen gegenüber, die Bedeutung der Hohenegger'schen Gliederung zu reducieren, ist es aber trotzdem von Wichtigkeit.

In neuerer Zeit hat z. B. Zuber die Ansicht geäußert, die Unteren Teschener Schiefer, die Teschener Kalke, die Oberen Teschener Schiefer sammt den Grodischter Sandsteinen wären nicht als selbständige Schichtgruppen, sondern vielmehr als Facies eines und desselben Horizontes anzusehen [1].

---

[1] Geologie der Erdölablagerungen in den galizischen Karpathen, I. Heft, Stratigraphie der karpathischen Formationen, Lemberg 1899, S. 31.

Gewähren die stratigraphischen Verhältnisse, die Verfolgung dieser Schichtgruppen in der Natur keine Anhaltspunkte für diese Ansicht, so sprechen die in diesen Schichtgruppen enthaltenen Versteinerungen nicht minder laut gegen dieselbe. Wir begnügen uns hier mit diesem kurzen Hinweise und werden im dritten Abschnitte dieser Arbeit auf diese Frage nochmals zurückkommen.

Der leichteren Übersicht halber fügen wir zum Schlusse dieses Abschnittes folgende Zusammenfassung der Gliederung der schlesischen Unterkreide an, in der wir an die Ergebnisse der voranstehenden Erörterung noch einige Daten über die Eisensteinflötze und die nähere Gliederung der flötzführenden Schichtgruppen anschließen.

1. **Unterer Teschener Schiefer.** Dieses tiefste Glied der Schichtfolge, dessen Liegendes nicht bekannt und das bis zu 400 *m* mächtig ist, besteht aus blätterigen, bituminösen, flötzfreien Mergelschiefern von grauer bis schwärzlicher Farbe. An einzelnen Punkten enthält diese Ablagerung eine dünne Schicht mit kleinen Austern, Bryozoën und imbricaten Aptychen von jurassischem Typus; im übrigen gehören Versteinerungen zu den größten Seltenheiten. Der Untere Teschener Schiefer enthält nicht selten größere und kleinere, theils gerundete, theils unregelmäßig geformte Blöcke von Stramberger Kalk.

2. **Teschener Kalkstein.** Wohlgeschichteter, heller Kalkstein, der an Stellen mächtiger Entwicklung zwei Unterstufen erkennen lässt: die tiefere besteht aus dünnschichtigen, fucoidenreichen und Cementmergel führenden Kalken, die obere aus groben, selbst bis zu 4 *m* mächtigen, sandig-oolithischen oder brecciösen Kalkbänken. Die Mächtigkeit dieser Kalkbildung kann bis zu 100 *m* ansteigen aber auch sehr stark reduciert sein. Winzige Schalenbruchstücke bilden oft, namentlich in der Oberstufe der Teschener Kalke, die Hauptmasse des Kalksteines; deutbare Versteinerungen, wie *Cidaris*-Radiolen, Crinoidenstilglieder, kleine Exogyren, Pecten und Lima, zerbrochene Belemniten, Aptychen, Brachiopoden, Bryozoën und Korallen, sind äußerst selten und für die geologische Altersbestimmung ohne Belang.

3. **Oberer Teschener Schiefer.** Schwarzer, bituminöser Mergelschiefer mit braunen, hieroglyphenführenden, glimmer- und kalkreichen, auch eisenschüssigen Sandsteinschiefern (»Strzolka« der schlesischen Bergleute) und mit Thoneisensteinflötzen. Auf die durchschnittlich 300 *m* betragende Mächtigkeit dieser Schichtgruppe entfallen nach den Erhebungen von C. Fallaux 26 Thoneisensteinflötze, deren Mächtigkeit von 3 *cm* bis höchstens 3 *dm* schwankt. Viele dieser Flötze sind wegen geringer Mächtigkeit oder schlechter Beschaffenheit selbst im Tagbaue nicht abbauwürdig; manche vertauben von Ort zu Ort oder gehen in Butzen über. Die Flötze 21—26 sind nur in Zeislowitz nachgewiesen, alle übrigen sind in allen ehemaligen Bergrevieren der Teschener Kammer bekannt. Manche dieser Flötze zeichnen sich durch regelmäßig wiederkehrende charakteristische Eigenthümlichkeiten aus, an denen sie leicht zu erkennen sind. So enthält zum Beispiel das Flötz 5 (Bandflötz) ein kalkhältiges Thonband, das schon bei schwacher Verwitterung als weißer Streifen auffallend hervortritt. Das Flötz 10 (Bändererz) enthält 3—4 solcher weißer thoniger Bänder. Flötz 16, aus Erzbutzen bestehend, wird von einer Belemniten und Ammoniten enthaltenden Conglomeratschicht begleitet, und desgleichen befindet sich eine derartige belemnitenreiche Conglomeratschicht mit kleinen Bruchstücken von Stramberger Kalk zwischen Flötz 2 und 3. Von Versteinerungen enthalten die Oberen Teschener Schiefer fast nur Cephalopoden, die in den Eisensteinen häufiger als in der Strzolka, aber stets selten vorkommen. Nur von Örtlichkeiten, an denen längere Zeit hindurch Bergbau getrieben wurde, wie Lischna, Zeislowitz, Ustron, Niedek, Wendrin, Pitrau, Zuckau, Trzanowitz, Lippowetz, Grodischt, Tierlitzko, Kotzobends, Punzau, liegt eine größere Anzahl von Versteinerungen vor, andere Punkte, wie Lipnik, Alexanderfeld, Teschen (oberhalb des Holzplatzes), Rzepischt, Schöbischowitz, Kametz, Jassenetz, Lhotka, Kozlowitz, Heinzendorf lieferten nur fragmentäre oder undeutlich erhaltene und daher specifisch nicht näher bestimmbare Reste. Dass die bezeichnende Belemnitenbreccie des Flötzes 16 zufolge Stücken der Hohenegger'schen und Fallaux'schen Sammlung an zahlreichen Punkten, und zwar Kotzobends, Grodischt, Pitrau, Niedek, Ziwotitz, Schöbischowitz, Brusowitz, Woiko-

witz, Rzepischt, Ustron, Kozlowitz, Lhotka, Trzanowitz und Zuckau nachgewiesen ist, bildet einen sprechenden Beweis für die Beständigkeit und weite Ausbreitung dieser Ablagerung.

4. Grodischter Schichten. Diese Schichtgruppe ist in zwei Facies ausgebildet, die in einander übergehen und einander vertreten können: Grodischter Sandstein, d. i. massiger oder grobbankiger, poröser, weißer, verwittert gelbbrauner Sandstein von glänzendem groben Korn, und Grodischter Schiefer, d. i. grauer, flötztauber Mergelschiefer, der petrographisch an den Unteren Teschener Schiefer erinnert und häufig bankige, feinkörnige, krummschalige, scharf brechende Hieroglyphensandsteine und nicht selten auch thonigen, eisenschüssigen, feinkörnigen Kalkmergel von muscheligem Bruche mit hellbläulichgrauer Farbe und gelblicher Verwitterungsrinde (sogenannter »Mydlak« der schlesischen Bergleute) enthält. Am Übergange dieser Bildungen, die großen Mächtigkeitsschwankungen unterliegen, trifft man Wechsellagerungen von echten, grobkörnigen Grodischter Sandsteinen mit tauben Schiefern an. Im Grodischter Sandsteine treten nicht selten Conglomeratlagen mit Bruchstücken von Tithonkalk auf, die häufig *Aptychus Didayi* und *Belemnites bipartitus*, seltener kleine, verkieste Ammoniten, noch seltener Bivalven oder Gasteropoden führen. Die Grodischter tauben Schiefer und der Mydlak sind dagegen gänzlich versteinerungsfrei. Während Hohenegger die Grodischter Sandsteine als eine, zwar stets nur im Hangenden der Oberen Teschener Schiefer, aber doch nur local auftretende Bildung ansah, müssen wir die »Grodischter Schichten« als eine selbständige, zwischen die Oberen Teschener Schiefer und die Wernsdorfer Schichten regelmäßig eingeschaltete Schichtgruppe betrachten. Das locale Auftreten der massigen Facies erklärt sich durch den früher verkannten Übergang in die, oder Ersatz durch die schieferige Facies der »tauben Schiefer«.

5. Wernsdorfer Schichten. In concordanter und regelmäßiger Folge treten über den Grodischter Schichten die schwarzen, glänzenden, bituminösen Mergelschiefer der Wernsdorfer Schichten auf, die im bergfeuchten Zustande oft plattig abgesondert sind, auf der Halde aber sehr bald in feine Blättchen zerfallen. Sie enthalten nur selten und in sehr geringer Mächtigkeit Sandsteinbänkchen, die bisweilen die krummschalige Beschaffenheit der Strzolka zeigen, häufiger aber als kieselige, prismatisch geklüftete Sandsteine von dunkelgrauer Farbe entwickelt sind. In den Wernsdorfer Schichten nimmt C. Fallaux nicht weniger als 33 Eisensteinflötze an, von denen einige durch gewisse Eigenthümlichkeiten gut gekennzeichnet sind. So findet sich ungefähr 1·3 *m* im Liegenden des Flötzes 5 stets eine 0·3—0·5 *m* mächtige, häufig grobkörnige Sandsteinschicht ein und eine ähnliche, doch etwas mehr Strzolka-artige Sandsteinlage von 0·2—0·34 *m* Mächtigkeit tritt im Hangenden des 12. Flötzes auf, das überdies in seinem Liegendbande Mydlak-artig ausgebildet ist und auch Dütenkalk führt, und daher als ausgezeichnet markiertes Leitflötz gilt. Flötz 10 hat hauptsächlich die Pflanzenreste der Wernsdorfer Schichten geliefert, und wurde daher als Pflanzenflötz bezeichnet. In Flötz 19 fanden sich in Grodischt auf der Hangendfläche pyritisierte Fischreste *(Aspidorhynchus)*.

Die Flötze der Wernsdorfer Schichten sind im allgemeinen etwas kieselreicher als die der Oberen Teschener Schiefer und kaum wesentlich mächtiger. Namentlich die oberen Flötze haben die Neigung, sich in Butzen aufzulösen, die dann als Sphärosiderite zu etwas größerer Mächtigkeit anschwellen können. Manche dieser Butzenerze enthalten Spathadern nach Art der Septarien; sehr auffallend häufen sich braune Spathadern in der Mitte der Butzen des Flötzes 14. Im westlichen Theile des Verbreitungsgebietes der Wernsdorfer Schichten, in Mähren, erhalten die Sandsteinlagen der Wernsdorfer Schichten häufig eine etwas größere Mächtigkeit; auch ist hier namentlich die obere Abtheilung der Wernsdorfer Schichten mächtig entwickelt; die Butzenerze werden stellenweise recht mächtig und die tauben Gesteine nehmen den Charakter eines grünlich grau und schwärzlich gestreiften Thones an, den die Bergleute »hlinkowa« nennen. Die Butzenerze, von Flötz 14 angefangen, scheinen indessen im ganzen Gebiete nicht so durchgreifend und regelmäßig entwickelt zu sein, wie die unteren Flötze der Wernsdorfer Schichten oder die Flötze der Oberen Teschener Schiefer; einzelne Flötze fehlen ortweise, wodurch die Identificierung sehr erschwert ist.

6. Ellgother Schichten (= Untere Abtheilung der Godula-Sandsteine Hoheneggers, = Mikuszowicer Schichten Szajnochas). Schwarze, im verwitterten Zustande häufig röthlich angelaufene, kieselige, kleinblättrige Schiefer in Wechsellagerung mit kieseligen Sandsteinbänken, die in blaugrauen Hornstein übergehen können. Auch diese Abtheilung der Schichtfolge enthält einzelne sehr kieselreiche Eisensteinflötze, die von den Montanisten als »Albien»-Flötze bezeichnet wurden, da Hohenegger diese Schichten als Tiefstufe seiner mit dem Albien d'Orbignys parallelisierten Godula-Sandsteine aufgefasst hat. An einzelnen Punkten enthält diese Schichtgruppe ein mächtiges Conglomerat aus Tithonkalkblöcken, so besonders bei Chlebowitz in Mähren; an anderen Punkten vermengen sich mit den Tithonblöcken auch Blöcke von »Mydlak«-Gestein und in Ustron (Poniwiec) auch zahlreiche Granitblöcke. Diese in petrographischer Beziehung sehr bezeichnende, leicht kenntliche und sehr mächtige Schichtgruppe ist an Versteinerungen noch weit ärmer als die darunter liegenden Schichtgruppen. Hohenegger entdeckte im Bindemittel des Kalkconglomerates von Chlebowitz und im anstoßenden Sandsteine einen kleinen, dem *Belemnites minimus* ähnlichen Belemniten und in dem »darüber sich erhebenden Sandsteine« fand Hohenegger eine kleine, von ihm als *Am. Mayorianus* bestimmte Form (Hohenegger, l. c. p. 31). Später kamen beim Bergbaue in den kieseligen Eisensteinen, besonders in Krasna, Inoceramen zum Vorschein, von denen eine Art mit einer solchen der Wernsdorfer Schichten übereinstimmt; schließlich wurde auch ein *Parahoplites* aufgefunden, der im Schlusscapitel noch näher erwähnt werden wird.

7. Godula-Sandstein, entsprechend der mittleren Partie der Godula-Sandsteine Hoheneggers. Zu einer Besprechung dieser und der höheren Schichtgruppen der schlesischen Kreide liegt hier kein Anlass vor, doch werden diese Schichtgruppen später, im Anschlusse an die von A. Liebus ausgeführte paläontologische Bearbeitung der darin aufgefundenen Thierreste einer näheren Würdigung unterzogen werden.

II. Paläontologischer Theil.

A. Ammoniten der Unteren Teschener Schiefer.

Perisphinctes aff. Lorioli v. Zittel.

Textfigur 1.

Ammonites Lorioli v. Zittel, Cephalopodenfauna der Stramberger Schichten, Taf. XX, Fig. 6—8, S. 103.

Ein kleines, wahrscheinlich der Wohnkammer angehöriges Bruchstück ist mit scharfen, kräftigen Rippen versehen, von denen die Mehrzahl am äußeren Gehäusetheile eine Zweispaltung erfährt. Von den neun an der Naht entspringenden Rippen des vorliegenden Stückes bleiben zwei einfach, doch stellt sich bei einer von ihnen eine kurze Schaltrippe als Ersatz einer Spaltrippe ein; bei einer anderen Rippe zweigt sich unterhalb der Gabelungsstelle, in geringer Höhe über der Naht, eine dritte Rippe ab. Alle übrigen Rippen, d. i. 6 von 9, lassen regelmäßig Zweispaltung erkennen. Die vorderen Rippen sind verhältnismäßig ziemlich stark geschwungen, weniger die hinteren, es dürfte die am Vorderende bemerkbare Eindrückung und der hier die Rippen verquerende Bruch die Neigung der Rippen nach vorn vielleicht etwas größer erscheinen lassen, als der Wirklichkeit entspricht. Von der Gabelungsstelle nach außen sind die Rippen ein wenig nach rückwärts gebogen und laufen ununterbrochen über die Externseite. Obwohl das Exemplar an der Externseite verdrückt ist, kann doch mit Sicherheit erkannt werden, dass die Rippen hier nicht nur keine Neigung zur Abschwächung, sondern eher eine solche zur Verstärkung aufweisen Die Form des Umganges kann wegen der Verdrückung des Exemplares nicht ermittelt werden. Loben unbekannt.

Obwohl die vorliegende Art, wie sich aus der vorstehenden Beschreibung ergibt, nur sehr unvollkommen bekannt ist, genügen doch die erkennbaren Merkmale der Sculptur zur Feststellung der Gattung. Die Berippung, wie sie sich an Flanken- und Externseite darstellt, beweist die Zugehörigkeit des Restes zur Gattung *Perisphinctes*, innerhalb deren *Perisph. Lorioli* von Zittel eine sehr nahestehende Art bildet. *P. Lorioli* ist zuerst von K. v. Zittel aus dem Stramberger Tithonkalke, später von E. Favre[1] aus dem



Fig. 1.



Perisphinctes aff. Lorioli von Zitt.

Bruchstück in natürl. Größe. Die obere Partie der Rippen, die hier infolge der Verdrückung des Exemplares fast in die Ebene der Flanken gerückt erscheint, gehört in Wirklichkeit der Externseite an. Untere Teschener Schiefer an der Olsa bei Konskau. Hoh. S.

Tithon der Freiburger Alpen und von W. Kilian[2] aus dem oberen Tithon von Fuente de los Frailes (Andalusien) beschrieben worden. K. v. Zittel bildet zwei Exemplare ab: das größere, ein Bruchstück, gleich dem unsrigen, zeigt wohl etwas weniger geschwungene Rippen als unsere Form, aber dieser Unterschied verschwindet fast gänzlich beim Vergleiche mit dem kleineren Exemplare, dessen Rippen deutlich geschwungen sind. Wie bei unserer Art blieben auch bei der Stramberger Form einzelne Rippen ungespalten, und an einer Stelle tritt Rippenspaltung in geringer Höhe über der Naht auf. Endlich bietet die plumpe Form der Rippen auf der Externseite ein weiteres Moment der Übereinstimmung. Die von Kilian beschriebene Form zeigt etwas feinere und höher oben gespaltene Rippen, das von Favre dargestellte Exemplar weniger geschwungene Rippen. Somit steht unsere Art der Stramberger Originalform des *P. Lorioli* am nächsten.

Bei dem Mangel so wichtiger Merkmale wie der Lobenlinie und der Gehäuseform, wäre es gewagt die specifische Identität unseres Restes mit *P. Lorioli* anzunehmen, aber den Bestand enger Verwandtschaft kann man bei der so weit gehenden Übereinstimmung der Sculptur mit Recht als erwiesen ansehen.

Der beschriebene Rest wurde an der Olsa bei Konskau aufgefunden. Hoh. S.

---

[1] Faune tithonique des Alpes Fribourg., pag. 33, Taf. III, Fig. 1, 2.

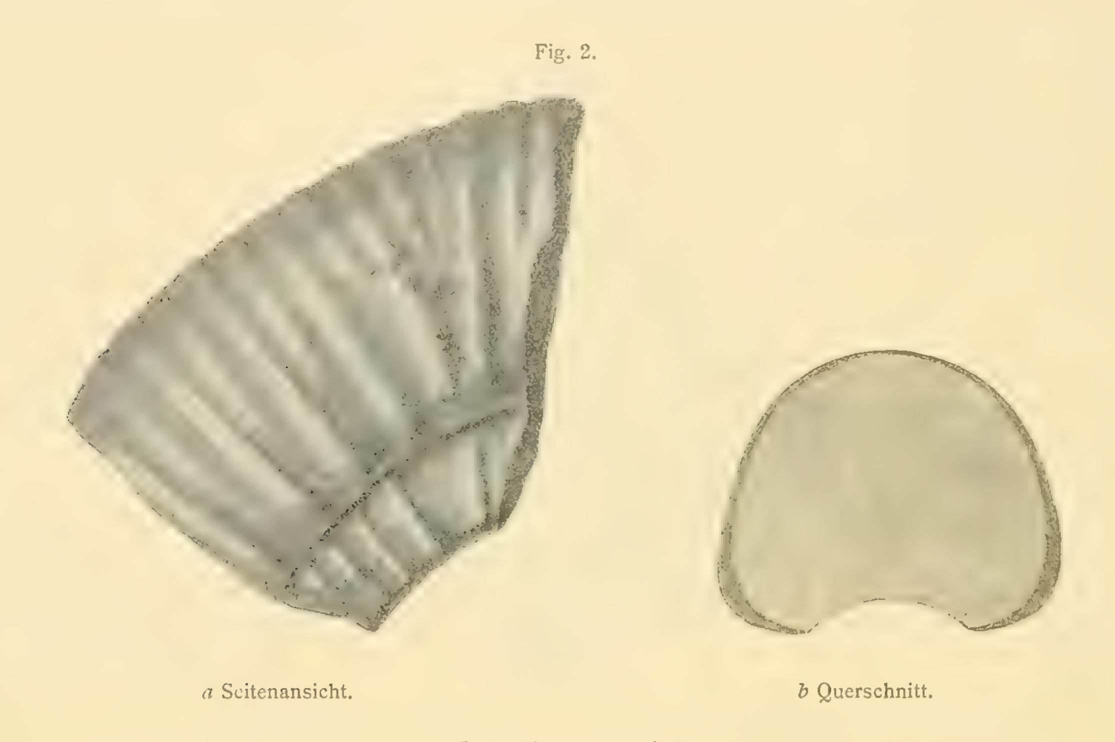
[2] Mission d' Andalousie, pl. 28, Fig 3, pag. 652.

Perisphinctes n. sp. ind.

Textfigur 2*a* und 2*b*.

Nicht nur aus geologisch-stratigraphischen, sondern auch aus rein paläontologischen Gründen muss man sehr bedauern, dass der vorliegende Rest so unvollständig ist. Er repräsentiert eine sehr eigenartige Form, für die unter den bisher bekannten Typen nur wenig Analogien zu finden sind.

Fig. 2.



a Seitenansicht. *b* Querschnitt.

Perisphinctes n. sp. ind.

Bruchstück in natürl. Größe aus dem Unteren Teschener Schiefer an der Stonawka in Tierlitzko.

Die Umgänge sind etwas breiter als hoch und umfassen einander zu ungefähr einem Viertel. Flanken schwach gewölbt, Externseite gerundet, Nabelwand hoch, gerundet, aber sehr steil einfallend. Die Umgänge zeigen die größte Dicke oberhalb der Nabelwand, und von da nimmt der Querschnitt nach der Externseite anfangs sehr wenig, dann sehr stark ab. Auf den Flanken befinden sich ziemlich flache, breite, schütter gestellte Rippen, die in radialer Richtung oder fast etwas nach rückwärts geneigt zur Externseite ziehen und diese ohne Unterbrechung quer übersetzen. Am unteren Theile der Flanken sind die Rippen etwas stärker als höher oben. Zwischen je zwei dieser Rippen schaltet sich regelmäßig eine kurze Schaltrippe ein, die im zweiten Drittel der Schalenhöhe verschwindet. Am vorderen Ende des Restes befindet sich eine sehr tiefe und schief nach vorne geneigte Einschnürung, die rückwärts von einer überaus kräftigen Rippe begleitet wird. Hinter der Einschnürung stehen im Winkel dazu zwei kurze Schaltrippen. Nebst dem beschriebenen Umgange ist auch ein Theil des vorhergehenden Umganges erhalten, dessen Form mit der des ersteren übereinstimmt und der ebenfalls mit entfernt stehenden, etwas ungleich vertheilten, kräftigen, aber gerundeten Radialrippen versehen ist.

Die Scheidewandlinie ist nur in allgemeinen Umrissen theilweise erkennbar. Der erste Seitenlobus reicht etwas tiefer herab als der mäßig verzweigte Außenlobus. Der zweite Seitenlobus ist etwas schief gestellt und noch mehr hängen die beiden Auxiliarloben herab.

Die Höhe des Umganges beträgt am Vorderende 38 *mm*, die Breite daselbst über eine Rippe gemessen 43 *mm*.

Zu der beschriebenen oder einer nahe verwandten Art dürfte ferner noch ein größerer, leider fast nur schattenhafter Abdruck gehören, dessen entfernt stehende Radialrippen auch auf die inneren Windungen zu verfolgen sind.

Was zunächst die Gattungsbestimmung dieser Form betrifft, so muss bemerkt werden, dass zwar die schiefe Einschnürung an *Holcostephanus* erinnert, die knotenlosen Rippen aber entschieden auf die Zugehörigkeit zu *Perisphinctes* hinweisen, womit auch die Beschaffenheit der Lobenlinie und der Externseite übereinstimmen. Können wir diese Form nicht gut bei einer anderen Gattung als *Perisphinctes* unterbringen, so fällt es schwer, hier den richtigen Anschluss herauszufinden.

Schiefe und tiefe Einschnürungen, die für unsere Art bezeichnend sind, finden sich bei *Perisphinctes Hodiernae* Gemmellaro [1] ähnlich ausgebildet, auch trägt diese Art der sicilischen Acanthicus-Schichten ziemlich grobe, entfernt stehende, radiale Rippen; aber eine sehr nahe Verwandtschaft ist wohl nicht anzunehmen. *P. Hodiernae* ist evoluter und viel flacher, wächst viel langsamer an und hat nicht Schalt-, sondern deutliche Spaltrippen. Kräftig berippte Formen beschreibt Neumayr aus den Acanthicus-Schichten, wie *P. haliarchus, P. acer, P. plebeius.* Sowohl *P. acer* wie *plebeius* haben schiefe, nach vorn geneigte Einschnürungen und ziemlich entfernt stehende, kräftige Radialrippen, aber es sind so zahlreiche Unterschiede vorhanden, dass sich diese Arten auf den ersten Blick als specifisch verschieden erkennen lassen.

Können wir auch zur Zeit keine Form namhaft machen, deren Ähnlichkeit mit unserem Reste zur Annahme sehr enger Verwandtschaft berechtigte, so scheint doch sicher zu stehen, dass die Formen der Unterkreide noch weniger Beziehungen zu unserer Art erkennen lassen als die des Oberjura.

Das Exemplar ist an der Stonawka in Tierlitzko gefunden.

Perisphinctes sp. ind.

Textfigur 3*a* und *b*.

Das Exemplar dieser Art zeigt in seiner jetzigen Erhaltung mit vollständiger Wohnkammer einen Durchmesser von 126 *mm*. Diese Zahl ist aber zu groß, denn das Exemplar ist leider fast gänzlich plattgedrückt und daher dürfte der Durchmesser etwas weniger, vielleicht ungefähr 118 *mm*, betragen haben. Die Ermittlung der übrigen Dimensionen wird durch den Erhaltungszustand gänzlich vereitelt, ebenso die Ermittlung der äußeren Form des Gehäuses. Von den inneren Umgängen sind nur undeutliche Spuren zu erkennen, besser blieb die Wohnkammer erhalten, die an einzelnen Stellen abgesprengt ist, so dass der Abdruck der anderen Seite sichtbar wird.

Durch diesen schlechten und eigenthümlichen Erhaltungszustand ließ sich Hohenegger vermuthlich täuschen, als er das Exemplar als *Amm. bidichotomus* bestimmte, während doch die Sculptur in keiner Weise von der der echten Perisphincten abweicht.

Die Rippen bündeln sich nicht an der Naht, sondern entstehen hier einfach. Man kann dies namentlich am Gegendrucke (Fig. 3*b)* so deutlich erkennen, dass über die Zugehörigkeit dieser Form zur Gattung *Perisphinctes* kein Zweifel bestehen kann.

Die Flanken sind mit scharfen, geraden, etwas nach vorn geneigten Rippen versehen, die sich am oberen Theile der Flanken überwiegend in zwei Äste gabeln. Nur sehr vereinzelt schiebt sich eine einfache, etwas häufiger eine dreifach gespaltene Rippe dazwischen. Im letzteren Falle spaltet sich der dritte Ast nicht an derselben Stelle ab wie die beiden Gabelrippen, sondern etwas tiefer. Diese tiefere dritte Spaltungsrippe bildet stets die vorderste Rippe. Obwohl die Rippen der Externseite infolge der Verdrückung zum Theile in die Bildfläche fallen, ist doch nicht mit Sicherheit zu entnehmen, ob hier eine Unterbrechung an der Medianlinie stattfand oder nicht. Spuren der Unterbrechung sind nicht wahrnehmbar, und es kann immerhin als wahrscheinlich bezeichnet werden, dass die Rippen der Wohnkammer ohne wesentliche Abschwächung über die Externseite hinweggiengen. Wie sich die Rippen dagegen auf den inneren Umgängen verhielten, ist gänzlich unbekannt. Am vorderen Theile der Wohnkammer nehmen die Rippen eine etwas dichtere Stellung an und erfahren unmittelbar vor dem, in ein breites, kurzes Ohr ausgezo-

[1] Sopra alcune faune giuresi liasiche di Sicilia, tav. XVI, fig. 12, 13, pag. 203

genen Mundsaume eine merkliche Abschwächung. Einschnürungen sind nicht zu erkennen. Die Lobenlinie ist nicht erhalten.

Das für die Auffassung unserer Art entscheidende Merkmal, die Sculptur, lässt uns die Verwandten dieser Art unter den Perisphincten des Oberjura suchen. Hier scheint *Perisphinctes transitorius* Opp. mit



Fig. 3.

a. b.

Perisphinctes sp. ind.

Mit Wohnkammer und Mundrand versehener, zusammengedrückter Steinkern in natürl. Größe. Bei 3*a* ist der größte Theil der Wohnkammer erhalten, nur der Beginn der Wohnkammer und die unteren Partien an der Naht sind abgesprengt. Um die Beschaffenheit der Rippen bis an die Naht zu zeigen, wurde auch der Gegendruck 3*b* abgebildet. Aus dem unteren Teschener Schiefer vom Schlossberge in Teschen. Hoh. S.

seinen scharfen, dichtgestellten Gabelrippen eine nahe verwandte Form zu bilden. Es fällt allerdings nicht schwer, Unterschiede zwischen diesen Formen namhaft zu machen. *P. transitorius* ist etwas engnabeliger, zeigt seltener als unsere Art dreifach gespaltene Rippen und die Beschaffenheit der Wohnkammer weicht, wenn wir die Darstellung K. von Zittels[1] zugrunde legen, wesentlich ab. Während die Zittel'sche Normalform auf dem letzten Umgange 85 Rippen zeigt, sind hier bei fast gleichem Durchmesser nur

[1] Cephalopoden der Stramberger Schichten, Taf. 22, Fig. 1—6, S. 103.

ungefähr 66 vorhanden, die Rippen der beschriebenen Art sind also weniger dicht gestellt. Durch die weniger dichte Anordnung der Rippen und das häufige Vorkommen dreifach gespaltener Rippen ist eine gewisse Annäherung an *P. contiguus* (Cat.) Zittel[1] bewirkt. Auch bei dieser Art zweigt sich stets der vorderste der drei Äste einer Hauptrippe am tiefsten ab; während aber diese Dreispaltung der Rippen bei der tithonischen Art die Regel bildet, kommt sie bei unserer Art nur untergeordnet vor. Auch mit *P. geron* v. Zitt.[2] muss die schlesische Form verglichen werden. Enge Berippung, gelegentliches, nicht ganz seltenes Vorkommen dreifach gespaltener Rippen und Mangel der Externfurche scheinen *P. geron* unserer Art besonders nahezurücken.

Unter den von Toucas[3] beschriebenen Tithonplanulaten steht *P. Gevreyi* Toucas, unter den Formen Retowskis[4] aus Theodosia *P. subrichteri* unserer Art sehr nahe, doch ist die Übereinstimmung nicht so groß, dass man, lediglich auf die Sculptur angewiesen, eine Identificierung wagen könnte.

Von den Formen, die von *Perisphinctes* zu *Hoplites* führen, wie *Amm. carpathicus, ponticus* Ret., *Calisto, abscissus, privasensis,* könnte wohl nur die erstgenannte, namentlich in der Darstellung von W. Kilian in Betracht kommen. Alle übrigen Arten stehen wegen der mehr oder minder deutlich geschwungenen Rippen wesentlich ferner. Bestehen zwischen dieser Gruppe und unserer Art immerhin noch einige Beziehungen, vermittelt durch *Amm. carpathicus,* so scheinen die neocomen Perisphincten, zum Beispiel die Formen, die von Neumayr und mir aus dem norddeutschen Hils beschrieben sind, unserer Art vollständig fern zu stehen.

Bei dem Fehlen so wichtiger Merkmale, wie der Lobenzeichnung, der Beschaffenheit der Externseite und der äußeren Form des Gehäuses ist es wohl nicht möglich, die beschriebene Art positiv zu bestimmen, sie entweder mit einer bereits bekannten zu identificieren oder sie als neu zu kennzeichnen. Ein gewisses Resultat ergibt sich aber doch aus der Vergleichung dieser Form, und dieses geht dahin, dass es tithonische Typen sind, die die nächsten und engsten Verwandten unserer Art bilden.

Das beschriebene Exemplar stammt aus den Unteren Teschener Schiefern von Teschen, wo es beim Graben neuer Bräuhauskeller im Schlossberge aufgefunden wurde.

B. Fauna der Oberen Teschener Schiefer.

Belemnites (Hibolites) jaculum Phill.

Syn. vergl. A. Pavlow, Argiles de Speeton. Bull. Soc. Imp. de Natural. 1891, p. 77, und W. Kilian, Environs de Sisteron, Bull. Soc. Géol. de France, 3. sér., t. XXIII, p. 731.

Liegt in mehreren gut erhaltenen Exemplaren von den Localitäten Koniakau, Grodischt und Tierlitzko vor. Hoh. S.

Belemnites sp. ind. aff. beskidensis Uhlig.

Belemnites beskidensis Uhlig, Fauna der Wernsdorfer Schichten. Denkschr. kais. Akad. Wien, 46. Bd., 1883, S. 53, Taf. I, Fig. 3.

In den Oberen Teschener Schiefern von Pitrau wurde ein Belemnit aufgefunden, der in der äußeren Form der angezogenen Art der Wernsdorfer Schichten gleicht, auch mit langer Spitze versehen ist, doch

[1] Fauna der älteren Tithonbildungen, Taf. 35, Fig. 2, S. 110.

[2] Ebendaselbst, Taf. 35, Fig. 3, S. 112.

[3] Bull. Soc. Géol. de France, 3. sér., t. XVIII, pl. 14, fig. 5, pag. 583.

[4] Bull. Soc. Imp. des Naturalistes de Moscou, 1893, Taf. X, fig. 8, S. 255.

viel geringere Größe und mehr rundlichen Querschnitt zeigt. Bei dem vereinzelten Vorkommen dieser Form lässt sich schwer beurtheilen, welche systematische Stellung ihr zukommt, und daher konnte das betreffende Exemplar nicht näher berücksichtigt werden.

Belemnites (Duvalia) conicus Bl.

1827 *Bel. conicus* Blainville, Mém. sur les Belemnites, pl. V, fig. 4, p. 118. d'Orbigny, Pal. Franç., terr. crét., I. pl. V, fig. 9, 10.

1829 *Bel. extinctorius* Raspail, Ann. d. sc. d'obs. I, p. 308, pl. VI, fig. 20; Duval-Jouve, 1841, Bel. des terr. crét., p. 61 pl. 8, fig. 1—3.

Bel. conicus Pictet et Loriol, Terr. néoc. des Voirons, p. 10, pl. I, fig. 5 etc.

In den Oberen Teschener Schiefern kommen sowohl die einfach conischen Formen, wie auch jene auffallenden Rostren vor, die mit einer scharf abgesetzten, verlängerten Spitze versehen sind und von Raspail speciell als *B. extinctorius* bezeichnet wurden. Die *extinctorius*-Formen sind vorwiegend derart gestaltet, dass der durch den Canal gelegte Durchmesser des Rostrums etwas kürzer ist als der die Seiten verbindende. In etwas selteneren Fällen ist der Querschnitt fast rundlich; am Alveolarende erscheint dagegen der Querschnitt stets rundlich. Der Canal ist stets tief ausgefurcht, breit und reicht bis zur Spitze herab, die Entwicklung des Rostrums ist eine massige. Diejenigen Formen dagegen, die dem *Bel. conicus* entsprechen, sind etwas zarter gebaut und im Canalquerschnitte stets etwas länger als senkrecht dazu. Das schlesische Material lässt daher im allgemeinen ganz gut eine Scheidung zweier Typen zu, von denen der eine recht gut dem *Bel. conicus* Bl., der andere dem *Bel. extinctorius* Raspail vorzüglich entspricht. Da auch einzelne Jugendformen die charakteristische Spitze des *Bel. extinctorius* entwickelt zeigen, so scheint die Vereinigung von *Bel. conicus* und *extinctorius* speciell für die Rostren des schlesischen Neocom nicht unbedingt erforderlich. Es wäre daher angemessen, wenn die französischen Originalformen dieser Art in dieser Richtung einer nochmaligen Revision unterzogen würden. Die Lage des Sipho konnte leider an keinem der sonst ziemlich wohlerhaltenen Exemplare festgestellt werden.

Bel. conicus, die häufigste Belemnitenart der Oberen Teschener Schiefer, liegt in über 100 Exemplaren vor. Er bildet speciell die Leitform der Flötz 16 begleitenden Belemnitenbreccie, kommt aber auch in höheren und tieferen Horizonten der Oberen Teschener Schiefer vor. Fundpunkte: Kotzobends, Pitrau, (im Bandflötz 10 und Flötz 19), Punzau (Flötz 5), Heinzendorf, Mosty, Jassenetz, Kozlowitz, Grodischt, Tierlitzko, Koniakau, Lhotka, Rzepischt, Nieder-Trzanowitz, Zeislowitz (?).

Bel. conicus ist im alpin-mediterranen Unter-Neocom, namentlich in Südfrankreich, sehr verbreitet und kommt nach Newton im Neocom von Madagaskar vor. Die als *Bel.* aff. *extinctorius* aus den Wernsdorfer Schichten beschriebene Art unterscheidet sich vom Typus des tieferen Neocom durch kürzeren Canal.

Belemnites (Duvalia) latus Bl.

Taf. II, Fig. 4 *a—c*.

Belemnites latus Blainville, Mémoire sur les Bélemnites, p. 121, pl. 5, fig. 10.

Belemnites latus Pictet, Mélanges paléontol., p. 53, pl. 8, fig. 1 etc.

Von dieser weitverbreiteten, häufigen Art hat namentlich die Localität Pitrau zahlreiche schöne und typische Exemplare geliefert, deren nähere Beschreibung wohl entfallen kann, da *Bel. latus* bereits vielfach und genau dargestellt ist. Kleinere, aber ebenfalls mit dem Typus übereinstimmende Exemplare fanden sich in der Belemnitenbreccie des Flötzes 16 von Kotzobends und Kozlowitz (Hoh. und Fall. S.). Neben diesen mehr oder minder typischen Exemplaren treten in Kotzobends aber auch solche auf, die sich durch größere Flachheit des Rostrums an *Bel. binervius* annähern. Da aber auch bei diesen Formen ein langer und tiefer Canal entwickelt ist, dagegen deutliche Seitenlinien fast ausnahmslos fehlen, so schien es angezeigt, auch diese Formen bei *Bel. latus* zu belassen.

Besondere Beachtung verdient ein großes, ziemlich stark verdicktes Exemplar von Pitrau (Flötz 18), das hier unter Taf. I, Fig. 4 als *Bel. latus* var. *constricta* zur Abbildung gebracht wurde. Es zeichnet sich durch eine auffallend starke Verjüngung am Alveolarende aus, und zwar eine so starke Verjüngung, wie sie der typischen Form des *Bel. latus* nicht eignet. Eine ähnliche Form bildete A. Pomel[1] als *Bel. latus* ab und fand in dem eingeengten Alveolarende der algerischen Form keinen genügenden Anlass zu specifischer Änderung. Das schlesische Exemplar ist am Alveolarende vielleicht noch etwas stärker verjüngt, als das algerische, trotzdem scheint es mir vorläufig nicht angezeigt, dieses Vorkommen zu einer besonderen Art zu erheben. Dagegen dürfte eine besondere Varietätsbezeichnung vielleicht nicht ganz überflüssig sein. Das abgebildete Exemplar zeigt die Spitze des Rostrums, die bei vielen Formen durch Abwetzung so leicht verloren geht, sehr wohl erhalten. Es ist namentlich am Alveolarende von mit Mineralsubstanz erfüllten Sprüngen durchsetzt, die aber die Auffassung der Form nicht beeinträchtigen. Der Querschnitt des Rostrums ist am unteren Theile breitelliptisch, am Alveolarende rundlich, mit leichter Abplattung zu beiden Seiten des Canales. Die Oberfläche ist mit einzelnen jener Grübchen versehen, die bei untercretacischen Belemniten nicht selten vorkommen.

Bel. latus bildet, wie bekannt, eine der verbreitetsten Leitformen des alpin-mediterranen Unter-Neocom. Aus dem Valanginien des Ischler Salzberges liegt speciell eine Form vor, die der var. *constricta* vollständig entspricht.

Belemnites (Duvalia) Emerici Rasp.

B. Emerici Raspail, Histoire des Bélemn., p. 33, fig. 1.
B. Emerici Duval-Jouve, Bélemnites des térr. crét. inf., Paris 1841, p. 58, pl. V, fig. 1—7.
B. Emerici d'Orbigny, Pal. franç. terr. crét., I, pl. II, fig. 22, 23.

Diejenige Form der Oberen Teschener Schiefer, die Hohenegger als *Bel. dilatatus* bezeichnet hatte, stimmt in Wirklichkeit mit *Bel. Emerici* sehr gut überein. An den vorliegenden Exemplaren sind die für *Bel. Emerici* bezeichnenden Merkmale, besonders das breite, in der Alveolargegend stark verjüngte Rostrum, die von Vertiefungen begleitete Wölbung der Alveolargegend, Vorhandensein von Seitenlinien im Jugendzustande und Fehlen derselben im Altersstadium sehr gut erkennbar, und ist dadurch die Richtigkeit der Bestimmung dieser, früher vielfach mit *Bel. dilatatus* verwechselten Art verbürgt.

Bel. Emerici ist als eine Form des Valanginien bekannt[2]; sie nimmt hier zum Theile die Stellung einer Leitform ein. In den Oberen Teschener Schiefern gehört diese Art zu den seltenen Erscheinungen, da nur vier Exemplare aus der Belemnitenbreccie von Tierlitzko und Ziwotitz bekannt sind. Hoh. und Fall. S.

Belemnites (Pseudobelus) bipartitus Bl.

Pseudobelus bipartitus Blainville 1877, Mém. sur les Bélemnites, pl. 5, fig. 19, p. 113.
Belemnites bipartitus P. de Loriol, Néocomien du Mont Salève 1861, p. 20, pl. I, fig. 4 etc.

Liegt in mehr als 60 durchaus typischen Exemplaren vor, deren Rostrum durchschnittlich die größte Breite von 6—8 *mm* aufweist. Mehrere besonders kräftige Exemplare zeigen die Breite von 11 *mm*. *Bel. bipartitus* kommt sowohl in der belemnitenreichen Breccie wie auch im Schiefer vor; die aus dem Schiefer stammenden Rostren sind bedeutend größer als die aus Breccie oder dem Grodischter Sandsteine. Obwohl bei vielen Exemplaren die Alveole erhalten blieb, konnte die Lage des Sipho doch bei keinem Exemplare nachgewiesen werden.

Örtlichkeiten: Kotzobendzer Breccie (Flötz 16), Ober-Trzanowitz (Flötz 3), Tierlitzko (aus Strzolka), Nieder-Lischna, Lipnik, Kozlowitz, Zeislowitz, Pitrau, Ziwotitz (Hoh. und Fall. S.).

Bel. bipartitus gehört, wie bekannt, zu den häufigsten Belemniten des alpinen Valanginien, tritt aber auch im Hauterivien auf.

[1] Céphal. néocom. de Lamoricière, Alger 1889, Mater. p. l. Carte géol. de l'Algérie, 1. sér., p. 27, pl. I fig. 1, 2.

[2] Montagne de Lure, p. 201. Environs de Sisteron, p. 715.

Nautilus sp. ind., aff. **plicatus** Fitt.

Schlecht erhaltenes Fragment aus Nieder-Lischna (Sammlung der Geol. Reichsanstalt), das nach der Beschaffenheit der Scheidewände und Spuren der bezeichnenden Sculptur in die Gruppe des *N. plicatus* Fitton (= *N. Requienianus* d' Orb.) gehören dürfte, das aber eine sichere Bestimmung nicht zulässt.

Nautilus (Hercoglossa) sp. n. ind.

Ein leider etwas zusammengedrücktes Exemplar, das mit vollständiger Wohnkammer den Durchmesser von ungefähr 137 *mm* erreicht und einen Mundrand aufweist, der von der Naht angefangen zuerst einen nach vorn convexen Bogen bildet, auf der Mitte der Flanken zurücktritt, und am äußeren Theile abermals convex vorgezogen ist, um endlich auf der Externseite in einen nach rückwärts greifenden Ausschnitt überzugehen. Der Nabel erscheint fast geschlossen, die Flanken ziemlich flach. Die Abgrenzung der Flanken gegen den Externtheil erfolgt unter Bildung einer deutlichen, wenn auch nicht scharfen Kante, die vor dem Mundrande schwächer zu werden scheint. Unmittelbar vor dem Mundrande befinden sich auf dem äußeren Schalentheile vier bis fünf flache, breite Falten, die dem Mundrande parallel laufen. Die Wohnkammer zeigt am inneren Theile der Flanken am Steinkerne zwei bogige Eindrücke, die möglicherweise dem Haftmuskeleindrucke entsprechen.

Obwohl die Scheidewandlinie nicht bekannt ist, kann man doch wohl nicht zweifeln, dass diese Art zu der durch faltige Scheidewände ausgezeichneten Untergattung *Hercoglossa* Conrad [1] gehört. Hier bilden *N. Saxbyi* Morris [2], *Naut. Lallierianus* d' Orb. [3] und *N. Zitteli* Retowski [4] nahestehende Arten. Die beiden erstgenannten Arten sind um den Nabel viel stärker gewölbt und dadurch leicht von unserer Art zu unterscheiden. *N. Zitteli*, eine Art aus Theodosia in der Krim, für die Retowski den Gattungsnamen *Tithonoceras* aufgestellt hat, unterscheidet sich von unserer Art durch etwas offeneren Nabel, stärkere Einsenkung der Schale an den Externkanten, geringere Dicke und vielleicht auch durch die kurzen, vor der Mündung stehenden Falten. *N. Malbosi* Pictet (Mélang. paléont., pl. IX, fig. 2, 3, p. 60, Pomel, Paléontol. Granaise, pl. XIII, fig. 1—3, p. 31) aus den Berrias-Schichten weicht durch stärker gewölbte Flanken und langsameres Anwachsen ab.

Unsere Art scheint neu zu sein, da aber der Verlauf der Scheidewände und die Dicke des Gehäuses nicht bekannt sind und auch der Erhaltungszustand der Flanken zu wünschen übrig lässt, schien es gerathen, die Aufstellung einer neuen Art zu unterlassen.

Das Exemplar ist in Trzanowitz gefunden und erliegt in der Sammlung der Geologischen Reichsanstalt.

Phylloceras sp. ind.

Der Vollständigkeit halber muss eines Bruchstückes von Tierlitzko (Fall. S.) gedacht werden, das zur Formenreihe des *Phylloc. Capitanei* gehört und hier dem *Phylloc. Kochi* Opp. aus dem Tithon nahesteht. Sowohl die Lobenlinie wie der Verlauf der Furchen entsprechen sehr gut der genannten Tithonart. Die Unvollständigkeit des betreffenden Restes ist umsomehr zu bedauern, als eine an *Phylloc. Kochi* anknüpfende Form aus jüngeren als Berrias-Schichten noch nicht bekannt zu sein scheint.

Phylloceras Rouyanum Orb.

Ammonites Rouyanus d' Orbigny, Pal. franç. terr. crét. pl. 110, fig. 3—5, p. 360.

In der das Flötz 16 begleitenden Conglomeratschicht des Oberen Teschener Schiefers von Kotzobends fand sich ein kleines Exemplar dieser Art, das einzige, das mir aus dieser Stufe bekannt wurde.

[1] Vergl. Catalogue of the fossil Cephalopoda in the British Museum II. Nautiloidea, by A. Foord, London 1891, p. 180.

[2] Catalogue fossil Cephalopoda etc. l. c., p. 310.

[3] Pictet et Campiche, Ste Croix, pl. XIX, fig. 6, p. 141, 148.

[4] Tithonische Ablagerungen von Theodosia, Bull. Soc. Imp. des Naturalistes de Moscou 1893, S. 223, Taf. XIII, Fig. 2.

Wahrscheinlich ist es dasselbe Exemplar, das in C. Fallaux's[1] Notiz über *Phylloc. Rouyanum* in den Oberen Teschener Schiefern erwähnt ist.

Phylloceras Calypso d' Orbigny sp.

Amm. Calypso d' Orbigny, Paléont. franç. terr. crét. I, p. 166, pl. 52, fig. 6.

Phylloc. Calypso Neumayr, Jurastudien, Jahrb. geol. Reichsanstalt 1871, XXXI, S. 342

Von dieser Art liegen nur zwei, ziemlich ausgewachsene aber fragmentäre Stücke vor, deren, an der Außenseite nur sehr wenig nach rückwärts geneigte Furchen genau denselben Verlauf zeigen, wie bei *Phylloc. berriasense* Pict. Konnte schon Neumayr in dieser Art die erwachsene Form des, ursprünglich von d' Orbigny auf kleine Kieskerne begründeten *Amm. Calypso* erkennen, so geht W. Kilian[2] noch weiter, indem er auch *Phylloc. silesiacum* Opp. mit *Phylloc. Calypso* identificiert.

Die untersuchten Exemplare stammen von Zeislowitz (Flötz 10), Fall. S.

Phylloceras semisulcatum d' Orb. sp.

Taf. I, Fig. 3.

Amm. semisulcatus d' Orbigny, Paleontol. franç., terr. crét., I, p. 172, pl. 53, fig. 46.

Amm. semisulcatus Pictet, Mélang. pal., p. 67, Taf. XI, Fig. 3, 4, p. 222.

In seiner berühmten Arbeit über die Cephalopoden der Stramberger Schichten hat K. von Zittel[3] bereits hervorgehoben, dass die Hohenegger'schen Exemplare des *Amm. semisulcatus* mit den Formen von Berrias auf das vollkommenste übereinstimmen. Da diese Formen von Pictet, wie auch schon früher von d' Orbigny, eingehend beschrieben sind, können wir uns hier auf einige Bemerkungen über die bei mehreren schlesischen Exemplaren erhaltene Wohnkammer dieser Art beschränken.

Die Größe der Exemplare sammt Wohnkammer schwankt zwischen 43 und 85 *mm*. Die Zahl der Furchen der Nabelrosette beträgt 6—8; die drei vordersten Furchen am vorderen Theile der Wohnkammer folgen dichter aufeinander als die hinteren. Bei einzelnen Exemplaren treten sowohl die Nabelfurchen wie die Querwülste der Externseite sehr stark hervor, während sie bei anderen, wie zum Beispiel dem abgebildeten Exemplare, etwas schwächer entwickelt sind. Die Verbindung zwischen der Nabelfurche und den Querwülsten ist bei allen Exemplaren nur äußerst schwach angedeutet. Ungefähr auf der Mitte der Wohnkammerflanken, doch mehr der Außenseite genähert, verläuft ein schmaler, schnurförmiger Spiralwulst, der auf dem gekammerten Theile des Gehäuses allmählich verschwindet. Bei dem abgebildeten Exemplare ist der innere, den Nabelfurchen parallellaufende Theil des Mundsaumes erhalten; der äußere, für die Charakterisierung der Art viel wichtigere Theil des Mundsaumes ist leider verdrückt.

Die Unterschiede des *Phylloc. semisulcatum* gegen das äußerst nahe verwandte *Phylloc. ptychoicum* der Acanthicus- und Tithonstufe wurden von Pictet, Zittel und Neumayr[4] erschöpfend dargestellt und als zwar geringfügig, doch im wesentlichen constant bezeichnet. Später trat dagegen W. Kilian[5] auf Grund umfassender Untersuchung zahlreicher Stücke für die völlige Zusammenziehung dieser beiden Arten ein. Zu dieser Frage bringen die schlesischen Exemplare wenig Material bei, es ist aber nicht zu verkennen, dass sämmtliche Exemplare in dem Sinne, wie es von der unterneocomen Mutation behauptet wird, mit tief ausgeprägten, stark nach vorn geneigten und mit den Externwülsten kaum verbundenen Nabelfurchen versehen sind.

Phylloc. semisulcatum ist im Mediterrangebiete, wie bekannt, sehr verbreitet. In jüngeren Schichten als Valanginien scheint diese Form noch nicht gefunden zu sein. Auch in Schlesien kommt *Phylloc. semi-*

[1] Verhandl. geol. Reichsanst. 1869, S. 310.

[2] Mission d' Andalousie. Mémoir. prés. à l' Acad. des Sciences de l' Institut de France, t. XXX, Paris 1889, p. 639, 694.

[3] Ceph. d. Stramb. Sch., Paläontolog. Mittheil., Bd. II, S. 61, und Fauna d. älteren Tithonbildg., S. 37, 38.

[4] Jurastudien, Jahrb. geol. Reichsanst. 1881, XXI. Bd., S. 327.

[5] Mission d' Andalousie, p. 640, Environs de Sisteron, p. 681 etc.

sulcatum nur im Valanginien, den Oberen Teschener Schiefern, vor. In den Wernsdorfer Schichten fehlt diese Art vollständig und auch im Grodischter Sandsteine ist sie bisher nicht nachgewiesen. Von Nieder-Lischna konnten 9, von Zeislowitz 12 Exemplare untersucht werden. Von diesen stammen 2 Exemplare von Flötz 10, 1 Exemplar von Flötz 22. Hoh. und Fall. S., Sammlung der Deutschen technischen Hochschule in Prag.

Lytoceras Triboleti Hohenegger msc. sp.

Taf. I, Fig. 1 *a*, *b*, 2, 7.

Der schlechte Erhaltungszustand der Versteinerungen der schlesischen Unterkreide macht sich leider auch bei dieser Art unangenehm fühlbar. Von den drei Exemplaren, die ich hierherstelle, lassen zwei auf verhältnismäßig flaches Gehäuse schließen, das dritte dagegen zeigt anscheinend einen breit gerundeten Externtheil an. Wahrscheinlich ist dieses Exemplar breit-, jenes flachgedrückt, und in Wirklichkeit dürfte diese Art zwar etwas stärker gerundete Flanken, als Fig. 1 und 2 andeuten, besessen, aber doch zu den verhältnismäßig flachschaligen Vertretern der Gattung gehört haben. Diese Verdrückung der Exemplare verwischt nicht nur die äußere Form, sondern verhindert auch eine genaue Ermittlung der Maße. Jedenfalls ist aber diese Art ziemlich enggegabelt und von kleinem oder mittlerem Wuchse; beide Exemplare sind mit einem Theile der Wohnkammer versehen und dürften den Durchmesser von ungefähr 80 *mm* kaum überschritten haben.

Die inneren Windungen scheinen ähnlich wie bei *Lytoceras subfimbriatum* Orb. nur schwach berippt zu sein. Der letzte Umgang, der zur Hälfte der Wohnkammer angehört, ist mit dichtstehenden, fadenförmigen, radialen Rippen versehen, die am unteren Schalentheile geradlinig, am oberen wellig gekräuselt und auf den Flanken gespalten sind. Beide Spaltrippen laufen dicht nebeneinander; die vordere ist immer etwas stärker und deutlicher gekräuselt als die hintere. Die Kräuselung kommt namentlich am Hinterrande der Rippen zum Vorschein, wie das namentlich an dem unter Fig. 7 abgebildeten Bruchstücke des Externtheiles deutlich sichtbar ist. Die Berippung ist auch auf dem Steinkerne, allerdings nur schattenhaft, erkennbar, die Kräuselung der Rippen aber verschwindet hier gänzlich. Außerdem sind tiefe radiale Einschnürungen vorhanden, die sowohl auf der Schale, wie am Steinkerne hervortreten.

Die Lobenlinie ist nur in den wesentlichsten Zügen erhalten, die feineren Details sind verloren gegangen. Die für *Lytoceras* typische paarige Theilung ist sowohl am ersten, wie am zweiten Seitenlobus deutlich ausgebildet; der zweite Seitenlobus ist verhältnismäßig hoch gestellt und die Tangente der Sattelblätter entspricht fast genau dem Radius. Der Externlobus ist nur wenig kürzer als der erste Seitenlobus.

Schon Hohenegger erkannte, wie eine Etikette von seiner Hand beweist, in der Dichotomie der Rippen ein bezeichnendes Merkmal dieser Art, die er für neu ansprach und mit dem Namen *Amm. Triboleti* belegte. Obzwar Vieles unsicher bleibt, schien es doch angezeigt, die betreffenden Exemplare nicht unbeachtet zu lassen, sondern den Hohenegger'schen Namen festzuhalten, weil man bei der so bezeichnenden Sculptur dieser Art hoffen kann, dass die Wiedererkennung derselben möglich sein werde.

Wahrscheinlich gehört eine Art aus dem Unterneocom des Ischler Salzberges, die ich im Jahre 1887 (Jahrbuch Geol. Reichsanst., 37. Bd., S. 103) beschrieben, aber wegen schlechter Erhaltung der Exemplare nicht abgebildet habe, hierher. Außer dieser ist aber in der Unterkreide meines Wissens keine Art mit regelmäßiger Rippenspaltung bekannt, wohl aber kommen im Lias und Jura Formen mit Spaltrippen vor, die F. Pompeckj als Formenreihe des *Lytoceras Villae* Menegh. zusammengefasst hat [1]. Unsere Art dürfte eine Fortsetzung dieser Formenreihe bilden; sie unterscheidet sich von *Lytoc. Villae* namentlich durch das Vorhandensein der bei *L. Villae* fehlenden Einschnürungen. Auch bei *Lytoc. salebrosum* fehlen Einschnürungen, überdies kommt bei dieser Art häufig Dreispaltung der Rippen vor, die bei *Lytoc. Triboleti* nur ausnahmsweise am vorderen Theile der Wohnkammer eintritt. Die Rippen der untercretacischen Art sind überdies etwas dichter gestellt und feiner.

[1] Beiträge zu einer Revision der Ammoniten des schwäbischen Jura. Jahreshefte d. Ver. f. vaterl. Naturkunde, Stuttgart 1896, Bd. 52, S. 281.

Die abgebildeten Exemplare (Hoh. Samml.) stammen aus dem Oberen Teschener Schiefer von Trzanowitz, Nieder-Lischna und Pitrau.

Lytoceras subfimbriatum d' Orb. sp.

Vergl *Amm. subfimbriatus* Pictet et Loriol, Néocomien des Voirons, p. 13, pl. II, fig. 1—4.

Begnügt man sich mit einer Annäherungsbestimmung, so kann man mehrere kleine Exemplare von Zeislowitz hierher stellen. Nur ein größeres Windungsbruchstück von Zeislowitz, Flötz 10, gibt uns die Versicherung, dass diese weit verbreitete Neocom-Art auch in Schlesien vertreten ist, denn es stimmt nach Größe, Windungshöhe und Sculptur mit *Lytoc. subfimbriatum* gut überein. Fall. S. In der Sammlung der Deutschen Technischen Hochschule in Prag erliegt ein Exemplar von der Localität Niedeck, das gerade bis zu dem Theile des Gehäuses erhalten ist, wo die dichtere Anordnung der feinen Wellenlinien beginnt. Auch dieses Exemplar gehört wohl zu *L. subfimbriatum.*

Lytoceras quadrisulcatum Orb.

Ammonites quadrisulcatus d' Orbigny, Pal. franç. terr. crét., I, pl. 49, fig. 1—3, p. 151.

Äußere Form, Sculptur und Lobenbau weisen mehrere jugendliche Exemplare mit großer Wahrscheinlichkeit dieser weit verbreiteten Art zu. Die betreffenden Exemplare sind gefunden in Zeislowitz (Flötz 22, 2 Exemplare), Kotzobends (Conglomerat des Flötzes 16, 2 Exemplare), Tierlitzko (aus Conglomerat 2 Exemplare, aus Strzolka 1 Exemplar). Außerdem dürften noch einzelne Nuclei und ganz schlecht erhaltene Exemplare von anderen Örtlichkeiten hierhergehören. (Hoh. und Fall. S).

Lytoceras Phestus Math. sp.

Vergl. *Lytoc. Phestus* Uhlig, Cephalopod. d. Wernsdorfer Schichten, S. 187, Taf. V, Fig. 1—4, 20.

Von dieser, bisher vorwiegend aus dem Barrémien bekannten Art liegen zwei Exemplare vor, die in Bezug auf äußere Form und Sculptur mit dem Typus vollkommen übereinstimmen. Die Lobenlinie unterscheidet sich vielleicht durch etwas weniger deutlich paarige Symmetrie des 2. Seitenlobus, indem der äußere Endast eine mehr mediane Stellung einnimmt, ähnlich wie bei *Lytoc. subfimbriatum* (vergl. Ceph. d. Wernsdorfer Sch., Taf. V, Fig. 12, S. 189 und Taf. V, Fig. 11). Diese Abweichung ist wohl zu unbedeutend, um die Zustellung zu *Lyt. Phestus* zu verhindern.

Eines der beiden Exemplare trägt zwei verschiedene, von Fallaux herrührende Bezeichnungen, so dass seine Herkunft aus den Oberen Teschener Schiefern vielleicht nicht ganz verbürgt sein könnte. Das andere, trefflich erhaltene und mit einem Theile der Wohnkammer versehene Exemplar stammt sicher aus den Oberen Teschener Schiefern von Zeislowitz. Fall. S.

Oxynoticeras Hyatt.

Die Formen, die diese Gattung in den Oberen Teschener Schiefern vertreten, gehören in die Gruppe des *Oxynotic. Gevrilianum* d' Orb. sp., zu der nebst dieser Art hauptsächlich *Ox. Marcousanum* d' Orb., *Ox. Balduri* Keys., *Ox. heteropleurum* Neum. und Uhl., *Ox. undulatoplicatile* Stchir., *Ox. tuberculiferum* Stchir. gehören und für die Hyatt die neue Gattung *Paralenticeras* aufgestellt hat.

Wegen des häufigen, von anderen nordischen Formen begleiteten Vorkommens des *Ox. heteropleurum* in Norddeutschland, bei dem Auftreten dieser Gruppe in Russland und dem Fehlen derselben im eigentlichen tiefalpinen Gebiete, betrachtete Neumayr[1] diese Gruppe als specifisch boreal; in der That spricht namentlich der Umstand, dass Vorläufer dieser Gruppe in Russland schon in der Wolga-Stufe auftreten, wie *Ox. subclypeiforme* und *catenulatum* Milasch., *Ox. tolijense* Nik., *interjectum* N., *fulgens, subfulgens* Trautsch. (*Neumayria* Nikitin), gewiss zu Gunsten dieser Anschauung[2]. In neuerer Zeit ist

[1] Verhandl. geol. Reichsanst. 1873, S. 288. Zeitschrift d. deutsch. Geol. Gesell. 1875, S. 877. Palaeontographica, XXVII, S. 74.

[2] S. Nikitin, Note sur quelq. Ammonites du Crét. inf. Bull. Soc. Belge de Géol. Bruxelles 1889, p. 54. Allg. Geol. Karte von Russland, Bl. 56, Petersburg 1884, S. 148.

aber *Oxynotic. heteropleurum* von Kilian auch im alpinen Gebiete nachgewiesen worden, allerdings nicht im tiefalpinen Gebiete [1]. In Schlesien vollends treten Oxynoticeren dieser Gruppe in Begleitung einer echt alpinen Fauna mit nicht weniger als fünf Arten auf, und zwar *Ox.* cf. *heteropleurum*, *Ox. pseudograsianum*, *Ox.* n. sp. ind. (Taf. II, Fig. 5), *Ox.* n. sp. ind. (Taf. II, Fig. 6), *Ox.* n. sp. ind. (Taf. II, Fig. 7), die mit Ausnahme des *Oxynotic.* cf. *heteropleurum* durchaus neu sind. Diese Gattung entwickelt hier einen Formenreichthum wie in keiner anderen, bisher bekannten Ablagerung. Ist die Annahme Neumayrs über die Herkunft der Oxynoticeren der *Gevrilianus*-Gruppe richtig, und daran zu rütteln liegt zur Zeit kein Grund vor, so muss angenommen werden, dass sich die aus dem Nordosten zugewanderte Gruppe in Schlesien, am äußersten Nordrande der alpin-karpathischen Provinz, sehr rasch heimisch gemacht und hier eine überraschende Formenmenge entwickelt hat.

Leider sind die Reste dieses Formenkreises so außerordentlich mangelhaft erhalten, dass nur zwei Arten mit specifischen Bezeichnungen belegt werden konnten. Bei dem hohen Interesse dieser merkwürdigen Formen schien es aber angezeigt, auch die schlecht erhaltenen Stücke thunlichst zu berücksichtigen.

In paläontologischer Hinsicht ist namentlich *Ox.* cf. *heteropleurum* wegen der seitlichen Lage des Sipho und Siphonallobus, *Ox. pseudograsianum* wegen der abgestumpften Externseite, *Ox.* n. sp. ind. wegen der, an gewisse »Kreideceratiten« erinnernden leichten Falten, *Ox.* n. sp. ind. wegen der an *Ox. Balduri* Keys. genäherten Lobenbeschaffenheit von besonderem Interesse. Die abgestumpfte Externseite des *Ox. pseudograsianum* beweist die Richtigkeit der Neumayr'schen Ansicht, dass die Externseite der Amaltheen im weiteren Sinne nicht immer schneidend sein müsse und diese Form der Externseite kein unbedingtes Erfordernis der Zugehörigkeit zu den Amaltheen bilde [2]. Daher erscheint es auch nicht unmöglich, in *Mojsisovicsia* Steinmann eine mit *Oxynoticeras* verwandte Form zu vermuthen, wie in der Beschreibung des *Ox. pseudograsianum* näher begründet werden wird.

Die Gruppe des *Ox. Gevrili* d'Orb. sp. scheint bisher streng auf tiefes Neocom, besonders das Valanginien beschränkt zu sein.

Oxynoticeras cf. **heteropleurum** Neum. und Uhl.

Taf. II, Fig. 2 *a, b.*

1851 *Ammon. Gevrilianus* Dunker, Palaeontographica, Bd. I, S. 324, Taf. 41, Fig. 21—24.

1881 *Oxynoticeras heteropleurum* Neumayr und Uhlig, Hilsammonitiden, S. 7, Taf. XV, Fig. 1, 2.

1890 *Amm. (Amaltheus) heteropleurus* C. Struckmann, Grenzschichten zwischen Hilsthon und Wealden, Jahrb. preuß. geol. Landesanstalt für 1889, Berlin, S. 71, Taf. XI, Fig. 3, 4.

Das Exemplar, das Hohenegger als *Amm. Gevrilianus* bezeichnete, gehört unzweifelhaft zu den Oxynoticeren der *Gevrilianus*-Gruppe. Die Loben haben ein so unverkennbares Gepräge, dass darüber kein Zweifel bestehen kann. Innerhalb dieser Gruppe steht es aber dem *O. heteropleurum* entschieden viel näher als dem *O. Gevrilianum*, denn es zeigt ein flaches Gehäuse ohne Nabelkante, im übrigen aber reicht es zu sicherer specifischer Bestimmung wegen unvollkommener Erhaltung nicht hin.

Nebst diesem Hohenegger'schen Exemplare liegen mir noch drei von Fallaux gesammelte Exemplare vor, die aber eine genaue Fixierung der Art leider auch nicht gestatten. Bei dem abgebildeten Exemplare scheint der Nabel etwas weiter zu sein als bei *O. heteropleurum*; wahrscheinlich ist aber diese Erweiterung des Nabels durch die Anlage der definitiven Wohnkammer bedingt. Ferner scheint das Gehäuse etwas flacher und außen weniger zugeschärft zu sein als bei dem norddeutschen Typus. Hier muss aber mit der Möglichkeit einer leichten Verdrückung gerechnet werden, so dass es auch von dieser Eigenthümlichkeit nicht feststeht, ob sie als specifisches Merkmal betrachtet werden könne. Bei einem

---

[1] Sur quelq. Céphalop. nouveaux ou peu connues, II. Grenoble 1892, p. 16. Sisteron, p. 716.

[2] Vergl. Neumayr, Über *Amaltheus Balduri* und über die Gattung *Cardioceras*. Neues Jahrb. für Mineral., Geologie etc. 1886, I. Bd., S. 95.

Exemplare ist die feine Streifung der Oberfläche erhalten und diese zeigt genau denselben Verlauf, wie auf der von C. Struckmann gegebenen Abbildung.

Die Loben sind bei sämmtlichen Stücken sichtbar, allerdings theilweise nur in kleinen Partien, theilweise in sehr stark abgewetztem Zustande. Auch hier scheint wie bei *O. pseudograsianum* die individuelle Variabilität eine Rolle zu spielen. Bei der Unvollkommenheit der Erhaltung lässt sich aber hierüber nichts sicheres ermitteln, und wir werden uns daher hauptsächlich an die Lobenlinie des abgebildeten Exemplares halten, die zwar auch etwas abgewetzt ist und daher das feinere Detail vermissen lässt, aber doch von einer Seite ziemlich vollständig vorliegt. Diese Linie entspricht in den Hauptzügen derjenigen der sipholosen Seite des *O. heteropleurum*. Wenn man von der, wohl hauptsächlich durch den Erhaltungszustand bedingten geringeren Zackung absieht, so findet man bei dem schlesischen Vorkommen dieselbe Entwicklung der Loben wie bei der Hilsform und man kann vor allem auch hier eine Verschiebung des Siphonallobus (und des Sipho) auf die linke Seite feststellen. Die Lobenlinie der Hilsform erhält dadurch ein besonderes Aussehen, dass einzelne Secundärloben schwach gekrümmt und auf der convexen Seite mit zahlreicheren Seitenzacken versehen sind als auf der concaven. Diese Eigenthümlichkeit scheint bei unserer Art weniger deutlich ausgesprochen zu sein.

Das größte, mit Wohnkammer versehene Exemplar hat ungefähr 125 *mm* Durchmesser, daneben liegt ein viel kleineres, circa 75 *mm* messendes Exemplar vor, bei dem ein Viertel des letzten Umganges ebenfalls schon der Wohnkammer angehört. Ähnliche Größenschwankungen sind auch bei der Hilsform bekannt. Die Wohnkammer des abgebildeten Exemplares ist vorne durch eine so scharfe Linie begrenzt dass man sie für den Mundsaum halten möchte. Die Wohnkammer unserer Art wäre in diesem Falle sehr kurz. Vielleicht täuscht aber doch eine Zufälligkeit des Erhaltungszustandes.

Die Form der Oberen Teschener Schiefer stimmt, wie wir gesehen haben, in mancher Hinsicht mit *Oxynotic. heteropleurum* sehr gut überein, sie steht dieser Art jedenfalls sehr nahe und bildet vielleicht nur eine Localvarietät der norddeutschen Art. Ein abschließendes Urtheil ist aber bei der Mangelhaftigkeit des Materiales zur Zeit nicht möglich.

O. heteropleurum nimmt in der norddeutschen marinen Unterkreide die tiefste Stellung unmittelbar über dem Wealden ein [1]. In den Bohrlöchern von Borgloh-Osede ist diese Art von Gagel [2] in Schichten nachgewiesen, die nebst marinen auch Wealdenversteinerungen enthalten und mit dem obersten Wealden wechsellagern. Im Schweizer Juragebirge erscheint *O. heteropleurum* im Valanginien, und in derselben Stufe tritt diese Art nach W. Kilian auch im alpinen Bereiche von Südfrankreich auf.

Die schlesischen Exemplare stammen von Nieder-Lischna (Hoh. S.) und von Zeislowitz, Flötz 10 (3 Exemplare, Fall. S.).

Oxynoticeras pseudograsianum n. sp.

Taf. II, Fig. 1 *a*—*c*, 3 *a*, *b*, 4

Die Exemplare, die dieser Art zur Grundlage dienen, waren ursprünglich als *Amm. Grasianus* bestimmt, und in der That erinnert der erste Eindruck lebhaft an diese bekannte Art. Glücklicherweise gelang es, die Loben bloßzulegen, und da kam die überraschende Thatsache zum Vorschein, dass diese Form mit unverkennbaren *Oxynoticeras*-Loben versehen ist und in die Verwandtschaft des *Oxynoticeras heteropleurum* und *Gevrilianum* gehört.

Das Gehäuse dieser bemerkenswerten Art ist flach scheibenförmig, mit ziemlich engem Nabel, flachen Flanken, schwach gewölbter Externseite und schräg einfallender, breiter Nabelwand. Da ferner die Schale nur mit feinen Streifen versehen ist, so resultiert eine dem *H. Grasi* äußerlich sehr ähnliche Form. Bei *H. Grasi* ist allerdings die Nabelkante viel kräftiger ausgesprochen als bei unserer Art, bei der die Nabelkante nur angedeutet ist oder bei der nur eine schräg einfallende Nabelwand vorliegt, die von den Flanken zwar ziemlich abgesetzt ist, aber doch mit Rundung in die Flanken übergeht.

---

[1] C. Struckmann, a. a. O.

[2] C. Gagel, Beiträge zur Kenntnis des Wealden etc., Jahrb. d. preuß. geol. Landesanstalt für 1893, S. 162–173.

Ferner ist bei *H. Grasi* auch die Grenze zwischen den Flanken und der Externseite etwas schärfer ausgesprochen als hier, und endlich dürfte unsere Form wohl auch etwas flacher sein als *H. Grasi.* Die Externseite des *Oxynotic. pseudograsianum* erscheint im allgemeinen abgestumpft und wenig gewölbt, es muss aber erwähnt werden, dass sie bei den vorhandenen Stücken theils nicht bis zur Medianlinie, theils nicht tadellos erhalten ist, und es daher nicht als ausgeschlossen gelten kann, dass nicht längs der Medianlinie vielleicht eine kielartige Erhebung ähnlich wie bei *O. Balduri* vorhanden war. Bei einem Exemplare ist die dichte, feine Schalenstreifung am unteren Schalentheile vorzüglich erhalten: die Streifen sind radial gestellt und entsprechen recht gut denjenigen des *O. heteropleurum* in der Darstellung C. Struckmanns.

Der Durchmesser des größten Exemplares beträgt 85 *mm*, die Nabelweite 20·5 *mm*, die Windungshöhe am Vorderende 36 *mm*. Da das Exemplar bei diesem Durchmesser noch bis an das Ende gekammert ist, so ergibt sich, dass *Ox. pseudograsianum* zu recht bedeutender Größe anwachsen konnte.

Obwohl bei sämmtlichen Exemplaren Theile der Lobenlinie erhalten sind, ist doch der Externlobus nur bei einem Exemplare und hier nicht ganz deutlich zu erkennen. Man kann es auf Grund dessen als wahrscheinlich bezeichnen, dass der Externlobus sammt dem Sipho median gelegen und nicht wie bei *Oxynotic. heteropleurum* auf eine Seite verschoben war. Ursprünglich veranlassten mich gewisse Differenzen im Baue der Seitenloben zu der entgegengesetzten Annahme. Die Seitenloben einzelner Exemplare schienen dem Lobenbaue der sipholosen Seite des *Ox. heteropleurum* zu entsprechen, die anderer Exemplare dem Lobenbaue der siphotragenden Seite. Nachdem aber die schon erwähnte Spur des Externlobus entdeckt war, musste diese Verschiedenheit einer gewissen Variabilität des Lobenbaues zugeschrieben werden. Bei zwei Exemplaren zeigt der breite und niedrige erste Seitenlobus einen kurzen Endast und zwei fast gleich starke kurze Seitenäste und nimmt so eine subsymmetrische Form an, ähnlich wie auf der sipholosen Seite des *Oxynotic. heteropleurum*, bei drei anderen rückt der Endast des ersten Lateral mehr nach innen, so dass der Lobus in eine rechte und linke Hälfte zerfällt. Ein Blick auf die Abbildungen der Lobenlinien wird eine bessere Vorstellung dieser Abweichungen vermitteln als die Beschreibung. Wenn bei einzelnen Linien die Zacken schwächer ausgebildet sind als bei andern, so hängt das wohl auch vom Erhaltungszustande ab.

Wohnkammer und inneres Gewinde unbekannt. Ein Exemplar zeigt einige leichte Radialfalten auf den Flanken. Da dasselbe zugleich schärfere Nabelkante erkennen lässt, könnte es wohl eine besondere Varietät oder selbst eine eigene Art bilden. Dies zu entscheiden, verhindert die Mangelhaftigkeit des Materiales. Bei dem unter Fig. 3 *a* abgebildeten Exemplare scheint die Nabelwand sehr steil einzufallen. Es muss bemerkt werden, dass auch diese Erscheinung zum Theile vom Erhaltungszustande abhängt; indem hier die ziemlich dicke Schale der Nabelwand abgesprengt und selbst Theile des Gesteinskernes ausgebrochen sind, erscheint der Abfall zur Naht etwas steiler als es der Wirklichkeit entspricht.

Die äußere Ähnlichkeit dieser Art mit *Haploc. Grasi* wurde schon in der Beschreibung hervorgehoben. Mag die Unterscheidung des mit unserer Art nicht näher verwandten, sondern nur äußerlich ähnlichen *H. Grasi* bei schlechtem Erhaltungszustande und namentlich bei fehlender Lobenlinie einige Schwierigkeiten bereiten, so ist dagegen die Trennung von den wirklich und nahe verwandten Formen sehr leicht. Denn diese sind durchwegs mit scharfem Externkiele und gewölbten oder außen zugeschärften Flanken versehen, und so genügen lediglich die flache, gewölbte Externseite und die abgeplatteten Flanken, um *Oxynotic. pseudograsianum* von allen verwandten Arten zu unterscheiden. Außerdem ist unsere Art von *Oxynotic. heteropleurum* durch weiteren Nabel und breitere, schräge, schärfer abgesetzte Nabelwand, von *O. Marcoui* durch den Mangel der Knoten und niedrigere Loben, von *O. Gevrili* durch geringere Dicke und flache Flanken unterschieden.

Nur eine von den bisher bekannten Arten, *Ox. Balduri* Keyserl., zeigt nicht durchgehends gekielte, sondern in den verschiedenen Wachsthumsstadien der Reihe nach gefurchte, scharf gekielte und endlich eckige Externseite. Mit Rücksicht hierauf wurde von Neumayr und mir gelegentlich der Beschreibung des *Ox. heteropleurum* hervorgehoben, »dass die Zuschärfung oder Kielung des Siphonaltheiles durchaus kein charakteristisches Merkmal der Amaltheen darstellt; bei dem gewöhnlichen Erhaltungszustande der

Formen sind es die Loben, welche am besten in dieser Beziehung leiten«[1]. Die Auffindung einer Form mit flach gewölbtem Externtheile bestätigt diese Betrachtungsweise auf das beste. Bei der Wichtigkeit und dem Interesse dieser Form erschien es nicht nur statthaft, sondern wünschenswert, sie durch eine Speciesbezeichnung zu fixieren, obwohl leider der Erhaltungszustand der Exemplare ziemlich mangelhaft und namentlich die inneren Windungen und die Wohnkammer gar nicht, die Dicke des Gehäuses und die Externseite nicht genau bekannt sind.

Hinsichtlich der äußeren Form erinnert die beschriebene Art nicht wenig an eine gänzlich isolierte Form aus der peruanischen Kreide, die von G. Steinmann[2] als *Mojsisovicsia Dürfeldi* beschrieben und dem Albien zugerechnet wurde. Der Vergleich mit dieser Art liegt umso näher, als auch die stark reducierte, mit breiten, niedrigen Sätteln und kurzen, schwach gezackten Loben versehene Scheidewandlinie eine sehr beträchtliche Ähnlichkeit aufweist. Allerdings ist bei der peruanischen Art nur ein Hilfslobus vorhanden, während hier mehrere entwickelt sind. Es ist zur Zeit wegen der Dürftigkeit des Materiales wohl kaum möglich, ein definitives Urtheil darüber abzugeben, ob die peruanische *Mojsisovicsia* mit der *Gevrili*-Gruppe der Gattung *Oxynoticeras* generisch verwandt oder identisch ist, die Möglichkeit ist aber jedenfalls im Auge zu behalten.

Von *Oxynotic. pseudograsianum* liegen fünf Exemplare vor, die von den Örtlichkeiten Tierlitzko, Flötz 5, und Nieder-Lischna herstammen. Fall. S. und Samml. d. Geol. Reichsanstalt.

Oxynoticeras n. sp. ind.

Taf. II, Fig. 5 *a, b*.

Das Gehäuse dieser Art ist am inneren Theile der Flanken stark aufgetrieben, am äußeren zugeschärft. Hiedurch, wie durch den sehr engen Nabel und die hohe, steile aber abgerundete Nabelwand, erhält diese Art eine sehr charakteristische äußere Form, die von derjenigen aller bisher bekannten Arten abweicht. Am gekammerten Theile des Gehäuses sind feine dichte Anwachslinien von demselben Verlaufe wie bei *Oxynotic. heteropleurum* und anderen Arten zu erkennen; außerdem aber sind hier flache, schwache Falten vorhanden, die von der Nahtfläche bis ungefähr in die Mitte der Flanken zu verfolgen sind, wo sie allmählich erlöschen. Diese Falten, die an *Ox. undulatoplicatile* Stchirowski erinnern scheinen aber wenig zahlreich zu sein, da auf dem erhaltenen Schalentheile nur eine deutlich hervortritt. Die Lobenlinie ist nur theilweise erhalten. Der vordere Theil des verhältnismäßig kleinen Gehäuses gehört der Wohnkammer an; hier scheinen die Falten gänzlich zu verschwinden und die Streifen schwächer entwickelt zu sein als auf dem gekammerten Theile.

Die beschriebene Art ist ohne Zweifel neu; sie unterscheidet sich von *Oxynotic. heteropleurum* durch viel engeren Nabel und die stärkere Wölbung des inneren Schalentheiles, endlich durch die flachen Falten auf dem gekammerten Theile des Gehäuses. Die größere Dicke des inneren Schalentheiles erinnert an *Ox. Gevrili* d'Orb., welche Art aber durch die scharfe Nabelkante und weiteren Nabel von der beschriebenen leicht unterschieden werden kann. Von *Ox. undulatoplicatile* Stchirowski weicht die beschriebene Art durch schwächere Faltenbildung, engeren Nabel und hochgewölbten Nabeltheil ab. Leider ist das einzig vorhandene Exemplar sehr schlecht erhalten, der Externtheil des Gehäuses fehlt fast gänzlich und der Interntheil ist an den Luftkammern eingedrückt. Es schien daher angezeigt, sich vorläufig auf die Abbildung und Beschreibung dieses Exemplares zu beschränken, die Aufstellung der Art aber vollständigeren Funden zu überlassen.

Ein Exemplar aus Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S.

[1] Hilsammonitiden. S. 9.

[2] Neues Jahrbuch 1881, II, S. 142, Taf. VI, Fig. 2.

Oxynoticeras n. sp. ind.

Taf. II, Fig. 6.

Das Gehäuse ist ähnlich gestaltet wie bei *Oxynotic. heteropleurum*, nur ist es nicht glatt, sondern am äußeren Theile der Flanken mit kurzen, flachen, welligen Falten versehen, die in Abständen von 3—4 *mm* vertheilt sind und sowohl nach der Externseite wie nach der Flankenmitte hin rasch erlöschen. Diese Falten können daher nicht mit den Rippen des *Oxynotic. tuberculiferum* und *undulatoplicatile* Schirowski verglichen werden, weil diese hauptsächlich an der Nabelwand und am inneren Schalentheile entwickelt sind, sondern vielmehr mit den Falten mancher »Kreide-Ceratiten« und den faltigen Knoten des *Oxynotic. Balduri* Keyserl. Von den Loben sind nur schwache Spuren zu sehen, die aber die Zugehörigkeit zur *Gevrili*- Gruppe auf das bestimmteste beweisen. Leider ist die Externseite nicht bekannt und das ganze Stück so unvollkommen erhalten, dass es zur Aufstellung einer neuen Art nicht genügt. Das ist umso mehr zu bedauern als dies der erste Fund in Europa ist, der zu dem merkwürdigen *Oxynotic. Balduri* etwas nähere Beziehungen aufzuweisen scheint.

Fundort: Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S.

Oxynoticeras n. sp. ind.

Taf. II, Fig. 7.

Leider sind wir auch bei dieser Art durch den mangelhaften Erhaltungszustand gezwungen, von der Aufstellung einer neuen Art abzusehen und uns auf eine kurze Beschreibung des vorhandenen Restes zu beschränken. Das Gehäuse gleicht im allgemeinen demjenigen des *Oxynotic. heteropleurum*; es ist flach, ziemlich engnabelig, mit scharfem Externtheile und gewölbter Nahtregion. Die Lobenlinie beweist aber, dass hier eine von der genannten wesentlich verschiedene Art vorliegt. Der erste Lateral ist ungewöhnlich niedrig, breit und mit kurzen Zacken versehen, die breit auseinander gelegt sind. Besser als die Beschreibung wird ein Blick auf die Abbildung zeigen, dass eine so eigenthümlich gespreizte Verzackung des ersten Lateral bei keiner bisher bekannten Art vorkommt. Nur bei *Oxynotic. Balduri* zeigen die unteren Loben eine ähnliche Bildung. Eine nähere Feststellung dieser Art, die theils durch die Beschaffenheit der Loben, theils durch die Gehäuseform von allen bisher bekannten Arten leicht unterschieden werden kann, muss neuen, vollständigeren Funden anheimgestellt werden.

Ein Exemplar von Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S.

Haploceras salinarium Uhl.

Taf. II, Fig. 10.

Haploc. salinarium Uhlig, Jahrbuch geolog. Reichsanstalt 1887, XXXVII, S. 104, Taf. V, Fig. 1—3.

In dem hier citierten Aufsatze über das Neocom vom Ischler Salzberge (a. a. O., S. 101) habe ich diese Art so ausführlich wie es mein Material erlaubte, beschrieben und gezeigt, dass sich *H. salinarium* nicht nur durch das Vorhandensein eines scharfen, ziemlich hohen und schon auf dem gekammerten Theile des Gehäuses auftretenden Kieles, sondern auch durch gewisse Eigenthümlichkeiten des Lobenbaues von *Haploc. Grasi* unterscheide. Dieser Abweichungen wurde früher nicht geachtet, und so hat Hohenegger die Exemplare aus dem Oberen Teschener Schiefer als *Amm. Grasi* bestimmt. Diese Exemplare sind, obwohl mit einem Theile der Wohnkammer versehen, verhältnismäßig klein, denn das größte erreicht nur den Durchmesser von ungefähr 40 *mm*. Der mediane Externkiel und die Innen- und Außenkante sind gut erhalten und bei mehreren Exemplaren deutlich erkennbar. Die Lobenlinie stimmt, wie die hier gegebene Abbildung zeigt, in den Hauptzügen mit derjenigen des *H. Grasi* überein, unterscheidet sich aber wesentlich durch die größere Länge und geringere Breite des ersten Seitenlobus, wie auch eine reichlichere Verästelung. Der Externlobus ist nicht deutlich erhalten.

Von den vorliegenden Stücken aus den Oberen Teschener Schiefern sind mit Sicherheit drei Exemplare von Zeislowitz, davon 2 von Flötz 5, ein anderes von Flötz 10, hierherzustellen. Ein Exemplar von Lipnik bei Biala (Hoh. S.) zeigt die bezeichnende Lobenlinie und kann daher, obwohl die Externseite

nicht erhalten ist, ebenfalls hier eingereiht werden. Weitere Exemplare stammen von Lippowetz (Hoh. S.), Trzanowitz, Nieder-Zuckau, Zeislowitz (5 Exemplare von Flötz 5, 1 Exemplar von Flötz 13), diese sind aber so mangelhaft erhalten, dass sich nicht mit Bestimmtheit feststellen lässt, ob sie zu *H. salinarium* oder zu *H. Grasi* gehören. *H. salinarium* kommt auch im Grodischter Sandsteine vor (vergl. weiter unten).

H. salinarium tritt am Ischler Salzberge als Theil einer Fauna auf, der auch *H. pexiptychus* angehört und die wohl dem Valanginien entspricht. Ferner ist diese Art an der Schleiferleiten gefunden. *H. salinarium?* citiert Parona [1] von Collalto und der Umgebung von Bassano und G. Sayn [2] erwähnt ein *Haploc. Grasi* mit Kiel aus den Berrias-Schichten von Sebi bei Kufstein. Da das mit *H. Grasi* nahe verwandte *H. Staszyci* nach K. von Zittel ebenfalls mit einem Externkiel ausgestattet ist, der aber nur äußerst selten erhalten und daher bei gewöhnlichem Erhaltungszustande nicht zu bemerken ist, so könnte etwas ähnliches auch bei *H. Grasi* der Fall sein. *H. Grasi* und *H. salinarium* wären aber trotzdem, auch wenn solches Verhalten erwiesen wäre, nicht zusammenzuwerfen, da Unterschiede der Lobenlinie die Zusammenziehung dieser Formen verhindern, worauf wir weiter unten bei Besprechung der Versteinerungen der Grodischter Sandsteine noch zurückkommen werden.

Holcostephanus (Astieria) cf. **Astieri** d'Orb.

Amm. Astieri d'Orbigny, Pal. franç., terr. cret., I, p. 45, pl 28, fig. 2—4.

Amm. Astieri gehört zu denjenigen Arten, deren Umfang allmählich so sehr erweitert wurde, dass man kaum mehr einen scharfen Speciesbegriff damit verbinden kann. In der weiten, jetzt zumeist angenommenen Fassung hat die Bezeichnung *Amm. Astieri* keinen stratigraphischen Wert, was auch in den verschiedenen, oft widerstreitenden Angaben über die Verticalverbreitung dieser Art zum Ausdrucke kommt. Nur eine gründliche Neubearbeitung könnte hier Wandel schaffen.

Für das Vorkommen der Oberen Teschener Schiefer wurde aus zwei Gründen die Bezeichnung cf. *Astieri* gewählt: nicht nur wegen des schwankenden Speciesbegriffes, sondern auch wegen des schlechten Erhaltungszustandes der Exemplare, die sämmtlich klein, verdrückt und auch sonst mangelhaft erhalten sind und daher keinen sonderlichen paläontologischen Wert haben.

Fundorte: Niedek (Flötz 4), Trzanowitz, Zeislowitz (Flötz 5, 10), Nieder-Zuckau (Flötz 5), Hoh. u. Fall. S.

Holcostephanus (Astieria) cf. **polytroptychus** Uhl.

Holcost. polytroptychus Uhlig, Jahrbuch geolog. Reichsanstalt 1887, S. 107, Taf. V, Fig. 4.

Unter diesem Namen wurde eine nordalpine Form aus dem tiefsten Neocom der Gegend von Kufstein und vom Ischler Salzberge beschrieben, die sich von *Amm. Astieri* namentlich durch flacheres Gehäuse, weiteren Nabel, weniger stark geneigte und nicht immer streng gerade Rippen und Einschaltung von kurzen Secundärrippen nahe der Außenseite unterscheidet. Diese Eigenthümlichkeiten treffen für drei Exemplare von Niedek (Flötz 5), Zeislowitz (Flötz 5) und Nieder-Zuckau mehr oder minder zu, da aber diese Exemplare sehr mangelhaft erhalten sind, erscheint die Zugehörigkeit zu *H. polytroptychus* nicht sicher verbürgt. Die Einschaltung der kurzen Secundärrippen ist bei dem Exemplare aus Nieder-Zuckau am besten ausgesprochen, da aber die Rippen streng linear verlaufen, die Umgänge etwas höher, der Nabel etwas enger zu sein scheint als bei dem Originalvorkommen, so ist die Bestimmung auch dieses, in der geologischen Sammlung der deutschen technischen Hochschule in Prag erliegenden Exemplares nicht gänzlich sichergestellt.

G. Sayn reiht *H. polytroptychus* in die Berrias-Fauna ein (Sebi bei Kufstein) und hält diese Art für einen Vertreter des *H. Negreli*, der in demselben Horizonte in der Provence und im Dauphiné vorherrscht. Nach Munier [3] kommt diese Art in Roverè di Velo vor.

---

[1] Sopra alcuni fossili del Biancone Veneto, Venezia 1890, p. 294.

[2] Observations sur quelq. gisem. néocomiens des Alpes Suisses et du Tyrol. Grenoble 1894, p. 14.

[3] Étude du Tithonique du Vicentin, Paris 1891, p. 7.

Hoplites Neumayr.

Die Vertretung der Gattung *Hoplites* in der Fauna der Oberen Teschener Schiefer ist eine außerordentlich reiche, denn es konnten nicht weniger als 26 Arten dieser Gattung näher beschrieben werden, von denen allerdings nur 14 mit specifischen Namen belegt wurden. In Wirklichkeit ist aber die Zahl der Hopliten dieser Fauna noch wesentlich größer, wie man aus mehreren Bruchstücken und undeutlichen Abdrücken mit Sicherheit schließen kann.

Dieser Formenreichthum fordert zu einer engeren Gruppierung auf und legt auch die Aufstellung eines natürlichen Systems der gesammten Hopliten umsomehr nahe, als die Formenfülle der Hopliten durch neuere Arbeiten reichlich vermehrt und auch schon Versuche in systematischer Richtung, so zum Beispiel von Sarasin, unternommen und Untergattungen wie *Aulacostephanus* Sutner und Pompeckj, *Odontoceras* Steuer, *Thurmannia* und *Lyticoceras* Hyatt abgetrennt wurden. Leider stehen aber einem solchen Vorhaben, wofern es zu einem verlässlichen Ergebnisse führen soll, zur Zeit große Schwierigkeiten entgegen. Nur eine, auf breitester Grundlage aufgebaute und auf vollkommene Formenkenntnis gestützte Arbeit könnte über die natürlichen Verwandtschaftsverhältnisse des reichverzweigten Hoplitenstammes Licht verbreiten. Da aber gegenwärtig über gar viele Formen, nicht zum wenigsten die alten, häufig genannten, Unsicherheit besteht und allenthalben unüberbrückbare Lücken unserer Kenntnis klaffen, so müsste, um das oben angedeutete Ziel zu erreichen, vorerst eine monographische Bearbeitung des zwar reichen, aber in vielen Museen und Privatsammlungen zersplitterten Materiales vorgenommen und die Originalexemplare vieler alten Arten, wie *H. cryptoceras* und andere neuerdings untersucht werden. Hiezu fehlen mir Zeit und Gelegenheit, und daher beschränke ich mich auf die engere Gruppierung der mir vorliegenden Formen der Oberen Teschener Schiefer. Vielleicht wird es mir gelegentlich der Bearbeitung der an Hopliten reichen Fauna der Spiti shales des Himalaya möglich sein, um einen Schritt weiter zu gehen und die Systematik der Hopliten etwas mehr zu fördern.

Selbst die auf das locale Material eingeschränkte Anordnung der vorliegenden Hopliten führt zu keinem gänzlich befriedigenden Resultate, was wohl mehr der Unvollständigkeit des Materiales als sachlichen Schwierigkeiten zuzuschreiben ist. Die folgenden Zeilen möchte ich daher nur als ein Provisorium aufgefasst wissen und knüpfe daran alle Vorbehalte.

Eine natürliche, gewiss eng zusammengehörige Gruppe bilden:

Hoplites Michaelis n. sp.,
» *hystricoides* n. sp.,
Hoheneggeri n. sp.,
» n. sp. ind., aff. *Michaelis* n. sp.
» n. sp. ind.

Diese Formen zeichnen sich im mittleren Wachsthumsstadium durch Differenzierung der Rippen in dreifach geknotete, stärkere Hautrippen und schwächere, nur an der Externseite knotentragende Zwischenrippen aus. Die innersten Umgänge dagegen, bei *Hopl. Michaelis*, der häufigsten und am besten bekannten Art, bis zum Durchmesser von ungefähr 35—40 *mm*, zeigen gleichmäßig starke, einfache oder gespaltene Rippen von ähnlicher Beschaffenheit wie bei der Gattung *Perisphinctes*. Für die Lobenlinie ist namentlich die subsymmetrische Form des ersten Seitenlobus bezeichnend, der einen langen Endast, zwei fast gleich starke Hauptseitenäste, jederseits drei schwächere Seitenäste und einen ziemlich breiten und zugleich langen Stamm aufweist.

Tithon, Berrias-Stufe und Valanginien des Mediterrangebietes enthalten zahlreiche, mit dieser Gruppe in Vergleich zu bringende Formen, wie zum Beispiel *H. microcanthus* Opp., *H. Köllikeri* Opp., *H. Euthymi* Pict., *H. Malbosi* Pict., *H. Chaperi* Pict., *H. Rütimeyeri* Oost., *H. Andreaei* Kil., *H. Bergeroni* Kil., *H. Malladae* Kil., *H. Uhligi* K. Hoffmann (non Weerth)[1], *H. incompositus* Retowski,

[1] Földtani Közlöny. XIV, 1884, S. 336.

H. subchaperi Ret., *H. perornatus* Ret., *H. Paquieri* Simion., *H. monasteriensis* Kil., *H. Mimouna* Pom., *H. Pouyannei* Pom., *H. Rouvillei* Math., *H. perclarus* Math., *H. assinensis* Can., *H. heterocosmus* Canav., *H. Bonarellii* Can. Die Beschaffenheit der inneren Windungen und der Lobenlinie ist bei manchen von diesen, im mittleren Wachsthumsstadium mit analoger Sculptur versehenen Arten erst noch sicherzustellen, andere dagegen stehen einander so nahe und verleugnen so wenig den Perisphincten-charakter der inneren Windungen, dass man an ihrer engen Verwandtschaft mit unseren Formen der *Michaelis*-Gruppe kaum zweifeln kann. Loben und Sculptur der inneren Windungen verweisen auf die Herkunft von jenen bekannten Formen des Tithon, die an der Grenze von *Perisphinctes* und *Hoplites* stehen, wie *H. carpathicus, Calisto, privasensis.*

Von den Formen der *Euthymi-Michaelis*-Gruppe gelangen wir zu anderen, bei denen sich schon sehr frühzeitig die Knotensculptur einstellt und *Perisphinctes*-artige Rippen auf den inneren Umgängen nicht entwickelt zu sein scheinen, wie zum Beispiel *H. Sayni* Simion., *H. micheicus* Bogosl., *H. hospes* Bogosl, *H. octagonus* Strachey, *H. Hookeri* Strach., *H. malbosiformis* Steuer, *H. hystrix* Bean, *H. radiatus* und dessen zahlreiche Verwandte. Von diesen Arten dürften aber wohl nur wenige mit der erstgenannten Gruppe, der Gruppe *Euthymi-Michaelis*, näher verwandt sein. *Hopl. radiatus* wird bekanntlich von vielen mit *H. Leopoldinus* in enge Verbindung gebracht und auch die übrigen Formen, die hier zuletzt genannt sind, dürften aus anderen und verschiedenen Zweigen des Hoplitenstammes hervorgegangen sein. Die Sculpturähnlichkeit, die hier zum Vorscheine kommt, ist anscheinend auf eine analoge Entwicklung verschiedener Zweige zurückzuführen.

Eine derartige Annahme ist vielleicht natürlicher, als die Auffassung von Sarasin, der *Hopl. Malbosi* und *Euthymi* zwar in Übereinstimmung mit der hier vertretenen Anschauung auf *Hopl. Köllickeri* und *abscissus* des Tithon zurückführt, aber in die Gruppe des *Hopl. Leopoldinus* einstellt[1]. Die bei *H. Malbosi* und *Euthymi* sichergestellte subsymmetrische Form des ersten Lateral mit seinem langen Stamme und fast gleich starken und gleich hoch stehenden Seitenästen widerspricht dieser Auffassung, und es ist, da man die Knotensculptur nur als Entwicklungsform und Convergenzmerkmal ansehen muss, das verschiedene Stämme annehmen können, kein Anhaltspunkt vorhanden, der uns veranlassen könnte, *Hopl. Malbosi* und *Euthymi* als Vorläufer der durch auffallend niedrigen und unsymmetrischen Laterallobus ausgezeichneten *Leopoldinus*-Gruppe anzusehen. Es scheint, dass der Gruppe des *H. Malbosi, Euthymi, Michaelis* n. sp., *hystricoides* n. sp., *Hoheneggeri* n. sp. u. s. w. eine weitere Entwickelung über das Valanginien hinaus nicht beschieden war, wenn nicht etwa Formen, wie der gleich zu erwähnende *H. austrosilesiacus* als reductiver Typus damit in Beziehung zu bringen ist.

In der Fauna der Oberen Teschener Schiefer nimmt *H. austrosilesiacus* eine ziemlich isolierte Stellung ein. Die inneren Umgänge dieser Art zeigen einen Wechsel knotentragender Haupt- und knotenloser Zwischenrippen, ähnlich wie bei der *Michaelis*-Gruppe; auf dem letzten Umgange aber verschwinden die Knoten und es entstehen gerundete Rippen, die an der Naht einfach entspringen und am äußeren Schalentheile sich gabeln. Hier nimmt also der jüngste Schalentheil unter Rückbildung der Knoten wiederum eine *Perisphinctes*-ähnliche Skulptur an, und es könnte daher diese große prächtige Art, die nur leider nicht vollständig bekannt ist, ganz gut mit der Gruppe des *Hopl. Michaelis* in eine gewisse Verbindung gebracht und als Rest eines Zweiges dieser Gruppe betrachtet werden, bei dem eine Obliterierung und Reduction der Knotensculptur eintrat.

Zu einer zweiten Gruppe kann man von unseren schlesischen Hopliten folgende zusammenfassen:

Hoplites pexiptychus Uhl.
» cf. *asperrimus* d'Orb.
» *ambiguus* n. sp.
» *campylotoxus* n. sp.
cf. *Thurmanni* Pict. et Camp.

---

[1] Bull. Soc. géol. France, 3 sér. XXV, p. 776

Hoplites sp. ind. cf. *ambiguus* n. sp. (Taf. VI, Fig. 6).
» n. sp. ind. aff. *ambiguus* n. sp.
» n. sp. ind. (Taf. V, Fig. 2).
n. sp. ind. (Taf. VI, Fig. 7).
» *neocomiensis* d'Orb.
» *teschenensis* n. sp. (Taf. III, Fig. 4).

Man könnte diese Gruppe nach einer im Mediterrangebiete weit verbreiteten und in den letzten Jahren wiederholt beschriebenen Art als Gruppe des *Hopl. pexiptychus* bezeichnen. Außer dieser Art sind von den Formen dieser Gruppe im Mediterrangebiete auch *Hopl. Thurmanni*, *asperrimus* und *neocomiensis* sehr verbreitet. An diese Typen können wohl mit Sicherheit angeschlossen werden: *Hopl. sinuosus* Orb., *H. Isaris* Pomel, *H. Zianidia* Pom., *H.* cf. *Isaris* Pom., *H. subneocomiensis* Mallada sp., *Hopl. Xipei* Felix. Vielleicht gehört hierher auch *H. furcatosulcatus* Hantken, sowie möglicherweise auch die von Ch. Mayer[1] aus dem Somalilande beschriebenen Arten, wie *Hopl. Rothi, H.somalicus, H. Champlioni* und *Ruspolii*.

Ähnlich wie bei der vorher besprochenen ersten Gruppe tragen die inneren Umgänge auch bei den Formen der *pexiptychus*-Gruppe *Perisphinctes*-ähnliche, feine, bald einfache, bald gespaltene Rippen, und dadurch erscheinen beide Gruppen an ihrem Ursprung eng verknüpft. Auch die Gruppe des *Hopl. pexiptychus*, die im Valanginien ihre Hauptentfaltung erreicht, greift mit ihrer Wurzel in das Tithon zurück, wie das Vorkommen von gewissen Vorläufern beweist. Eine derartige Stammform wurde zum Beispiel von Roman aus südfranzösischem Tithon beschrieben[2]. Die Variationsrichtung dieser Gruppe ist von der der *Euthymi-Michaelis*-Gruppe wesentlich verschieden. Es sind hier vorwiegend kleinere Formen vereinigt, bei denen die Knotenbildung auf den Flanken und an der Nabelwand nur eine untergeordnete Rolle spielt oder ganz unterbleibt. Dagegen sind die Externenden stets stark verdickt und verbreitert. Ferner zeichnet sich diese Gruppe durch die Entwickelung von mehr oder minder zahlreichen, verschieden stark ausgeprägten Einschnürungen aus, die namentlich auf den inneren Umgängen ausgebildet sind. Die Lobenlinie hat mit ihrem subsymmetrischen, langen ersten Lateral viel Verwandtschaft mit dem *Michaelis*-Typus; wenn hier die Verzweigungen bei einzelnen Arten einfacher sind, so ist das wohl nur auf die geringere Größe derselben zurückzuführen. Bei einzelnen Formen, namentlich bei *H. ambiguus*, in geringerem Grade bei einzelnen Varietäten des *H. Thurmanni*, tragen die Spaltungsstellen der inneren Umgänge knotenartige Verdickungen, die auf dem äußeren Umgange gänzlich verschwinden.

Französische Forscher stellen auch *Hopl. neocomiensis* in den Formenkreis des *Hopl. pexiptychus*, und P. Lory, der dieser Gruppe eine specielle Arbeit gewidmet hat, spricht sogar von directen Übergängen von *H. pexiptychus* zu *H. neocomiensis*. Auch in den Oberen Teschener Schiefern kommt eine Form vor, die sich durch höhere Umgänge und häufigere Rippenbündelung an der Naht von *H pexiptychus* entfernt und an *H. neocomiensis* nähert (vergl. Taf. VI, Fig. 7). Denkt man sich die Windungshöhe noch weiter zunehmend und den Nabel noch etwas enger werdend, so gelangt man zum *neocomiensis*-Typus. Die Möglichkeit eines allmählichen Überganges von der einen zu der anderen Form ist also gegeben. Trotzdem erscheint mir diese Auffassung nicht wahrscheinlich. Die zur *pexiptychus*-Gruppe gehörige Form Taf. VI, Fig. 7 zeigt die Tendenz zur Verdickung der Rippenspaltungsstellen, die schlesischen »*neocomiensis*-Typen« durchwegs die Neigung zur Abschwächung der Spaltungsstellen. Es liegt ferner die Möglichkeit nahe, dass sich der *neocomiensis*-Zweig schon vom Tithon her selbständig entwickelt habe, treten uns doch schon im Tithon Formen wie *H. progenitor* Opp. entgegen, bei denen die bündelweise Vereinigung der Rippen an der Naht bereits vollzogen ist und die Umgänge eine größere Höhe angenommen haben. Da aber die Auffassung der französischen Forscher auf Detailstudien an reichem Materiale beruht, so habe ich ihr vorläufig, wenn auch mit Vorbehalt, Rechnung getragen.

[1] Neocomian-Versteinerungen aus dem Somaliland. Vierteljahr. d. Naturforsch. Ges. Zürich 1893, 38. B., S. 249.

[2] Roman bezeichnete diese Form als *H. pexiptychus*, aber eine völlige Übereinstimmung mit dieser Art besteht nicht.

An die Gruppe des *H. Thurmanni* und *Hoplites neocomiensis* können zwei Arten angeschlossen werden, die auf Taf. IV, Fig. 10, Taf. V, Fig. 1 und Taf. VIII, Fig. 2 abgebildet wurden, von denen aber nur eine, *Hoplites scioptychus* n. sp. specifisch benannt werden konnte. Es ist sehr zu bedauern, dass diese Formen so mangelhaft erhalten sind, denn leider besteht auch über die nichtschlesischen Formen, die dem *neocomiensis, Thurmanni, vicarius, amblygonius, cryptoceras* u. s. w. äußerlich nahestehen, in der Literatur viel Unklarheit. Während zum Beispiel Sarasin die *amblygonius*-Gruppe scharf trennt, ist W. Kilian nicht nur geneigt, eine sehr enge Verwandtschaft zwischen diesen Formen anzunehmen, sondern er bezeichnet *H. amblygonius* und *oxygonius* geradezu als Varietäten des *H. neocomiensis*. Die Sculptur- und Formverhältnisse sprechen nicht gegen diese Auffassung des vorzüglichen Kenners der Neocomfauna, wohl aber die Beschaffenheit der Loben. *H. neocomiensis* schließt sich hinsichtlich der Form des ersten Laterallobus sehr eng an die *pexiptychus*-Gruppe an [1]; der Stamm des ersten Lateral ist langgestreckt, die Seitenäste fast gleich stark und gleich hochgestellt, die Form des Lobus subsymmetrisch. Ganz anders stellt sich der erste Lateral der norddeutschen Formen *H. oxygonius, amblygonius, curvinodus* und *longinodus* dar: hier herrscht eine auffallende Assymmetrie, indem der äußere Seitenast viel höher steht und viel reicher und größer entwickelt ist als der innere, der fast nur als Anhang des Endastes erscheint. Ferner ist der Stamm des ersten Lateral sehr niedrig, ja fast ganz reduciert, während er bei *H. neocomiensis* zwar ziemlich breit, aber zugleich langgestreckt ist. Obzwar nun die Lobenlinie ebenso gewissen Schwankungen unterworfen ist, wie andere Merkmale, so scheint es doch kaum zulässig und mindestens im vorliegenden Falle unbewiesen, Unterschiede, wie sie hier bestehen, auf Variation zurückzuführen [2]. Namentlich aber erfordert diese Differenz der Lobenbildung deshalb erhöhte Aufmerksamkeit, weil sie mit einer bestimmten geographischen Verbreitung der Formen zusammenzufallen scheint. Die unsymmetrische Ausbildung des ersten Lateral mit reduciertem Stamme findet sich, soviel man bisher weiß, nur bei norddeutschen und englischen Formen, die subsymmetrische Ausbildung hauptsächlich bei alpin-mediterranen Arten. So lange man nicht in der Lage ist, die unsymmetrische Lobenform der *amblygonius*-Gruppe und Übergänge von der un- zur subsymmetrischen Ausbildung des ersten Lateral in den Alpen nachzuweisen, sollte die Bezeichnung *H. amblygonius, oxygonius, curvinodus* u. s. w. auf alpine Typen trotz ähnlicher Form- und Sculpturverhältnisse nicht übertragen werden. Vielleicht sind es nur Rassenverschiedenheiten, wenn man so sagen kann, die die norddeutsch-englischen von den alpinen Formen dieser Gruppe trennen, aber selbst diese durch eine gemeinsame Bezeichnung zu verdecken, scheint nicht vortheilhaft zu sein. Über das gegenseitige Verhältnis dieser Formen wird erst die Beschreibung der betreffenden reichen paläontologischen Schätze Südfrankreichs, die aus kundiger Feder zu erwarten ist, volles Licht verbreiten können. Zur Zeit können wir nur mit den bisherigen Ergebnissen rechnen, und diese sprechen, wie es scheint, für eine Sonderung des *H. amblygonius* von *H. neocomiensis* [3].

Von den alpinen Formen sind zur Zeit *H. Thurmanni* Pict. und *H. vicarius* Vacek am besten bekannt, und diese Arten sind es auch, an die sich die schlesischen eng anschließen. Der erste Lateral hat, namentlich bei *H. vicarius*, einen etwas kürzeren Körper als bei dem echten *neocomiensis*, und darin drückt sich eine kleine Annäherung an *H. amblygonius* und seine Verwandten aus; dagegen sind die Seitenäste subsymmetrisch entwickelt, wie bei *H. neocomiensis*. Ganz ähnlich ist auch die Lobenform eines *Hopl.* aff. *cryptoceras* aus Escragnolles [4]. Wie sich dagegen in dieser Hinsicht *Hopl. cryptoceras* d'Orb. et autorum, *H. heliacus* d'Orb., *H. Mortilleti* Pict. et Lor., *H. salevensis* Kil. verhalten, muss erst noch sichergestellt werden. Ebenso werden noch umfassende Detailstudien nothwendig sein, um zu erkennen, ob diese Gruppe oder vielleicht diese Gruppen unmittelbar mit *H. neocomiensis* zu verbinden

[1] Die Loben von *H. neocomiensis* sind von Sarasin sehr gut abgebildet, l. c. p. 761.

[2] Vergl. die Arbeit von Sarasin im Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXV, p. 770.

[3] Wie mir mein verehrter Freund, Prof. W. Kilian brieflich mittheilt, ist er jetzt geneigt, den Unterschieden der Lobenform des *H. neocomiensis* und der *amblygonius*-Gruppe größeres Gewicht beizulegen als früher.

[4] Hilsammonitiden, Taf. 42, Fig. 7. Ch. Sarasin, A propos du genre *Hoplites*, Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXVI, p. 535.

oder als selbständige Zweige zu betrachten sind und in welchem Verhältnisse die nordischen Formen aus der Verwandtschaft des *H. amblygonius* zu den alpinen Formen stehen. Leider ist das mir vorliegende Material nicht geeignet, zur Lösung dieser verwickelten Verhältnisse beizutragen. Der unvollständige Erhaltungszustand der Exemplare nöthigt uns, uns auf die Beschreibung und Abbildung des Vorhandenen zu beschränken und die Einfügung der schlesischen Formen in das System späteren Forschungen anheimzustellen.

Eine kleine Formengruppe, bestehend aus *Hopl. perisphinctoides* n. sp., *H.* n. sp., aff. *perisphinctoides* (Taf. VI, Fig. 1) und *Hoplites* sp. ind., erinnert durch ihre verhältnismäßig feinen Rippen, geringe Verdickung der Rippen an der Nabelwand und selbst an der Externseite, durch die häufige Abspaltung oder Einschaltung kurzer Secundärrippen am äußeren Theile der Flanken und endlich durch das Vorhandensein zahlreicher schiefer Einschnürungen an die bei der Gattung *Perisphinctes* herrschende Sculptur. Bei dem primitiven Charakter dieser kleinen, interessanten Gruppe steht sie unter den geologisch gleichalterigen Typen ziemlich isoliert da, etwas mehr Anschluss ergibt sich bei den geologisch älteren Formen der Berrias-Stufe und des Tithon. So zeigt zum Beispiel *H. smielensis* Pomel eine ähnliche Berippung und schiefe Einschnürungen; von dieser Art gelangen wir zu *H. occitanicus, rarefurcatus, delphinensis, privasensis, abscissus* und *Boissieri*, durchwegs Typen mit *Perisphinctes*-artigen Rippen, von denen man annimmt, dass sie unmittelbar aus den Grenzformen zwischen *Perisphinctes* und *Hoplites* hervorgegangen sind. Die genannten Arten haben aber nach den bisherigen Darstellungen keine Einschnürungen, und es bleibt vorläufig eine offene Frage, ob die Gruppe des *H. perisphinctoides* mit den genannten Arten in nähere Beziehung zu bringen ist oder nicht. Die perisphinctesartige Sculptur und die Einschnürungen der *Perisphinctoides*-Gruppe verweisen auf eine gewisse Verwandtschaft mit der *Pexiptychus*-Gruppe, und man dürfte kaum fehlgehen, wenn man diese Gruppen, wie auch die des *H. Michaelis* und *Euthymi* auf eine gemeinsame Wurzel, auf die Zwischenformen von *Perisphinctes* und *Hoplites*, wie *H. carpathicus, privasensis* u. s. w. zurückführt. Die *Perisphinctoides*-Gruppe scheint einen kleinen Seitenzweig zu bilden, der eine wenig auffallende Mutationsrichtung eingeschlagen und sich vom ursprünglichen Stamme nicht weit entfernt hat.

Zum Schlusse bleiben uns noch zwei Formen zu erwähnen übrig, deren Loben auf nahe Verwandtschaft mit der Gruppe des *H. Leopoldinus* hinweisen, und zwar *Hopl. paraplesius* n. sp. und *H. Zitteli* n. sp. Die Eigenthümlichkeiten der Gruppe des *Hoplites Leopoldinus* sind in neuerer Zeit von Sarasin besprochen worden. Hauptsächlich ist es die Lobenlinie, die dieser Gruppe einen besonderen Stempel aufdrückt. Nach der herrschenden und wohl auch begründeten Anschauung wären diese Loben mit ihren niedrigen, breiten Körpern und kurzen, plumpen Verzweigungen als reductiv anzusehen. Der erste Lateral erhält infolge stärkerer Entwicklung und höherer Stellung des äußeren Seitenastes eine auffallend unsymmetrische Gestalt. Schon d' Orbigny hat diese Lobenform bei *H. Leopoldinus* sehr gut dargestellt, in jüngster Zeit Sarasin. Nebst *H. Leopoldinus* gehören zu dieser Gruppe *H. pronecostatus* Felix[2] (= *Hopl.* cf. *neocomiensis* Neum. et Uhl., *Am. neocomiensis* Pict. et Camp., non d' Orb.), *Hopl.* n. f., cf. *Leopoldinus* Neum. et Uhl., *Hopl. Inostranzewi* Karakasch, *Hopl. biassalensis* Karak., *Hopl. Karakaschi* Uhl.[3] und vielleicht auch *Hopl. menensis* und *Kurmyschensis* Stchirowsky[4]. Nicht bloß die Loben, auch die Sculptur

[1] Vergl. Sarasin l. c. pag. 771 und Neumayr und Uhlig, Hilsammonitiden, Taf. 42, Fig. 7, S. 45.

[2] Diese Art, die von Neumayr und Uhlig als *Hopl.* cf. *neocomiensis* beschrieben und mit Pictets *neocomiensis* identificiert wurde, ist dreimal mit einem neuen Namen belegt worden: Felix (Palaeontographica XXXVII, 1891, S. 184) nannte sie *H. pronecostatus*, Kilian *Hopl. Leenhardti* (Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XX), v. Koenen *H. gibbosus* (Nachtrag über Foss. d. Unterkreide am Mungo in Kamerun, Göttingen 1898, S. 53). Die Priorität gebührt der von Felix eingeführten Bezeichnung.

[3] Karakasch beschrieb aus dem Neocom von Biassala eine Art als *Hoplites* cf. *Desori* (Sitzber. d. kais. Akad. 98 Bd., Abth. I. 1889, Taf. II, Fig. 1—4, S. 437), die offenbar von *H. Desori* specifisch verschieden ist. Ich erlaube mir diese merkwürdige Art *H. Karakaschi* zu benennen.

[4] Möglicherweise gehört auch *H. Desori* Pictet Camp., der *H Zitteli* ziemlich ähnlich ist, hierher. Leider ist die Lobenlinie dieser Art nicht bekannt.

dieser Arten scheint hier zur Rückbildung zu neigen; die Formen aus der Krim haben auf den inneren Umgängen kräftige Rippen und Knoten, die sich nach außen allmählich abschwächen, so dass zum Beispiel bei *H. biassalensis* und *Inostranzewi* der letzte Umgang fast glatt wird und nur Spuren der Innen- und Außenknoten erkennen lässt. Dasselbe Verhalten ist in noch auffallenderem Grade bei *H. Leopoldi* längst bekannt. Bei *H. pronecostatus* sind die inneren Umgänge mit kräftigen Knoten versehen, die bald verschwinden; es bleiben im mittleren Stadium Rippen zurück und der äußere Umgang endlich ist fast glatt. Auch die beiden ssimbirskischen Arten zeigen reducierte Berippung.

In das Bild, dass wir bisher von dieser merkwürdigen Gruppe gewonnen haben, fügen sich die schlesischen Formen gut ein: *Hopl. Zitteli* zeigt kräftige Knoten und Rippen auf dem inneren Umgange, auf dem äußeren wird die Sculptur schwächer, so dass man eine noch bedeutendere Abschwächung der Sculptur auf der, leider unbekannten Wohnkammer erwarten kann; *Hopl. paraplesius* schließt sich enge an *H. pronecostatus* an und die Lobenlinie stimmt vorzüglich mit der von Neumayr und mir gegebenen Abbildung überein. *Hopl. paraplesius* bietet zugleich ein bemerkenswertes Beispiel der Bedeutung der Lobenlinie für das Studium der Ammoniten: der äußeren Form und Sculptur nach ist diese Art von *H. neocomiensis* nicht zu unterscheiden, nur die Lobenlinie enthüllt die wahre Verwandtschaft und systematische Stellung dieser Art.

Mit *Hopl. Leopoldinus* wird bekanntlich *H. radiatus* in enge Verbindung gebracht; da unsere Fauna keine dem *H. radiatus* nahestende Form enthält, entfällt die Nothwendigkeit, hierauf näher einzugehen. Die Stammesgeschichte der *Leopoldinus*-Gruppe ist noch dunkel; wohl ist die Herkunft von knotentragenden Formen im Sinne der Annahme Neumayrs (vergl. Palaeontographica, XXVII, S. 39) durch die Auffindung der Formen von Biassala noch wahrscheinlicher gemacht und wesentlich gestärkt worden, allein die Zwischenglieder sind noch gänzlich unbekannt. So enthüllt eine derartige, wenn auch nur unvollständige Umschau vor allem eine Thatsache: wie viel uns zu einem befriedigenden Einblicke in die genetischen Verhältnisse der Hopliten und wohl überhaupt der Ammoniten noch fehlt.

Hoplites Michaelis n. sp.

Taf. VII, Fig. 1, 2 *a—c*, 3 *a—d*, 4.

Eines der dieser Art zugrunde gelegten Exemplare, und zwar das unter Fig. 2 auf Taf. VII abgebildete, wurde schon von Michael Vacek paläontologisch untersucht, und zwar über Ersuchen von C. M Paul, der dieses schöne Exemplar, ein Geschenk des ehemaligen erzherzogl. Schichtmeisters P. Rakus, aus Schlesien nach Wien gebracht und eine Beschreibung desselben für seinen Reisebericht gewünscht hatte. Vacek widmete dieser, als *Perisphinctes* cf. *Euthymi* Pict. sp. bezeichneten Form im Jahre 1877 folgende Bemerkungen[1]:

»Eine stark evolute Form mit flachen Umgängen, die durch das Breitenverhältnis des letzten Umganges zum Durchmesser, sowie durch die charakteristische Art der Rippenverzierung sich zumeist der Pictet'schen Art *Amm. Euthymi* nähert. Der letzte Umgang ist mit abwechselnd stärkeren und schwächeren Rippen verziert, von denen die ersteren mit einem starken Knoten an der Naht entspringen, eine Strecke weit ungetheilt bis zu einem zweiten Knoten verlaufen, der etwa in zwei Drittel der Höhe des flachen Umganges liegt, und von welchem an sich einzelne dieser starken Rippen in zwei, am Externrande abermals mit vorspringenden Knoten endigende Äste theilen, während andere ungetheilt bis an den Externrand verlaufen und hier auch mit einem Knoten enden.

Dieselbe Endigung besitzen auch die theils einzeln, theils zu zwei den starken Rippen interpolierten ungeknoteten schwächeren Rippen, die gegen die Naht hin allmählich ganz auskeilen. Nach dem Inneren der Spirale hin werden die Knoten immer schwächer und verschwinden ganz an den innersten Windungen, die nur mit schwachen, kaum merklich geschwungenen Rippen geziert sind. Die complicierte

[1] Jahrbuch geol. Reichsanstalt 1877, 27 Bd., S. 39.

Lobenlinie entspricht wohl mehr der Gattung *Hoplites* Neumayr, als den eigentlichen Perisphincten, und besteht aus einem starken, unpaarigen ersten Lateral, der den Siphonallobus, sowie auch den zweiten Lateral bedeutend an Länge übertrifft. Die Auxiliarloben hängen etwas herab und erinnern so an den Nahtlobus der Perisphincten. Sie verdrängen jedoch keinesfalls den zweiten Lateral in der Art, wie dies bei *Perisphinctes* der Fall ist, sondern der zweite Lateral ist frei und verhältnismäßig stark entwickelt. Die Einreihung der vorliegenden Form in die Gattung *Perisphinctes* ist nur mit demselben Vorbehalte zu verstehen, mit welchem Prof. Neumayr eine kleine Gruppe von Formen *(Per. Chaperi, Malbosi, Euthymi)* provisorisch zu *Perisphinctes* stellt, die in ihren Jugendzuständen wohl deutlich den Perisphinctencharakter zeigt, sich mit dem Alter aber immer mehr von demselben entfernt und durch die vorliegende Form eine neue Bereicherung erfährt«.

M. Vacek hat nicht nur die Stellung dieser Art im Systeme der Ammoniten ganz richtig erkannt, sondern auch die Thatsache, dass eine vollständige Identität mit dem nahestehenden *H. Euthymi* nicht besteht. Da unsere Art auch seit der Untersuchung durch Vacek nicht specifisch benannt wurde, erlaube ich mir, sie mit dem Vornamen des ersten Beschreibers zu belegen.

Dem von Vacek hauptsächlich beschriebenen Stadium am Schlusse der Luftkammern und am Beginne der Wohnkammer geht ein Jugendstadium voraus, in dem die Schale zuerst ungeknotete, dann knotentragende und knotenlose, doch nicht so scharf wie später differenzierte Rippen trägt. Dieses Jugendstadium ist bei dem Vacek'schen Stücke wegen schlechten Erhaltungszustandes der inneren Umgänge weniger deutlich erkennbar als bei zwei kleineren Exemplaren von Wendrin (Fig. 4). Hier sind die innersten Windungen mit ziemlich feinen, nur äußerst wenig geschwungenen und nur schwach nach vorn geneigten Rippen bedeckt, die gänzlich den Charakter von *Perisphinctes*-Rippen zeigen. Sie beginnen an der Naht fast sämmtlich einfach, nur sehr vereinzelt schaltet sich entsprechend einer Rippenbündelung eine etwas kürzere Rippe ein. Obwohl der Externtheil in diesem Stadium nicht deutlich erkennbar ist, dürfte doch mit Sicherheit anzunehmen sein, dass einzelne dieser Rippen einfach verlaufen, die Mehrzahl nahe der Externseite eine Zweispaltung erfährt. Bei dem Durchmesser von ungefähr 35—38 *mm* beginnt die Neigung zur Anschwellung einzelner Rippenspaltungsstellen, und bei denselben Rippen, bei denen dies der Fall ist, schwillt allmählich auch das Rippenende an der Nahtfläche knotenartig an, so dass sich von da ab immer deutlicher Haupt- und Zwischenrippen differenzieren. Diese tragen am Externende beiderseits des glatten Medianbandes leichte Knoten, jene dagegen zeigen nebst den Externknoten auch eine kräftige, bisweilen dornförmige Verdickung an der Naht und eine zweite im äußeren Drittel der Windung. Zugleich treten die Hauptrippen etwas stärker hervor. In diesem mittleren Stadium, das bei einzelnen Exemplaren etwas früher, bei anderen aber etwas später, im allgemeinen bei ungefähr 60—80 *mm* Durchmesser erreicht wird, nehmen die Rippen vom Mittelknoten nach außen eine etwas stärkere Neigung nach vorn an und es tritt an diesem Knoten bei einzelnen Hauptrippen eine Spaltung ein, während andere ungespalten bleiben. Die Zwischenrippen sind in der Einzahl, häufiger zu zwei oder drei eingeschaltet, sie reichen bis an die Nahtfläche herab und zeigen häufig in der Höhe der oberen Knoten leichte, eben noch wahrnehmbare Verdickungen. Besonders bezeichnend ist aber der Umstand, dass in diesem Stadium bei den Hauptrippen nicht selten eine Bündelung an der Naht eintritt, so dass aus einem Nahtknoten nebst der Haupt- auch eine Zwischenrippe entspringt.

Diese Bündelung verschwindet in dem von Vacek beschriebenen Stadium am Ende des gekammerten Theiles und eine neuerliche Veränderung erfährt die Sculptur endlich an der Wohnkammer. Hier sind die Zwischenrippen nur in der Einzahl entwickelt, sie springen als ziemlich hohe und scharfe Kämme vor und stehen der vorangehenden Hauptrippe näher als der folgenden. Die Knoten erscheinen auf der Wohnkammer in die Länge gezogen und abgeschwächt. Auf dem vordersten Theile der Wohnkammer tritt eine Abschwächung der Rippen ein und die Schale bleibt hier eine Strecke weit glatt. Der Mundsaum ist nicht erhalten. Die Länge der Wohnkammer dürfte zwei Drittel des letzten Umganges einnehmen.

Weniger genau als die Sculptur ist die äußere Form des Gehäuses bekannt. Namentlich die Dicke lässt sich infolge der theilweisen Verdrückung der Exemplare schwer feststellen. Der Querschnitt bildet

ungefähr ein hohes Rechteck. Die Querschnittszeichnung (Taf. VII, Fig. 3 *b*) dürfte eine, der Hauptsache nach richtige Vorstellung vermitteln. Die Nabelweite beträgt bei dem unter Fig. 3 auf Taf. VII abgebildeten Exemplare 45 *mm* bei dem Durchmesser von 107 *mm*; bei einem zweiten Exemplare 72 *mm* bei 160 *mm* Durchmesser, bei einem dritten 72 *mm* bei 170 *mm* Durchmesser (annähernd). Flanken abgeflacht, Nahtfläche gerundet und ziemlich flach einfallend, Externseite abgestumpft; Umgänge sehr wenig umfassend..

Die Lobenlinie ist bei zwei Exemplaren ziemlich vollkommen erhalten. Zu den Vacek'schen Bemerkungen über die Lobenlinie dieser Art fügen wir noch Folgendes hinzu. Der Externlobus reicht mit seiner Spitze ungefähr so tief herab, wie der äußere Hauptseitenast des ersten Laterallobus. Dieser hat eine subsymmetrische Form; an den breiten Stamm schließt sich ein langer, schmaler Endast an und an den Seiten springen jederseits vier Seitenäste hervor, von denen die untersten am stärksten sind und die Hauptseitenäste bilden. Der äußere Hauptseitenast steht etwas höher als der innere. Der zweite Seitenlobus ist viel kürzer als der erste und gewinnt durch das Vorherrschen des äußeren Seitenastes eine unsymmetrische Form. Der erste Hilfslobus ist nicht vollkommen deutlich erhalten, doch erkennt man, dass er schief gestellt ist, aber nicht tiefer herabreicht als der zweite Seitenlobus. Die Sättel sind durch Secundärloben getheilt. Die Spitze des ersten Seitenlobus greift nur wenig in den Stamm des vorhergehenden Seitenlobus ein und grenzt an die nächstältere Scheidewand an der Stelle an, wo der Externsattel in den ersten Seitenlobus übergeht.

Die vier zu dieser Art gestellten Exemplare stimmen nicht gänzlich miteinander überein. So scheinen bei den unter Fig. 3 und 4 auf Taf. VII abgebildeten Exemplaren die Hauptrippen etwas schwächer zu sein und die Differenzierung der Sculptur etwas später einzutreten als bei den übrigen. Das Vacek'sche Exemplar zeigt etwas niedrigere Umgänge, weiteren Nabel, etwas entfernter stehende, deutlicher differenzierte Rippen und kräftigere Knotenbildung. Auch kommt bei diesem Exemplare seltener Rippenbündelung vor als bei den anderen. Alles in Allem genommen sind diese Unterschiede doch zu geringfügig, um eine Sonderung in zwei Arten zu rechtfertigen oder zu ermöglichen. Um dies deutlich hervortreten zu lassen, mussten sämmtliche Exemplare hier abgebildet werden. Wenngleich das Altersstadium der unter Fig. 3 und 4 abgebildeten Exemplare nicht erhalten ist, so zeigt doch ein Vergleich mit dem mittleren Stadium des großen, unter Fig. 1 dargestellten Exemplares, dass hier im mittleren Stadium völlige Übereinstimmung herrscht, und daher beide zusammengehören müssen. Dieses letztere große Exemplar kann aber wiederum von dem Vacek'schen (Taf. VII, Fig. 2) nicht getrennt werden. Es erscheint daher am natürlichsten, die bestehenden geringen Abweichungen der individuellen Variation zuzuschreiben.

Von den bisher beschriebenen Arten ziehen wir zum Vergleiche mit *Hopl. Michaelis* zuerst den schon von Vacek angezogenen *H. Euthymi* Pictet[1] in Betracht. Beide Arten lassen sich leicht unterscheiden: die Zwischenrippen des *H. Euthymi* sind wesentlich kürzer, sie erreichen nicht die Naht wie bei *H. Michaelis*, sondern erlöschen höher oben. Die Rippenspaltungsstelle liegt bei *H. Euthymi* tiefer als bei *H. Michaelis*, die Knoten treten in einem viel früheren Stadium auf und das Gehäuse ist etwas mehr involut. *H. Malbosi* Pictet[2] unterscheidet sich durch größere Dicke, zahlreichere und kürzere Zwischenrippen, schwächere Externknoten, frühzeitigeres Auftreten der Knoten und endlich dadurch, dass die Rippen längs der Medianlinie der Externseite nicht völlig erlöschen.

Bei *Hoplites incompositus* Retowski[3] hält das perisphinctesähnliche Rippenstadium der innersten Windungen, ähnlich wie bei *H. Michaelis*, bis zu ziemlich beträchtlichem Durchmesser an, die genannte Art und ihre *Hopl. discrepans* genannte Varietät sind durch schwächere Knotenbildung, mangelnde Unterbrechung der Rippen auf der Externseite, namentlich aber die häufigere Bündelung der Rippen an der Nahtfläche leicht zu unterscheiden.

[1] Mélanges paléontologiques, pl. 13, Fig. 3, p. 76, pl. 38, Fig. 7, p. 241.

[2] l. c. p. 77, pl. 14.

[3] Die Tithonablagerungen von Theodosia, S. 272, Taf. 12, Fig. 6—8, Taf. 13, Fig. 1.

Vielleicht noch näher als die Art des Krim'schen Tithon steht *H. Paquieri* Simionescu[1] aus dem Berriasien von Jausiac (Montagne de Lure). Die Verwandtschaft offenbart sich namentlich im mittleren Stadium des *H. Michaelis*; Bruchstücke dieses Stadiums dieser Art könnten auf den ersten Blick mit *H. Paquieri* wohl verwechselt werden. Bei näherer Betrachtung ergibt sich aber die Nothwendigkeit der Trennung dieser Arten. Bei *H. Paquieri* ist der Gegensatz von Haupt- und Zwischenrippen viel weniger deutlich ausgesprochen als bei unserer Art, und während diese auf den inneren Windungen perisphinctesartige, knotenlose Rippen trägt, zeigen die Rippen von *H. Paquieri* auch auf den innersten Windungen kräftige Knoten. Die Wohnkammer ist bei *H. Paquieri* leider nicht bekannt, wahrscheinlich würde sich hier die Divergenz noch mehr steigern. Eine beträchtliche habituelle Ähnlichkeit mit unserer Art zeigt auch *Am. Rouvillei* Ph. Matheron 1880[2]. Die Rippen dieser großen, von Matheron dem Valanginien, von Kilian der Berrias-Stufe[3] zugeschriebenen Art sind auf den inneren Umgängen feiner und viel dichter, im mittleren Stadium ebenfalls dichter und mit weniger starken Knoten versehen als bei unserer Art. Den hauptsächlichsten Unterschied bildet aber der Umstand, dass die Secundärrippen viel kürzer sind als hier, und Bündelung der Rippen an der Naht gar nicht, Spaltung am Mittelknoten nur äußerst selten vorkommt.

Endlich wären noch als verwandte Arten *Hopl. Hoheneggeri* n. sp. und *H. Rütimeyeri* Ooster zu nennen. Die erstgenannte Art weicht durch höhere, stärker gewölbte und rascher wachsende Umgänge und etwas stärker geschwungene, kräftigere und dickere Rippen ab, bei denen der Unterschied von Haupt- und Zwischenrippen wenig auffallend ist. *H. Rütimeyeri* nimmt schon in viel früherem Stadium die Knotensculptur an, zeigt keinen deutlichen Unterschied zwischen Haupt- und Zwischenrippen und scheint auch eine viel kleinere Art zu bilden als *H. Michaelis.*

Die beschriebene Art wurde in Nieder-Lischna, Trzanowitz und Wendrin (Sosnia) aufgefunden. Vielleicht gehört auch ein Jugendexemplar aus der Strzolka des Flötzes 3 von Niedek hieher. Von drei Exemplaren ist durch Fallaux und Rakus die Herkunft vom Flötz 3 sichergestellt. Offenbar stammt auch das vierte in Wendrin gefundene Exemplar der Hoh. S. von Flötz 3, da die Wendriner Sosnia ein sehr beschränktes Vorkommen von Oberen Teschener Schiefern bildet, wo nach Angabe des ehemaligen Schichtmeisters Rakus nur die tiefsten Flötze der Oberen Teschener Schiefer gebaut wurden. Wir haben hier eine Art vor uns, die mit Berriasformen nahe verwandt ist und auf die tiefste Partie der Oberen Teschener Schiefer (Flötz 3) beschränkt zu sein scheint.

Hoh. und Fall. S., Samml. der Geol. Reichsanstalt.

Hoplites sp. ind. aff. **Michaelis** n. sp.

Läge von dieser Art nur die Wohnkammer vor, würde man kaum zögern, sie mit *H. Michaelis* zu vereinigen. Die Betrachtung des gekammerten Theiles des Gehäuses zeigt aber, dass die Knotenbildung hier schon in einem viel früheren Stadium beginnt als bei *Hopl. Michaelis.* Die innersten Umgänge zeigen ebenfalls perisphinctesartige, feine, fast gerade Rippen, aber dieses Stadium weicht schon bei ungefähr 35 *mm* den knotentragenden Rippen, die zugleich weiter auseinander treten und sich in Haupt- und Zwischenrippen differenzieren. Ferner scheint diese Art etwas langsamer anzuwachsen als *H. Michaelis*; dagegen zeigt die Lobenlinie, soweit sie erkennbar ist, keinen Unterschied. Wahrscheinlich repräsentiert dieses, von L. Hohenegger als *Amm. radiatus* bestimmte Exemplar eine besondere, von *H. Michaelis* verschiedene, neue Art; bestimmt möchte ich das aber nicht behaupten, da sich diese Formen bei reichlicherem Materiale möglicherweise durch Übergänge untrennbar verbunden erweisen könnten. Leider ist der Erhaltungszustand dieses gänzlich zusammengedrückten und als Steinkern erhaltenen Exemplares so

---

[1] Note sur quelques Ammonites du Néocomien français. Grenoble 1899, p. 7, pl. I, Fig. 6.

[2] Rech. paléont. dans le midi de la France, pl. B—2, Fig. 2

[3] Environs de Sisteron, p. 709

schlecht, dass von einer Abbildung desselben Abstand genommen werden musste. Es stammt von Ellgoth bei Teschen, aus dem Steinbruche oberhalb des Wirtshauses. Hoh. S.

Hoplites hystricoides n. sp.

Taf. I, Fig. 8 *a—c*.

Die inneren Umgänge sind mit verhältnismäßig stark nach vorn geschwungenen Rippen versehen. Einige von diesen Rippen entstehen einzeln an der Naht und verlaufen theils ungespalten zur Externseite, theils erfahren sie auf der äußeren Hälfte des Umganges eine Spaltung in zwei nach vorn geschwungene Äste. Andere Rippen entspringen zu zwei an der Naht, an einer Stelle scheinen sogar drei Rippen zu einem Bündel an der Naht zusammenzutreten. Diese Sculptur herrscht bis zu dem Durchmesser von ungefähr 57—60 *mm*, darüber hinaus tritt eine wesentliche Änderung der Sculptur ein, indem sich die Rippen in stärkere Haupt- und schwächere Zwischenrippen differenzieren. Diese beginnen an der Naht oder wenig darüber, sind ungespalten und tragen nur an der Externseite deutlich kammförmige Knoten; jene heben sich viel kräftiger und breiter hervor, bilden einen stumpfen Knoten an der Naht und einen zweiten auf der äußeren Hälfte der Schale. Hier tritt ferner eine Spaltung der Hauptrippen in zwei nach vorn geneigte Äste ein, von denen jeder an der Externseite zu einem länglichen Knoten anschwillt.

Bündelung der Rippen an der Naht kommt in diesem Stadium zwar auch noch vor, doch nur ziemlich vereinzelt; an einer Stelle entspringt eine vor der Hauptrippe stehende Nebenrippe aus dem Nahtknoten der Hauptripppe, und an einer anderen Stelle scheinen sich zwei Nebenrippen zu bündeln oder einander wenigstens sehr zu nähern. Die Zahl der Zwischenrippen beträgt zwei bis drei zwischen je zwei Hauptrippen. Von der Höhe der Mittelknoten nach außen nehmen die Rippen einen etwas stärkeren Schwung nach vorn an. Einzelne Zwischenrippen zeigen auf der Höhe der Mittelknoten der Hauptrippen eine leichte Erhöhung oder Verstärkung des Rippenkammes. Auf der Externseite erfahren die Rippen zwischen den beiden Externknotenreihen eine merkliche Abschwächung, aber keine völlige Unterbrechung. Etwaige Sculpturveränderungen der Wohnkammer sind nicht bekannt, da das Exemplar bei dem Durchmesser von ungefähr 102 *mm* bis an das Ende gekammert ist. Leider ist auch diejenige Partie, wo die Differenzierung der Rippen beginnt, nicht erhalten.

Bei dem Durchmesser von 102 *mm* beträgt die Nabelweite 43 *mm*, die Windungshöhe am Vorderende 35·5 *mm*. Die inneren Umgänge sind, wenn der Erhaltungszustand nicht trügt, etwas flacher als der äußere Umgang. Mit der Differenzierung der Rippen in Haupt- und Zwischenrippen nehmen die Umgänge eine stärkere Rundung an und sind in diesem mittleren Stadium nur wenig höher als dick, denn in diesem Stadium beträgt bei dem Durchmesser von 84 *mm* die Windungshöhe 27·5 *mm*, die Dicke, über eine Zwischenrippe gemessen, ungefähr 25 *mm*. Die größte Dicke der Umgänge befindet sich in diesem Wachsthumsstadium ungefähr in der Mitte der gerundeten Flanken, von hier nimmt die Dicke nach der Externseite und der Naht ungefähr gleichmäßig ab, so dass ein fast ovaler Querschnitt entsteht. Die Nahtfläche ist gerundet und fällt mittelsteil ein, die Externseite ist zwischen den Rippen gerundet, an den Rippen abgeflacht.

Die Lobenlinie ist zwar nicht in allen Details, wohl aber in den Hauptzügen verfolgbar. Sie stimmt mit der des *Hoplites Michaelis* n. sp. der Hauptsache nach überein, doch scheint der Stamm des ersten Laterallobus etwas länger zu sein, so dass die Seitenäste weniger dicht gestellt sind. Der Endast des ersten Seitenlobus berührt mit seiner Spitze diejenige Stelle der vorhergehenden Scheidewand, wo der Übergang vom Externsattel zum ersten Lateral stattfindet.

Die vorliegende Form scheint namentlich mit *Hoplites hystrix* Phill. verwandt zu sein. Eine Verwechslung beider Arten ist nicht möglich, da bei *Hopl. hystrix* nur eine Zwischenrippe entwickeltist und eine Gabelung der Hauptrippen am Mittelknoten, die bei unserer Art regelmäßig eintritt, nicht vorkommt. Ferner hat *Hopl. hystrix* eine viel steilere Nahtfläche, die Knotensculptur beginnt in einem viel früheren Stadium und der erste Seitenlobus hat einen kürzeren und niedrigeren Stamm.

Von *Hopl. curvinodus* unterscheidet sich unsere Art durch stärkere Mittel- und Nahtknoten, die bei *H. curvinodus* fast gänzlich fehlen oder sehr abgeschwächt sind. Der Windungsquerschnitt des *H. curvinodus* zeigt die größte Dicke nahe der Naht und verschmälert sich stark nach außen, während unsere Art einen fast ovalen Querschnitt aufweist, ferner sind die Zwischenrippen schwächer als bei *H. hystricoides* und tragen an der Externseite keine Knoten, und endlich weicht die Lobenlinie des *H. curvinodus* durch den niedrigen Körper des ersten Lateral und das Vorherrschen des äußeren Seitenastes wesentlich von derjenigen des *H. hystricoides* ab.

Als verwandte Arten hat man ferner *Hoplites Michaelis* n. sp. und *H. Hoheneggeri* n. sp. in Betracht zu ziehen. Da die Rippen bei *H. hystricoides* stärker nach vorne geneigt und geschwungen, die Flanken stärker gewölbt, die Umgänge niedriger sind, da ferner die Externseite dieser Art weniger abgeflacht ist als bei *H. Michaelis* n. sp., so is eine Vereinigung mit der letzten Art ausgeschlossen.

Die Unterschiede des *H. hystricoides* von *H. Hoheneggeri* sind bei dieser Art angegeben.

Liegt nur in einem Exemplare von Altbielitz vor. Hoh. S. Ein kleines Bruchstück einer sehr nahestehenden, aber specifisch verschiedenen Art fand sich auf Flötz 5 in Lippowetz.

Hoplites Hoheneggeri n. sp.

Taf. VIII, Fig. 1 *a—c*.

Von dieser prächtigen Art sind die inneren Umgänge leider nicht bekannt; aus den geringen, im Nucleus erhalten gebliebenen Sculpturresten scheint hervorzugehen, dass die Differenzierung der Rippen und Knotenbildung in einem früheren Stadium als bei *H. hystricoides* eintritt. Die Schale zeigt vor Beginn des letzten Umganges zwei kräftige Hauptrippen mit einer einfachen Zwischenrippe; diese dürfte nur an der Externseite einen Knoten tragen, jene zeigen eine leichte längliche Verdickung an der Naht, eine zweite knotenartige Verdickung (Mittelknoten) auf der äußeren Hälfte der Windung. Am Mittelknoten dürfte eine Gabelung dieser Hauptrippen eintreten, was wegen der Bedeckung durch den folgenden Umgang nicht sicher erkennbar ist. Mit der hinteren dieser Hauptrippen vereinigt sich an der Naht eine Zwischenrippe. Auf dem letzten Umgange des Exemplares, das mit einem Theile der Wohnkammer erhalten ist, erscheint der Gegensatz zwischen Haupt- und Zwischenrippen viel schwächer ausgeprägt als unmittelbar vorher, da er aber doch nicht gänzlich schwindet, so kann man auch hier Haupt- und Zwischenrippen unterscheiden, von denen die letzteren nur Externknoten, die ersteren drei, doch verhältnismäßig sehr schwach entwickelte Knoten tragen. Die Hauptrippen gabeln sich am Mittelknoten Die meist in der Einzahl, selten zu zwei auftretenden Zwischenrippen sind einfach und beginnen an der Naht, nur an einer Stelle vereinigen sich an der Naht zwei Zwischenrippen und daneben eine Hauptrippe mit einer Zwischenrippe. Sämmtliche Rippen springen als kräftige Kämme vor und haben am unteren Schalentheile einen radialen, am äußeren einen schwach nach vorn geschwungenen Verlauf. Auf der Externseite sind die Rippen unterbrochen; das flache Medianband wird beiderseits von Externknotenreihen begleitet.

Auf der Wohnkammer nimmt die Sculptur einen mehr unregelmäßigen Charakter an. Die Rippen sind hier sämmtlich weniger dicht gestellt als am gekammerten Theile, aber ihre Vertheilung ist ungleich, einzelne folgen dichter aufeinander, andere stehen in weiteren Zwischenräumen. Sie sind durchaus sehr kräftig und mit scharfer Schneide versehen; bei einigen sind die Mittelknoten stark ausgebildet, bei anderen sehr schwach. An einer Stelle sind drei aufeinander folgende Rippen gleich stark entwickelt, an anderen stehen ein bis zwei schwächere Rippen zwischen zwei stärkeren. Eine Hauptrippe biegt am Mittelknoten gegen die Regel nach rückwärts um, vor dieser befinden sich zwei kurze, flache Schaltrippen, von denen sich die vordere mit der nächstfolgenden Hauptrippe vereinigt. Die Externseite der Wohnkammer ist leider nicht bekannt.

Das Exemplar zeigt bei einem Durchmesser von 174 *mm* eine Nabelweite von 68·5 *mm*; die Windungshöhe beträgt am Vorderende, von der Naht zur Medianlinie der Externseite gemessen, ungefähr 58 *mm*. Die Windungshöhe ist beträchtlich größer als die Breite; kurz vor Beginn der Wohnkammer

beträgt die Windungshöhe 47 *mm*, die Dicke ungefähr 31—32 *mm* im Zwischenrippenraume und 33—34 *mm* über die Rippen gemessen. Der Querschnitt ist hoch oval, die größte Dicke liegt ungefähr in der Mitte der Umgänge, die Flanken sind schwach gewölbt, die Nahtfläche ist gerundet und zeigt mittelsteilen Abfall zur Naht. Externseite an den Rippen abgeflacht, im Zwischenrippenraume schwach gerundet.

Die Erhaltung der Lobenlinie ist so unvollkommen, dass von einer besonderen Darstellung abgesehen werden musste, allein man erkennt mit voller Bestimmtheit, dass ein wesentlicher Unterschied zwischen der Linie dieser Art und des *H. hystricoides* nicht besteht.

Von *H. hystricoides* unterscheidet sich *H. Hoheneggeri* durch höhere, schlankere und rascher anwachsende Umgänge, weniger starke Differenzierung der Rippen, geringere Zahl der Zwischenrippen, deutlichere Unterbrechung der Rippen auf der Externseite, wahrscheinlich auch durch früheres Auftreten der Knotensculptur.

Von *H. Michaelis* weicht *H. Hoheneggeri* hauptsächlich durch kräftigere und stärker geschwungene Sculptur, etwas deutlicher gewölbte Flanken und selteneres Auftreten der Rippenbündelung ab. Unter den außeralpinen Arten hat namentlich *Hoplites longinodus* Neum. et Uhl.[1] eine gewisse habituelle Ähnlichkeit mit der beschriebenen Art, doch scheint in Wirklichkeit die Verwandtschaft nicht sehr eng zu sein. *H. longinodus* zeigt die größte Dicke an der Nahtfläche, die senkrecht zur Naht abfällt; ferner sind keine Mittelknoten vorhanden und die Nebenrippen zeigen keine Knoten an der Externseite. Die Lobenlinie weicht durch niedrigen breiten Stamm des ersten Laterallobus und durch das Vorherrschen des Externastes von der Linie des *H. Hoheneggeri* stark ab.

Die beschriebene Art ist nur in einem Exemplare von Pitrau vorhanden. Hoh. S.

Hoplites n. sp. ind.

Ein Exemplar aus Ustron (Annazeche), das Hohenegger als *Amm. radiatus* bestimmt hat, wollen wir hier nicht ganz übergehen, obwohl es zur Begründung einer neuen Art seines mangelhaften Zustandes wegen nicht hinreicht. Die inneren Umgänge entwickeln auf den *pexiptychus*-ähnlichen Rippen frühzeitig Knoten und nehmen eine Sculptur an, die man mit der des *Hoplites Vaceki* Neum. et Uhl.[2], einer mit *Amm. radiatus* verwandten Form vergleichen könnte. Die schlesische Art unterscheidet sich indessen von *H. Vaceki* nicht nur durch niedrigere Umgänge, langsameres Anwachsen und weiteren Nabel, sondern auch durch das Vorhandensein von Zwischenrippen, die allerdings später verschwinden könnten. Vielleicht noch näher ist diese Art mit *Hoplites* sp. ind. aff. *Michaelis* verwandt. Durch die ziemlich stark geschwungene Form der Rippen der inneren Umgänge ist auch eine wesentliche Annäherung an *H. hystricoides* gegeben. Wir erwähnen diese Form hauptsächlich deshalb, um zu zeigen, wie reich die Hopliten aus der Gruppe des *H. Michaelis* und *hystricoides* in der Fauna der Oberen Teschener Schiefer entwickelt sind.

Hoplites pexiptychus Uhlig.

Taf. IV, Fig. 4 *a b*, Fig. 5, Fig. 6, Fig. 7 *a*, *b*.

Hoplites pexiptychus Uhlig, Zur Kenntnis der Cephalopoden der Rossfeldschichten. Jahrbuch Geol. Reichsanstalt. Wien 1882, 32. Bd., S. 389, Taf. IV, Fig. 45.

Hoplites pexiptychus Uhlig, Über neue Fossilien vom Gardenazza, nebst Anhang über das Neocom von Ischl. Jahrb. Geol. Reichsanstalt 1887, 37. Bd., S. 106.

Hoplites Roubaudi W. Kilian, Descr. géol. de la Mont. de Lure, p. 423 (partim) 1889.

Hoplites Roubaudi Kilian, Sur quelques fossiles du Crétacé infér. de la Provence. Bull. Soc. géol. France, 1888, 3. ser., t. XVI, p. 679, pl. XVII, Fig. 2, 3.

Hoplites pexiptychus P. Lory, Sur les Hoplites Valanginiens du Groupe de *Hoplites neocomiensis*, Trav. du Labor. de Géologie de la fac. des Sciences Grenoble, 1892, p. 22.

---

[1] Hilsammonitiden, S. 44, Taf. 16, Fig. 3, Taf. 37, Fig. 2, 3.

[2] Hilsammonitiden, S. 165, Taf. 56, Fig. 2.

Hoplites Roubaudi Sarasin, Quelques considerations sur les genres *Hoplites, Sonneratia, Desmoceras* et *Puzosia*. Bull. Soc. geol. France, 1897, 3. sér., t. XXV, p. 766 (Lobenlinie),

Hoplites pexiptychus Simionescu, Über einige Ammoniten mit erhaltenem Mundsaum. Beiträge zur Paläontologie Österreich Ungarns etc., XI, 1898, S. 209.

Syn. *Amm. subserratus* Mallada, Sinopsis de las especies foss. que se han encontrado en España, III, Boletin de la Com. del Mapa geolog. de España, XIV, Madrid, 1887, p. 15, Lám. 10, Fig. 10, 11. (Die Abbildung befindet sich im Bd. IX, Madrid 1882.)

Syn. *Hoplites* n. f. (*Fr. Borowae* Uhl.) Parona, Descr. di alcune amm. del Neocom. Veneto. Palaeontographia Italica, vol. III, 1899, tav. XVIII, Fig. 3, p. 140.

Seit ihrer Begründung ist diese Art wiederholt Gegenstand eingehender Untersuchungen gewesen. Von W. Kilian wurde sie in den Mergeln mit *Amm. neocomiensis* der Montagne de Lure nachgewiesen und mit einer Prodrôme-Art d' Orbignys, *Amm. Roubaudi*[1] identificiert.

Diese Anschauung wäre kaum genügend gerechtfertigt, bildete das von Kilian in seiner schönen Arbeit über die Montagne de Lure zuerst abgebildete Exemplar[2] den einzigen Beleg hiefür, denn dieses Exemplar entspricht wegen seiner bedeutend größeren Dicke nicht völlig dem Typus des *H. pexiptychus*. Viel beweiskräftiger erscheint dagegen die im Jahre 1888 von Kilian gegebene Abbildung eines Exemplares, das zugleich den Vorzug hat, das Originalexemplar von d' Orbignys *Amm. Roubaudi* zu sein. Es stimmt mit dem Typus des *H. pexiptychus* so gut überein, dass man kaum einen bedeutenderen Unterschied namhaft machen kann; die Abweichungen, auf die P. Lory aufmerksam gemacht hat, genügen nicht zu specifischer Sonderung. Da sonach die Bezeichnungen *pexiptychus* und *Roubaudi* synonym sind, so hat eine davon zu entfallen. Die Priorität spricht, wie W. Kilian bemerkt hat[3], für die Erhaltung der Bezeichnung *pexiptychus*, da d' Orbigny seinen *Amm. Roubaudi* niemals abgebildet und auch nur so kurz beschrieben hat, dass eine Erkennung dieser Art für denjenigen, der nicht zufällig das Originalexemplar oder nach diesem bestimmte Stücke kannte, gänzlich ausgeschlossen war. Diesen Standpunkt haben französische Forscher acceptiert und bezeichnen diese Art mit dem von mir ertheilten Namen *pexiptychus*, obwohl dies für sie bei der Verbreitung des Namens *Amm. Roubaudi* in den französischen Sammlungen etwas unbequem sein mag.

W. Kilian hat namentlich die Verwandtschaft dieser Art mit *H. neocomiensis* und *H. asperrimus* betont und die Unterschiede dieser Arten angegeben, worauf sich P. Lory sehr eingehend über unsere Art verbreitet hat. War die Identität des *Am. pexiptychus* mit *Am. Roubaudi* bis dahin von allen Forschern, die sich mit diesen Formen beschäftigten, angenommen worden, so machte A. Pavlow eine Ausnahme: *H. pexiptychus* sei durch tiefere Einschnürungen und die extrem starke Verdickung der Rippen an der Externseite von *H. Roubaudi* Orb. zu unterscheiden. Dazu muss ich nun bemerken, dass die Einschnürungen auf der Originalabbildung in meiner Arbeit über die Rossfeld-Schichten vom Zeichner etwas zu stark markiert wurden, sie sind in Wirklichkeit doch etwas schwächer. Was aber die Verdickung der Rippen an der Externseite betrifft, so ist sie allerdings bisweilen sehr auffallend, besonders an den Rippen, die unmittelbar hinter den Einschnürungen stehen. Da aber dieses Verhalten nach P. Lory[4] auch bei südfranzösischen Exemplaren bekannt ist und die Verdickung der Rippen an der Externseite Schwankungen unterliegt, so halte ich die Auffassung von W. Kilian für richtig. Dagegen erscheint vielleicht die Bestimmung des von A. Pavlow als *H. Roubaudi* abgebildeten Exemplares aus dem Speeton clay nicht ganz einwandfrei. Da mir die Identität dieser Form[5] mit *H. Roubaudi* und *pexiptychus* nicht ganz sichergestellt scheint, habe ich sie hier in die Synonymie des *Hopl. pexiptychus* nicht aufgenommen.

Als Synonyme des *H. pexiptychus* führt W. Kilian auch Malladas *Am. subserratus* und mit Fragezeichen *Am. Isaris* Pomel an. Die erstere Art scheint in der That von *H. pexiptychus* in nichts abzu-

[1] Prodrôme de Paléontol. 1849—1850, 17. étage, Nr. 41, t. II, p. 64.

[2] l. c. Tab. II, Fig. 2.

[3] Bull. Soc. Statistique Isére, Grenoble 1892, p. 15.

[4] l. c., p. 24, Anmerkung.

[5] Argiles de Speeton, pl. XVII, Fig. 8, p. 106.

weichen, die letztere dagegen dürfte wohl als verwandt, aber nicht als übereinstimmend zu bezeichnen sein. Endlich ist wohl auch Paronas *Hoplites* n. f. ind. (cf. *Borowae* Uhl.) nichts anderes als ein etwas mangelhaft erhaltenes Exemplar unserer Art.

Obwohl nun *H. pexiptychus*, wie sich aus dieser Übersicht ergibt, schon mehrfach beschrieben und abgebildet ist, wird es vielleicht doch nicht überflüssig sein, auch die schlesisch-karpathischen Formen in Wort und Bild vorzuführen. Als typisch möchte ich die unter Fig. 4 abgebildete Form hinstellen, bei der Bündelung der Rippen an der Naht verhältnismäßig selten vorkommt, und mehr einfache als gegabelte Rippen vorhanden sind. Die Rippen sind kräftig, die Verdickungen zwar deutlich, aber nicht extrem. Die inneren Windungen sind leider größtentheils zerstört, aber zwei zufällig erhaltene Einschnürungen zeigen, dass auch bei dieser Form wie bei den südfranzösischen die Einschnürungen auf den inneren Umgängen etwas stärker ausgeprägt waren, als auf der Außenwindung.

Bei einer anderen Form (Fig. 7) kommt am letzten Umgange nur an zwei Stellen, und zwar hinter Einschnürungen, eine Vereinigung zweier Rippen an der Naht vor; alle übrigen Rippen des letzten Umganges entstehen einfach an der Naht und nur wenige von ihnen, vielleicht jede sechste, gabeln sich. Ferner sind die Rippen nur wenig geschwungen und zeigen an der Externseite starke Verdickungen, die besonders bei den, die Einschnürungen nach hinten begrenzenden Rippen extrem ausgebildet sind. Die Einschnürungen sind auch hier nur leicht vertieft. Durch die Seltenheit der gegabelten Rippen erinnert diese Form (Fig. 6) an *Amm. sinuosus* Orb.[1], bei dem im übrigen die Rippen weiter auseinander stehen und die Umgänge viel dicker sind. Die Ähnlichkeit dieser Form mit der als Typus betrachteten ist so groß, dass ich sie trotz mehrfacher Unterschiede davon specifisch nicht abtrenne.

Endlich füge ich an *H. pexiptychus* noch eine dritte Varietät (Fig. 7), diese allerdings nur mit Vorbehalt an. Die Rippen sind bei dieser Form beträchtlich dichter gestellt und schwächer ausgebildet als bei dem Typus dieser Art. Ferner kommt die Bündelung der Rippen an der Naht etwas häufiger vor und die Zahl der ungespaltenen Rippen ist geringer; endlich scheinen auch die Umgänge etwas höher zu sein. Diese Form nähert sich ein wenig mehr als die übrigen dem d'Orbigny'schen Originalexemplare, ohne aber damit gänzlich übereinzustimmen.

Da mein Material nicht reichlich genug ist, um eine sichere Beurtheilung des Verhältnisses dieser Form zum Typus der Art zu gestatten, halte ich es bei der großen Formenmannigfaltigkeit des *H. pexiptychus* für angezeigt, auf eine specifische Trennung zu verzichten.

Die beschriebenen Exemplare sind mit einem Theile der Wohnkammer versehen, die auch bei drei anderen Exemplaren ganz oder theilweise erhalten ist. Es geht aus diesen Stücken hervor, dass die Sculptur auf der Wohnkammer keine wesentliche Veränderung erfährt. Bei einem Exemplare zeigt eine Gabelungsstelle auf der Wohnkammer eine ziemlich kräftige Verdickung, im übrigen ist aber die Neigung zur Bildung kleiner, knotenartiger Verdickungen an den Gabelungsstellen auf der Wohnkammer etwas schwächer ausgesprochen als auf dem gekammerten Theile des Gehäuses. Vor dem Mundrande scheint eine leichte Abschwächung der Rippen einzutreten, nur die letzte, unmittelbar am Mundsaume stehende Rippe ist etwas verstärkt. Der Mundsaum bildet ein breit angesetztes, kurzes Ohr und zeigt demnach bei dem schlesischen Vorkommen dieselbe Gestaltung wie bei einem Exemplare des Weißenbachgrabens bei Golling, das J. Simionescu beschrieben hat. Schon in der ursprünglichen Beschreibung wurde auf die geringe Größe dieser Art hingewiesen; auch das Originalexemplar von d'Orbigny misst nur 41 *mm* im Durchmesser. Simionescus Exemplar erreicht mit ganzer Wohnkammer nur 32 *mm* Durchmesser und auch die schlesischen Wohnkammerexemplare sind sämmtlich klein und überschreiten den Durchmesser von 60 oder 62 *mm* nicht. Wir müssen daher *H. pexiptychus* für eine kleinwüchsige Art ansehen[2].

[1] Pal. franç., Cephal. crét., pl. 60, fig. 1—3.

[2] In der Beschreibung der Neocomversteinerungen von Ischl erwähne ich ein Bruchstück von *H. p*[illegible] Windungshöhe. Das betreffende Exemplar gehört nicht zu *H. pexiptychus*, sondern einer nahe verwandten Art.

Die Lobenlinie ist bei dem Originalstück aus den Rossfeldschichten nur unvollkommen bekannt, die auffallende Breite des Lobenkörpers des ersten Laterals dürfte durch die seitliche Verdrückung des Exemplares bedingt sein. Ein schönes Bild der Lobenlinie eines *Hopl. Roubaudi* verdanken wir Ch. Sarasin, das mit der Lobenlinie des schlesischen Vorkommens in den Hauptzügen gut übereinstimmt. Wenn die letztere etwas einfacher erscheint, so liegt das zum Theile am Erhaltungszustande. Der Endast des ersten Lateral greift tief in den Körper des vorhergehenden Lateral ein. Die Darstellung der Lobenlinie ist übrigens durch die hoch und breit vorspringende Form der Rippen sehr beeinträchtigt und erschwert.

Hoplites pexiptychus hat sich als eine Leitform des Valanginien erwiesen und ist aus dieser Stufe namentlich von vielen Localitäten Südfrankreichs bekannt. Auch in den Nordostalpen tritt er in Begleitung von Formen auf, die auf eine tiefere Stufe als Mittelneocom hinweisen, er ist hier bisher von der Ahanderalpe, von Schellenberg, Ischl, Weißenbachgraben bei Golling (Simionescu) und von Niederndorf bei Kufstein (Buchauer) bekannt. Die Hauptblüte des *Hopl. pexiptychus* fällt jedenfalls in die Zeit des Valanginien; Vorläufer dieser Art treten aber nach W. Kilian schon in der Berrias-Stufe auf [1], und nach F. Roman [2] würde diese Art sogar schon im Tithon als Zeitgenosse des *Perisphinctes transitorius* auftauchen. Die obertithonische Form aber, die Roman als *H. pexiptychus* abbildet, neigt sich noch entschieden den Perisphincten zu, es ist das eine jener Formen, die von *Perisphinctes* zu *Hoplites* führen und als Stammformen des *H. pexiptychus* und seiner Verwandten zu betrachten sind.

Von den schlesischen Exemplaren zähle ich acht zu *H. pexiptychus*; sie stammen von Pitrau, Nieder-Lischna und Tierlitzko (Hoh. S., Samml. d. Reichsanst.), ferner von Niedeck (Flötz 4), Zeislowitz (Flötz 10) Fall. S., Alt-Bielitz (geol. Sammlung d. Deutsch. Techn. Hochschule in Prag), Nieder-Zukau, Bandflötz 5 (Fall. S.).

Hoplites cf. **asperrimus** d' Orb. sp.

Taf. IV, Fig. 8, 9.

Ammonites asperrimus d' Orbigny, Paléont. franç. terr. crét. I, pl. 60, Fig. 4–5, p. 206.

Hoplites asperrimus Sayn, Note sur quelques Ammonites nouvelles du Neocomien infer. Bull. Soc. geol. France. 3. sér., t. XVI, 1889, p. 684.

Hoplites asperrimus P. Lory, Sur les Hoplites valanginiens du groupe de *H neocomiensis*, p. 26.

Vier Exemplare, die ich hier als *H.* cf. *asperrimus* Orb. sp. beschreibe, schließen sich in jeder Hinsicht eng an *H. pexiptychus* an. Die Rippen zeigen ebenfalls die so bezeichnenden Verdickungen am äußeren Theile der Flanken, sie sind bald einfach, bald gespalten und nur selten an der Naht gebündelt. Einzelne Furchen sind nach Art der Einschnürungen etwas tiefer eingesenkt, die Umgänge sind niedrig, wenig umfassend, weitnabelig. An den Spaltungsstellen der Rippen erheben sich rundliche, kräftige Knoten, die bei einem Exemplare, namentlich am Vorderende den Charakter von Dornen annehmen. Trotz der betonten Ähnlichkeit mit *H. pexiptychus* stellen sich aber diese Exemplare doch nicht ganz so, wie mit starken Knoten ausgezeichnete *pexiptychus* dar. Die Rippen haben einen etwas anderen Charakter, sie sind vor allem weniger regelmäßig angeordnet, auf den inneren Umgängen etwas schütterer gestellt. Das Gehäuse scheint auch merklich engnabeliger zu sein. Bei reichlichem Materiale werden zwar vermuthlich mehr Übergänge zu erkennen sein, aber selbst unter dieser Voraussetzung erscheint es angemessen, diese kräftige, knotentragende Form von *H. pexiptychus* gesondert zu halten. Bei einem der beschriebenen Exemplare ist ein Theil der innersten Windungen zu erkennen, die äußerst feine Fadenform der Rippen und ihre dichte Stellung contrastiert hier auffallend mit der späteren Entwicklung.

Die Lobenlinie ist leider nur in Spuren erkennbar, der Verlauf der Linie scheint zwar dem *H. pexiptychus* zu entsprechen, aber die einzelnen Scheidewände stehen viel weiter von einander ab. Die Grenze zwischen der Wohnkammer und dem gekammerten Theile ist leider nicht deutlich, es scheint aber, dass

[1] Environs de Sisteron, p. 710.

[2] Recherch. stratigr. et paléontol. dans le Bas-Languedoc. Paris 1897, p. 283, pl. I, Fig. 9.

der vordere Theil des letzten Umganges bei beiden Exemplaren schon der Wohnkammer angehört, so dass auch diese Form als kleinwüchsig zu betrachten wäre. Leider ist auch die Dicke der Exemplare nicht sicher erkennbar, der Erhaltungszustand deutet vielleicht auf eine gewisse Zusammendrückung hin.

Die Benennung dieser Form bereitet Schwierigkeiten. Ein Vergleich mit der Abbildung des *A. asperrimus* Orb. in der Paléontologie française ergibt große Unterschiede zwischen dieser und der schlesischen Form; aber die Abbildung d'Orbignys ist vielleicht nicht ganz verlässlich, wie schon Sayn annahm, als er das von ihm abgebildete Exemplar mit *Am. asperrimus* d' Orb. identificierte. Unsere Exemplare stimmen mit der Abbildung Sayns jedenfalls besser überein als mit derjenigen der Paléontologie française. Da ferner nach Angabe mehrerer Forscher[1], besonders W. Kilians *H. asperrimus* in Südfrankreich mit dem dortigen *H. pexiptychus* eng verknüpft ist, dieses Verhältnis für unsere Formen aber auch zutrifft, so glaubte ich, die specifische Bezeichnung des *H. asperrimus* auf die schlesische Form übertragen zu dürfen. Das größte Bedenken in dieser Hinsicht bildet die weniger cylindrische Form der Umgänge bei dem schlesischen Vorkommen, dem man auch unter der Voraussetzung einer gewissen Verdrückung kaum so dicke Windungen zuschreiben kann, wie sie dem *A. asperrimus* zukommen sollen. Die Identificierung mit dieser Art konnte daher nur unter Vorbehalt vorgenommen werden. Die weitere Aufklärung dieses Formenkreises muss der Zukunft überlassen bleiben.

Die geologische Verbreitung des *Hopl. asperrimus* scheint in Frankreich mit derjenigen des *H. pexiptychus* ganz zusammenfallen. Die von Sayn beschriebene Form stammt aus den Mergeln mit *Bel. latus* von Luc-en-Diois.

Zwei Exemplare sind in Pitrau gefunden. Sie wurden schon von Hohenegger als *Am. asperrimus* bestimmt (Hoh. S.). Zwei weitere Exemplare stammen von Zeislowitz, Flötz 10 (Fall. S.).

Hoplites ambiguus n. sp.

Taf. VI, Fig. 3—5.

Die vorliegende Art ist vornehmlich auf das unter Fig. 3 abgebildete, ziemlich vollständige Exemplar begründet. Nebst diesem sind einige Fragmente vorhanden, die zwar dem Anscheine nach zu dieser Art gezogen werden müssen, deren Zugehörigkeit aber doch nicht durchaus sicher verbürgt werden kann. Wir beschreiben im Folgenden zuerst das als Typus zu betrachtende, ziemlich vollständige Exemplar, Fig. 3, und fügen dann einige Bemerkungen über die hier anzuschließenden Bruchstücke hinzu.

Gehäuse scheibenförmig, ziemlich weitnabelig, mit abgestumpfter Externseite und flach gewölbten Flanken. Die größte Dicke der Umgänge liegt ungefähr in der Mitte der Flanken. Der Durchmesser des am vollständigsten erhaltenen Exemplares beträgt 90 *mm*, die Nabelweite 33 *mm*; die Höhe der Windung am Vorderende 33 *mm*. Die Dicke lässt sich am Vorderende nicht genau bestimmen, an einer anderen, etwas besser erhaltenen Stelle beträgt die Dicke des Umganges ungefähr 17—18 *mm*, die Höhe ungefähr 28 *mm*.

Die Sculptur besteht auf dem älteren Theile des Umganges aus *pexiptychus*-artigen Rippen, von denen einige einfach, andere gegabelt sind; wieder andere vereinigen sich an der Naht in knotenförmigen, länglichen Verdickungen. Die Rippen sind am Externende ziemlich stark verdickt, verhältnismäßig wenig geschwungen und ziemlich dicht gestellt. Die bezeichnendste Eigenthümlichkeit aber besteht in diesem Stadium in dem Auftreten deutlicher, selbst knötchenartiger Verdickungen, die nicht nur auf den Spaltungsstellen, sondern auf gleicher Höhe auch auf den einfachen Rippen bald mehr, bald minder deutlich markiert sind. Die Berippung der inneren Umgänge ist leider nicht bekannt, nur an einer Stelle blieben Reste stark verdickter Rippenenden erhalten, die auf kräftige Sculptur des inneren Gewindes schließen lassen. Vor Beginn der Wohnkammer verschwinden allmählich die knotenartigen Verdickungen der Spaltungsstelle, die Rippen werden zugleich gerundeter und breiter, die Spaltung der Rippen auf den Flanken

[1] Eine Ausnahme macht hier Sarasin, der den *Am. asperrimus* nicht mit *H. pexiptychus* (*Roubaudi*), sondern mit *H. gargasensis* und *crassicostatus* zu einer Gruppe vereinigt (l. c. p. 768).

wird seltener und dürfte schließlich gänzlich verschwinden. Dagegen tritt in diesem Stadium regelmäßig Bündelung der Rippen an der Naht ein, die Rippen entstehen zu zwei, seltener drei an der Naht und die Ursprungsstelle ist deutlich verdickt oder springt als längliches Knötchen vor. Ob auf dem vorderen Theile der Wohnkammer, von der hier nur der Anfang erhalten ist, eine weitere Sculpturveränderung eintritt oder nicht, ist nicht bekannt. Auf der Externseite sind die Rippen unterbrochen, die verdickten Rippenenden überragen nicht das glatte Medianband der Externseite, das sich sogar ein wenig, allerdings nur äußerst schwach, über die beiderseitigen Rippenenden emporzuwölben scheint.

Von der Lobenlinie ist nur der erste Seitenlobus bekannt, der einen langen, breiten Stamm mit langem Endaste und beiderseits fast gleich stark ausgebildeten Seitenästen aufweist. Der Externsattel ist verhältnismäßig breit.

Dieselbe bezeichnende Sculptur, die sich bei dem beschriebenen Exemplare am Beginne der Wohnkammer entwickelt, zeigt in ausgezeichneter Weise ein gekammertes Bruchstück von 40 *mm* Höhe. Da dieses Stück (Fig. 5) auch eine ähnliche, flache Schalenwölbung und übereinstimmenden Lobenbau erkennen lässt, so wurde es dieser Art zugezählt. Es wäre auf Grund dieses Exemplares anzunehmen, dass die Bündelrippen schon auf dem gekammerten Theile des Gehäuses auftreten können und die vorliegende Art noch wesentlich größer werden kann als das als Typus angenommene Stück (Fig. 3).

Zwei andere Fragmente, von denen eines unter Fig. 4 abgebildet wurde, entsprechen dem älteren, inneren Gehäusetheile. Hier sind ziemlich starke, mäßig geschwungene Rippen entwickelt, die an der Externseite in ziemlich kräftige Verdickungen ausgehen und das Medianband der Externseite freilassen. Man zählt an der Externseite des abgebildeten Stückes, Fig. 4, 26 Rippen, von denen nur 4 durch Gabelung auf der äußeren Schalenpartie entstehen. Sechs Rippen entspringen einzeln an der Naht, die übrigen bilden Rippenbündel, deren Ausgangspunkte an der Naht knotenförmig verdickt sind. Aus diesen Nahtknoten entspringen bald nur zwei, bald drei Rippen, die zusammen ein Bündel bilden. Die Rippen eines solchen Bündels bleiben bald ungespalten, bald gabelt sich eine Rippe auf der äußeren Schalenhälfte. Eine dieser Gabelungsstellen ist zu einem leichten Knoten verdickt, andere zeigen nur schwache, kaum wahrnehmbare Verdickungen. An einer Stelle am Vorderende der erhaltenen Windung ist die Furche zwischen einem Rippenbündel und der darauffolgenden, einfachen Rippe etwas stärker vertieft als sonst, was vielleicht eine Andeutung einer verspäteten Einschnürung bildet, wie sie bei den Formen der *pexiptychus*-Gruppe, namentlich auf den innersten Windungen vorkommen.

Die Lobenlinie dieses Exemplares ist nur in den Hauptzügen bekannt. Der erste Lateral hat einen kräftigen, langen Stamm, von dem ein langer Endast und mehrere ziemlich kurze Seitenäste abgehen. Der zweite Laterallobus ist viel kürzer als der erste und durch das Vorherrschen der äußeren Seitenäste unsymmetrisch gestaltet. Der Endast des ersten Lateral greift mit seiner Spitze an der Stelle in den vorhergehenden Seitenlobus ein, wo der Externsattel in den ersten Seitenlobus übergeht.

Die Sculptur des beschriebenen Stückes (Fig. 4) stimmt offenbar mit derjenigen auf dem älteren Schalentheile des typischen Exemplares nach ihrer Grundanlage vorzüglich überein, es besteht nur der Unterschied, dass die Verdickungen weniger kräftig sind; die Sculptur ist weniger crassicostat. Da aber Höhe und Dicke der Umgänge, die Nabelweite und die Lobenlinie mit ihren ziemlich breiten Sattelkörpern ziemlich gut übereinstimmen, so entschloss ich mich nach längerem Schwanken, dieses Exemplar zu *H. ambiguus* zu ziehen. Leider ist die Wohnkammer dieses Exemplares nicht erhalten, die Entscheidung über die Zugehörigkeit desselben wird dadurch sehr erschwert.

Von den bisher beschriebenen Arten hat *Hopl. Desori* Pict. et Camp. einige Ähnlichkeit mit unserer Form. An der Naht erscheinen ähnliche Knoten, während aber bei *H. ambiguus* nur zwei, höchstens drei einfache Rippen aus einem Knoten entspringen, vereinigen sich bei *H. Desori* vier bis fünf Rippen, darunter zwei bis drei kurze Schaltrippen zu einem Bündel. Ferner hat *H. Desori* etwas höhere Umgänge, engeren Nabel und endlich ist die Beschaffenheit der inneren Umgänge gänzlich abweichend. Bei *Hopl. fascicularis* Orb., einer noch wenig geklärten Art, vereinigen sich vier lange Rippen zu einem Bündel und die Beschaffenheit der inneren Umgänge weicht so sehr von *H. ambiguus* ab, dass eine Verwechslung

unmöglich ist. Erinnert die Wohnkammersculptur unserer Art an *H. Desori*, so zeigen die Luftkammern mit ihren knotentragenden und verdickten Spaltungsrippen eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit *Hopl. Zianidia* Pomel[1] aus den Berrias-Schichten von Lamoricière. Da diese Art leider nur durch ein kleines Bruchstück bekannt ist, so ist es zur Zeit unmöglich, ihr Verhältnis zu unserer Form endgiltig zu beurtheilen. Vielleicht entwickelt sich *H. Zianidia* im ausgewachsenen Zustande ganz anders als unsere Art, vielleicht aber auch sehr ähnlich wie diese. Völlige specifische Identität dürfte kaum bestehen, da *H. Zianidia* eine etwas dickere Form vorstellt als *H. ambiguus* und die Rippenspaltungsstelle etwas tiefer liegt, als bei unserer Art. Mit dem unter Fig. 4 abgebildeten Exemplare hat auch *H. Isaris* Pomel[2] ziemlich viel Ähnlichkeit, doch unterscheidet sich diese Form durch viel weiteren Nabel und entfernter stehende Rippen.

Die oben beschriebenen und abgebildeten Exemplare des *H. ambiguus* stammen aus Pitrau und Nieder-Lischna (Hoh. S.). Außerdem dürften zu dieser Art gehören: ein kleineres Bruchstück von Nieder-Lischna, ein großes Wohnkammerfragment von Zeislowitz (Fall. S.) und ein undeutlic erhaltenes Stück mit besonders kräftigen Nahtknoten von Zuckau (Hoh. S.).

Endlich möchten wir hier noch zweier Exemplare gedenken, die mit *H. ambiguus* zwar offenbar nahe verwandt, aber wahrscheinlich nicht identisch sind. Eines dieser Exemplare, von Tierlitzko herstammend, weicht durch stärker gewölbte Flanken und kleine Differenzen in der Ausbildung der äußeren Seitenäste des ersten Lateral ab. Es wurde unter Taf. VI, Fig. 6 *a*, *b* abgebildet. Das andere, von der Localität Zeislowitz, fl. 10 (Fall. S.), unterscheidet sich namentlich dadurch, dass die Rippen etwas nach rückwärts geneigt und auf der Externseite nicht deutlich unterbrochen sind. Leider genügen diese Reste zur Aufklärung der betreffenden Formen nicht.

Hoplites n. sp. ind.

Taf. V, Fig. 2.

Wegen ungenügender Erhaltung beider Exemplare dieser Art bin ich leider nicht in der Lage, sie ausreichend zu charakterisieren, möchte sie aber nicht gänzlich übergehen. Der an einem der beiden Stücke erhaltene Anfangstheil des letzten Umganges zeigt eine Sculptur, die der schwachknotigen Form des *Hopl. ambiguus* (Taf. VI, Fig. 4) recht gut entspricht. Aber auch der vordere Theil der letzten Windung beweist die Verwandtschaft mit *H. ambiguus*. Zwar sind hier seltener Bündelrippen entwickelt, aber es treten Schaltrippen auf, die so tief herabreichen, dass sie fast die Nahtknoten erreichen. Nur vereinzelt kommt hier auch am äußeren Schalentheile Rippenspaltung vor. Die Rippen sind ziemlich stark geschwungen und außen stark verdickt. Bei einzelnen Rippen ist auch auf der Mitte der Flanken, in der Höhe der oberen Spaltungsstelle, eine leichte Verstärkung angedeutet; an der Naht entwickeln sich knotenartige Verdickungen. Bei einem Exemplare ist eine leichte Einschnürung angedeutet. Die Flanken des äußeren Umganges sind verhältnismäßig stark gewölbt, die gerundete Nahtfläche fällt ziemlich steil ein. Innere Umgänge, Externtheil und Lobenlinie nicht näher bekannt.

Die vorliegende Art ist mit *H. ambiguus* nahe verwandt; sie unterscheidet sich namentlich durch die schwächere Knotenbildung auf dem hinteren Theile des letzten Umganges und weniger ausgesprochene Bündelung der Rippen auf dem vorderen Theile. Ferner scheinen die Flanken etwas stärker gewölbt zu sein. Von *Hoplites Boissieri* Pict. unterscheidet sich diese Art namentlich durch das seltenere Auftreten von kurzen Spaltrippen am oberen Schalentheile und durch den Mangel deutlicher Innenknoten. Eine definitive Fixierung dieser Art ist leider wegen Mangelhaftigkeit des Materiales zur Zeit nicht möglich.

Die beiden Exemplare dieser Art stammen von Pitrau (Hoh. S.) und Trzanowitz, fl. 5 (Fall. S.).

---

[1] Les Céphalop. néocomiens de Lamoricière. Mat. pour la Carte Géol. de l'Algerie 1. sér., Nr. 2, Alger 1889. pl. IV, Fig. 5–7, pag. 55.

[2] l. c. p. 49, pl. V, Fig. 4—6, pl. XIV, Fig. 1.

Hoplites n. sp. ind.

Taf. VI, Fig. 7.

Von dieser Art liegt leider nur ein kleines Bruchstück vor, das zu genügender Feststellung der specifischen Merkmale zwar nicht ausreicht, aber doch einige Worte der Beschreibung verdient. Nur durch Berücksichtigung auch dieser unvollständigen Reste ist es möglich von dem Formenreichthum, den die Hopliten und speciell die *Pexiptychus*-Gruppe in den Oberen Teschener Schiefern entwickeln, eine Vorstellung zu vermitteln.

Die Umgänge dieser Form sind fast gänzlich abgeflacht, ziemlich hochmündig, mäßig weit genabelt. Externseite abgestumpft, Nabelwand niedrig, gerundet, aber steil einfallend. Von 27 Rippen an der Externseite unseres Bruchstückes entstehen 9 durch Spaltung auf der äußeren Schalenhälfte; nur 3 Rippen entstehen einfach an der Naht, alle anderen sind gebündelt. Die Rippen sind ziemlich stark geschwungen, auf der Höhe der oberen Spaltungsstelle leicht verdickt oder erhöht; einzelne Rippen sind ziemlich fein, andere verhältnismäßig kräftig. An der Externseite zeigen alle Rippen leichte Verdickungen. Das Medianband der Externseite ist glatt. Lobenlinie, innere Umgänge und Wohnkammer unbekannt.

Die beschriebene Art unterscheidet sich von *Hopl. pexiptychus* durch engeren Nabel, höhere Umgänge, seltenere Ausbildung einfacher, häufigeres Vorkommen gebündelter Rippen und bedeutendere Größe. Die größere Höhe der Umgänge und der engere Nabel nähern diese Form sehr entschieden an *H. neocomiensis* d'Orb. Beziehen wir uns auf d'Orbignys Darstellung dieser Art, so erscheint unsere Form durch gröbere Berippung, seltenere Rippenspaltung auf der oberen Hälfte der Umgänge, weiteren Nabel und geringere Windungshöhe von *H. neocomiensis* verschieden. Beim Vergleiche mit der schlesischen Form von *H. neocomiensis* bemerkt man zunächst, dass ein directer Übergang hierzu nicht besteht: während die beschriebene Art die Tendenz zur Verstärkung der Rippen auf der Mitte der Flanken aufweist, herrscht bei *H. neocomiensis* eine entschiedene Neigung zur Abschwächung und Verflachung der Rippen auf diesem Schalentheile. Näher als mit *H. neocomiensis* ist die beschriebene mit *H. ambiguus* verwandt; sie unterscheidet sich im mittleren Wachsthumsstadium von *H. ambiguus* durch größere Windungshöhe, häufigeres Vorkommen von Spaltrippen, die geringere Zahl der einfachen Rippen und etwas größere Neigung zu Rippenbündelung an der Naht. Ferner sind die Rippen unserer Form etwas dichter gestellt, stärker geschwungen und an den Spaltungstellen weniger verdickt als bei *H. ambiguus.* Von außerschlesischen Arten nennen wir als verwandt namentlich *Hopl Isaris* Pomel[1]; bei der algerischen Art stehen die Rippen weniger dicht und zeigen an der oberen Spaltungsstelle und an der Naht stärkere Verdickungen; auch scheint die Dicke nicht unwesentlich größer zu sein als bei unserer Form. Noch näher scheint diejenige Form zu stehen, die Pomel als *Amm. cfr. Isaris*[2] beschrieben und abgebildet hat; die stärker geschwungenen, an der Naht gebündelten etwas dichter angeordneten Rippen dieser Art bedingen eine so deutliche Annäherung an die schlesische Form, dass selbst die Identität beider nicht ausgeschlossen erscheint. Hohenegger bezeichnete das beschriebene Exemplar auf einer Etikette als *Amm. noriciformis* Hoh., und in der That ist eine gewisse Ähnlichkeit mit *H. amblygonius* Neum. und Uhl. *(=noricus)* nicht zu verkennen. Der norddeutsche *H. amblygonius* unterscheidet sich von unserer Art durch weniger umfassende Umgänge, tiefere Lage der Rippenspaltungsstellen, Mangel der Rippenverdickung oder Erhöhung auf der Höhe der Spaltungsstelle, endlich durch viel stärkere Ausbildung der Knoten an der Externseite und an der Nahtfläche. Wie in der Gattungseinleitung hervorgehoben ist, dürfte eine sehr enge Verwandtschaft zwischen den Formen der *Pexiptychus*- und der *Amblygonius*-Gruppe nicht bestehen.

Der Fundort des beschriebenen Exemplares ist nicht sicher bekannt. Auf dem Stücke kleben drei Etiketten; zwei nennen als Fundort Zeislowitz, die dritte, besonders alt erscheinende, lautet: Pitrau, im Banderze. Hoh. S.

---

[1] Mat. p. la Carte géol. de l'Algerie. 1 ser. Céphal. néocom. de Lamoricière, Alger. 1889, p. 49, pl. V, Fig. 4—6, pl. XIV, Fig. 1.

[2] l. c. p. 52, pl. IV, Fig. 8—10

Hoplites campylotoxus n. sp.

Taf. IV, Fig. 1 *a, b,* 2, 3.

Gehäuse scheibenförmig, weitnabelig, aus niedrigmündigen, wenig umfassenden Umgängen zusammengesetzt. Flanken flach oder äußerst schwach gewölbt, Nabelwand niedrig, gerundet, aber steil einfallend; Externseite abgestumpft, wenig gewölbt, glatt.

Die inneren Umgänge sind mit feinen, nach vorn geneigten Rippen bedeckt, die theils einfach an der Naht entspringen und sich in der Nähe der Externseite gabeln, theils zu zwei gebündelt sind. Am innersten Gewinde scheinen mehr einfache, als gebündelte Rippen entwickelt zu sein, später herrschen die Bündelrippen vor und nur wenige Rippen gehen einfach von der Naht aus. Von den beiden Rippen eines Bündels erfährt in der Regel nur eine Rippe eine nochmalige Spaltung am äußeren Schalentheile. Mit zunehmendem Wachsthum rückt die obere Spaltungsstelle allmählich vom äußeren Schalentheile nach der Mitte der Flanken, zugleich werden die Rippen kräftiger und nehmen eine stark geschwungene Sichelform an. Am vorderen Theile des letzten Umganges, der wohl schon der Wohnkammer angehört, wiegt die Zahl der einfach entstehenden Rippen wieder vor. An der Externseite springen die Rippen breit und kräftig vor, ebenso sind die Ursprungsstellen der Rippen an der Naht verdickt. Am vorderen Theile der Wohnkammer treten nicht nur die Ursprungsstellen, sondern die unteren Theile der Rippen, die »Stiele« der Sicheln auffallend kräftig hervor, wogegen auf der Mitte des Gehäuses, zwischen »Stielen« und »Sicheln« eine merkliche Abschwächung der Sculptur zu beobachten ist. Infolge dessen ist hier die Gabelung der Rippen weniger deutlich als sonst und manche dieser Spaltrippen könnten ebenso gut als Schaltrippen gelten. Das Exemplar Fig. 2, das wir als den Typus der Art betrachten, scheint mit ganzer Wohnkammer erhalten zu sein. Die Abschwächung der Rippen am vordersten Theile und das Vorhandensein eines schmalen glatten Saumes daselbst sprechen für diese Annahme. Der Mundsaum würde darnach ungefähr dem Verlaufe der Berippung entsprechen, doch wäre die Entwickelung eines kurzen, breiten Ohres, wie es zum Beispiel Simionescu bei *H. pexiptychus* zeichnet, nach dem Erhaltungszustande des Stückes nicht ganz ausgeschlossen. Die Wohnkammer hat unter der Voraussetzung, dass der äußere Saum ungefähr dem Mundrande entspricht, knapp einen halben Umgang Länge.

Die auffallende Kürze der Wohnkammer wird durch ein zweites Exemplar bestätigt (Fig. 1), bei dem die starke Abschwächung der Sculptur am Vorderende der Wohnkammer noch bestimmter für die Nähe des Mundsaumes zeugt, und auch deutliche Spuren der letzten Lobenlinie zu erkennen sind. Auch bei diesem Exemplare ist die Wohnkammer nicht länger als einen halben Umgang. Da auch das dritte Exemplar dieser Art mit Wohnkammer versehen zu sein scheint, so kann die Größe dieser Exemplare wohl auch als maßgebend für die Größe der Art, wenigstens in ihrem schlesischen Verbreitungsgebiete gelten. Da das größte Exemplar im Durchmesser 80 *mm* misst, so kann *Hopl. campylotoxus* als kleine Art bezeichnet werden.

Die Dimensionen, die leider nur theilweise mit Sicherheit abzunehmen sind, sind nachstehend verzeichnet:

	Exemplar Fig. 1.	Exemplar Fig. 2	Exemplar Fig. 3	
Durchmesser	80 *mm*	70 *mm*	62·5 *mm*	
Nabelweite	30	23·5	22·8	
Windungshöhe	30·5	26·8	22	(annähernd).

Das Exemplar Fig. 1 unterscheidet sich von Fig. 2 durch etwas weiteren Nabel und etwas niedrigere Umgänge. Die inneren Windungen sind nicht deutlich erhalten. Bei dem Umstande aber, dass die genannten Unterschiede nicht sehr groß sind, dagegen in den charakteristischen Hauptmerkmalen, den verhältnismäßig stark geschwungenen Rippen, den kräftigen Verdickungen der Rippen an der Nabelwand und nahe der Außenseite, der theilweisen Abschwächung der Sculptur im mittleren Theile der Flanken, Übereinstimmung besteht, erscheint es wohl nicht nothwendig, diese Form abzutrennen. Auch das dritte Exemplar (Fig. 3) zeigt gewisse Besonderheiten. Hier sind die Rippen auffallend breit und theilweise

verflacht, dabei wölbt sich aber an den Spaltungsstellen aus den flachen Rippen eine leichte kleine Erhöhung vor. Ferner zeigt dieses Exemplar etwas stärker gewölbte Flanken. Auch diese Differenzen können die Vereinigung mit der als typisch betrachteten Form nicht verhindern.

Leider ist die Lobenlinie nur bei einem Exemplare, und hier nur in den gröbsten Zügen zu sehen. Die Lobenlinie gleicht im allgemeinen derjenigen von *H. pexiptychus*, die Seitenäste des ersten Lateral sind verhältnismäßig kurz, der Endast ziemlich lang und tief in den Körper des vorhergehenden Lateral eingreifend. Dagegen ist der Körper des ersten Lateral wesentlich breiter als bei *H. pexiptychus.*

Der Windungsquerschnitt dieser gewiss sehr flachen Form lässt sich nur annähernd feststellen. Das Exemplar Fig. 1 zeigt am Beginne der Wohnkammer unterhalb der Externknoten eine leichte Einsenkung, an der Externseite eine ziemlich bedeutende Wölbung. Beides dürfte mit dem Erhaltungszustand zusammenhängen.

Die beschriebene Art ist durch die Sichelform der breiten, an den Externenden und an der Nabelwand stark verdickten, am mittleren Schalentheile etwas abgeschwächten Rippen auffallend gekennzeichnet. *H. pexiptychus* unterscheidet sich von dieser Art durch weniger stark geschwungene und schärfere Rippen, die größere Anzahl der einfachen, ungebündelten und ungespaltenen Rippen, etwas weiteren Nabel und niedrigere Umgänge.

Von dem Typus des *H. pexiptychus* sicher verschieden, könnte dagegen unsere Art mit einer Form identisch sein, die P. Lory als besondere Varietät I des *H. pexiptychus* beschrieben hat. Schon P. Lory vermuthete aber, dass diese Form wohl mehr als selbständige Art, denn als Varietät des *pexiptychus* aufzufassen sei. Da P. Lory diese Form nicht abgebildet hat, ist es aber nicht möglich, diese Identität positiv zu behaupten, und wir müssen es den französischen Forschern überlassen, darüber zu entscheiden.

Hoplites Dufrenoyi Orb. unterscheidet sich von *H. campylotoxus* durch höhere Umgänge, engeren Nabel, eingesenkte Externseite, schwächere Sichelform der Rippen, Mangel von Rippenbündelung an der Naht. *H. amblygonius* und *H. oxygonins* Neum. u. Uhl. haben viel schärfere und weniger deutlich sichelförmige Rippen, höhere Nabelwand, etwas dickere Umgänge und abweichende Lobenlinie. Einige Verwandtschaft mit unserer Art weist auch die auf Taf. V, Fig. 2 abgebildete Form auf, die in ihren mehr gewölbten und etwas höheren Umgängen, den scharfen und weniger geschwungenen, auf der Mitte der Flanken kräftiger ausgebildeten Rippen Merkmale zeigt, die die Unterscheidung von *H. campylotoxus* ermöglichen. *H. campylotoxus* bildet somit eine wohlumschriebene und von verwandten Formen gut zu sondernde Art. *H. campylotoxus* liegt in vier Exemplaren von Pitrau und Nieder-Lischna vor. Hoh. S.

Hoplites cf. **Thurmanni** Pictet et Campiche.

Amm. Thurmanni Pictet et Campiche Sainte-Croix I, 1858 p. 250, pl. 34. 34 bis.

Hoplites Thurmanni W. Kilian, Sur quelq. Ceph nouveaux ou peu connus etc. Bull. Soc. Statistique de l'Isère, Grenoble 1892, p. 7, pl. III—V.

Hoplites Thurmanni P. Lory Sur les Hoplites valanginiens du groupe de *H. neocomiensis*, p. 12.

Ein zusammengedrücktes Bruchstück aus dem Flötz 5 begleitenden Schiefer von Zeislowitz, das bei ungefähr 190 *mm* Durchmesser einen Theil der Wohnkammer umfasst, zeigt eine Sculptur, die der angezogenen Art recht gut entspricht. Die Rippen entspringen an der Naht theils einfach, theils zu Bündeln vereinigt, regelmäßig aber tritt oberhalb der Flankenmitte Rippenspaltung ein, was nach Kilian für *H. Thurmanni* bezeichnend ist.

Da die inneren Windungen und der Externtheil fehlen, kann die Bestimmung zwar nicht als sichergestellt angesehen werden, aber die Übereinstimmung der Sculptur macht die Zugehörigkeit zu *H. Thurmanni* wenigstens sehr wahrscheinlich.

H. Thurmanni, eine Art, die erst durch W. Kilian klargestellt wurde, gehört bekanntlich zu den Leitformen des Valanginien im Juragebirge (Calc. du Fontanil) und im alpinen Gebiete Südfrankreichs (Marnes à Am. Roubaudi et Bel. Emerici), kommt aber nach W. Kilian als Seltenheit auch im Berriasien vor.

Hoplites perisphinctoides n. sp.

Taf. VI, Fig. 2 *a—c.*

Das Gehäuse dieser Art ist flach scheibenförmig, langsam anwachsend und ziemlich weitnabelig. Die Umgänge sind höher als breit, ihre größte Dicke liegt ungefähr in der Mitte der schwach gewölbten Flanken. Nabelwand gerundet, steil einfallend, Externseite abgestumpft. Die Maße lassen sich leider nicht genau bestimmen, doch dürfte die Fehlergrenze bei folgenden Angaben ziemlich eng sein: Durchmesser 81·5 *mm*, Nabelweite 30 *mm*, Windungshöhe am Vorderende 31 *mm*, Windungsdicke 16 *mm*. Die Sculptur besteht auf den inneren Umgängen aus *Perisphinctes*-artigen scharfen und wenig geschwungenen Rippen, die in der Nähe der Externseite gegabelt sind. Auf jedem Umgange befinden sich wenig tiefe, aber deutliche, nach vorn geneigte Einschnürungen. Auch auf dem äußeren Umgange haben die Rippen so ziemlich noch den *Perisphinctes*-Charakter, sie sind ziemlich fein, wenig hoch und nicht sehr geschwungen. Am äußeren Schalentheile tritt zumeist eine Gabelung in zwei Äste ein, die an der Externseite leicht verstärkt sind, ohne aber eigentliche Knoten zu bilden. Die Rippen sind auf der Externseite unterbrochen; an der Naht entstehen sie vorwiegend einfach, nur vereinzelt tritt Rippenbündelung ein, wobei zwei Rippen vereint entspringen, von denen sich nur eine am äußeren Schalentheile gabelt, während die andere einfach bleibt. Solche Rippenbündel stehen namentlich hinter Einschnürungen. Diese sind am letzten Umgange, der, soweit er erhalten ist, der Wohnkammer angehört, noch ziemlich deutlich und breit entwickelt, wenn auch weniger tief als am inneren Gewinde. Sie zeigen denselben Verlauf wie die Rippen. Nahtknoten sind im allgemeinen nicht entwickelt, nur von den vordersten vier Rippen, auf die wohl bald der hier nicht erhaltene Mundrand folgt, zeigen zwei hohe, längliche, knotenartige Verdickungen.

Die Lobenlinie ist leider nicht deutlich erhalten, sie scheint derjenigen von *H. Michaelis* ähnlich zu sein.

Zu dieser Art gehört nebst dem abgebildeten Exemplare ein kleineres Stück, das leider zusammengedrückt ist, nicht viel mehr erkennen lässt, als das erstere und daher nicht abgebildet wurde.

Sucht man für diese Art Anknüpfungspunkte bei den geologisch älteren Formen, so kämen wohl besonders *H. abscissus* Opp. *H. rarefurcatus* und *H. Boissieri* Pict. in Betracht. Die erstgenannte Art ist frei von Einschnürungen und zeigt niemals Rippenbündelung an der Naht, sie ist daher leicht zu unterscheiden. *H. Boissieri* hat ähnliche *perisphinctes*-artige, wenngleich etwas gröbere Rippen als unsere Art und nähert sich dieser durch das Vorkommen von Rippenbündelung an der Naht; die kräftigen Nahtknoten, Mangel von Einschnürungen und breiterer Externtheil bei *H. Boissieri* verhindern die Vereinigung mit *H. perisphinctoides*. *H. rarefurcatus* Pict. endlich ist dichter berippt, ermangelt der Einschnürungen und zeigt ähnlich wie *H. Boissieri* einen breiteren Externtheil als unsere Art.

H. perisphinctoides ist ferner mit *H. pexiptychus* Uhl. verwandt. Die zahlreichen, wenn auch nicht tiefen Einschnürungen, die ziemlich niedrigen Umgänge und der Mangel von Nahtknoten bedingen eine wesentliche Annäherung an *H. pexiptychus*. Während aber für *H. pexiptychus* eine auffallende Verdickung und Verbreiterung der Rippenenden an der Externseite charakteristisch ist, ist diese Verdickung bei *H. perisphinctoides* nur sehr schwach angedeutet. Ferner sind die Einschnürungen bei *H. pexiptychus* weniger schief gestellt und es sind häufig ungespaltene Rippen entwickelt, die bei *H. perisphinctoides* sehr selten sind. Noch enger ist vielleicht die Verwandtschaft unserer Art mit *Hopl. smielensis* Pomel[1]. Man findet auch bei der algerischen Art verhältnismäßig feine Rippen mit schwachen Externverdickungen und schiefen Einschnürungen, allein die Rippen dieser Art sind auf dem älteren Gehäusetheile weniger geschwungen und die Zahl der kurzen Zwischenrippen ist weniger groß als bei unserer Art, auch ist die Nabelwand höher.

Eine unverkennbare Ähnlichkeit mit unserer Art zeigt ferner dasjenige Entwicklungsstadium von *H. Michaelis*, das durch ziemlich feine, wenig geschwungene *perisphinctes*-artige Rippen gekennzeichnet

---

[1] Céphalop. néocomiens de Lamoricière. Alger 1889, p. 44, pl. VII, fig. 1—4, pl. VIII, fig. 1, 2.

ist. Leider sind die innersten Windungen dieser Art nicht bekannt, man darf wohl vermuthen, dass sie ähnlich gestaltet und mit Einschnürungen versehen waren wie bei *H. perisphinctoides.* Die Unterscheidung der erwachsenen Stadien dieser Arten bereitet wegen der Knotensculptur des *H. Michaelis* keine Schwierigkeiten.

Hohenegger verglich die beschriebene Art mit *H. amblygonius* (beziehentlich *noricus*); eine gewisse äußere Ähnlichkeit ist ja vorhanden, aber die gröberen, stärker nach vorn geschwungenen und mit viel kräftigeren Naht- und Externknoten versehenen Rippen des *H. amblygonius* würden eine Sonderung dieser Arten erfordern, auch wenn bei *H. perisphinctoides* keine Einschnürungen entwickelt wären. Diese letzteren beweisen, dass *H. perisphinctoides* einem ganz anderen Formenkreise angehört als *H. amblygonius.*

Das abgebildete Exemplar von *H. perisphinctoides* stammt von Altbielitz, ein zweites Exemplar liegt von Ustron vor.

Hoplites n. sp. ind., aff. **perisphinctoides** n. sp.

Taf. VI, Fig. 1.

Mit der vorhergehenden Art ist eine andere, augenscheinlich neue Art nahe verwandt, von der leider nur so mangelhaft erhaltene Exemplare vorliegen, dass die Begründung einer neuen Species nicht statthaft erscheint. Eine nähere Beschreibung und Abbildung dürfte aber trotzdem nützlich sein.

Die betreffende Form zeigt einen etwas engeren Nabel (Nabelweite 23 *mm* bei 71 *mm* Durchmesser) und dichtere Berippung als *H. perisphinctoides.* Auch sind die Rippen vielleicht etwas stärker geschwungen, dagegen treten die Einschnürungen auf dem letzten Umgange weniger deutlich hervor. Auf jede an der Naht entspringende Rippe entfallen infolge Einschaltung und Spaltung im allgemeinen drei Rippen an der Externseite. Die Spaltung und Einschaltung findet bald höher bald tiefer statt. Besonders deutlich lässt dieses Exemplar die inneren Umgänge erkennen. Die Rippen sind fein und scharf ausgebildet. Auf jedem Umgange befinden sich durchschnittlich 6—8 sehr deutliche und stark nach vorn geneigte Einschnürungen, deren Hinterrand ein aus 3 – 4 Rippen bestehendes Rippenbündel bildet. Es entsteht dadurch der Eindruck, als würden die Rippen durch die stark nach vorn geneigte Einschnürung schief abgeschnitten, und wir erkennen hier dieselbe Form der Einschnürungen, die bei *Perisphinctes, Holcostephanus* und *Holcodiscus* bekannt ist. Auf dem letzten Umgange macht sich eine Neigung zur Verdickung der Rippenansätze an der Naht bemerkbar.

Die beschriebene Art unterscheidet sich von *H. smielensis* Pomel durch stärker geschwungene Rippen und die viel größere Zahl der kurzen Schaltrippen. Die Unterschiede von *H. perisphinctoides* sind oben angegeben. Endlich wäre noch einer, zwar aus einem sehr entlegenen Gebiete stammenden, aber äußerlich sehr ähnlichen Art zu gedenken, des *Hoplites novozelandicus* v. Hauer[1]. Schon F. v. Hauer erkannte die Verwandtschaft dieser Art mit *H. neocomiensis* und *H. cryptoceras.* Die Sculptur der neuseeländischen Art erinnert lebhaft an unsere Form, die Unterscheidung ist aber durch den Mangel der Einschnürungen, die geringere Zahl der kurzen Schaltrippen und den weniger geschwungenen Verlauf der Rippen bei *H. novozelandicus* sehr gut ermöglicht.

Von dieser Art liegt nebst dem abgebildeten Stücke, das nur den Abguss eines in Sandstein erhaltenen Abdruckes bildet, noch ein, leider nur schattenhaft erhaltenes größeres Stück vor. Letzteres stammt von Niederlischna, fl. 5 (Fall. S.), ist aber so undeutlich erhalten, dass es zur Kenntnis der Art nichts beiträgt. Das abgebildete Exemplar ist in Wendrin gefunden.

Hoplites sp. ind.

Aus der Strzolka von Ustron (Hoh. S.) liegt ein kleines Bruchstück vor, das wahrscheinlich einer neuen Art aus der Gruppe des *H. perisphinctoides* angehören dürfte. Die betreffende Form ist etwas

[1] Reise der österr. Fregatte Novara, Geolog. Theil, Wien 1865, S. 31, Taf. VIII, Fig. 1.

engnabeliger als *H. perisphinctoides* und zeigt mehrere Bündelrippen. Ist es auch nicht möglich, diese Form näher zu charakterisieren oder zu bestimmen, so ist es doch nicht ohne Interesse, von ihrem Vorkommen Kenntnis zu nehmen, denn es beweist, dass *H. perisphinctoides* in der Fauna der Oberen Teschener Schiefer keine isolierte Form, sondern eine kleine Gruppe bildete.

Hoplites austrosilesiacus n. sp.

Taf. IX, Fig. 1.

Eine Riesenform, die im Laufe der individuellen Entwickelung bedeutende Sculpturveränderungen erfährt. Die innersten Umgänge sind leider nicht erhalten, die Sculptur ist erst bei dem Durchmesser von ungefähr 70 *mm* erkennbar und besteht in diesem Stadium aus zweierlei Rippen: groben kräftigen Hauptrippen, die einen Nahtknoten und einen stärkeren, groben Mittelknoten tragen, und schwächeren, einfachen Schaltrippen. Die Rippen sind radial gestellt oder nur wenig nach vorn geneigt. Am Mittelknoten findet wohl sicher eine Gabelung statt, die aber hier nicht erkennbar ist, da der äußere Theil des Umganges von der nachfolgenden Windung verdeckt wird. Bei 87 *mm* Durchmesser schalten sich zwei einfache Rippen ein, dann steigt die Zahl der Schaltrippen auf drei und zugleich werden die Hauptrippen und Knoten etwas schwächer, um bei ungefähr 125 *mm* gänzlich zu verschwinden. Auf dem letzten Umgange bemerkt man wohl noch hier und da leichte, den Mittelknoten entsprechende Verstärkungen, aber eigentliche Knoten sind nicht entwickelt und die Sculptur besteht nur aus verhältnismäßig dicht stehenden, wenig geneigten, ziemlich groben und gerundeten Rippen, die an der Naht einfach einsetzen und auf der Mitte der Flanken oder etwas darüber eine einfache Gabelung zeigen. Bündelung der Rippen an der Naht kommt auf den inneren Umgängen vereinzelt vor, indem aus dem Nahtknoten der stärkeren Rippen die folgende Schaltrippe entspringen kann. Auf dem letzten Umgange entstehen alle Rippen einfach, nur am Beginne des letzten Umganges tritt an einer Stelle Bündelung an der Naht ein. Ferner schalten sich vereinzelt längere, ziemlich tief herabreichende Zwischenrippen ein.

Das Verhalten der Rippen auf der Externseite ist bei den inneren Umgängen nicht bekannt, nach Analogie anderer Formen darf man wohl annehmen, dass die Rippen an der Externseite mit Anschwellungen endigen und das Medianband der Externseite glatt lassen. Auf dem letzten Umgange hingegen gehen die Rippen wenigstens am Vorderende als breite flache Wellen über die Externseite hinweg, ähnlich wie bei *H. Thurmanni.*

Wie die Sculptur erfährt auch die äußere Form im Laufe der individuellen Entwickelung gewisse Wandlungen. Die inneren Umgänge sind etwas stärker gewölbt, niedriger und gewiss auch verhältnismäßig dicker als die äußeren, die sehr rasch an Höhe zunehmen und ziemlich flach gewölbte Flanken und eine gerundete Externseite aufweisen. Die gerundete Nabelwand fällt im allgemeinen mittelsteil ein, auf dem äußeren Umgange etwas flacher als auf dem inneren. Die Dimensionen sind nur zum Theil abmessbar. Der Durchmesser beträgt 330 *mm*, die Nabelweite 114 *mm*, die Höhe des letzten Umganges am Vorderende 119 *mm*. Die Dicke des letzten Umganges dürfte am Vorderende vermuthlich ungefähr 66 *mm* ausmachen; der Erhaltungszustand des Stückes gestattet eine genaue Bestimmung der Dicke nicht. Der äußere Umgang zeigt die stärkste Wölbung ungefähr in der Mitte der Flanken.

Die Lobenlinie ist leider nicht bekannt.

Lägen nur die inneren Umgänge dieser Art vor, so würde man sie zunächst mit Formen aus der Gruppe des *Hopl. hystrix* oder des *Hopl. Euthymi* vergleichen. *H. Euthymi* unterscheidet sich durch den Mangel der ungeknoteten Zwischenrippen auf den Flanken, *H. hystrix* durch die bei gleicher Größe feinere Berippung und langsamer anwachsende Umgänge. *Hoplites Sayni* Simionescu hat viel zartere und unregelmäßig gestellte Zwischenrippen. Von den Formen der Oberen Teschener Schiefer kämen namentlich *Hopl. hystricoides* und *H. Hoheneggeri* zum Vergleiche in Betracht; von diesen Formen unterscheidet sich die erstere durch feinere Sculptur, zahlreichere Schaltrippen und niedrigere Umgänge; die zweite hat zwar ähnlich plumpe Rippen, wie unsere Art, aber der Unterschied zwischen geknoteten groben Hauptrippen und ungeknoteten schwächeren Schaltrippen ist viel weniger ausgeprägt. Bei allen

den genannten Arten herrscht aber die Tendenz knotiger oder kräftiger Berippung bis in das Altersstadium; bei einigen von ihnen, wie zum Beispiel bei *H. Hoheneggeri* tritt zwar auf der Wohnkammer eine Abschwächung oder selbst ein Verlust der Knoten ein, aber es kommt nicht zur Ausbildung dicht gestellter Spaltrippen, wie bei unserer Art.

Diese merkwürdige Veränderung der Sculptur auf dem letzten Umgange erinnert lebhaft an eine Formengruppe der Apt-Stufe, für die Anthula kürzlich die Untergattung *Parahoplites*[1] aufgestellt hat. Bei mehreren Formen dieser Gruppe sind auf den inneren Umgängen knotentragende im Wechsel mit einfachen Rippen entwickelt, während die äußeren, rasch an Höhe zunehmenden und flacheren Umgänge mit ungeknoteten, aber auf der Externseite nicht unterbrochenen Rippen versehen sind. Wie Dim. Anthula zutreffend hervorhebt, erscheint durch diese, mit Recht abgesonderte Gruppe ein Übergang von *Hoplites* zu *Acanthoceras* angebahnt, der sich namentlich auch in der reductiven Vereinfachung der Lobenlinie ausspricht. Obwohl nun leider die Lobenlinie des *H. austrosilesiacus* nicht bekannt und die Ähnlichkeit der Entwickelung mit derjenigen der Parahopliten höchst auffallend ist, möchte ich doch zu der Annahme hinneigen, dass eine engere Verwandtschaft zwischen *H. austrosilesiacus* und den Parahopliten nicht besteht, sondern hier nur ein Beispiel einer ähnlichen convergenten Entwickelung vorliege. Die Tendenz der Sculptur, im ausgewachsenen Stadium auf der Externseite ununterbrochene Rippen hervorzubringen, tritt bei mehreren Hopliten wie *H. Thurmanni* und anderen hervor, ebenso die Neigung zur Abschwächung der Knoten auf der Wohnkammer, aber bei keiner Art allerdings in so ausgesprochener und so sehr an *Parahoplites* erinnernder Weise, wie bei *Hopl. austrosilesiacus*. Bei dieser Betrachtungsweise, deren Richtigkeit erst durch den Nachweis einer, von *Parahoplites* verschiedenen, und mit den Hopliten der Gruppe des *H. Michaelis, hystricoides* und so weiter übereinstimmenden Lobenlinie endgiltig erhärtet werden wird, konnte die beschriebene Art als *Hoplites* bezeichnet werden.

Vielleicht wäre hier auch noch an eine Form von Biassala zu erinnern, die Karakasch als *Hoplites* cf. *Desori* beschrieben hat. Auch diese hat auf den inneren Umgängen knotentragende, auf den äußeren knotenlose Rippen, sie zeichnet sich ferner durch hohe, rasch wachsende Umgänge aus. Nähere Verwandtschaft dürfte kaum bestehen, da die knotentragenden Rippen viel feiner ausgebildet sind und von der Mehrzahl der Nahtknoten nicht einfache, sondern Bündelrippen ausgehen.

H. austrosilesiacus liegt nur in einem Exemplare vor, das in Nieder-Lischna gefunden wurde.

Hoplites neocomiensis d'Orb. sp.

Taf. II, Fig. 9, Taf. III, Fig. 1—3, Taf. IV, Fig. 11.

Ammonites neocomiensis d'Orbigny, Paleont. franç., terr. cret. I. pl. 59, Fig. 8—10, pag. 203.

Hoplites neocomiensis P. Lory, Sur les Hoplites Valanginien etc. 1891 p. 7.

Hoplites neocomiensis Felix, Paläontographica XXXVII. Bd. 1891. Taf. XXVIII, Fig. 7, S. 183 von Maruszyna in Galizien.

Hoplites neocomiensis Sarasin, Quelques considerations sur les genres Hoplites etc. Bull. Soc. geol. de France 1897, 3. ser. t. XXV, p. 764.

Hoplites neocomiensis Simionescu. Über einige Ammoniten mit erhaltenem Mundsaum etc. Beiträge zur Paläontologie und Geologie Österreich-Ungarns Bd. XI, 1898, S. 210.

Non *Ammonites neocomiensis* Pictet. Ste Croix I. Taf. XXXIII, Fig. 1—3. S. 247 (*H. Leenhardti* Kilian)

War man früher geneigt, in den kleinen Kieskernen, die man im Sinne d'Orbigny's als *Amm. neocomiensis* bezeichnete, die inneren Windungen verschiedener verwandter Arten zu erblicken, so hat W. Kilian[2] dieses Misstrauen gebannt, indem er wiederholt und ausdrücklich betonte, dass *Amm. neocomiensis* eine wohl charakterisierte Art bilde und dass im Valanginien von Südfrankreich nicht nur kleine Kieskerne, sondern auch größere, in Kalkstein erhaltene Ammoniten mit der typischen Sculptur des *Amm. neocomiensis* d'Orb. vorkommen. Zugleich konnte W. Kilian die schon von Neumayr und

---

[1] Beiträge zur Paläontologie Österreich-Ungarns und des Orients, Bd. XII, S. 109 Wien 1899.

[2] Environs de Sisteron p. 720, 721.

mir[1] angedeutete Vermuthung, dass die von Pictet als *Amm. neocomiensis* aufgefasste Form von dieser Art specifisch verschieden sei, vollauf bestätigen[2]. Eine ganz ähnliche Auffassung wurde auch von J. Felix vertreten, der zum erstenmale eine größere, kalkig erhaltene Form des *H. neocomiensis* von Maruszyna in Galizien abgebildet und die Selbständigkeit dieser Art betont hat.

In der Folge wurden auch von P. Lory, Sarasin und Simionescu beachtenswerte Mittheilungen über diese Art gemacht, die aber leider nicht durch Abbildungen erläutert wurden. So ist unsere Kenntnis dieser Art zwar wieder neu belebt, aber noch nicht zu einem gewissen Abschluss gebracht worden. Unter diesen Umständen ist die Bestimmung von Formen aus der Gruppe des *H. neocomiensis* noch immer schwierig genug und ich kann daher auch nicht bestimmt versichern, dass die hier als *H. neocomiensis* aufgefassten Formen mit denjenigen bis in das letzte Detail übereinstimmen, die zum Beispiel W. Kilian im Auge hat, und zwar umsomehr, als auch die schlesischen Exemplare unter einander gewisse, wenn auch untergeordnete Abweichungen erkennen lassen.

Es sind 7 Exemplare, die ich an *H. neocomiensis* anschließen zu müssen glaube, und die zum Theil auch schon von Hohenegger als *Amm. neocomiensis* bestimmt wurden. Das kleinste Exemplar, dessen letzter Umgang zum Theil Wohnkammer bildet, zeigt bei einem Durchmesser von 33·5 *mm* die Nabelweite von 8 *mm* und die Windungshöhe am Vorderende von 15 *mm*. Ungefähr ebenso engnabelig ist ein größeres Exemplar, das bei ungefähr 70 *mm* Durchmesser die Nabelweite von 15 *mm* aufweist. Die größeren Exemplare sind dagegen weitnabeliger: bei einem Exemplar von ungefähr 98 *mm* Durchmesser beträgt die Nabelweite 31 *mm*, bei einem Exemplar von ungefähr 126 *mm* Durchmesser 38 *mm*. Obwohl alle diese Angaben wegen der Verdrückung und theilweise auch Verzerrung der Exemplare nicht ganz genau sind, so sind sie doch genau genug, um mit Sicherheit erkennen zu lassen, dass die großen Exemplare eine nicht unbeträchtlich größere Nabelweite haben als die kleineren. Da aber gewisse Schwankungen der Nabelweite und die Erweiterung des Nabels mit zunehmender Größe auch bei anderen Ammoniten vorkommen, so könnten diese Exemplare trotzdem zusammengehören. Die engnabeligen kleineren Exemplare stimmen hinsichtlich der äußeren Form mit südfranzösischen *H. neocomiensis* vollkommen überein, während sich die größeren ein wenig dem *H. amblygonius* nähern, aber doch engnabeliger sind, als die norddeutsche Art. Die Dicke lässt sich leider bei keinem Exemplare sicher ermitteln.

Die Sculptur besteht aus Rippen, die theils zu Bündeln vereinigt, theils einfach aus Nahtknoten hervorgehen, am äußeren Schalentheile eine Vermehrung durch Spaltung erfahren und hier ziemlich stark sichelförmig geschwungen sind. An der Externseite sind die Rippen kräftig verdickt und erbreitert, auf der Mitte der Flanken zum Theil leicht abgeschwächt. Auf den innersten Umgängen sind die Rippen ziemlich scharf, mit zunehmender Größe erhalten sie eine mehr gerundete Form und können selbst in ziemlich flache breite Falten übergehen.

Auf einen Nahtknoten entfallen bald 2, bald 3, selten 4 Externrippen. Schon bei geringem Durchmesser treten die Nahtknoten ziemlich deutlich hervor, bei den großen Exemplaren sind sie auffallend stark entwickelt. Die Externseite ist abgestumpft, glatt.

Der vordere Theil der letzten Windung des großen Exemplares gehört, wie man wohl annehmen kann, der definitiven Wohnkammer an. Die Rippen werden hier breiter und flacher und es scheint hier eine ähnliche Abschwächung der Flankensculptur einzutreten, wie an großen *H. amblygonius* aus Norddeutschland.

Die, leider nur an 3 Exemplaren, und hier nicht sehr gut erhaltene Lobenlinie zeigt einen subsymmetrischen ersten Laterallobus mit ziemlich langem Stamm, langem Endast und zwei Seitenästen, von denen der äußere etwas höher steht und etwas stärker entwickelt ist, als der innere. Der Externsattel zerfällt durch einen schwach geneigten Secundärlobus in einen tieferen äußeren und einen höheren

[1] Hilsammonitiden, Palaeontographica, Bd. XXVII, S. 39.

[2] Kilian belegte Pictet's Amm. *neocomiensis* mit dem Namen *H. Leenhardti*.

inneren Theil. Die Loben stehen sehr dicht und greifen tief in einander ein. In den Grundzügen stimmen die Lobenlinien der schlesischen Exemplare mit einander und mit der von d'Orbigny und Sarasin gegebenen Darstellung so ziemlich überein, im Detail bestehen aber gewisse Abweichungen. In der Abbildung bei Sarasin steht der äußere Seitenast des ersten Lateral ebenso hoch wie der innere, während er bei den schlesischen Exemplaren entschieden etwas höher gestellt ist. Diese höhere Lage des äußeren Seitenastes ist auch in d'Orbigny's Abbildung angedeutet und sie entspricht auch bestens der Lobenform von kleinen limonitischen Steinkernen, die mir aus dem Valanginien der Dauphiné vorliegen. Ferner bestehen gewisse Verschiedenheiten zwischen den Loben der schlesischen Exemplare: bei dem kleineren ist der Körper des ersten Lateral wie auch die Seitenäste und der Endast etwas länger und schlanker, als bei dem größeren Exemplar, bei dem der erste Lateral eine mehr plumpgedrungene Form aufweist. Auch folgen die Scheidewände noch dichter aufeinander.

Unsere großen Exemplare haben somit nicht nur einen weiteren Nabel, sondern auch etwas plumperen Lobenbau und es kann daher die Möglichkeit nicht ausgeschlossen werden, dass sie vielleicht doch eine selbständige Art bilden. Jedenfalls stimmen die kleineren Exemplare mit dem südfranzösischen Typus besser überein als die großen.

Ob diese Unterschiede zur specifischen Trennung der großen Form von der kleineren, dem echten *H. neocomiensis* näherstehenden genügen, ist hier umso schwieriger zu entscheiden, als der Erhaltungszustand manches unklar lässt. Vielleicht wird aber reichlicheres Material aus anderen Gebieten mehr Licht über diese Formengruppe verbreiten und die Sicherstellung der großen Art ermöglichen. In diesem Falle könnte der Manuscriptname Hoheneggers verwendet werden, der die große Form in richtiger Erkenntnis ihrer Verwandtschaft mit *H. neocomiensis* und in Würdigung der bestehenden Unterschiede *Amm. neocomiensiformis* genannt hat.

Über das Verhältnis des *H. neocomiensis* zu *H. pexiptychus* haben sich Kilian, P. Lory und Sarasin ausgesprochen; die Beschränkung der Einschnürungen auf die innersten, embryonalen Umgänge bis zu 7—12 *mm* Durchmesser (nach P. Lory l. c. p. 8) zeigt wohl, dass die Verwandtschaft des *H. neocomiensis* mit *pexiptychus* nicht so eng ist, um die Möglichkeit auszuschließen, dass *H. neocomiensis* einem anderen Hoplitenzweig enger zugehört als dem *Hopl. pexiptychus*. Darüber werden wohl spätere Untersuchungen völlig aufklären.

Die großen schlesischen Exemplare haben eine ausgesprochene Ähnlichkeit mit *H. amblygonius* und *oxygonius*. Diese beiden, einander äußerst nahestehenden norddeutschen Arten sind noch etwas weitnabeliger als unsere Exemplare, sie haben ferner weniger stark geschwungene Rippen, die sich seltener als bei unserer Form auf der äußeren Schalenpartie spalten. Den Hauptunterschied bildet aber wohl die Lobenlinie: der erste Lateral der norddeutschen Art hat einen sehr breiten und äußerst niedrigen keilförmig zulaufenden Körper und ungleiche, verschieden hoch stehende Seitenäste und erhält dadurch eine so auffallende und specialisierte Form, dass er der Lobenlinie des *H. amblygonius* ein besonderes Gepräge verleiht. Wie schon in der Gattungseinleitung bemerkt wurde, dürfte es sich deshalb nicht empfehlen, die norddeutschen Formen mit den schlesischen und südfranzösischen zu vereinigen.

H. neocomiensis bildet bekanntlich eine der wichtigsten und in den Alpen, besonders des Westens, verbreitetsten Leitformen des Valanginien. Die schlesischen Exemplare stammen aus Nieder-Lischna, Trzanowitz und Zeislowitz. Vielleicht gehört auch ein mit auffallend groben Rippen versehenes Bruchstück von Jassenitz bei Alttitschein hierher.

Hoplites teschenensis n. sp.

Taf. III, Fig. 4.

Im Anschlusse an *Hopl. neocomiensis* ist hier eine Form zu beschreiben, die sich durch eine besondere Modification der Sculptur von *H. neocomiensis* entfernt, aber doch augenscheinlich in sehr naher Beziehung zu dieser Art steht.

Hinsichtlich der Nabelweite entspricht diese Form den weitnabeligeren Exemplaren des *H. neocomiensis.* Bei Betrachtung der Sculptur fallen zunächst die, nahe der Externseite stark verdickten, breiten Rippenenden auf; die Rippen sind wie bei *H. neocomiensis* deutlich geschwungen, haben aber folgende specifische Eigenthümlichkeit: das Stück zeigt, soweit es deutlich erhalten ist, 24 Rippen an der Externseite und 22 Rippen am unteren Windungstheile; so entstehen also nur zwei Rippen durch Spaltung am oberen Windungstheile. Von den 22 Rippen des unteren Schalentheiles entstehen nur drei einzeln, die übrigen vereinigen sich zu zwei in Bündeln, die aus deutlichen Nahtknoten entspringen. Die Sculptur deutet also hier eine Convergenz zu *H. ambiguus* an, bei dem sich am Vorderende der letzten Windung eine ähnliche Berippung einstellt, wie hier. Die Lobenlinie ist undeutlich erhalten, sie weicht, so weit sie sichtbar ist, von der des *H. neocomiensis* nicht wesentlich ab.

Alle Exemplare, die hier zu *H. neocomiensis* gestellt sind, zeigen häufiges Vorkommen von Rippenspaltung am äußeren Schalentheile. Die beschriebene Form dagegen lässt diese Erscheinung fast gänzlich vermissen. Es ist zu hoffen, dass diese Eigenthümlichkeit der Berippung die Wiedererkennung ermöglichen und so die Begründung dieser neuen Art rechtfertigen wird.

Der ziemlich enge Nabel, die bedeutende Windungshöhe und die kräftige Markierung der Rippen an den Externenden verleihen der beschriebenen Form einige äußere Ähnlichkeit mit *H. Dufrenoyi* d'Orb., da aber bei dieser Art keine Rippenbündelung an der Naht vorkommt, so fällt es nicht schwer, sie zu unterscheiden.

Das abgebildete Exemplar wurde von Hohenegger als *Amm. noricus* bezeichnet. Es stammt von Pitrau (Hoh. S.). Bei einem Bruchstücke von Ober-Zuckau (Samml. d. geol. Reichsanst.) sind die Rippen etwas weniger dicht gestellt.

Hoplites scioptychus n. sp.

Taf. V, Fig. 1 *a b*, Taf. IV, Fig. 10.

Das Gehäuse ist ziemlich flach, scheibenförmig, mit deutlich gewölbten Flanken, niedriger, senkrecht einfallender Nahtfläche und flacher oder schwach gewölbter Externseite. Die Umgänge sind ziemlich hochmündig, der Nabel ziemlich eng, er misst 45 *mm* bei 170 *mm* Durchmesser. An der Nabelwand stehen leichte Knoten, aus denen schwach nach vorn geneigte und nur an der Außenseite ein wenig geschwungene Rippen entspringen. Nebstdem entstehen auf der Mitte und der äußeren Hälfte der Flanken durch Spaltung und Einschaltung kürzere Rippen. Alle Rippen sind an der Externseite mit schwachen Anschwellungen versehen, sie stehen dicht und haben eine sehr flache, wellige Form. Die Externseite ist auf dem älteren Theile des letzten Umganges glatt, auf dem jüngeren aber scheint auf der Externseite keine völlige Unterbrechung, sondern nur eine Abschwächung der Rippen einzutreten. Die Dicke lässt sich wegen der halbseitigen Erhaltung des Stückes nicht sicher feststellen; das Exemplar scheint fast ebenso dick oder nur wenig schmäler zu sein, als die westalpine Form des *H. Thurmanni.*

Die Lobenlinie ist durch eine überaus zierliche, feine Verästelung ausgezeichnet. Der subsymmetrisch gestaltete erste Seitenlobus trägt einen sehr langen, schlanken Endast und zwei, fast auf gleicher Höhe stehende Seitenäste. Diese Äste gehen von einem auffallend niedrigen, aber ziemlich breiten, fast dreiseitigen Stamme aus. Die einzelnen Scheidewände folgen so dicht auf einander, dass die Spitze des Endastes des ersten Lateral fast bis zur Höhe der Seitenäste des vorhergehenden ersten Lateral herabreicht.

Das beschriebene Exemplar ist bei 170 *mm* Durchmesser noch bis an das Ende gekammert, die betreffende Art dürfte daher zu den größten ihrer Gruppe gehören und mit *H. amblygonius* Neum. und Uhl. (vgl. Hilsammonitiden, Taf. 39) an Größe wetteifern.

Die beschriebene Art unterscheidet sich von *Hoplites vicarius* Vacek durch höhere Umgänge, etwas engeren Nabel, etwas geringere Dicke, zahlreichere Secundärrippen und dichtere und etwas schwächere Berippung; sie ist also von *H. vicarius* sicher specifisch verschieden, scheint aber doch durch eine Anzahl gemeinsamer Merkmale dieser Art ziemlich genähert zu sein. Diese Annäherung wird nicht nur

durch die deutlich gewölbten Flanken, gewölbte Externseite und verhältnismäßig flache Berippung, sondern vor allem auch durch ähnliche Lobenbildung bewirkt. Der erste Lateral des *H. vicarius* zeigt dieselbe auffallend symmetrische Entwickelung, wie unsere Art, auch der Stamm des ersten Lateral ist bei der Vorarlberger Art kurz und niedrig, allerdings weniger breit, als bei unserer Form. Eine weitere Abweichung besteht auch noch in dem Vorhandensein von zwei Hilfsloben auf den Flanken unserer Art, während Vacek bei *H. vicarius* nur einen Hilfslobus angibt. Aber trotz dieser Abweichungen ist die Verwandtschaft der Loben augenscheinlich groß, und jedenfalls zeigt der Vergleich mit den Loben anderer Hopliten noch viel größere Unterschiede. Wir brauchen zum Vergleiche wohl nur den ersten Lateral heranzuziehen, da die übrigen Loben wenig Charakteristisches aufweisen. Der erste Lateral zeigt nun bei der Gruppe des *Hoplites amblygonius* zwar auch einen sehr niedrigen und noch deutlicher dreiseitigen Körper, aber während die Seitenäste unserer Art eine auffallende Symmetrie nach Stellung und Größe aufweisen, ist die Entwickelung dieser Seitenäste bei *H. amblygonius* bekanntlich überaus unsymmetrisch.

Durch die Symmetrie der Seitenäste erscheint unsere Lobenform an die der Gruppen des *Hoplites neocomiensis* und des *H. Thurmanni* genähert, aber bei diesen Gruppen ist nicht nur die Verästelung viel schwächer, sondern besonders der Stamm des ersten Lateral viel länger als bei unserer Art. *Hoplites Thurmanni* zeigt in seinen schwach gewölbten Flanken und der gewölbten Externseite Merkmale, die sehr enge Beziehungen zu unserer Art zu bekunden scheinen. Bei flüchtiger Betrachtung könnte man sogar an specifische Identität denken. Aber die nähere Untersuchung zeigt, dass den gemeinsamen Merkmalen ziemlich tiefgreifende Unterschiede gegenüberstehen, und zwar nicht nur die schon erwähnten Abweichungen der Lobenlinie, sondern auch Unterschiede der Sculptur und der Gehäuseform. *H. Thurmanni* zeigt selbst bei den schwachberippten Varietäten etwas gröbere Rippen als unsere Art und der Nabel ist stets wesentlich weiter, die Nabelwand höher und weniger steil als bei unserer Art. Endlich haben wir noch *H. cryptoceras* d'Orb. zu vergleichen. Diese Art zeigt gänzlich abweichende Loben, flache Flanken, abgestumpfte Externseite, stärker geschwungene und stärkere Rippen und kann somit auch nicht in Betracht kommen. Die Sculptur unserer Art scheint derjenigen von *Hopl. cryptoceras* Pictet und Loriol (Voirons) nahezustehen, diese Form hat aber eine ziemlich flach einfallende Nabelwand und dürfte daher von unserer specifisch verschieden sein.

Nahe Verwandtschaft verbindet die beschriebene Art mit der nächstfolgenden; die Unterschiede sind bei dieser angegeben.

Der Vergleich mit den verwandten Formen lässt die beschriebene als neu erscheinen; leider liegt nur ein Exemplar vor, das aus dem Bandflötz von Punzau bei Teschen stammt.

Hoplites n. sp. ind.

Taf. VIII, Fig. 2 *a*, *b*.

Das in den folgenden Zeilen zu beschreibende Exemplar vertritt eine Form, die zu interessant ist, um hier übergangen werden zu können; leider verhindert aber mangelhafte Erhaltung eine ausreichende Charakterisierung derselben.

Es handelt sich hier um eine wahrscheinlich ziemlich flache und hochmündige Form; da aber der Externtheil nicht erhalten und gar kein Anhaltspunkt für die Bestimmung der Dicke des Gehäuses gegeben ist, so sind genauere Angaben in dieser Beziehung nicht möglich. Die Nabelwand fällt senkrecht ein und erscheint sogar ein wenig ausgehöhlt, die Flanken sind nur wenig gewölbt, fast flach und erreichen die größte Dicke ungefähr in der Mitte der Windung, von wo aus eine allmähliche Abnahme der Dicke nach dem Externtheil hin stattfindet. Um den ziemlich engen Nabel stehen zahlreiche, flache, stumpfe Knoten, von denen äußerst flache, gestreifte Rippen ausstrahlen. Auf dem älteren, gekammerten Theile des Gehäuses treten einzelne dieser Rippen etwas stärker hervor, doch ist zu bemerken, dass diese Verstärkung der Sculptur nach innen keinen besonders auffallenden Charakterzug dieser Art bilden dürfte, da auf dem nächstinneren Umgange, der in einzelnen Theilen ziemlich gut erhalten blieb, eine kräftigere Sculptur nicht wahrzunehmen ist. Die Lobenlinie ist mit Ausnahme des Externlobus ziemlich gut erhalten.

Der erste Lateral hat einen breiten und ziemlich langen Körper, an den sich ein langer Endast und zwei kräftige Seitenäste anschließen. Der äußere Seitenast ist wohl etwas stärker ausgebildet und etwas höher gestellt als der innere, ohne aber eine auffallende Unsymmetrie des ersten Seitenlobus zu bewirken. Der zweite Lateral ist viel kürzer als der erste und trägt außen einen stärkeren Seitenast als innen; der erste Hilfslobus nimmt eine schiefe Stellung an, liegt aber höher als der zweite Seitenlobus. Der vorderste Theil der letzten Windung dürfte der Wohnkammer angehören.

Die beschriebene Art bildet eine hochmündige, verhältnismäßig engnabelige und flachschalige Form mit obliterierender Sculptur und repräsentiert demnach eine ähnliche Modification wie *H. scioptychus*; daher gilt es vorerst festzustellen, ob das beschriebene Exemplar nicht mit *Hoplites scioptychus* n. sp. zusammengehört. Die Rippen der letzteren Art sind zwar sehr flach, aber jede einzeln gut begrenzt; hier aber verschwimmen die Rippen unter einer dichten ziemlich scharfen Streifung, die bei *Hopl. scioptychus* nicht bekannt ist. Die Windungen des *H. scioptychus* scheinen etwas deutlicher gewölbt zu sein und die Loben zeigen ebenfalls nicht unbeträchtliche Unterschiede. Bei *H. scioptychus* ist der Stamm des ersten Laterallobus viel kürzer, der Endast länger, als bei der beschriebenen Art; ferner stehen die Seitenäste des ersten Lateral bei *H. scioptychus* nahezu auf gleicher, hier auf verschiedener Höhe, der Endast ist dort gerade, hier in Folge der ungleich hohen Stellung der Seitenzweige ein wenig gekrümmt. Diese Unterschiede kann man wohl nicht vernachlässigen und wir müssen daher beide Arten als selbständig auffassen; bei besserer und vollständigerer Erhaltung würden zu den genannten wohl auch noch andere Abweichungen hinzutreten, deren Feststellung wir künftigen Forschungen überlassen müssen.

Unter den aus anderen Gebieten bekannten Hopliten zeigen wohl nur *H. Leopoldinus*, *H. Dalmasi* und *H. biassalensis* Karak. eine ähnliche Abschwächung der Sculptur, wie unsere Art. Eine nähere Verwandtschaft mit *H. Leopoldinus* erscheint schon durch die Beschaffenheit der Lobenlinie ausgeschlossen. *Hoplites Dalmasi* Pict. ist viel weitnabeliger und niedrigmündiger, hat eine gerundete, ziemlich flache Nabelwand und dürfte einer ziemlich fernstehenden Formengruppe angehören.

H. biassalensis Karakasch unterscheidet sich durch engeren Nabel, gerundete, schräge Nabelwand, schwächere Ausbildung der Nahtknoten, Mangel der Streifung und wahrscheinlich auch durch die Lobenlinie, die ähnlich wie bei *H. Inostranzewi* Karak. gestaltet und daher derjenigen des *H. Leopoldinus* genähert sein dürfte.

Das beschriebene und abgebildete Exemplar stammt von Nieder-Lischna, Fl. 5. (Fall. S.). Von derselben Localität und wahrscheinlich auch aus dem Bandflötz 5 liegt ein Exemplar in der Hoh. S., das vielleicht hierhergehört, und das ebenfalls durch ziemlich starke Streifung auf den verflachten, undeutlichen Rippen gekennzeichnet ist. Das betreffende Exemplar zeigt eine leicht gerundete Externseite. Wenn es wirklich zu unserer Art gehört, so wäre auch dieser eine leicht gerundete Externseite, ähnlich wie bei *Hopl. Thurmanni* Pict. et Camp zuzuschreiben. Leider lässt sich aber die Zugehörigkeit dieses Bruchstückes infolge mangelhafter, unvollständiger Erhaltung nicht sicher feststellen.

Hoplites paraplesius n. sp.

Taf. II, Fig. 8.

Das Gehäuse dieser Art ist flach scheibenförmig, sehr engnabelig, mit flachen Flanken, abgestumpfter, glatter Externseite und sehr niedriger Nabelwand. Bei dem Durchmesser von 48 *mm* beträgt die Nabelweite 9·5 *mm*, die Höhe des Umganges am Vorderende 23 *mm*. Aus deutlichen Nahtknötchen entspringen Bündel von je zwei Rippen, von denen sich mindestens eine, bisweilen beide am äußeren Theile der Flanken gabeln. Nur vereinzelt geht aus einem Nahtknötchen eine einfache Rippe hervor. An der Externseite sind die Rippen deutlich nach vorn geschwungen und endigen mit kleinen Anschwellungen.

Die Lobenlinie ist zwar nicht sehr vollkommen erhalten, aber deutlich genug, um den Grundtypus erkennen zu lassen. Schon der überaus breite und kurze Stamm des ersten Lateral, aus dem nur kurze, wenig verästelte Zweige hervortreten, beweist, dass hier ein Lobenbau vorliegt, der vom Lobus des *Hopl. neocomiensis* grundverschieden ist. Der Endast ist kurz und plump, der äußere Seitenast ist etwas

größer als der innere und viel höher gestellt, so dass der erste Seitenlobus eine unsymmetrische Form annimmt. Der breite Seitensattel ist fast ungegliedert, es greifen nur kurze Zacken in den Sattel ein. Der vordere Theil des letzten Umganges gehört der Wohnkammer an. Die vorderste Rippe ist breit und flach und erscheint von breiten flachen Furchen eingesäumt. Die beschriebene Art scheint klein zu sein; nebst dem beschriebenen Exemplar liegen nämlich noch drei Stücke vor, die nach Form und Sculptur gänzlich mit unserer Art übereinstimmen. Obwohl sie mit Theilen der Wohnkammer versehen sind, erreicht das größte nur 57 *mm* Durchmesser. Leider ist aber die Lobenlinie dieser Exemplare nicht bekannt, so dass keine sichere Gewähr für die specifische Identität besteht.

Obwohl nicht alle Theile der Lobenlinie bekannt sind, kann man bei der so bezeichnenden Beschaffenheit des ersten Lateral wohl nicht daran zweifeln, dass diese Linie dem Typus nach mit den Loben des *H. Leopoldinus* und namentlich mit den Loben derjenigen Form übereinstimmt, die Neumayr und ich als *Hopl.* cf. *neocomiensis* Pict. (non d'Orbigny) aus dem norddeutschen Hils[1] beschrieben haben und die später von Felix *H. pronecostatus,* von A. v. Koenen als *Hopl. gibbosus* bezeichnet wurde. Hier ist offenbar der Anschluss für unsere Art zu suchen. *Hopl. Leopoldinus* kommt zum Vergleich unmittelbar nicht in Betracht, da ja die Unterschiede der Sculptur zu augenfällig sind. *H. pronecostatus* unterscheidet sich durch gröbere und weniger zahlreiche, auch weniger stark geschwungene Rippen und wahrscheinlich auch durch die größere Dicke so sehr von unserer Art, dass eine Vereinigung nicht wohl möglich ist. Ob *H. Leenhardti* Kilian (*Am. neocomiensis* Pictet, non d'Orbigny) auch zu dieser Gruppe gehört, ist noch nicht sichergestellt, da die Lobenlinie dieser Art bisher nicht bekannt ist, aber nach brieflicher Mittheilung Kilians sehr wahrscheinlich. *Hopl. paraplesius* lässt sich übrigens von *H. Leenhardti* nach den weniger stark geschwungenen Rippen, weniger zahlreichen und gröberen Nahtknoten und der größeren Anzahl von Schaltrippen der letzteren Art wohl unterscheiden. Als ähnliche und nahe verwandte Arten müssen wir auch *H. biassalensis* und *H. Inostranzewi* Karakasch[2] erwähnen; die Lobenform der letzteren Art entspricht vollständig dem *Leopoldinus*-Typus. *H. Inostranzewi* unterscheidet sich von *H. paraplesius* durch viel gröbere Berippung der inneren Umgänge und glatte Schale am Vorderende, *H. biassalensis* durch die an *H. Leopoldinus* erinnernde Abschwächung der Sculptur. Dagegen sind gewisse Spielarten des *H. neocomiensis* von unserer Art nach Merkmalen der Gehäuseform und Sculptur kaum auseinander zu halten: hier leitet lediglich die Lobenlinie, deren Unterschiede ein Blick auf die Abbildungen ergibt.

Das abgebildete Exemplar des *Hoplites paraplesius* stammt von Zeislowitz, die übrigen drei hierhergestellten Exemplare (ohne Lobenlinie) von Trzanowitz. Hohenegger bezeichnete diese Form als *Am. neocomiensis* (Hoh. S.).

Hoplites n. sp. ind.

Ein leider zusammengedrücktes und schief verzogenes Bruchstück von Trzanowitz gehört einer sehr engnabeligen Art an, bei der die *neocomiensis*-artigen Rippen auf den Flanken sehr stark abgeschwächt sind. Externseite glatt, Nabelknoten ziemlich kräftig, Externenden der Rippen leicht verdickt Innere Umgänge, soweit erkennbar, mit ziemlich kräftiger Sculptur ausgestattet. Der letzte Umgang zeigt eine breite und verhältnismäßig ziemlich tiefe Einschnürung. Hohenegger bestimmte dieses Exemplar als *Amm. Montonianus* Orb.

Ein zweites Exemplar, gefunden in Wielopoly, zeigt die Abschwächung der Sculptur in einem noch früheren Stadium als das erste. Es ist etwas weitnabeliger und ermangelt der Nahtknoten. Vermuthlich gehört es einer besonderen Art an.

Die beschriebenen Exemplare zeigen in den hohen Umgängen, engem Nabel und der Obliterierung der Sculptur auf den Flanken Merkmale, die an *Hoplites Leopoldinus* erinnern; indessen ist weder das

---

[1] Hilsammonitiden. S. 39, Taf. 48, Fig. 3

[2] Sitzungsber. K. Akademie, 98 B, S. 434—437.

erste, noch das zweite Exemplar mit *H. Leopoldinus* specifisch identisch. Da für diese Art bekanntlich eine sehr auffallende Lobenbildung charakteristisch ist, die Loben der schlesischen Exemplare aber leider nicht erkennbar sind, so lässt sich nicht einmal feststellen, ob diese Exemplare zur *Leopoldinus*-Gruppe im weiteren Sinne gehören. Der Mangel der Loben erlaubt leider auch keine bestimmte Aussprache über die wahrscheinlich vorhandene Verwandtschaft mit *H. biassalensis* Karakasch. *H. occitanicus* Pict. dürfte mit unserer Art nicht näher verwandt sein, obwohl eine gewisse Ähnlichkeit besteht; die tiefe Einschnürung bildet eine Eigenthühmlichkeit, die dem *H. occitanicus* gänzlich abgeht.

Wegen der Mangelhaftigkeit der vorliegenden Stücke müssen wir uns hier auf die Feststellung einer ähnlichen Mutationsrichtung beschränken wie bei *H. Leopoldinus* und *H. biassalensis*, ohne bestimmt angeben zu können, bei welchem Zweige des Hoplitenstammes sich diese Mutation äußert.

Hoplites Zitteli n. sp.

Taf. VII, Fig. 5 *a, b*.

Obwohl von dieser Art nur ein unvollkommen erhaltenes Exemplar vorliegt, glaubte ich doch die Ertheilung einer Speciesbezeichnung vornehmen zu sollen, da es sich hier um eine merkwürdige und sehr auffallende Art handelt.

Schon die Gehäuseform ist ungewöhnlich. Von der Naht steigt die breite Nabelwand schräg an; der Querschnitt erreicht am Übergang der Nabelwand in die Flanken die größte Breite, von hier ab nimmt er nach der Externseite hin allmählich ab. Die Flanken sind im allgemeinen flach, die leider nicht deutlich erhaltene Externseite wahrscheinlich abgestumpft. Unter dieser Voraussetzung kann man dieser Art einen ungefähr trapezoidalen Querschnitt zuschreiben. Der Nabel ist ziemlich eng, er beträgt 17·2 *mm* bei dem Durchmesser von ungefähr 57 *mm*. Die Windungshöhe beträgt in diesem Stadium 24 *mm*. Die Sculptur besteht auf dem inneren der erhaltenen Umgänge aus verhältnismäßig kräftigen Rippen, die an der Nabelwand und an den Flanken zu stumpfen Knoten anschwellen. Von den Mittelknoten gehen wahrscheinlich geschwungene Rippen aus, die vom folgenden Umgange bedeckt sind. Auf diesem treten ebenfalls kräftige Nahtknoten auf, doch entspringen aus ihnen nicht einfache Rippen, wie auf dem inneren Umgange, sondern zwei bis drei Rippen, von denen aber eine, meist die vordere oder mittlere, kräftiger ausgeprägt ist als die anderen. Auch ist die Verbindung dieser Rippen mit den Nahtknoten nicht gleichmäßig deutlich, sondern bei einzelnen Rippen nur so leicht angedeutet, dass man sie auch als Schaltrippen ansprechen könnte.

Auf der Mitte der Flanken oder etwas darunter entstehen auf den Rippen längliche knotenartige Verdickungen, entsprechend den Mittelknoten des inneren Umganges, und von diesen gehen theils einfache, theils gespaltene Sichelrippen zur Externseite ab, wo die Rippen mit leichten Verdickungen endigen. Die Vermehrung der Rippen ist eine derartige, dass auf acht Knoten an der Nabelwand dreißig Externrippen entfallen. Von den Mittelknoten nach außen, am Ansatz der Sicheln, bewirkt die hier unvermittelt eintretende Abschwächung der Sculptur eine kleine Abstufung des Querschnittes. Von den Innenknoten ziehen flache rippenartige Erhöhungen über die schräge Nabelwand bis zur Naht.

Von der Lobenlinie sind nur der erste Lateral und die ihn begrenzenden Sättel bekannt. Der Körper des ersten Lateral ist kurz und breit; der innere Seitenast viel kleiner und tiefer angesetzt als der weit größere und höher oben abzweigende äußere Seitenast. Der Außen- und erste Seitensattel sind verhältnismäßig breit und wenig gegliedert, die Zacken kurz und wenig zahlreich.

Die beschriebene Art scheint zu denjenigen Typen zu gehören, bei denen die kräftige Sculptur der inneren Umgänge nach außen eine Abschwächung erfährt, wie zum Beispiel *H. Inostranzewi* Karak., *H. biassalensis* Karak., *H. Karakaschi* Uhl. (= *H.* cf. *Desori* Karak.), *H. Leopoldinus* Orb., *H. pronecostatus* Felix (= *Hopl.* cf. *neocomiensis* Neum. und Uhl.), *Hopl. Desori* Pict. et Camp. Die Beschaffenheit der verhältnismäßig wenig gegliederten Lobenlinie mit unsymmetrisch ausgebildetem ersten Lateral spricht ebenfalls für diese Zugehörigkeit. Keiner dieser Formen steht die beschriebene so nahe, dass eine Verwechslung zu befürchten wäre. Am ähnlichsten erscheint wohl *H. Desori* Pict. et Camp., doch auch

diese Art lässt sich durch das Fehlen der Mittelknoten, die weniger geschwungene Form der Sichelrippen und die schmälere und steilere Nabelwand und die gewölbten Flanken von unserer leicht unterscheiden. Die Sculptur des inneren Umganges scheint derjenigen von *H. Chaperi* recht ähnlich zu sein. Bei dieser Art ist die Zahl der Rippen am äußeren Schalentheile viel größer und diese Rippen sind auch viel weniger geschwungen als bei der beschriebenen Art der Oberen Teschener Schiefer.

Der Querschnitt von *H. Zitteli* und zum Theil auch die Beschaffenheit der Lobenlinie erinnern an *Hopl. menensis* Stchir. und *H. Kurmyschensis* Stchir[1]. Beide Formen haben sehr entfernt stehende und wenig zahlreiche Rippen ohne deutliche Mittelknoten, so dass eine Verwechslung des *H. Zitteli* mit diesen Arten ausgeschlossen ist.

Das beschriebene Exemplar stammt von Zeislowitz. Fall. S.

Hoplites cf. Desori Pictet et Campiche.

Ammon. Desori, Pictet et Campiche, Sainte Croix, I. 1858, pl. XXXIII, Fig. 4, p. 246.

Ein leider flach gedrücktes Exemplar, dessen Externtheil nicht erhalten ist, stimmt in zweierlei Hinsicht mit *H. Desori* vorzüglich überein: der Nabel hat dieselbe Weite, die Sculptur dieselbe Beschaffenheit wie bei der Art von Pictet und Campiche. Um den Nabel stehen kräftige Nahtknoten, aus denen die deutlich geschwungenen Rippen zu Bündeln vereinigt hervorgehen; höher oben erfolgt die Spaltung in der Art, dass zu jedem Nahtknoten am äußeren Theile der Flanken vier bis fünf Rippen gehören.

Bei dem Mangel wichtiger Merkmale kann diese Bestimmung natürlich keinen Anspruch auf volle Verlässlichkeit erheben. Sehr zu bedauern ist namentlich der Mangel der Lobenlinie, da es uns deshalb benommen ist, zu entscheiden, ob diese Art zu der Gruppe des *Hopl. Leopoldinus* gehört oder nicht. Gewiss kann man aber hier die Vertretung einer mit *Hopl. Desori* sehr nahe verwandten, analogen Art annehmen und diese Thatsache ist genug wichtig, um hervorgehoben werden zu können.

Fundort: Zeislowitz. Fall. S.

Ptychoceras neocomiense d'Orbigny sp.

Baculites neocomiensis d'Orbigny, Pal. franç. terr. crét., pl. 138, Fig 1—5.

Ptychoceras neocomiense Kilian, Montagne de Lure, 1888, p. 203. Mission d'Andalousie p. 701.

Ein Bruchstück von 38 *mm* Länge, das am Vorderende 8 *mm* breit ist, zeigt die charakteristische Sculptur und Gehäuseform des *Pt. neocomiense.* Außerdem liegt ein 50 *mm* langes Bruchstück vom Anfangstheil vor, das am breiteren Ende 3·5 *mm,* am schmäleren 1·2 *mm* breit ist. Das stabförmige Gehäuse ist anfangs ganz glatt, erst bei 3 *mm* Breite treten die für diese Art bezeichnenden schiefen Rippen auf. Die Loben sind zwar nicht erkennbar, aber die Übereinstimmung der übrigen Merkmale ist so befriedigend, dass die Bestimmung als begründet angesehen werden kann. Für *Pt. neocomiense* wurde vor kurzer Zeit die neue Gattung *Bochianites*[2] aufgestellt; da jedoch die nähere Begründung dieser neuen Gattung noch aussteht, erscheint es angemessen, diese Art vorläufig noch mit W. Kilian als *Ptychoceras* zu bezeichnen.

W. Kilian hat gezeigt, dass *Ptychoceras neocomiense* in den Mergeln mit *H. pexiptychus* des Valanginien in Südfrankreich weit verbreitet ist[3]. Die betreffende Form wurde ferner von Kilian im Neocom Andalusiens und von Simionescu im ostalpinen Neocom des Weißenbachgrabens bei Golling nachgewiesen, und zwar am letzteren Punkte in Begleitung von Ammoniten des Valanginien.

Localität: Nieder-Trzanowitz. Hoh. und Fall. S.

---

[1] Bull. Soc. Imp. Natur. Moscou 1893, Nr. 1, Taf. XVI, S. 375, 378.

[2] P. Lory, Bull. Soc. geol. France, 3. sér., t. XXVI, p. 133.

[3] Environs de Sisteron, p. 715, Sur div. gisem. fossilif. de la Region de Castellane, p. 889.

Ptychoceras Teschenense Hohenegger m. sc.

Taf. VIII, Fig. 3 *a—c*.

Von dieser Art liegt leider nur ein als Steinkern erhaltenes Bruchstück vor, das nebst einem Theile der Wohnkammer nur ein kurzes Stück des gekammerten Gehäuses umfasst. Der Querschnitt der Luftkammern ist ungefähr eiförmig oder gerundet trapezoidal, mit größter Breite an der inneren Partie der Flanken, die in den Extern- und Interntheil allmählich übergehen. Die Wohnkammer zeigt am Beginne dieselbe Form wie der gekammerte Theil, sie nimmt aber am hakenförmig gekrümmten Theile rasch an Dicke zu und wird namentlich an der Wende bauchig, mit stark gewölbten Flanken. Von der Wende weg wird der absteigende Theil der Wohnkammer wieder etwas flacher. Die Sculptur besteht auf dem gekammerten Theile des Gehäuses aus ziemlich kräftigen, gerundeten Falten, die nach außen an Stärke abnehmen. Zwischen je zwei solcher Falten, die ungefähr um Kammerbreite abstehen, befinden sich ungefähr zwei schwache, ziemlich verschwommene Zwischenfalten. Auf der Wohnkammer ist die Sculptur anfangs ebenso gestaltet wie am gekammerten Theile, an der Wende aber erscheinen die Rippen außen vorgezogen, sie treten auf dem inneren Theile der Flanken hoch kammförmig hervor, um sich an der Externseite rasch zu verflachen. Auf dem absteigenden Theile der Wohnkammer sind die Rippen ebenfalls sehr kräftig ausgebildet und schief gestellt, scheinen sich aber nach der Externseite hin nicht so stark abzuschwächen, wie an der Wende. Zwischenrippen sind am absteigenden Theile der Wohnkammer nicht mehr erkennbar. Bei zwei Rippen am aufsteigenden Theile der Wohnkammer tritt eine Art Rippenspaltung ein, es gehen die betreffenden Rippen in zwei flachere Falten über. Die Extern- und Internseite sind nicht deutlich erkenbar; jene ist wahrscheinlich gewölbt und mit abgeschwächter Berippung versehen, diese ist glatt. Die beiden Schenkel der Wohnkammer sind an der Wende genähert, aber nicht völlig an einander gepresst, da ein schmaler Raum zwischen ihnen mit Gestein ausgefüllt erscheint. Wahrscheinlich aber war der vordere, nicht erhaltene Theil der Wohnkammer mit dem gekammerten Theile in Contact.

Von der Lobenlinie sind die beiden Lateralen und Spuren der Externloben kenntlich. Der erste Lateral hat eine sehr regelmäßige, symmetrische Ausbildung, an einem kurzen Stamme befinden sich symmetrisch gestellte Seitenäste und ein Endast. Das unterste Paar der Seitenäste ist fast stärker entwickelt, als der Endast. Der zweite Lateral ist ähnlich gestaltet, wie der erste, doch viel kleiner und einfacher. Der Externsattel ist breit, durch einen Secundärlobus in zwei Theile getheilt, die wiederum durch einen kleineren Secundärlobus gespalten sind.

Trotz ihrer Unvollständigkeit glaube ich diese Art doch nicht übergehen zu dürfen. Da über die Gattung *Ptychoceras* noch viel Dunkel herrscht, kann selbst diese unvollkommen bekannte Form in gewisser Beziehung zur Kenntnis der Gattung beitragen. Die Sculptur der Ptychoceren hat eine gewisse Ähnlichkeit mit manchen Hamulinen, und dies ist wohl hauptsächlich der Grund, warum diese Gattung vorwiegend an die Hamulinen und mit diesen an den Lytoceren-Stamm angeschlossen wird. Nur zögernd und unter Hinweis auf den anscheinend unpaarigen Lobenbau habe ich im Jahre 1883 *Ptychoceras* an *Hamulina* angefügt, da es mir möglich schien, den unpaaren Bau der Seitenloben als eine secundäre Erscheinung aufzufassen. Diesen Standpunkt weiter einzunehmen, hält aber unserer Form gegenüber schwer, deren Seitenloben nicht nur deutlich unpaarig entwickelt sind, sondern auch mit den Loben von *Crioceras* und *Ancyloceras* die größte Ähnlichkeit aufweisen. Unsere Form scheint daher W. Kilian[1] Recht zu geben, der die Gattung *Ptychoceras* an die vom Stephanoceratidenstamme herzuleitenden evoluten Ammonitiden angereiht hat. Der nähere Zusammenhang könnte freilich nur auf Grund sehr umfassenden und vollständig erhaltenen Materiales festgestellt werden.

Von den spärlichen, bisher bekannten Arten der Gattung *Ptychoceras* dürfte *Pt. Meyrati* Ooster[2] unserer Art am nächsten stehen. Die bedeutendere Größe und kräftige Sculptur unserer Art ermöglicht leicht die Unterscheidung.

Ptychoceras Teschenense stammt aus den Oberen Teschener Schiefern von Skalitz. Hoh. S.

---

[1] Montagne de Lure, p. 228.

[2] Catalogue des Céph. foss. des Alpes Suisses pl. 59, Fig. 1—4, p. 82. Neue Denkschriften B. XVII und XVIII, Zürich 1861.

C. Cephalopoden des Grodischter Sandsteins.

Belemnites (Hibolites) jaculum Phill.[1]

Zu dieser auch in den Oberen Teschener Schiefern vorkommenden Art gehören ziemlich große Exemplare von Koniakau und Grodischt.

Belemnites (Pseudobelus) bipartitus Bl.

Bildet eine sehr häufige Erscheinung in den Conglomeraten des Grodischter Sandsteins in Grodischt, Komiakau, Stanislowitz, Tierlitzko[2].

Belemnites (Duvalia) conicus Bl.

Tritt im Grodischter Sandstein von Tierlitzko und Grodischt nur in wenigen kleinen Exemplaren auf, ist also in dieser Stufe viel seltener als im Oberen Teschener Schiefer.

Belemnites (Duvalia) dilatatus Bl.

Taf. I, Fig. 5, 6.

Bel dilatatus Blainville, Mém. sur les Bélemnites, pl. V, Fig. 18, p. 99.

J. Duval-Jouve, Bélemnites des terr. crét. inf. Paris 1841, p. 54, pl. IV.

d'Orbigny, Pal. fr. terr. crét. I, pl. II, Fig. 20, 21, p. 39. Quenstedt, Cephalopoden, Tübingen 1849. Taf. 30, Fig. 1—8, S. 448.

Aus den Grodischter Sandsteinen von Grodischt, Stanislowitz und Koniakau liegt eine große Anzahl von platten Belemnitenscheiden vor, die namentlich mit den von Duval-Jouve abgebildeten Jugendformen des *Bel. dilatatus* (l. c. Taf IV, Fig 1, 2) sehr gut übereinstimmen. Sie sind an den Seiten vollständig platt gedrückt und mit tief eingefurchten Seitenlinien versehen. Spitze des Rostrums fast median. Das Alveolarende ist leider bei allen Exemplaren abgebrochen und mehr oder minder stark abgeblättert, man erkennt aber mit Sicherheit, dass die Alveole hier nicht wie bei *B. binervius* tief in die Scheide eingesenkt, sondern wie bei *B. dilatatus* auf den vordersten Theil beschränkt ist. Diese Lage der Alveole, sowie die Kürze des Kanals, der Mangel von Kanten am Alveolarende und die flache Form des Rostrums beweisen, dass die schlesischen Exemplare, die vermöge ihrer geringen Größe und der tiefen Seitenfurchen eine gewisse Ähnlichkeit mit *B. binervius* aufweisen, in Wirklichkeit dem *B. dilatatus* näher stehen als dem *B. binervius*. Auffallend ist nur der Umstand, dass c. 70 von den schlesischen Exemplaren verhältnismäßig klein sind und nur vier der gewöhnlichen Größe und Form des *B. dilatatus* entsprechen. Dies macht es wahrscheinlich, dass sich hier eine besondere kleinwüchsige Localform des *B. dilatatus* entwickelt hat, die man als *f. silesiaca* bezeichnen könnte.

Bel. dilatatus gehört bekanntlich in Südfrankreich zu den Leitformen des Hauterivien.

Nautilus neocomiensis d'Orbigny.

Synonymie bei A. Foord, Catalogue of the Fossil Cephalopoda in the Britisch Museum, p. II. Nautiloidea, p. 250.

Liegt in einem ziemlich gut erhaltenen, bestimmbaren Exemplare vom Berge Grodischt vor. Hoh. S.

Phylloceras Rouyanum d'Orb.

Ammonites Rouyanus d'Orbigny, Pal. franç. I. pl. 110, Fig. 3—5, p. 360.

Von den zahlreichen winzigen Kieskernen von Phylloceren, die sich im Conglomerate der Grodischter Sandsteine vorfinden, ist nur *Phylloc. Rouyanum* dank der charakteristischen Form des Gehäuses und der

[1] Bezüglich der Literaturnachweise der hier aufgezählten Belemnitenarten sei auf die Belemniten der Oberen Teschener Schiefer verwiesen.

[2] Während des Druckes dieser Arbeit erschien ein interessanter Aufsatz von V. Paquier (Rech. géol. dans le Diois et les bar. orient., Trav. du Laborat. de géol. de l'Université de Grenoble, V, 1899—1900), in dem gezeigt wird, dass *B. bipartitus* im Valanginien Südfrankreichs in großen, im Hauterivien in kleinen Formen vorkomme. Genau dasselbe ist in Schlesien der Fall. Die Form der Grodischter Sandsteine wäre als *mut. brevis* Paq. zu bezeichnen.

bezeichnenden Lobenlinie sicher bestimmbar. Das größte Stück hat den Durchmesser von ungefähr 14 *mm*. Tierlitzo, Grodischt, Stanislowitz.

Lytoceras sequens Vacek.

Lytoceras sequens M. Vacek, Vorarlberger Kreide, Jahrbuch geol. Reichsanstalt 1879, Bd. 29, S. 73 *b*, Taf. XVIII, Fig. 12.

M. Vacek fand die Begründung dieser Art in den verhältnismäßig entfernt stehenden Wellenlinien, dem breit gerundeten Querschnitt und der auffallenden Länge des Siphonallobus. Die beiden erstgenannten Merkmale treffen für zwei Bruchstücke aus Koniakau völlig zu, ob das auch bezüglich des Siphonallobus der Fall ist, lässt sich leider nicht ermitteln. Die Vertretung dieser Art kann daher nur als sehr wahrscheinlich, aber nicht als völlig sichergestellt betrachtet werden.

Lytoceras subfimbriatum d'Orbigny.

Ammonites subfimbriatus Orbigny, Pal. franç. terr. crét. I. pl. 35, Fig. 1—4, p. 121.

Zwei dichtberippte Bruchstücke aus Koniakau dürften auf diese altbekannte Art zu beziehen sein.

Lytoceras cf. quadrisulcatum d'Orb.

Ammonites quadrisulcatus d'Orbigny, Pal. franç. terr. crét. I, pl. 49, Fig. 1—3, p. 151.

Einige Kieskerne von 12 *mm* Durchmesser dürften zu dieser Art gehören; eine sichere Bestimmung ist bei dieser Größe, wenn nicht besonders günstige Umstände vorliegen, wohl kaum möglich. Zwischen Tierlitzko und Grodischt.

Lytoceras Juilleti d'Orbigny.

Amm. Juilleti d'Orbigny, Pal. franç. terr. crét. I, pl. 50, Fig. 1—3 (non pl. 111, Fig. 3) (nach W. Kilian = *L. sutile* Oppel).

Wie auch schon Hohenegger erkannt hat, stimmen einzelne kleine Kieskerne gänzlich mit den kleinen, französischen verkiesten Formen überein, die d'Orbigny *Am. Juilleti* benannt hat. Grodischt.

Haploceras salinarium Uhl.

Haploc. salinarium Uhlig, Jahrb. geol. Reichsanst. 1887, XXXVII, S. 104, Taf. V, Fig. 1—3 (vergl. oben S. 27 *H. salinarium* aus den Oberen Teschener Schiefern).

Die Mehrzahl der kleinen Kieskerne aus dem Grodischter Sandsteine, die Hohenegger als *A. grasianus* bestimmte, gehören zu der auch in den Oberen Teschener Schiefern vorkommenden gekielten Form, die ich im Jahre 1887 als *H. salinarium* von *H. Grasi* abtrennte. Das größte, ungefähr 17·5 *mm* im Durchmesser messende Exemplar zeigt schon deutlich den sich anlegenden Mediankiel, der sich in Spuren übrigens auch schon bei den kleineren Exemplaren bemerkbar macht. Besser noch als der Kiel leitet die Lobenlinie mit ihren verhältnismäßig stark gezackten und hohen Loben. Die Scheidewände folgen dicht aufeinander. Vier Exemplare dieser Art stammen von Lonkau (Hoh. S.), ein Exemplar von Grodischt (Geolog. Reichsanstalt).

Haploceras Grasi d' Orb. sp.

Amm. Grasianus d' Orbigny, Pal. franç., terr. crét. I, pl. 44, fig. 1—3, p. 141.

Wie schon in der Beschreibung des *H. salinarium* der Oberen Teschener Schiefer hervorgehoben wurde, besteht der Hauptunterschied zwischen *H. salinarium* und *Grasi* nicht nur im Vorhandensein eines kräftigen Externkieles, sondern auch in der höher entwickelten Lobenlinie der ersteren Art. Die von d' Orbigny gezeichnete Lobenlinie zeigt viel niedrigere und breitere Lobenkörper mit schwächerer Verzackung als *H. salinarium*. Ein kleiner Kieskern von 12 *mm* Durchmesser schließt sich in dieser Hinsicht eng an die Darstellung von d' Orbigny an und weicht von *H. salinarium* ab. Die Lobenkörper sind auffallend breit, niedrig, sehr wenig gezackt und die einzelnen Linien stehen weit voneinander ab, so dass diese Loben trotz Übereinstimmung in der Grundanlage mit denjenigen des *H. salinarium* stark contra-

stieren. Von gleich großen Exemplaren des *H. salinarium* unterscheidet sich diese Form überdies durch etwas schwächere Nabel- und Externkanten. Es kann daher keinem Zweifel unterliegen, dass unter den kleinen *Haploceras*-Kieskernen des Grodischter Sandsteines zwei Arten vertreten sind: eine stimmt mit *H. salinarium* überein, die andere nähert sich dem d' Orbigny'schen *Grasi*. Das beschriebene Exemplar stammt von Grodischt (Hoh. S.).

Desmoceras cf. **liptoviense** Zeusch.

Vergl. *Haploceras liptoviense* Uhlig, Cephal. d. Wernsdorfer Sch., Denkschriften 46. Bd., S. [illegible], Taf. 17, Fig. 9, 16—18, Taf. 18, Fig. 1, 3, 5, 6.

Zwei ziemlich große aber fragmentarisch erhaltene Exemplare können wegen mangelhafter Erhaltung mit *H. liptoviense* zwar nicht völlig sicher identificiert werden, sind aber mit dieser Art unzweifelhaft sehr nahe verwandt. *Desmoc. liptoviense* ist in den Wernsdorfer Schichten sehr verbreitet und gehört zu einer im oberen Neocom und in der mittleren Kreide reich entwickelten Gruppe. Tierlitzko, Hoh. S.

Holcodiscus incertus d' Orb. sp.

Amm. incertus d' Orbigny, Pal. franç. terr. crét. I, pl. 30, fig. 3, 4, p. 120.

Das ziemlich große Exemplar ist in Sandstein erhalten; obzwar nicht alle Merkmale erkennbar sind, erscheint doch die Zugehörigkeit zur Gattung *Holcodiscus* und innerhalb derselben die engen Beziehungen speciell zu *H. incertus* sichergestellt. Koniakau, Hoh. S.

Ptychoceras sp. ind.

Aus dem Grodischter Sandsteine von Grodischt liegt ein ungefähr 15 *mm* langes Fragment einer gestreckten Form von elliptischem Querschnitte vor, dessen Oberfläche ziemlich glatt gewesen sein dürfte Der Rest ist so fragmentär, dass eine Bestimmung der Art nicht möglich ist. Desgleichen lässt ein 12 *mm* langes Fragment einer cylindrischen, glatten, gestreckten Form eine nähere Bestimmung nicht zu. Hoh. S.

Hamulina sp. ind.

Ein mit ziemlich kräftigen Rippen versehenes kleines Bruchstück von Grodischt beweist die Vertretung dieser Gattung; die Species ist nicht bestimmbar.

Crioceras sp. ind.

Ein 10 *mm* großes Stück vom Anfangsgewinde einer Form, die schon bei dieser geringen Größe stärkere Hauptrippen mit jederseits drei Knötchen und feinere Zwischenrippen zeigt. Die betreffende Form gehört zum Formenkreise des *Crioc. Duvali*, eine nähere Bestimmung ist gegenwärtig undurchführbar. Das verkieste Exemplar stammt von Stanislowitz, Hoh. S.

Crioceras Duvali Lév.

Vergl. *Crioceras Duvali* Pictet et Campiche, Ste Croix, 2 partie, pl. 47 bis, p. 37.

Sechs größere Fragmente gehören zu einer evoluten Form, bei der zwischen je zwei stärkere, mit jederseits drei Knoten versehene Rippen, 5—6 schwächere Rippen eingeschaltet sind. Querschnitt gerundet viereckig. Im ganzen stimmt die vorliegende Form recht gut mit derjenigen überein, die von Pictet und Campiche als jurassischer Typus des *Crioc. Duvali* bezeichnet wurde. Diese Form scheint hier eine sehr bedeutende Größe erreicht zu haben, da zahlreiche, über 20 *mm* lange, kräftige, hohle Stacheln vorliegen, die höchstwahrscheinlich zu ihr gehören. Die fragmentäre Erhaltung unserer Exemplare schließt ein näheres Eingehen auf die paläontologischen Verhältnisse dieser Art aus, und es ist daher auch hier nicht der Ort, um die neue Auffassung des *Crioc. Duvali* von Nolan[1] zu berücksichtigen. Das vorhandene

[1] Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXII, p. 183.

Material berechtigt nur zu der Annahme, dass die hier vorkommende evolute *Crioceras*-Form dem jurassischen Typus des *Crioc. Duvali* in der Auffassung von Pictet und Campiche am nächsten stehe, ohne dass die vollständige Identität verbürgt wäre. Die stratigraphische Bestimmung wird durch diese Unvollständigkeit der paläontologischen Ermittlung nicht beeinträchtigt, da die geologische Verbreitung aller derjenigen Formen, die sich um *Crioc. Duvali* gruppieren, dieselbe ist: *Crioceras Duvali* und die Arten, die dieser nahestehen, sind bisher nicht tiefer als im Hauterivien nachgewiesen, für welche Stufe sie als Leitversteinerungen gelten können.

Die Exemplare stammen von Grodischt, Hoh. S.

Aptychus Didayi Coquand.

Pictet et Loriol, Voirons, pl. X, fig. 1, 2. Pictet, Mélang. paléontol., pl. 28, fig. 6, 7, p. 122.

Tritt im Grodischter Sandsteine in zahlreichen, typischen, allerdings meist zerbrochenen oder abgerollten Exemplaren auf, die namentlich in der Breccien- oder Conglomeratschicht häufig auftreten. Grodischt, Koniakau, Stanislowitz, Tierlitzko, Lonkau.

Aptychus angulicostatus Pict. et Lor.

Pictet et Loriol, Néocomien des Voirons, pl. X, fig. 3—12.

Viel seltener als die vorhergehende Art. Nur in drei Exemplaren von Grodischt, Mittel-Bludowitz und Stanislowitz bekannt.

Aptychus Seranonis Coq.

Pictet et Loriol, Néocomien des Voirons, pl. XI, fig. 1—8. Pictet, Mélang. pal., pl. 28, fig. 8—10, p. 123.

Liegt in zwei Exemplaren aus der Mergellage der Grodischter Sandsteine von Koniakau vor.

III. Schlussfolgerungen.

Obwohl sämmtliche Glieder der Schichtfolge der schlesischen Unterkreide mit Ausnahme der Teschener Kalke zur geologischen Altersbestimmung taugliche Versteinerungen enthalten, wollen wir doch von dem mittleren Gliede, den Oberen Teschener Schiefern, ausgehen, da diese durch die besonders große Anzahl von Cephalopoden die größte Genauigkeit der paläontologischen Niveau-Bestimmung gewährleisten. Von den Oberen Teschener Schiefern wollen wir zu den Grodischter Schichten übergehen und zum Schlusse die wenigen Ammoniten besprechen, die aus den Unteren Teschener Schiefern bekannt sind.

I. Das geologische Alter der Oberen Teschener Schiefer.

Der leichteren Übersicht halber lassen wir hier ein Verzeichnis der sämmtlichen, im paläontologischen Theile beschriebenen Arten der Oberen Teschener Schiefer mit Angabe der Fundorte der Besprechung vorangehen. Unsere Fauna enthält folgende Arten:

Belemnites (Hibolites) jaculum Phill. In mehreren Exemplaren von Koniakau, Grodischt, Tierlitzko.

sp. ind., aff. *beskidensis* Uhl. 1 Ex. von Pitrau.

(Duvalia) conicus Bl. Leitform der Flötz 16 begleitenden Belemnitenbreccie, kommt aber auch in höheren und tieferen Horizonten häufig vor. Kotzobends, Pitrau (Bandfl. 10 und Fl. 19), Punzau (Fl. 5), Heinzendorf, Mosty, Jassenetz, Kozlowitz, Grodischt, Tierlitzko, Koniakau, Lhotka, Rzepischt, Nieder-Trzanowitz, Zeislowitz (?).

Belemnites (Duvalia) latus Bl. Häufig in Pitrau, Kozlowitz, Kotzobends, Fl. 16 und 18.

» » *Emerici* Rasp., Ziwotitz, Tierlitzko, 4 Ex.

Belemnites (Pseudobelus) bipartitus Bl. In zahlreichen Exemplaren von Kotzobends (Breccie des Fl. 16), Ober-Trzanowitz (Fl. 3), Tierlitzko (aus Strzolka), Nieder-Lischna, Lipnik, Kozlowitz, Zeislowitz, Pitrau, Ziwotitz.

Nautilus sp. ind., aff. *plicatus* Fitt. Nieder-Lischna, 1 Ex.

» *(Hercoglossa)* n. sp. ind. 1 Ex. von Trzanowitz.

Phylloceras sp. ind. 1 Ex. von Tierlitzko.

» *Rouyanum* d'Orb. 1 Ex. von Kotzobends.

» *Calypso* d' Orb. 2 Ex. von Zeislowitz.

» *semisulcatum* d' Orb. Nieder-Lischna (9 Ex.), Zeislowitz (12 Ex., 2 von Fl. 10, 1 von Fl. 22).

Lytoceras Triboleti Hohenegger msc. 3 Ex. von Trzanowitz, Nieder-Lischna, Pitrau.

» *subfimbriatum* d' Orb. Mehrere Exemplare von Niedek, Zeislowitz.

» *quadrisulcatum* d' Orb. Mehrere Exemplare von Zeislowitz (Fl. 22), Kotzobends (Fl. 16), Tierlitzko.

Lytoceras Phestus Math. 2 Ex. Zeislowitz.

Oxynoticeras cf. *heteropleurum* Neum. et Uhl. 4 Ex. von Nieder-Lischna, Zeislowitz (Fl. 10).

» *pseudograsianum* n. sp. 5 Ex. von Tierlitzko (Fl. 5), Zeislowitz (Fl. 10), Trzanowitz (Flötz 5) Nieder-Lischna.

Oxynoticeras n. sp. ind. (Taf. II, Fig. 5). 1 Ex. von Zeislowitz (Fl. 10).

» » » » (Taf. II, Fig. 6). 1 » » » »

» » » » (Taf. II, Fig. 7). 1 » » » »

Haploceras salinarium Uhl. Mehrere Exemplare von Zeislowitz (Fl. 5, 10, 13), Lipnik, Lippowetz, Trzanowitz, Nieder-Zuckau.

Holcostephanus (Astieria) Astieri d' Orb. Mehrere Exemplare von Niedek (Fl. 4), Trzanowitz, Zeislowitz (Fl. 5, 10) Nieder-Zuckau (Fl. 5).

Holcostephanus (Astieria) polytroptychus Uhl. Niedek (Fl. 5), Zeislowitz (Fl. 5), Nieder-Zuckau.

Hoplites Michaelis n. sp. 4 Ex. von Wendrin, Nieder-Lischna, Trzanowitz (Fl. 3).

» n. sp. ind., aff. *Michaelis*. 1 Ex. von Ellgoth bei Teschen.

» *hystricoides* n. sp. 1 Ex. von Alt-Bielitz.

» *Hoheneggeri* n. sp. 1 Ex. von Pitrau.

n. sp. ind. 1 Ex. von Ustron.

pexiptychus Uhl. 8 Ex. von Pitrau, Nieder-Lischna, Tierlitzko, Niedek (Fl. 4), Zeislowitz (Fl. 10), Alt-Bielitz.

Hoplites cf. *asperrimus* d'Orb. Zeislowitz (Fl. 10), Pitrau.

ambiguus n. sp. Pitrau, Nieder-Lischna, Zuckau, Zeislowitz.

n. sp. ind. (Taf. V, Fig. 2). 2 Ex. von Pitrau, Trzanowitz (Fl. 5).

» » (Taf. VI, Fig. 7). 1 » » » (?)

campylotoxus n. sp. 4 Ex. von Pitrau, Nieder-Lischna.

cf. *Thurmanni* Pict. et Camp. 1 Ex. von Zeislowitz (Fl. 5).

perisphinctoides n. sp. 2 Ex. von Alt-Bielitz, Ustron.

» n. sp. ind., aff. *perisphinctoides* (Taf, VI, Fig. 1). 2 Ex. von Wendrin, Nieder-Lischna (Fl. 5).

» sp. ind. 1 Ex. von Ustron.

austrosilesiacus n. sp. 1 Ex. von Nieder-Lischna.

neocomiensis d' Orb. 7 Ex. von Nieder-Lischna, Trzanowitz, Zeislowitz.

teschenensis n. sp. 2 Ex. von Pitrau, Ober-Zuckau.

scioptychus n. sp. 1 Ex. aus dem Bandflötz von Punzau.

n. sp. ind. (Taf. VIII, Fig. 2). 1 Ex. von Nieder-Lischna (Fl. 5).

paraplesius n. sp. 4 Ex. von Zeislowitz, Trzanowitz.

Hoplites n. sp. ind. 2 Ex. von Trzanowitz, Wielopoly.
» *Zitteli* n. sp. 1 Ex. von Zeislowitz.
» cf. *Desori* Pict. et Camp. 1 Ex von Zeislowitz.
Ptychoceras neocomiense d' Orb. sp. 2 Ex. von Nieder-Trzanowitz.
» *teschenense* Hohenegger msc. 1 Ex. von Skalitz.

Der Vollständigkeit halber müssen wir noch bemerken, dass sich nebst den Ammonitengehäusen auch deren Deckel vereinzelt vorfinden und namentlich Cephalopodengebisse[1] verhältnismäßig zahlreich und in vorzüglicher Erhaltung vorkommen. Ferner wurde eine kleine, kaum bestimmbare Gasteropodenart und zwei Arten von Pflanzen, *Pterophyllum Buchi* Ettingsh. und *Zamites* sp., auf die wir später zurückkommen werden, aufgefunden. Die Fauna der Oberen Teschener Schiefer ist also eine, man kann wohl sagen, fast reine Cephalopodenfauna.

Die weit überwiegende Mehrzahl der Exemplare ist im Thoneisenstein erhalten, viel seltener wurden Versteinerungen im Schiefer oder in der Strzolka aufgefunden. Ist in den Wernsdorfer Schichten bei den meisten Ammoniten die Schale erhalten, die äußere Form dagegen entstellt, so blieb in den Oberen Teschener Schichten zwar häufig die Form, namentlich die Wölbung der Flanken und ein Theil der Externseite bewahrt, die Schale dagegen ist entweder gänzlich entfernt oder in eine talkartige Substanz von grauer Farbe umgewandelt, die sich leicht mit dem Messer schaben lässt. Verhältnismäßig zahlreiche Exemplare sind mit einem Theile der Wohnkammer versehen, eine Eigenthümlichkeit, die bei, in ehedem schlammigen Absätzen eingeschlossenen Cephalopoden nicht selten eintrifft. Eine Besonderheit der Erhaltung bildet dagegen die Halbseitigkeit der Gehäuse: die Schale reicht fast stets nur knapp bis zur Mittellinie der Externseite, und von der anderen Seite ist nicht die geringste Spur auffindbar; ein Umstand, der die paläontologische Verwertung unserer Reste außerordentlich erschwert. Bekanntlich stellt sich diese Art der Erhaltung auch bei den Ammoniten der Adneter Kalke ein, und hier führt F. Wähner[2] die Halbseitigkeit der Gehäuse auf Lösungsvorgänge zurück, von denen die nicht vom Schlamme umschlossenen Gehäusetheile betroffen wurden. Etwas ähnliches dürfte wohl auch in unserem Falle anzunehmen sein, denn dass die Gehäuse erst später, nachdem sie bereits von dem eisenreichen Schlamme umgeben waren, zur Hälfte zerstört wurden, ist wenig wahrscheinlich. Während aber Wähner die Ursache der Auflösung der Schalen in den bekannten Verhältnissen der großen Meerestiefen sucht, müssen hier andere Ursachen gewirkt haben, da wir die Oberen Teschener Schiefer keineswegs als eine Ablagerung der größten Meerestiefen betrachten können. Die verhältnismäßig häufige Erhaltung der Cephalopodengebisse, namentlich auch deren feiner, sonst meist zerstörter Randtheile und das Vorhandensein der Wohnkammer beweisen, dass die Cephalopodengehäuse der Oberen Teschener Schiefer eine weite Verfrachtung durch Strömungen und Wellenschlag nicht erlitten haben. Die Cephalopoden scheinen hier als benthonische Thiere in verhältnismäßig nicht sehr großer Tiefe gelebt zu haben; die Zerstörung freiliegender Gehäusetheile dürfte nach dem Tode der Thiere wohl als Folge der chemischen Vorgänge beim Niederschlage des Eisencarbonates eingetreten sein.

Nach dem obenstehenden Verzeichnisse besteht die Cephalopodenfauna der Oberen Teschener Schiefer aus 49 Arten; vorhandene, aber zur Beschreibung leider nicht taugliche Bruchstücke beweisen aber, dass diese Fauna in Wirklichkeit noch wesentlich reicher war. An Artenreichthum steht die Gattung *Hoplites* voran; nur die norddeutsche Hilsbildung scheint hierin die Oberen Teschener Schiefer zu übertreffen; da sich aber die Formen des Hils auf mehrere Stufen vertheilen, so ist dieser Vorrang wohl nur ein scheinbarer. Mehrere der hier vorkommenden Hopliten sind im Mediterrangebiete einheimisch, wie *H. pexiptychus, asperrimus, neocomiensis.* Auch die mit *Hopl. Malbosi* verwandten Formen, wie *H. Michaelis* n. sp., *H. hystricoides* n. sp., *H. Hoheneggeri* n. sp. u. a. pflegt man als mediterrane Typen zu betrachten. In Wirklichkeit kommen aber in verschiedenen, auch weit entlegenen Gebieten Hopliten vor, die zu

---

[1] Die Beschreibung der Cephalopodengebisse wird später nachgetragen werden.

[2] Verhandlungen geol. Reichsanstalt, 1886, S. 190, 191.

alpinen Typen Beziehungen zeigen (Californien, Mexico, Südamerika, Central- und Südrussland, Spiti Somaliland, Neu-Seeland), und es ist gegenwärtig, wo selbst manche alte europäische Arten dieser Gruppe noch durchaus unzulänglich bekannt sind, noch nicht möglich, besondere Stämme oder Gruppen nach ihrer provinciellen Zugehörigkeit mit Sicherheit zu unterscheiden. Zur Zeit drängen sich mehr die gemeinsamen als die trennenden Merkmale der Hopliten auf, die als ziemlich universell verbreitete Typen erscheinen, deren Verwertung zur Feststellung des provinciellen Charakters einer Fauna gegenwärtig noch mit Schwierigkeiten verbunden ist.

Diesen Typen stehen als echt alpine Formen vier Arten von *Phylloceras* und ebensoviel Arten von *Lytoceras* zur Seite und das alpine Element wird ferner durch notocoele Belemniten *(Duvalia)* und *Haploceras salinarium* wesentlich verstärkt. Zwar hat vor einigen Jahren G. Müller[1] eine Duvalia, und zwar *D. Grasi*, in Norddeutschland nachgewiesen, doch ist dieses Vorkommen so vereinzelt, dass der alpine Charakter der Duvalien dadurch nicht beeinträchtigt wird. Endlich haben wir noch fünf Arten der in mehr als einer Hinsicht interessanten Gattung *Oxynoticeras* zu beachten. Wie in der Gattungseinleitung erwähnt wurde, schreibt man der Gruppe des *Oxynoticeras Gevrilianum* specifisch borealen Ursprung zu und es liegt gegenwärtig auch kein hinlänglicher Grund vor, dieser Auffassung entgegenzutreten. Das Vorkommen dieser Gruppe beschränkt sich aber nach unserer jetzigen Kenntnis nicht bloß auf boreale und mitteleuropäische Gebiete, sondern es wurde eine Art, *Ox. heteropleurum* von Kilian auch im alpinen Theile Südfrankreichs nachgewiesen und in den schlesischen Karpathen sind sogar fünf Arten dieser Gruppe vorhanden. Da die alpin-karpathischen Gebiete, wo Formen dieser Gruppe auftreten, zu den nördlichen Randtheilen der Mediterranprovinz gehören, so wäre diese Erscheinung mit der Annahme nordischer Herkunft immerhin ganz gut vereinbar; für das schlesische Vorkommen wäre aber anzunehmen, dass sich die in das schlesische Unterkreidemeer zugewanderte Gruppe hier rasch heimisch gemacht und eine überraschende Formenmenge entwickelt habe.

Die letzten, hier noch nicht erwähnten Formenelemente, die beiden Astierien und die beiden Ptychoceren, haben in provincieller Beziehung keinen ausgesprochenen Charakter; doch ist zu bemerken, dass die Gattung *Ptychoceras* vorwiegend aus alpiner Unterkreide und eine der beiden Astierien-Arten, cf. *polytroptycha*, bisher nur aus den Ostalpen bekannt ist. Die Cephalopodenfauna der Oberen Teschener Schiefer hat demnach einen echt alpinen Charakter.

Für die Bestimmung des geologischen Alters kommen namentlich die Hopliten und Oxynoticeren in Betracht. Die zahlreichen Hinweise, die diese Formen bieten, lenken sich ausnahmslos und sehr bestimmt nach einer Richtung: sie zeigen, dass die Oberen Teschener Schiefer dem Unterneocom oder Valanginien entsprechen. Die Fauna dieser Stufe, besonders die für uns wichtige Cephalopodenfauna, ist zur Zeit leider nur ziemlich unvollkommen bekannt. Die nördlichen Gebiete, Norddeutschland, England, Russland, sind hier wegen der ziemlich durchgreifenden Verschiedenheit der Fauna von geringem Belange. Im Juragebirge, wo das Unterneocom bekanntlich zuerst als selbständige Stufe unter der Bezeichnung Valanginien[2] abgetrennt wurde, herrscht eine für die Cephalopodenführung ungünstige, coralligene Facies.

Somit muss sich die Altersbestimmung hauptsächlich auf die Verhältnisse der alpin-mediterranen Provinz, und hier wieder besonders auf das südostfranzösische Gebiet, stützen.

Aus dem alpinen Unterneocom, den Mergeln mit *Belemnites latus*, mit *Ammonites neocomiensis* und pyritisierten Ammoniten, hat bekanntlich schon d' Orbigny mehrere Arten beschrieben, und in der Folge wurde der Formenschatz des Valanginien, namentlich durch Pictet und Campiche, bereichert. In neuerer Zeit ist zwar noch keine monographische Bearbeitung dieser Fauna erfolgt, doch wurde

[1] Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges., 1894, S. 491.

[2] Nicht mit Unrecht bezeichnet Marcou die Wahl des Namens Valanginien als eine wenig passende; die betreffenden Schichten eignen sich in Valangin hauptsächlich wegen ihrer Versteinerungsarmut wenig als Typus einer Stufe, allein dies gilt auch von manchen anderen Bezeichnungen, an denen man trotzdem festhält, weil sie sich eben eingebürgert haben.

die Kenntnis des Unterneocom durch mehrere Forscher[1], namentlich durch W. Kilian, durch Beschreibung neuer Arten und durch stratigraphische Feststellungen ausgiebig bereichert. Diese neueren Darstellungen entheben uns einer übersichtlichen Besprechung der Stratigraphie der Unterkreide in den typischen Gebieten, wie sie sonst zu Vergleichszwecken eingeschaltet wird, und zwar umsomehr, als über die stratigraphische Stellung der hier hauptsächlich in Betracht kommenden Schichtgruppe, d. i. die Schichten mit *Bel. latus* und *Amm. neocomiensis*, und über deren Gleichalterigkeit mit dem Valanginien bei allen Autoren volle Übereinstimmung besteht. Wir können daher unmittelbar zu der Betrachtung der geologischen Verbreitung unserer Formen übergehen.

Hier müssen wir vor allem hervorheben, dass mehrere Hopliten und Oxynoticeren der Oberen Teschener Schiefer zu den wichtigsten und verbreitetsten Leitversteinerungen des Valanginien gehören, wie *Hoplites neocomiensis*, *H. Thurmanni*, *H. pexiptychus*, *H. asperrimus*, *Oxynoticeras heteropleurum*. Dank den obenerwähnten Arbeiten französischer und schweizerischer Forscher der neueren Zeit, sind wir in der Lage, uns auf sehr genaue und ausgedehnte Untersuchungen berufen zu können, aus denen die große Bedeutung dieser Formen als Leitversteinerungen für Südfrankreich mit Sicherheit hervorgeht.

Die Verbreitung des *H. pexiptychus* Uhl. (= *Roubaudi* Orb.) beschränkt sich indessen nicht auf dieses Gebiet, auch in den Nordostalpen tritt diese Art in Begleitung von Formen auf, die auf eine tiefere Stufe als Mittelneocom hinweisen; man kennt *H. pexiptychus* von der Ahander-Alpe, Schellenberg, Ischl (Uhlig), aus dem Weißenbachgraben bei Golling (Simionescu) und von Niederndorf bei Kufstein (Buchauer), in Begleitung von Formen, die auf eine tiefere Stufe als Mittelneocom hindeuten.

Zur Zeit als diese Art von mir aufgestellt wurde, war es nicht möglich ihr Niveau genauer festzustellen; spätere Arbeiten haben diese Art als eine der wichtigsten Leitversteinerungen des Valanginien gekennzeichnet, deren Bedeutung für die Praxis der Altersbestimmung durch ihre weite Verbreitung und große Häufigkeit gesteigert wird.

Vorläufer des *Hoplites pexiptychus* erscheinen nach Kilian in den Berrias-Schichten, nach Roman schon im Tithon, dagegen ist diese Art in höheren Schichten als im Valanginien bisher noch nicht aufgefunden worden. Im außeralpinen Gebiete scheint *H. pexiptychus* bisher nicht gefunden zu sein. Die geologische Verbreitung des *Hopl. asperrimus* dürfte gänzlich mit derjenigen des *H. pexiptychus* zusammenfallen, da beide Arten außerordentlich nahe verwandt sind. Der thatsächliche Nachweis dieser Art im Valanginien beschränkt sich allerdings bisher vorwiegend auf Südfrankreich und Spanien.

Mit diesen beiden Arten wetteifert an Verbreitung *H. neocomiensis*. Obwohl nun diese Art leider vielfach falsch aufgefasst wurde, geht doch aus der neueren Literatur mit Sicherheit hervor, dass die kleinen, von d' Orbigny *Am. neocomiensis* genannten Kieskerne eine selbständige Art bilden, die auch in großen, kalkig erhaltenen Exemplaren dieselbe Sculptur und Lobenlinie wie die kleinen Kerne erkennen lässt und zu den wichtigsten Leitformen des Valanginien gehört. Von den übrigen Leitformen der südfranzösischen Valanginienmergel kommt in unserer Fauna auch *Hopl. Thurmanni* vor, eine Art, die von Pictet und Campiche begründet, aber erst durch Kilian richtiggestellt wurde. Auf dieses Vorkommen kann indessen nicht viel Gewicht gelegt werden, da die Zugehörigkeit des schlesischen Restes wegen mangelhafter Erhaltung nicht ganz sichergestellt ist.

Hopl. pexiptychus und *asperrimus* sind in Schlesien von einer Anzahl verwandter Formen begleitet, die eine ähnliche Entwickelungsstufe einnehmen wie diese Arten und in diesem Sinne den Valanginiencharakter unserer Fauna verstärken, beziehungsweise damit in Einklang stehen, wie *H. ambiguus* n. sp.,

[1] W. Kilian, Montagne de Lure, 1889, p. 197. Ammonites du calcaire Valang. du Fontanil Grenoble 1892. Contributions [illegible] d' Escragnolles, environs de Moustiers), ferner Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXVII, 1899, p. 125. G. Sayn, Ammonites nouvelles du Néocom. inf., Bull. Soc. géol. France 1889, 3. sér., t. XVI, p. 679. F. Roman, Rech. pal. et stratigr. dans le Bas Languedoc, Paris 1897, p. 127—130 etc. P. Lory. Sur les Hoplites du groupe de *Hopl. neocomiensis*.

H. campylotoxus n. sp., *H.* sp. ind., cf. *campylotoxus* (Taf. VI, Fig. 6), *H.* n. sp. ind. (Taf. V, Fig. 2), *H.* n. sp. ind. (Taf. VI, Fig. 7).

Eine bedeutende Rolle spielen ferner in unserer Fauna die Hopliten mit Knotensculptur auf den jüngeren Umgangen, wie *Hopl. Michaelis* n. sp., *Hopl. hystricoides* n. sp., *H. Hoheneggeri* n. sp., *H.* n. sp. ind., aff. *Michaelis*, *Hopl.* n. sp. ind. Es ist hauptsächlich die Berrias-Stufe, die in der Gruppe des *H. Euthymi* und *Malbosi* die nächsten Verwandten unserer Formen enthält. Wir müssen daher auch *Hopl. Michaelis*, *H. Hoheneggeri*, *H. hystricoides* u. s. w. zu denjenigen Typen zählen, die die Zugehörigkeit der Oberen Teschener Schiefer zum Valanginien erhärten. Dasselbe gilt auch von der kleinen Gruppe des *H. perisphinctoides* n. sp., *H.* n. sp., aff. *perisphinctoides* und *H.* n. sp. ind. Auch für diese Gruppe ergibt sich vermöge ihrer primitiven, *Perisphinctes*-artigen Beschaffenheit der nächste Anschluss bei den geologisch älteren Formen der Berrias-Stufe und des Tithon. An die Gruppe des *H. Michaelis* dürfte als reductive Form *H. austrosilesiacus* anzuschließen sein, wie im beschreibenden Theile auseinandergesetzt ist. Auch diese Art neigt sich den geologisch älteren Typen zu, ohne Anschluss im Mittelneocom.

Neben diesen Hoplitentypen, die theils direct das Valanginien, so wie es jetzt bekannt ist, charakterisieren, theils die nächsten Beziehungen zu Valanginien- oder selbst zu Berrias- und Tithon-Formen aufweisen, kommen in den Oberen Teschener Schiefern auch solche vor, die gewisse Beziehungen zu mittelneocomen Arten erkennen lassen, und zwar *Hoplites scioptychus* n. sp., *Hoplites* n. sp. ind. (Taf. VIII, Fig. 2), *Hoplites Zitteli* n. sp. und *H. paraplesius* n. sp. Die beiden erstgenannten Arten erinnern besonders an *Hopl. vicarius* Vacek aus dem Mittelneocom von Vorarlberg und die letzteren stehen mit der Gruppe des *Hoplites Leopoldinus* in Verbindung, doch ist keine dieser Arten mit einer mittelneocomen specifisch identisch. W. Kilian unterscheidet im Valanginien, namentlich der Facies vaseux, zwei Unterstufen, von denen die obere durch *H. Thurmanni* und *H. amblygonius, oxygonius* u. s. w. ausgezeichnet ist. Wie schon im paläontologischen Theile bemerkt wurde, ist es sehr fraglich, ob die südfranzösischen, von Kilian mit *H. amblygonius* vereinigten Formen bei strenger Fassung thatsächlich zu dieser Hilsart gehören; die subsymmetrische Beschaffenheit des ersten Laterallobus der südfranzösischen Formen macht das sogar wenig wahrscheinlich und nähert zugleich diese Formen an die hier beschriebenen heran. Die Umstände sind allerdings für die Beurtheilung dieser Frage sehr ungünstig: nicht nur unsere schlesischen Formen (Taf. V, Fig. 1, Taf. VIII, Fig. 2) sind mangelhaft bekannt, auch die südfranzösischen sind noch nicht genauer dargestellt. Wenn daher auch ein endgiltiges Urtheil zur Zeit nicht möglich ist, so scheint doch sicher erwiesen, dass im südfranzösischen Valanginien, besonders in der oberen Abtheilung dieser Stufe Hopliten vorkommen, mit denen die analogen Formen der Oberen Teschener Schiefer mindestens ebensoviel Verwandtschaft haben wie mit Formen des Mittelneocom (*H. vicarius* Vac., *H. cryptoceras* Orb. u. a.).

Auch die letzte Hoplitengruppe der Oberen Teschener Schiefer, vertreten durch *H. paraplesius* n. sp. und *H. Zitteli* n. sp., spricht trotz ihrer Verwandtschaft mit dem mittelneocomen *H. Leopoldi* nicht gegen die Zugehörigkeit unserer Fauna zum Valanginien. Wenn die Annahme zutrifft, die der *Leopoldi*-Gruppe einen reductiven Charakter zuschreibt, was nach der Beschaffenheit der Lobenlinie und Sculptur kaum bezweifelt werden kann, dann repräsentieren unsere Arten einen primitiveren, weniger stark reducierten Typus als der mittelneocome *H. Leopoldi*, und ihr Vorkommen im Oberen Teschener Schiefer ist daher mit der Annahme unterneocomen Alters wohl vereinbar.

Eine sehr wesentliche Stütze unserer Altersbestimmung bildet die reichliche Vertretung der Gruppe des *Oxynoticeras Gevrili*. Die Verticalverbreitung dieser Gruppe ist, soviel man bisher weiß, streng auf das Valanginien beschränkt. Speciell *Ox. heteropleurum* Neum. und Uhl., die verbreitetste Art dieser Gruppe, nimmt nach C. Struckmann in der norddeutschen marinen Unterkreide die tiefste Stellung unmittelbar über dem Wealden ein. In den Bohrlöchern von Borgloh-Osede ist diese Art von Gagel[1] in Schichten nachgewiesen, die nebst marinen auch Wealdenversteinerungen enthalten und mit dem

[1] l. c.

obersten Wealden wechsellagern. Im Schweizer Juragebirge kennzeichnet *Ox. heteropleurum* nebst *Ox. Marcousanum* und *Ox. Gevrili* streng das Valanginien und in derselben Stufe hat Kilian[1] *Ox. heteropleurum* im alpinen Gebiete nachgewiesen (Hautes Alpes, Drôme). In Europa nimmt die Gruppe des *Ox. Gevrili* und *heteropleurum* eine recht isolierte Stellung ein; gerade dieser Umstand erhöht ihren Wert für die geologische Altersbestimmung.

Die übrigen Formen der Oberen Teschener Schiefer haben in stratigraphischer Beziehung nur secundäre Bedeutung, aber auch sie verweisen mehr oder minder bestimmt auf das Valanginien oder stehen wenigstens damit in Einklang.

Haploceras salinarium Uhl. ist bisher hauptsächlich vom Ischler Salzberge aus einer Valanginienfauna bekannt, der auch *Hopl. pexiptychus* angehört. Ferner erwähnt G. Sayn ein *Haploc. Grasi* mit Kiel aus den Berrias-Schichten von Sebi bei Kufstein, das möglicherweise zu *Hapl. salinarium* gehört. Auf das Vorkommen des *Haploc. salinarium* kann indessen wegen der sehr nahen Verwandtschaft mit *Haploc. Grasi*, einer Art, die von den Berrias-Schichten bis in das Mittelneocom reicht, vorläufig nicht viel Wert gelegt werden.

Auch die beiden Astierien, *A.* cf. *Astieri* Orb. und *A.* cf. *polytroptycha* Uhl., sind für die geologische Altersbestimmung nicht bedeutungsvoll. Man hat früher den allbekannten und weit verbreiteten *Amm. Astieri* für eine mittelneocome Art angesehen, da die von Pictet so genannten Formen des tiefsten Neocom mit *Amm. Grotei* Oppel in Verbindung gebracht wurden. Später aber wurde *Am. Astieri* neuerdings aus dem Unterneocom angegeben[2], auch wurde die Schicht mit *Am. Astieri*, die im Jura den Grenzhorizont zwischen Unter- und Mittelneocom bildet, in das Unterneocom gezogen[3]. Einer freundlichen brieflichen Mittheilung zufolge hält aber der treffliche Kenner des südfranzösischen Neocom, W. Kilian, nun doch wieder an der Anschauung fest, dass der echte *Amm. Astieri* nur im Mittelneocom vorkomme. Diese Schwankungen erklären sich sehr einfach aus der leidigen Thatsache, dass *Amm. Astieri* auch paläontologisch einen sehr schwankenden Begriff bildet, und es wird diese Unsicherheit nicht früher verschwinden, bis nicht eine durchgreifende Fixierung der Formen der *Astieri*-Gruppe ausgeführt sein wird. Die Exemplare der Oberen Teschener Schiefer können hier der schlechten Erhaltung wegen wenig in Betracht kommen. *Astieria* cf. *polytroptycha* ist dagegen vielleicht etwas bedeutungsvoller, denn die schlesische Form hat enge Beziehungen zum nordalpinen *Holcost. (Ast.) polytroptychus*, der in der Gegend von Kufstein und bei Ischl im Unterneocom zusammen mit *H. neocomiensis* und *pexiptychus* vorkommt[4].

Von aufgerollten Ammonitiden treten in unserer Fauna nur zwei Arten der Gattung *Ptychoceras* auf, von denen eine, *Pt. teschenense* als neu anzusehen ist, während die andere, *Pt. neocomiense* d' Orb. eine altbekannte Art bildet, deren Verbreitung im Valanginien namentlich durch W. Kilian[5] festgestellt ist.

Wir gelangen nun zu den Phylloceren und Lytoceren, deren bekannte Langlebigkeit für die Altersbestimmung nicht viel erwarten lässt. In der That bilden *Lytoc. subfimbriatum* und *quadrisulcatum*, *Phylloceras Rouyanum* und *Calypso* Formen von so großer Verticalverbreitung, dass sie hier nicht in Betracht kommen. Über die Verticalverbreitung des *Lytoc. Triboleti* liegen bisher keine sicheren Erfahrungen vor. *Lytoc. Phestus* Math. ist bisher vorwiegend aus dem Barrémien und dem Mittelneocom bekannt geworden; wenn diese Art nunmehr auch in den Oberen Teschener Schiefern nachgewiesen ist, so spricht das wohl nicht gegen das unterneocome Alter dieser Schichtgruppe, sondern erhärtet nur die alten Erfahrungen über die Langlebigkeit der Lytoceren. Von den Phylloceren verdient vielleicht *Phyllo-*

---

[1] Bull. Soc. géol. France, 3. sér. 1895, Sisteron, p. 716, 717.

[2] Kilian, Sisteron 1895, p. 715, 710. Montagne de Lure, 1889, p. 202.

[3] G. Sayn, Ammonites de la couche à *Holcost. Astieri* de Villers le Lac, Arch. phys. et natur. 1889, XXII, p. 459. Nach E. Baumberger, Neocom-Ammoniten des Schweizer Jura, Ecl. geol. Helvetiae, VI, Nr. 2, 1900, S. 160, gehört die Form der *Astieri*-Schicht nicht zu *H. Astieri*, sondern zu *H. multiplicatus* Roem.

[4] Vergl. Jahrb. geol. Reichsanst. 1887, S. 102, 107. G. Sayn stellt diese Art in die Berrias-Stufe.

[5] Sisteron, p. 715. Montagne de Lure 1888, p. 203. Haug, Chaînes subalpines entre Gap et Digne 1891, p. 115. Simionescu, Amm. Neoc. d. Weißenbachgraben 1898, S. 207.

ceras sp. ind. einige Beachtung, denn diese Art schließt sich an *Phylloc. Kochi* aus der Formenreihe des *Phylloc. Capitanei* an, die bisher aus geologisch jüngeren als Berrias-Schichten nicht bekannt zu sein scheint. Noch bedeutungsvoller ist wegen seiner Häufigkeit und weiten Verbreitung *Phylloc. semisulcatum*, das sich an das tithonische *Ph. ptychoicum* so eng anschließt, dass W. Kilian für die Vereinigung beider Arten eintritt. In jüngeren Schichten als im Valanginien ist diese Art mit Sicherheit noch nicht nachgewiesen und sie ist jedenfalls als ein alterthümlicher Typus anzusehen, der die Valanginienfauna den geologisch älteren Faunen nähert.

Die Belemniten und vollends die *Nautilus* kommen für die Altersbestimmung im allgemeinen kaum mehr in Betracht als die Phylloceren; sie bieten daher auch hier nur wenig Anlass zu Bemerkungen. Die häufigen Arten, wie *Belemnites conicus*, *bipartitus* und *latus* sind bekanntlich nicht auf das Valanginien beschränkt, selbst *Bel. latus* nicht ausgenommen, obwohl diese Art zur Horizontbezeichnung verwendet wurde; sie tauchen vielmehr zum Theile schon in der Berrias-Stufe auf und blühen noch im mittleren Neocom. Nur eine Art, *Bel. Emerici*, verdient größere Aufmerksamkeit. Hohenegger hat mit diesem Vorkommen den Namen einer mittelneocomen Art, *Bel. dilatatus*, verbunden; es handelt sich aber hier in Wirklichkeit um *B. Emerici*, eine im Valanginien sehr verbreitete, sogar als Leitfossil betrachtete Art[1]. So stehen auch die Belemniten der Oberen Teschener Schiefer mit der Annahme unterneocomen Alters in vollem Einklange.

Die Fauna der Oberen Teschener Schiefer enthält somit nicht nur mehrere der wichtigsten Leitformen des Valanginien, sondern sie zeigt auch in allen ihren Gruppen ein paläontologisches Entwicklungsstadium, das dieser Stufe auf das beste entspricht. Unserer Fauna mischt sich nicht eine einzige Art von ausgesprochen mittelneocomem Charakter bei; so fehlt zum Beispiel die Gattung *Crioceras*, deren Auftreten der Mittelneocomfauna ein wesentlich jüngeres Gepräge verleiht, es fehlen ferner *Holcodiscus incertus*, *Schloenbachia cultrata*, *Desmoceras*, *Hoplites Leopoldi* und *radiatus* u. s. w., kurz wir vermissen jedwede Andeutung der für das Mittelneocom bezeichnenden Typen. Konnte bei keiner Art der Oberen Teschener Schiefer eine auffallend enge Annäherung an mittelneocome Typen erkannt werden, so bestehen mehrfache innige Beziehungen zu der geologisch älteren Berriasfauna. Nicht eine Art der Oberen Teschener Schiefer tritt aus dem Rahmen des Valanginien heraus, und es kann daher mit Recht behauptet werden, dass unsere Fauna **als eine reine und zugleich reiche Valanginienfauna zu bezeichnen ist.**

Obwohl Hohenegger in seiner denkwürdigen Abhandlung über die geognostischen Verhältnisse der Nordkarpathen mehrere Arten der Oberen Teschener Schiefer unrichtig bestimmt und mit Namen von Hauterive-Arten belegt hat, so drängte sich doch auch ihm die Überzeugung auf, dass der Obere Teschener Schiefer, wie er wiederholt hervorhebt, »nach dem Inhalte der Fauna offenbar nur den Neocomien inférieur d'Orbigny's umfasst, wie ihn derselbe zuletzt im Prodrôme und in der Stratigraphie präcisiert hat. Mein Oberer Teschener Schiefer, fährt Hohenegger fort, als dritte Stufe nach oben gehört daher noch ganz vollständig zum Néocomien inférieur nach d'Orbigny« (l. c. p. 27). So hat die paläontologische Bearbeitung an dem Schlussergebnisse, im Grunde genommen, nichts geändert, wohl aber ist durch die Lostrennung der Grodischter Sandsteine ein Fortschritt erzielt worden. Schalten sich diese, wie im stratigraphischen Theile gezeigt ist, als eine selbständige Schichtgruppe zwischen die Oberen Teschener Schiefer (Valanginien) und die Wernsdorfer Schichten (Barrémien) ein, so wird der auffallende Unterschied der Faunen dieser Schichtgruppen wohl verständlich. Dieser Unterschied ist umso bemerkenswerter, als die Oberen Teschener und Wernsdorfer Schichten in derselben oder mindestens überaus ähnlicher Facies entwickelt sind. Nicht bloß die Zahl der gemeinsamen Arten ist sehr gering, denn sie beschränkt sich auf *Belemnites conicus*, *Phylloceras Rouyanum*, *Lytoceras subfimbriatum*, *Lytoc. lepidum*, sondern es sind fast durchaus andere Gattungen oder mindestens andere Untergattungen und Gruppen, die in beiden Faunen auftreten.

[1] W. Kilian, Sisteron, p. 715.

W. Kilian unterscheidet im südfranzösischen Valanginien zwei Unterstufen: unten die Zone mit *Hoplites pexiptychus, H. neocomiensis* und *Bel. Emerici*, darüber die Zone mit *Hopl. Thurmanni, regalis* und *amblygonius*. Dies legt auch uns den Versuch einer speciellen Gliederung der Oberen Teschener Schiefer nahe, und zwar umsomehr, als die Aufstellung der im ersten Theile besprochenen Flötzreihe der Oberen Teschener Schiefer hiezu gute Anhaltspunkte liefern könnte. Leider war zur Zeit der Aufhellung der Flötzfolge in Schlesien der größte Theil des Materiales bereits gesammelt, so dass nur wenige Stücke von dieser genauen Horizontierung profitierten. Es ist daher begreiflich, dass die Prüfung des Materiales in dieser Beziehung zu keinem positiven Ergebnisse führt. Trotzdem wird es vielleicht nicht überflüssig sein, einige diesbezügliche Angaben hier hervorzuheben. Gefunden wurden: *Hoplites pexiptychus* auf Fl. 4 und 10, *Holcost. Astieri* auf Fl. 4, 5 und 10, *Oxynoticeras* div. sp. auf Fl. 4, 5 und 10, *Haploceras salinarium* auf Fl. 5, 10, 13, *Belemn. conicus* auf Fl. 5, 10, 16, 19, *Bel. bipartitus* auf Fl. 3 und 16, *Phylloc. semisulcatum* kommt noch auf Fl. 22 vor. Vielleicht ist es kein Zufall, dass *H. Michaelis*, eine Art, die durch enge Beziehungen mit der Berrias-Gruppe des *Hoplites Euthymi* verbunden ist, nur auf Fl. 3, also im tiefsten Theile der Oberen Teschener Schiefer gefunden wurde. Verhältnismäßig häufig begegnet man den Flötzzahlen 5 und 10; ob dies durch den relativen Versteinerungsreichthum oder den regeren Abbau dieser Flötze oder endlich durch den Umstand zu erklären ist, dass die aus früherer Zeit stammenden Funde aus diesen Flötzen vermöge ihrer charakteristischen Beschaffenheit (Bandflötze) später von C. Fallaux nachbestimmt werden konnten, entzieht sich jetzt der Beurtheilung.

Auch über das Verhältnis unserer Fauna zu den gleichalterigen Faunen anderer Gegenden lässt sich zur Zeit nur wenig ermitteln. Sehr innige Beziehungen verbinden unsere Fauna mit derjenigen der bekannten südfranzösischen Unterneocommergel mit pyritischen Versteinerungen (Marnes à Amm. pyriteuses, Marnes à *Bel. latus* Hébert, Pictet, marnes néoc: inférieures Lory, marnes infranéocomiennes Lory, Nemausien Sarran d' Allard, marnes et calc. marneux à *Amm. neocomiensis* N_2 Leenhardt, marnes et calc. marn. à fossiles pyriteux avec *Hopl. pexiptychus, H. neocomiensis, Bel. Emerici* et Calc. marneux à *Hopl. Thurmanni* et *Hopl. regalis* Kilian). Wie gelegentlich der Bearbeitung der Fauna der Wernsdorfer Schichten eine weitgehende faunistische Übereinstimmung zwischen dem südfranzösischen und dem schlesisch-karpathischen Gebiete festgestellt werden konnte, so kommt diese Erscheinung auch im Bereiche des Valanginien, und wie wir sehen werden, auch des Hauterivien zum Ausdrucke. In den vorhergehenden Zeilen mussten wir uns wiederholt auf das südfranzösische Valanginien mit *H. pexiptychus* und *neocomiensis* beziehen, dessen stratigraphische Stellung durch ältere und neuere Arbeiten genau fixiert ist, und dessen Faciesentwicklung und Fossilführung den paläontologischen Vergleich mit den Oberen Teschener Schiefern außerordentlich erleichtern. Eine ziffermäßige Auswertung der Beziehungen, wie sie bei stratigraphischen Untersuchungen zwar oft vorgenommen wird, aber in so vielen Fällen doch nur ein falsches oder verzerrtes Bild vermittelt, möchte besser unterbleiben, da eine monographische Bearbeitung des südfranzösischen Valanginien zur Zeit noch aussteht. Als gemeinsame Arten könnten hauptsächlich folgende namhaft gemacht werden:

Belemnites conicus Bl.,
» *latus* Bl.,
Emerici Rasp.,
» *jaculum* Phill. (?),
bipartitus Bl.,
Phylloceras semisulcatum d' Orb.,
Calypso d' Orb.,
Oxynoticeras cf. *heteropleurum* Neum. et Uhl.,
Haploceras salinarium Uhl. (?),
Holcostephanus cf. *Astieri* d' Orb.,
Hoplites pexiptychus Uhl. (= *Roubaudi* d' Orb.),
» *asperrimus* d' Orb.,

Hoplites cf. *Thurmanni* Pict. et. Camp.,
» *neocomiensis* d' Orb.,
» *Desori* Pict. (?),
Ptychoceras neocomiense d' Orb.

Mehrere von diesen Formen gehören, wie schon hervorgehoben wurde, zu den Leitfossilien des Valanginien in Südfrankreich. Dagegen scheinen im südfranzösischen Valanginien einige Formen ziemlich stark vertreten zu sein, die in Schlesien fehlen, wie zum Beispiel *Saynoceras verrucosum, Holcostephanus Chaignoni* Sayn, *H. Bachelardi*[1].

Über das Auftreten der großen Hopliten, wie *H. Thurmanni* und anderer, dem norddeutschen *H. amblygonius* ähnlicher Formen im südfranzösischen Neocom hat W. Kilian[2] eine interessante Thatsache festgestellt: wo die großen Hopliten häufig vorkommen, fehlen Phylloceren und Lytoceren oder sind mindestens selten. Diese Art der Vertheilung der Valanginienammoniten ist in Schlesien nicht zu beobachten: hier liegen die großen Hopliten in denselben Thoneisensteinflötzen wie die Phylloceren und Lytoceren.

In den Ostalpen ist die Stratigraphie und Paläontologie des Neocom noch wenig geklärt; man kennt hier Valanginienfaunen in der Gegend von Kufstein[3], am Salzberge von Ischl[4], im Weißenbachgraben[5] bei Golling.

Hopl. pexiptychus, der in Südfrankreich und in Schlesien die wichtigste Leitform des Valanginien bildet, spielt diese Rolle auch in den nordöstlichen Alpen; neben dieser Art sind als gemeinsame Formen zu nennen: *Hoplites neocomiensis, Haploc. salinarium, Holcost. Astieri, H. polytroptychus, Lytoceras quadrisulcatum, Lytoceras subfimbriatum, Belem. latus, Bel. bipartitus* und wahrscheinlich auch *Lytoc. Triboleti.*

In den Karpathenländern ist die Sonderung des Valanginien noch nirgends, außer eben in Schlesien durchgeführt. Die grauen Fleckenmergel und Hornsteinkalke, die in der Klippenzone und weiter südlich die Unterkreide zusammensetzen, haben zwar an mehreren Punkten Versteinerungen geliefert, die auf die Entwicklung mehrerer Stufen, auch des Unterneocom schließen lassen, aber eine Trennung konnte in der Natur noch nirgends erzielt werden, woran ebenso sehr die gleichmäßige Facies wie die Versteinerungsarmuth schuldtragen[6]. Eine der reichsten Neocomfaunen ist von Hohenegger an der pieninischen Klippe Kurzówka in Maruszyna bei Neumarkt aufgefunden; die von Neumayr[7] aufgestellte Fossilliste enthält zwar vorwiegend mittelneocome Arten, aber doch auch einige Typen, die auf die Vertretung des Unterneocom schließen lassen, wie *H.* cf. *asperrimus.* Außerdem stammt von hier der von Felix abgebildete *H. neocomiensis.* Auch in Seligowe bei Rogóžnik erscheint das Unterneocom paläontologisch vertreten, da hier eine dem *H. pexiptychus* sehr nahestehende Form nebst einigen indifferenten Typen vorkomt[8]. Bessere Nachweise liegen für die Berrias-Stufe vor: E. Tietze[9] hat im Banate *Hoplites Boissieri* aufgefunden und K. Hoffmann[10] konnte im Gerecse-Gebirge eine ziemlich reiche und typische Berriasfauna nachweisen.

---

[1] Sayn, Ammonites nouvelles du Neocomien inferieur, Bull. Soc. geol. France, 3. ser., t. XVI, p. 679.

[2] Kilian et Leenhardt, Sur le Neocomien des environs des Moustiers, p. 980. Kilian, Envir. de Sisteron, p. 729. Excursion à Forcalquier, St. Etienne les Orgues et Banon, p. 845.

[3] Buchauer, Ein geolog. Profil bei Niederndorf, Jahrb. geol. Reichsanst. 1887, S. 63. G. Sayn, Observations sur quelques gisements néoc. des Alpes Suisses et du Tyrol, Grenoble 1894, p, 14, 15.

[4] Jahrbuch geol. Reichsanst. 1887, S. 102.

[5] Simionescu, Geol. pal. Beiträge, Wien 1898, S. 207.

[6] Stur glaubte sogar an ein Zusammenvorkommen derjenigen Arten, die in Schlesien und in Südfrankreich getrennte Horizonte einnehmen (Jahrb. geolog. Reichsanst. IX, S. 130). Hieran werden wohl die Art des Sammelns und schlechte Bestimmungen den Hauptantheil haben.

[7] Jahrbuch geol. Reichsanst. 1871, S. 486.

[8] » » » 1890, » 601.

[9] » » » 1872, XXII, S. 74.

[10] Foldtani Közlony XIV, 1884, S. 336.

Ein Vergleich mit den reichen Vorkommnissen des norddeutschen Hils zeigt vor allem die vollkommene Verschiedenheit der Faunen. So durchgreifend ist diese Verschiedenheit, dass sie wohl nur durch die Annahme der Zugehörigkeit zu verschiedenen thiergeographischen Provinzen erklärt werden kann. In Schlesien fehlen vollständig die nordischen Holcostephanen, Polyptychiten, Perisphincten, die Belemniten der *Subquadratus*-Gruppe; anderseits vermisst man im Hils die notocoelen Belemniten, die Phylloceren, Lytoceren, Haploceren, die feingerippten Holcostephanen. Wenn auch in den letzten Jahren von G. Müller eine platte Belemnitenform in Norddeutschland aufgefunden wurde, so vermag doch ein derartiges vereinzeltes Vorkommen, selbst wenn sich spätere Funde zugesellen sollten, nicht die gänzliche Verschiedenheit der erdrückenden Hauptmasse der Leitformen und Gruppen zu beseitigen. Gewisse Beziehungen fehlen indessen auch hier nicht; sie beschränken sich aber, so viel man bis jetzt weiß, auf die Gemeinsamkeit von *Oxynoticeras heteropleurum* und *Belemnites jaculum* und auf eine analoge Vertretung des *Hoplites paraplesius*, dem im Hils *Hopl. pronecostatus* sehr nahesteht. Eine offene Frage bildet wohl noch das Verhältnis gewisser alpiner Hopliten der Gruppe *H. neocomiensis* und *pexiptychus* zu den ähnlich berippten außeralpinen Formen der *Amblygonius*-Gruppe. Da mir bisher unter den alpin-karpathischen Formen keine mit so stark unsymmetrischem ersten Laterallobus, wie er die *Amblygonius*-Gruppe kennzeichnet, vorgekommen ist, so möchte ich mich mit Vorbehalt der Ansicht zuneigen, dass zwischen den alpin-karpathischen Formen aus der Verwandtschaft des *H. neocomiensis* und der außeralpinen Gruppe des *H. amblygonius* keine vollständige Identität, sondern mindestens eine Art von Rassenverschiedenheit bestehe. Weitere Aufklärungen dürften in dieser Richtung von einer neuen Bearbeitung der südfranzösischen Formen zu erwarten sein.

Zum Schlusse seien noch einige Worte über die spärlichen Pflanzenreste der Oberen Teschener Schiefer hinzugefügt. Im Bändererz (Fl. 10) von Zeislowitz wurden zwei schöne, ziemlich große Exemplare von *Pterophyllum Buchi* v. Ettingsh., einer aus den Wernsdorfer Schichten beschriebenen Pflanze, und ein großes Bruchstück einer *Zamites*-Species aufgefunden, die sich von *Zamites Göpperti* Schenk aus den Wernsdorfer Schichten durch feinere und dichtere Nervatur und entfernter gestellte Blätter unterscheidet[1]. Nach Schenk[2] zeigt die Flora der Wernsdorfer Schichten wegen des Vorherrschens der Cycadeen einen alterthümlichen, jurassischen Charakter. Auch die beiden Pflanzenreste der Oberen Teschener Schiefer gehören zu den Cycadeen; eine Form ist mit einer Wernsdorfer Art identisch, die andere mit einer solchen nahe verwandt. Wir dürfen daher annehmen, dass auch die geologisch ältere Flora des Valanginien einen alterthümlichen Habitus gehabt haben dürfte und wahrscheinlich von derjenigen der Wernsdorfer Schichten nicht wesentlich verschieden war.

II. Das geologische Alter der Grodischter Schichten.

Häufiger als im Oberen Teschener Schiefer kommen Cephalopodenreste in den Grodischter Sandsteinen vor. Namentlich in gewissen Breccien und in conglomeratischen Lagen dieser Sandsteine findet man nicht selten Bruchstücke von *Aptychus Didayi* und *angulicostatus*, von *Belemnites bipartitus* und verkieste Innenwindungen von Phylloceren und anderen Ammoniten. Leider sind es aber nur wenig Arten, die in dieser Weise etwas häufiger vorkommen, und nur durch sorgfältiges Absuchen aller obertägigen Aufschlüsse gelang es Hohenegger und Fallaux, eine größere Anzahl von Arten, darunter zahlreiche, zum Theile recht wohl erhaltene Gastropoden, Bivalven, Brachiopoden u. m. a. zusammenzubringen. Hier kommen nur die Cephalopoden in Betracht, von denen im paläontologischen Theile folgende erwähnt oder beschrieben sind:

---

[1] Die betreffenden Exemplare befinden sich in der Sammlung der Erzherzoglichen Bergamtsinspection in Teschen.

[2] Palaeontographica, XIX, 1871, S. 28. Die von Schenk aufgeworfene Frage, ob sich die Pflanzen in mehreren Horizonten der Wernsdorfer Schichten vorfinden, lässt sich dahin beantworten, dass sie wahrscheinlich größtentheils aus einem und demselben Flötze herstammen, das deshalb auch Pflanzenflötz genannt wurde (Flötz 10 der Wernsdorfer Schichten).

Belemnites (Hibolites) jaculum Phill.,
(Pseudobelus) bipartitus Bl.,
» *(Duvalia) conicus* Bl.,
» *(Duvalia) dilatatus* Bl.,
Nautilus neocomiensis d' Orb.,
Phylloceras Rouyanum d' Orb.,
Lytoceras sequens Vac.,
» *subfimbriatum* d' Orb.,
» cf. *quadrisulcatum* d' Orb.,
Juilleti d' Orb.,
Hamulina sp. ind.,
Haploceras salinarium Uhl.,
» *Grasi* d' Orb.,
Desmoceras cf. *liptaviense* Zeusch. sp.,
Holcodiscus incertus d' Orb.,
Ptychoceras sp. ind.,
Crioceras sp. ind.,
Duvali Lév.,
Aptychus Didayi Coq.,
» *angulicostatus* Pict. et Lor.,
Seranonis Coq.

Dass auch diese kleine Fauna einen vollkommen alpinen Charakter hat, braucht kaum besonders hervorgehoben zu werden. Verhältnismäßig zahlreiche Arten, und zwar *Bel. jaculum*, *Bel. bipartitus*, *Bel. conicus*, *Phylloc. Rouyanum*, *Lytoc. subfimbriatum*, *L. quadrisulcatum*, *Haploc. salinarium*, kommen auch in den Oberen Teschener Schiefern vor und es könnte bei flüchtiger Betrachtung den Anschein gewinnen, als spräche dies für die Zusammengehörigkeit der Grodischter Sandsteine und der Oberen Teschener Schiefer. In Wirklichkeit gehören aber alle diese Arten zu den bekannten langlebigen Formen, die größtentheils schon im Berriasniveau, ja selbst im Tithon einsetzen und zum Theile auch noch in das Barrémien und Aptien reichen. Dieselben Formen erweisen auch in Südfrankreich und anderen Gebieten der Mediterranprovinz ihre Langlebigkeit und verdienen daher hier keine Berücksichtigung.

Für die Altersbestimmung sind nur:

Belemnites dilatatus Bl.,
Desmoceras cf. *liptaviense* Zeuschn.,
Holcodiscus incertus d' Orb.,
Hamulina sp.,
Crioceras sp.,
Duvali Lev.

maßgebend und diese Arten genügen, so wenig zahlreich sie auch sind, zu diesem Behufe, sie beweisen in Verbindung mit den Lagerungsverhältnissen, dass die Grodischter Sandsteine dem Mittelneocom oder Hauterivien entsprechen.

In Südfrankreich und der Schweiz, den classischen Gebieten der Unterkreide, ist das Mittelneocom charakterisiert durch *Bel. dilatatus* und *Crioceras Duvali*. Diese beiden Leitformen sind in den Grodischter Sandsteinen sichergestellt; *Bel. dilatatus* in sehr zahlreichen (über 70) Exemplaren. Auch diejenige Leitform, die W. Kilian[1] an dritter Stelle nennt, *Holcodiscus incertus*, ist hier vertreten. Dazu gesellen sich als neue, im höheren Barrémien zu mächtiger Entwicklung gelangende Typen *Des-*

[1] Sisteron, p. 729.

moceras cf. *liptaviense* und *Hamulina* sp. Diese Typen in das Valanginien zu versetzen ist ebenso unmöglich, wie die Einbeziehung der Fauna der Oberen Teschener Schiefer in das Hauterivien. Hier spricht nicht so sehr die Zahl der Arten als die Thatsache, dass sich in den Grodischter Sandsteinen neue, in jüngeren Schichten zu voller Entfaltung gedeihende Thierformen einstellen, die mit den Leitformen des Mittelneocom identisch sind und im Oberen Teschener Schiefer gänzlich fehlen.

Mit diesem Ergebnisse der paläontologischen Betrachtung stimmen die Lagerungsverhältnisse auf das beste überein. Die Grodischter Schichten, d. h. die Grodischter Sandsteine und Schiefer bilden, wie im stratigraphischen Theile gezeigt wurde, eine zwischen die Oberen Teschener Schiefer (Valanginien) und die Wernsdorfer Schichten (Barrémien) regelmäßig eingeschaltete selbständige Schichtgruppe; auch wenn aus den Grodischter Sandsteinen gar keine Versteinerungen vorlägen, müsste man in diesen Schichten auf Grund der Lagerung die Vertreter des Mittelneocom vermuthen. Da nun auch die Versteinerungen zu derselben Deutung führen, so kann die Zugehörigkeit der Grodischter Sandsteine zum Mittelneocom oder Hauterivien als gesichert angesehen werden.

Bedauerlicherweise war es mir nicht möglich, auch die Bivalven und Gastropoden in den Kreis der Untersuchung einzubeziehen. Die Bestimmung dieser Formen würde gewiss zu interessanten Resultaten geführt, aber sie würde kaum eine Änderung der geologischen Altersbestimmung bewirkt haben. Dass die Bivalven der Grodischter Schichten nicht zu den Flussmuscheln, wie Hohenegger annahm, sondern zu rein marinen Geschlechtern gehören, hat schon F. Römer [1] festgestellt.

Die meisten Ammonitengehäuse sind im Grodischter Sandsteine als Bruchstücke eingeschlossen. Dies lässt im Zusammenhange mit den übrigen geologischen Verhältnissen vermuthen, dass der in sehr schwankender Mächtigkeit abgelagerte Grodischter Sandstein an Untiefen in Form von Sandbänken oder Dünen abgelagert wurde, während an tieferen Stellen der flötztaube Grodischter Schiefer zum Absatze kam. Die Gehäuse der Cephalopoden, die im Gebiete des Schiefers lebten, mochten durch den Wellenschlag auf die Sandmassen gespült und hiedurch zerbrochen worden sein.

Französische Forscher zerlegen das Hauterivien in zwei Zonen, von denen die untere durch *Hopl. radiatus* und *Bel. dilatatus*, die obere durch *Crioceras Duvali* gekennzeichnet ist. Zur Durchführung einer ähnlichen Gliederung fehlen in Schlesien jegliche Anhaltspunkte, da hier aber die leitenden Formen vertreten sind, so ist es wahrscheinlich, dass die Grodischter Schichten in Schlesien demselben Zeitabschnitte entsprechen, wie die beiden Zonen des Hauterivien in Südfrankreich.

3. Das geologische Alter der Unteren Teschener Schiefer.

Ungleich schwieriger als die Altersbestimmung der Grodischter Sandsteine und der Oberen Teschener Schiefer gestaltet sich die Deutung der Unteren Teschener Schiefer. In dieser, im allgemeinen äußerst fossilarmen Bildung kommen, wie im ersten Theile bemerkt wurde, in einzelnen Lagen kleine Exogyren, Aptychen, Crinoidenstielglieder, Bryozoën vor; diese kleinen Formen bieten aber bei weitem nicht so sichere Anhaltspunkte wie die Ammoniten, von denen im paläontologischen Theile drei Arten, und zwar:

Perisphinctes aff. *Lorioli* v. Zittel,
» n. sp. ind.
» sp. ind.

beschrieben und abgebildet sind.

Aus so ungenauen Bestimmungen stratigraphische Schlüsse ziehen zu wollen, mag vielleicht auf den ersten Blick befremdlich erscheinen. Unter den obwaltenden Umständen wohnt aber diesen Bestimmungen, wie wir sehen werden, nichtsdestoweniger eine nicht geringe Bedeutung inne. *Perisphinctes Lorioli* ist eine Stramberger Tithonart, die von E. Favre aus dem Tithon der Freiburger Alpen,

[1] Geologie von Oberschlesien 1871, S. 281.

von W. Kilian aus dem Tithon Andalusiens beschrieben wurde. Das Exemplar der Unteren Teschener Schiefer steht hinsichtlich der Sculptur der Stramberger Form so nahe, dass man unbedingt sehr innige Verwandtschaft annehmen muss. Die an zweiter Stelle beschriebene Art, *Perisphinctes* n. sp. ind., repräsentiert eine so eigenartige Form, dass die fragmentäre Erhaltung des Exemplares auch aus rein paläontologischen Gründen sehr zu bedauern ist. Nur im Oberjura kommen Formen vor, die man mit unserer in Vergleich ziehen kann; kennen wir auch gegenwärtig keine Form, deren Ähnlichkeit mit unserem Reste zur Annahme sehr enger Verwandtschaft berechtigte, so scheint doch sicherzustehen, dass die bisher bekannten Arten der Unterkreide noch weniger Beziehungen zu diesem Vorkommen der Unteren Teschener Schiefer erkennen lassen als die des Oberjura.

Noch wichtiger erscheint in stratigraphischer Beziehung das dritte Exemplar, das mit vollständiger Wohnkammer 126 *mm* misst. Hohenegger hat dieses Exemplar irrthümlich als *Amm. bidichotomus* bestimmt, aber bei näherer Betrachtung erkennt man sofort, dass die scharfen geraden Rippen sich an der Naht nicht bündeln, sondern hier einfach entspringen und sich wie alle echten Planulaten erst im oberen Theile der Flanken in zwei, seltener drei Äste gabeln. Trotz der Verdrückung des Gehäuses, durch die sich Hohenegger offenbar täuschen ließ, kommt die Planulatennatur dieser Form unverkennbar zum Vorscheine und lediglich oberjurassische Typen, wie *P. transitorius*, *P. contiguus*, *P. geron*, können hier zum Vergleiche herangezogen werden. Bei dem Fehlen wichtiger Merkmale, wie der Lobenzeichnung und der Beschaffenheit der Externseite muss man die Ertheilung eines specifischen Namens wohl unterlassen; aber auf den Namen kommt es hier auch viel weniger an als auf die Thatsache, dass auch in dieser Form ein oberjurassischer Typus vorliegt, dessen nächste Verwandte im Tithon zu suchen sind. Nebst diesen drei Arten liegen aus dem Unteren Teschener Schiefer noch mehrere andere Bruchstücke von Perisphincten vor, die zwar ihres schlechten Erhaltungszustandes wegen nicht näher beschrieben werden können, aber ihre Zugehörigkeit zu dieser Gattung doch deutlich erkennen lassen. Schon Hohenegger hat den paläontologischen Charakter dieser Bruchstücke richtig erfasst, indem er sie in seiner grundlegenden Arbeit, S. 23, als »den oberen Juraplanulaten nahestehende Formen« bezeichnete. Sowie die Ammoniten, so zeigen auch die Aptychen der Unteren Teschener Schiefer oberjurassischen Typus.

Lägen unsere Ammoniten aus irgend einer, nach ihrer stratigraphischen Stellung gänzlich unbekannten Ablagerung vor, und stände der Paläontolog vor der Aufgabe, nach diesen Resten das geologische Alter zu bestimmen, so könnte er nichts anderes aussagen, als dass diese Formen ein tithonisches Gepräge zeigen und daher die Zugehörigkeit der betreffenden Ablagerung zum Tithon wahrscheinlich machen. Im norddeutschen Hils kommen wohl etliche Formen vor, die Neumayr und ich als Perisphincten beschrieben haben; aber diese gehören ganz anderen Formengruppen an und werden jetzt von Specialkennern nicht mehr als Perisphincten bezeichnet. Im alpinen Valanginien kommen Perisphincten nicht vor, und gerade aus dem Umstande, dass im Tithon diese oberjurassischen Typen noch in größerer Zahl vorhanden sind, in der echten Unterkreide dagegen bereits fehlen, schöpfen wir die kräftigsten Argumente für den Anschluss des Tithon an die Juraformation. Selbst der den Übergang vom Jura zur Kreide vermittelnden Berriasfauna, wie wir sie durch Pictet, Kilian und andere kennen gelernt haben, sind derartige Perisphincten in größerer Anzahl fremd; da aber die Berrias-Stufe oder die Zone des *Hopl. Boissieri* ohne strenge Grenze in das Obertithon oder die Zone des *Perisphinctes transitorius* übergeht, so wäre das Vorkommen derartiger Perisphincten als vereinzelte Nachzügler in dieser Stufe nicht auffallend. Hier scheint es sich aber nicht um ein isoliertes Vorkommen zu handeln, da sämmtliche Ammonitenreste der Unteren Teschener Schiefer, nicht bloß die beschriebenen drei Arten, sondern auch mehrere specifisch unbestimmbare Bruchstücke zu den Perisphincten mit oberjurassischem Gepräge gehören. Vom paläontologischen Standpunkte können wir unser Urtheil über diese Formen der Unteren Teschener Schiefer vielleicht am besten folgendermaßen ausdrücken: Wären die oben besprochenen Planulaten in Schichten gefunden, die man für tithonisch zu halten Ursache hat, so

würde man ihr Vorkommen als ein derartiges bezeichnen müssen, das mit dieser stratigraphischen Position sehr gut in Einklang steht.

Die Frage nach dem geologischen Alter der Unteren Teschener Schiefer könnte weit sicherer beantwortet werden, wenn auch aus den Teschener Kalken, die die Unteren von den Oberen Teschener Schiefern trennen, irgendwelche für die Altersbestimmung brauchbare Versteinerungen bekannt wären. Das ist leider nicht der Fall. Hohenegger führt aus dieser, für die Auffassung des geologischen Baues des schlesischen Kreidegebietes so wichtigen Bildung nur drei Arten, *Belemnites pistilliformis* Bl., *Aptychus striatosulcatus* Emmr., *Apt Blainvillei* Coq., an, also durchwegs Formen ohne stratigraphischen Wert. *Aptychus striatosulcatus* wird von Hohenegger mit einer Form aus dem Kalkstein von Kurowitz identificiert, der früher für neocom gehalten wurde, aber in Wirklichkeit dem Tithon angehört. Das geologische Alter der Teschener Kalke kann also nur nach den Lagerungsverhältnissen beurtheilt werden. Da diese Kalke das unmittelbare Liegend der Oberen Teschener Schiefer bilden und diese in ihrer tiefsten Partie im Flötz 3 eine Form, *Hopl. Michaelis*, enthalten, die der Berriasgruppe des *Hopl. Euthymi* sehr nahesteht, so dürfte dies als ein Hinweis dafür aufzufassen sein, dass die Teschener Kalke nicht nach oben zum Valanginien zu ziehen, sondern der Berrias-Stufe oder dem Infravalanginien (Kilian) gleichzustellen sind. Für die Altersdeutung der Unteren Teschener Schiefer ergibt sich daher folgende Alternative. Entweder gehören die Unteren Teschener Schiefer sammt den Teschener Kalken zur Berriasstufe, oder es entsprechen nur die Teschener Kalke der Berrias-Stufe und die Unteren Teschener Schiefer fallen dem Obertithon zu [1].

Da man sich seit Jahren daran gewöhnt hat, in den Unteren Teschener Schiefern den Beginn der schlesischen Unterkreide zu erblicken, so mag es befremdlich erscheinen, dass die Möglichkeit einer Gleichstellung der Unteren Teschener Schiefer mit den Stramberger Kalken hier nicht von vorn herein ausgeschlossen wird. Der paläontologische Befund zwingt uns aber, auch mit dieser Alternative zu rechnen, und so müssen wir uns darüber klar zu werden suchen, ob irgend welche bekannte geologische Thatsachen dieser Gleichstellung im Wege stehen.

Übereinstimmende Facies und concordante Lagerung können allein die Zuziehung der Unteren Teschener Schiefer zum Neocom nicht begründen, denn dieselben Verhältnisse finden sich an der Grenze zwischen Tithon und Neocom im ganzen Mediterrangebiete. Wir könnten daher in dieser Beziehung nur auf eine Erscheinung hinweisen: das Vorkommen von Tithonblöcken im Unteren Teschener Schiefer. Da diese Blöcke, namentlich alle größeren, zur Zeit vollständig abgebaut und von der Oberfläche verschwunden sind [2], sind wir größtentheils auf die knappen Mittheilungen Hoheneggers angewiesen, der gezeigt hat, dass diese oft scharfkantigen Blöcke selbst den Umfang eines großen Hauses erreichen können. Daneben finden sich kleinere Blöcke in allen Dimensionen, die bisweilen, wie bei der geologischen Aufnahme im Jahre 1886 festgestellt werden konnte, ziemlich gut gerundet, bisweilen unregelmäßig gestaltet sind. Diese Tithonblöcke zeigen überall dieselbe Reinheit der Zusammensetzung und dieselben Versteinerungen wie

---

[1] Für Toucas, der die Horizonte von Stramberg und Berrias vereinigt, wäre dies keine Alternative; die Mehrzahl der Forscher, vor allem Zittel, ferner Kilian, Munier-Chalmas, Haug und andere halten indessen an der Selbständigkeit dieser Horizonte fest.

[2] Vergl. G. Böhm, Bivalven der Stramberger Schichten, S. 662. Es möchte bei dieser Gelegenheit am Platze sein, daran zu erinnern, dass auch der Block von Koniakau, dessen Versteinerungen Munier-Chalmas zur Aufstellung der »Couches de Koniakau« veranlasst haben (Étude du Tithonique, du Crétacé et du Tertiaire du Vicentin, Paris 1891, p. 7) gänzlich ausgefördert ist und als solcher nicht mehr existiert. Es war kein glücklicher Gedanke, eine angenommene Schichtgruppe auf einen Block zu begründen und es sollte daher die Bezeichnung »couches de Koniakau«, die man namentlich in der französischen Literatur noch begegnet (zum Beispiel bei Haug, Portlandien, Tithonique et Volgien, p. 214) entschieden aufgegeben werden. Die »couches de Koniakau« sollen eine zwischen den Horizonten von Stramberg und Berrias vermittelnde Fauna enthalten. Solche Übergangsfaunen bestehen; dahin zählt man, wie bekannt, die Faunen von Roverè di Velo, von Theodosia in der Krim u. s. w., nur gerade die von Koniakau dürfte kaum dahin gehören, denn K. v. Zittel bemerkt ausdrücklich, dass im Koniakauer Blocke »fast sämmtliche Stramberger Arten in prachtvoller Erhaltung gesammelt wurden« (Fauna der älteren Tithonbildungen, S. 186, vergl. auch Böhm Bivalven der Stramberger Schichten, S. 662).

der Kalk von Stramberg, nur die Farbe ist häufig etwas dunkler, grau bis schwärzlichgrau. Für die Annahme, dass diese Kalkeinschlüsse als heteropische Massen oder unregelmäßige Linsen gleichzeitig mit dem Unteren Teschener Schiefer abgelagert wurden, fehlen sichere Beweise, aber es ist auch nichts bekannt, was diese Annahme bestimmt und für alle Blöcke der Unteren Teschener Schiefer ausschließen würde. Ein versteinerungsreicher Tithonblock, den ich im Jahre 1886 im Unteren Teschener Schiefer in Janowitz bei Friedek auffand, schien thatsächlich in den Schiefer überzugehen. Leider gestattete der schlechte Aufschluss keine sichere Entscheidung. Neben diesem Blocke befanden sich zwei kleine dichte Kalkmassen von derjenigen Beschaffenheit, die die ostschlesischen Bergleute mit dem Worte »Mydlak« bezeichnen, die zwar ziemlich gut gerundet waren, aber doch wohl kaum als eigentliche Rollblöcke aufgefasst werden können. Es kann also die Möglichkeit, dass einzelne Tithonblöcke im Unteren Teschener Schiefer bodenständig entstandene heteropische Einlagerungen und das Ergebnis localen Korallenwuchses bilden, nicht rundweg abgelehnt werden. Anderseits kann wohl als feststehend angenommen werden, dass einzelne dieser Tithonblöcke im Unteren Teschener Schiefer thatsächlich echte Rollblöcke bilden[1]. Beide Erscheinungen schließen aber einander gar nicht aus. Echte Tithonrollblöcke erscheinen nicht nur im Unteren Teschener Schiefer, sondern auch in den Grodischter-, Ellgother-, Istebner Schichten und anderen Oberkreidebildungen, sowie im Alttertiär. Die Masse der Blöcke nimmt nach Süden hin deutlich ab.

Die Vertheilung der Tithonkalkklippen am Nordrande der Karpathen und ihre koralligene Natur sprechen sehr für die Richtigkeit der Beyrich'schen, schon 1844 ausgesprochenen Auffassung dieser Klippen als einer »Littoralzone«[2], welche Anschauung auch Hohenegger theilte, der in der Klippenzone »das nördliche Ufer des Jurameeres der Karpathen« erblickte. Die Blockeinstreuungen beweisen, dass die Wogen des Karpathenmeeres lange Erdperioden hindurch mit wechselnder Intensität an der Aufarbeitung dieser Korallenstrandriffe gearbeitet haben, so dass nur wenig größere Massen der Zerstörung entgangen sind.

Natürlich müssen die Ablagerungen, die solche Tithonblöcke umschließen, im allgemeinen geologisch jünger sein als das Tithon; nur für die älteste dieser Ablagerungen, für den Unteren Teschener Schiefer muss das nicht unbedingt der Fall sein. Entstanden die Unteren Teschener Schiefer in größerer Tiefe am Südrande der koralligenen Strandriffe des Tithon gleichzeitig mit diesen, so konnten größere und kleinere Blöcke von Riffkalk sehr leicht in den benachbarten Schlamm gelangen und hier eingeschlossen werden, wie uns die analogen Verhältnisse in der Gegenwart belehren. Sowie es heute gehobene recente oder jungdiluviale Korallenriffe gibt, deren losgelöste Blöcke dem Meeresschlamm zugeführt werden, so konnte auch in der Tithonperiode eine derartige leichte Hebung der Küstenriffe eingetreten sein, ohne dass sich dieses untergeordnete Ereignis sonst in irgend einer Weise geologisch fühlbar machte oder andere als die gedachten Spuren zurückließ. Unter diesem Gesichtspunkte betrachtet, schließt also das Vorkommen von Tithonblöcken im Unteren Teschener Schiefer, selbst wenn diese sämmtlich nur gerollte Blöcke wären, die geologische Gleichalterigkeit keineswegs aus. Das Liegende der Unteren Teschener Schiefer ist, wie man weiß, nicht bekannt, ebenso das Liegende und Hangende des Tithon in Stramberg, daher entfallen auch die Anhaltspunkte, die sich aus den Lagerungsverhältnissen und der Schichtfolge ergeben könnten. Nach freundlicher Mittheilung des Vicedirectors der Geologischen Reichsanstalt, Oberbergrath Dr. E. Tietze, ist zwar kürzlich als Liegend des Stramberger Kalksteines in Stramberg »Karpathensandstein« erbohrt worden. Nähere Angaben über die Ergebnisse dieser Bohrung liegen aber zur Zeit nicht vor. Der Stratigraph findet also bei dem Versuche, für das geologische Alter der Unteren Teschener Schiefer engere Grenzen zu ziehen, in den geologischen Verhältnissen keine sichere Stütze und wir müssen uns daher bei der Dürftigkeit unserer Versteinerungsfunde mit dem Ergebnisse

---

[1] Die Schwierigkeit, anstehende heteropische Kalk-Rasen oder Linsen von eingeschwemmten, aus der Nähe stammenden Rollblöcken zu unterscheiden, scheint sich auch in anderen Gebieten einzustellen. Auch die Cipitkalke Südtirols werden von Einigen als Blöcke, von Anderen (M. Ogilvie in d. Verhandl. geol. Reichanstalt 1900, S. 316) als heteropische Rasen aufgefasst.

[2] Karstens Archiv, 18. Bd., S. 76, vergl. Jahrb. geol. Reichsant. 1883, S. 500.

bescheiden, dass die Unteren Teschener Schiefer keineswegs jünger sein können als die Berriasschichten, möglicherweise aber sogar in das oberste Tithon herabreichen.

Da die Berrias-Stufe mit *H. Boissieri* und das obere Tithon mit *Perisphinctes transitorius* und *H. Calisto* Horizonte bilden, die einander sehr nahestehen und durch Übergänge und die Gemeinsamkeit mehrerer Arten verbunden sind, so würde man die Niveaubestimmung, wie wir sie eben vornehmen konnten, ziemlich befriedigend finden, würde sich es um Zonen mitten im Zuge einer Formation handeln. Hier aber, bei Zonen, die an der Grenze zweier Formationen liegen, wünschte man eben deshalb genauere Bestimmungen. Über die Abgrenzung der Juraformation gegen die Kreide im Mediterrangebiete schien, nachdem sich Héberts Versuch der Zuziehung des Stramberger Kalkes zum Neocom als unhaltbar erwiesen hatte, längere Zeit ziemliche Übereinstimmung zu herrschen, man zog die Grenze zumeist zwischen das Niveau von Stramberg (Zone des *Perisph. transitorius* und *Hopl. Calisto*) und das von Berrias (Zone des *Hopl. privasensis* und *Boissieri*). Diesen Standpunkt hat in neuerer Zeit namentlich W. Kilian [1] vertreten und mit guten Gründen gestützt, desgleichen G. Sayn, E. Baumberger[2] u. A. E. Haug dagegen zieht die Jurakreidegrenze etwas höher: er lässt zwar die Berriasschichten als höheres Niveau über dem von Stramberg bestehen, aber er vereinigt beide als Obertithon zu einer Stufe, die gänzlich der Juraformation zufällt. Nach Haug[3] (und A. de Lapparent) beginnt also die Kreideformation mit der Zone des *Hopl. pexiptychus* und *neocomiensis.* Bei Annahme dieser Anschauung fiele der Untere Teschener Schiefer jedenfalls noch der Juraformation zu. Wie E. Haug ganz richtig bemerkt, ist die Frage nach der Jurakreidegrenze nichts anderes als die Frage: was ist im Mediterrangebiete das genaue Äquivalent des Valanginien des Jura? Selbstverständlich muss die endgiltige Beantwortung dieser Frage vorerst auf dem Boden der Westalpen gesucht werden und es ist daher kein Anlass auf diesen Gegenstand hier näher einzugehen. Ich möchte nur bemerken, dass ich die von E. Haug in so bestechender Weise vorgebrachten Gründe nicht für wichtig genug halten kann, um die sorgfältige Beweisführung W. Kilians umzustoßen.

Die Frage, ob der Untere Teschener Schiefer noch dem Jura oder schon der Kreide zuzurechnen sei, mag mehr formaler Natur sein. Von großer und realer Bedeutung ist dagegen der Nachweis, dass die Fauna dieser Ablagerung von derjenigen der Oberen Teschener Schiefer nicht nur gänzlich abweicht, sondern sogar an die Tithonfauna anklingt und daher ein wesentlich höheres geologisches Alter der Unteren Teschener Schiefer beweist. Es erscheint vielleicht nicht überflüssig, dass dieses Ergebnis dem Versuche R. Zubers, die Bedeutung der Hohenegger'schen Unterkreidegliederung herabzudrücken, ausdrücklich entgegengehalten werde. R. Zuber möchte in den Unteren Teschener Schiefern, den Teschener Kalken, den Oberen Teschener Schiefern sammt den Grodischter Sandsteinen lieber »locale Abänderungen eines und desselben Horizontes« als selbständige Schichtgruppen erblicken. Konnte im ersten Theile dieser Arbeit gezeigt werden, dass die geologischen Verhältnisse einer derartigen Annahme widersprechen, so wird sie den paläontologischen Ergebnissen gegenüber ebenso unhaltbar, wie wenn jemand die von so vielen Forschern in den verschiedensten Gebieten durch Jahrzehnte hindurch untersuchten, paläontologisch und stratigraphisch so genau bekannten Stufen des Berriasien, Valanginien und Hauterivien (fünf, vielleicht sechs paläontologischen Zonen entsprechend) als locale Abänderungen eines und desselben Horizontes hinstellen wollte.

Zum Schlusse wollen wir der besseren Übersicht halber die stratigraphischen Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung tabellarisch zusammenfassen.

---

[1] Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXII, 1894, p. XIV. Sisteron, p. 706. Kilian et Baumberger, Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXVII, 1899, p. 125 etc.

[2] E. Baumberger et H. Moulin, La série néocomienne à Valangin. Bull. Soc. Neuchateloise sc. nat. XXVI, 1898.

E. Baumberger, Vorläufige Mitth. über die Ammonitenfauna des Valangien u. Eclogae geol. Helvetiae VI, 1900.

[3] Portlandien, Tithonique et Volgien, Bull. Soc. géol. France, 3. sér., t. XXVI, 1898.

Schichtfolge der schlesisch-karpathischen Unterkreide	Fossileinschlüsse	Geologisches Alter
Godula-Sandstein	*Desmoceras* aff. *Dupinianus* d'Orb.	Gault
Ellgother Schichten	*Parahoplites Bigoureti* Seun. *Belemnites* aff. *minimus* *Inoceramus* 2 n. sp.	Aptien
Wernsdorfer Schichten	vergl. Cephalopodenfauna der Wernsdorfer Schichten, Denkschriften der kais.Akademie der Wissenschaften Wien 1883	Barremien (Oberneocom)
Grodischter Schichten	*Belemnites (Hibolites) jaculum* Phill. *(Pseudobelus) bipartitus* Bl. » *(Duvalia) conicus* Bl. *dilatatus* Bl. *Nautilus neocomiensis* d'Orb. *Phylloceras Rouyanum* d'Orb. *Lytoceras sequens* Vac. » *subfimbriatum* d'Orb. » cf. *quadrisulcatum* d'Orb. » *Juilleti* d'Orb. *Hamulina* sp. ind. *Haploceras salinarium* Uhl. » *Grasi* d'Orb. *Desmoceras* cf. *liptaviense* Zeusch. *Holcodiscus incertus* d'Orb. *Ptychoceras* sp. ind. *Crioceras* sp. ind. » *Duvali* Lév. *Aptychus Didayi* Coq. » *angulicostatus* Pict. et Lor. » *Seranonis* Coq.	Hauterivien (Mittelneocom)
Obere Teschener Schiefer	*Belemnites (Hibolites) jaculum* Phill. » sp. ind., aff. *beskidensis* Uhl. » *(Duvalia) conicus* Bl. » » *latus* Bl. » » *Emerici* Rasp. » *(Pseudobelus) bipartitus* Bl. *Nautilus* sp. ind., aff. *plicatus* Fitt. » *(Hercoglossa)* sp. n. ind. *Phylloceras* sp. ind. » *Rouyanum* d'Orb. » *Calypso* d'Orb. » *semisulcatum* d'Orb.	Valanginien (Unterneocom)

Schichtfolge der schlesisch-karpathischen Unterkreide	Fossileinschlüsse	Geologisches Alter
Obere Teschener Schiefer	*Lytoceras Triboleti* Hohenegg. msc. » *subfimbriatum* d'Orb. » *quadrisulcatum* d'Orb. » *Phestus* Math. *Oxynoticeras* cf. *heteropleurum* Neum. et Uhl. » *pseudograsianum* Uhl. » n. sp. ind. » n. sp. ind. » n. sp. ind. *Haploceras salinarium* Uhl. *Holcostephanus (Astieria) Astieri* d'Orb. » » cf. *polytroptychus* Uhl. *Hoplites Michaelis* n. sp. » n. sp. ind., aff. *Michaelis* » *hystricoides* n. sp. » *Hoheneggeri* n. sp. » n. sp. ind. » *periptychus* Uhl. » cf. *asperrimus* d'Orb. » 2 n. sp. ind. » *campylotoxus* n. sp. » cf. *Thurmanni* Pict. et Camp. » *perisphinctoides* n. sp. » n. sp. ind., aff. *perisphinctoides* » *austrosilesiacus* n. sp. » *neocomiensis* d'Orb. » *teschenensis* n. sp. » *scioptychus* n. sp. » n. sp. ind. » *paraplesius* n. sp. » n. sp. ind. » *Zitteli* n. sp. » cf. *Desori* Pict. et Camp. *Ptychoceras neocomiense* d'Orb. » *teschenense* Hohenegg. msc.	Valanginien (Unterneocom)
Teschener Kalkstein	Aptychen (Typus *Apt. imbricatus*), *Belemnites* sp., *Cidaris* sp., *Exogyra* sp., *Pecten* sp., *Lima* sp., zerbrochene Korallen und Bryozoën, Crinoidenstielglieder.	Berriasstufe Infravalanginien
Untere Teschener Schiefer	*Perisphinctes* sp. n. ind. » sp. ind. » aff. *Lorioli* v. Zitt.	Berriasstufe (ins Obertithon herabreichend?)

Inhaltsverzeichnis.



Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1 *a, b. Lytoceras Triboleti* Hohenegger msc. Steinkern in natürlicher Größe. Die Hälfte der letzten Windung bildet Wohnkammer. Von Nieder-Lischna, Hoh. S. S. 22.

» 2. *Lytoceras Triboleti* Hohenegger msc. Theilweise beschaltes, etwas flach gedrücktes Exemplar in natürlicher Größe. Die größere Hälfte des letzten Umganges gehört der Wohnkammer an. Von Trzanowitz, Hoh. S. S. 22.

» 3. *Phylloceras semisulcatum* d'Orb. sp. Steinkern in natürlicher Größe, mit Wohnkammer. Der untere Theil des Mundrandes ist wohlerhalten, die Externseite steckt zum Theile im Gesteine. Von Nieder-Lischna, Hoh. S. S. 21.

» 4 *a—c. Belemnites latus* Bl., n. var. *constricta. a* Canalansicht, *b* Seitenansicht, *c* Ansicht von oben, auf die Alveole, in natürlicher Größe. Am Alveolarende mit Mineralmasse gefüllte Sprünge. Pitrau, Flötz 18. Sammlung der geolog. Reichsanstalt. S. 18.

» 5 und 6. *Belemnites dilatatus* Bl. (f. *silesiaca*). Beide Exemplare in natürlicher Größe. *a* Seitenansicht mit scharfen Seitenlinien. *b* Furchenansicht, *c* Ansicht von oben. Das Alveolarende ist etwas abgeblättert, besonders bei Fig. 6. Aus dem Grodischter Sandsteine von Grodischt, Hoh. S. S. 64.

» 7. *Lytoceras Triboleti* Hohenegger msc. Stück der Externseite, größtentheils beschalt, von oben her flachgedrückt. Man erkennt hier die charakteristische Rippenspaltung. Von Pitrau, Hoh. S. S. 22.

» 8 *a—c. Hoplites hystricoides* n. sp. Theilweise beschaltes, bis an das Ende gekammertes Exemplar in natürlicher Größe. Die Loben 8 *c* sind nur den Hauptzügen nach erhalten. Von Alt-Bielitz, Hoh. S. S. 39.

Sämmtliche Exemplare, mit Ausnahme von Fig. 5 und 6, stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n d N gez u lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII 2.



Tafel II.



Tafel II.

Fig. 1 *a—c. Oxynoticeras pseudograsianum* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe, bis an das Ende gekammert. *c* eine Partie der Externseite, im Gesteine steckend, vom vordersten Theile des letzten Umganges. Von der Lobenlinie ist nur der erste Seitenlobus und die ihn begrenzenden Sättel deutlich zu sehen. Von Nieder-Lischna, Sammlung der geol. Reichsanst. S. 25.

» 2 *a, b. Oxynoticeras* cf. *heteropleurum* Neum. et Uhl. Steinkern in natürlicher Größe, mit Wohnkammer. Die auf der Seitenansicht angegebene Lobenlinie ist die letzte. Der Vorderrand der Wohnkammer könnte dem Mundrande entsprechen. Die Lobenlinie entspricht der Lobenbildung auf der sipholosen Seite des norddeutschen *Ox. heteropleurum*. Von Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S. S. 24.

» 3 *a, b. Oxynotic. pseudograsianum* n. sp. Theilweise beschaltes Exemplar; der vorderste Theil der letzten Windung scheint der Wohnkammer anzugehören; in natürlicher Größe. Von Nieder-Lischna, Fall. S. S. 24.

» 4. *Oxynotic. pseudograsianum* n. sp. Lobenlinie in natürlicher Größe eines Exemplares von Tierlitzko, Flötz 5, Fall. S. S. 24.

» 5 *a, b. Oxynoticeras* n. sp. ind. Theilweise beschaltes Exemplar in natürlicher Größe. Von Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S. S. 27.

» 6. *Oxynoticeras* n. sp. ind. Steinkern in natürlicher Größe; Externtheil nicht erhalten. Der vordere Theil des letzten Umganges scheint Wohnkammer zu bilden. Von Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S. S. 28.

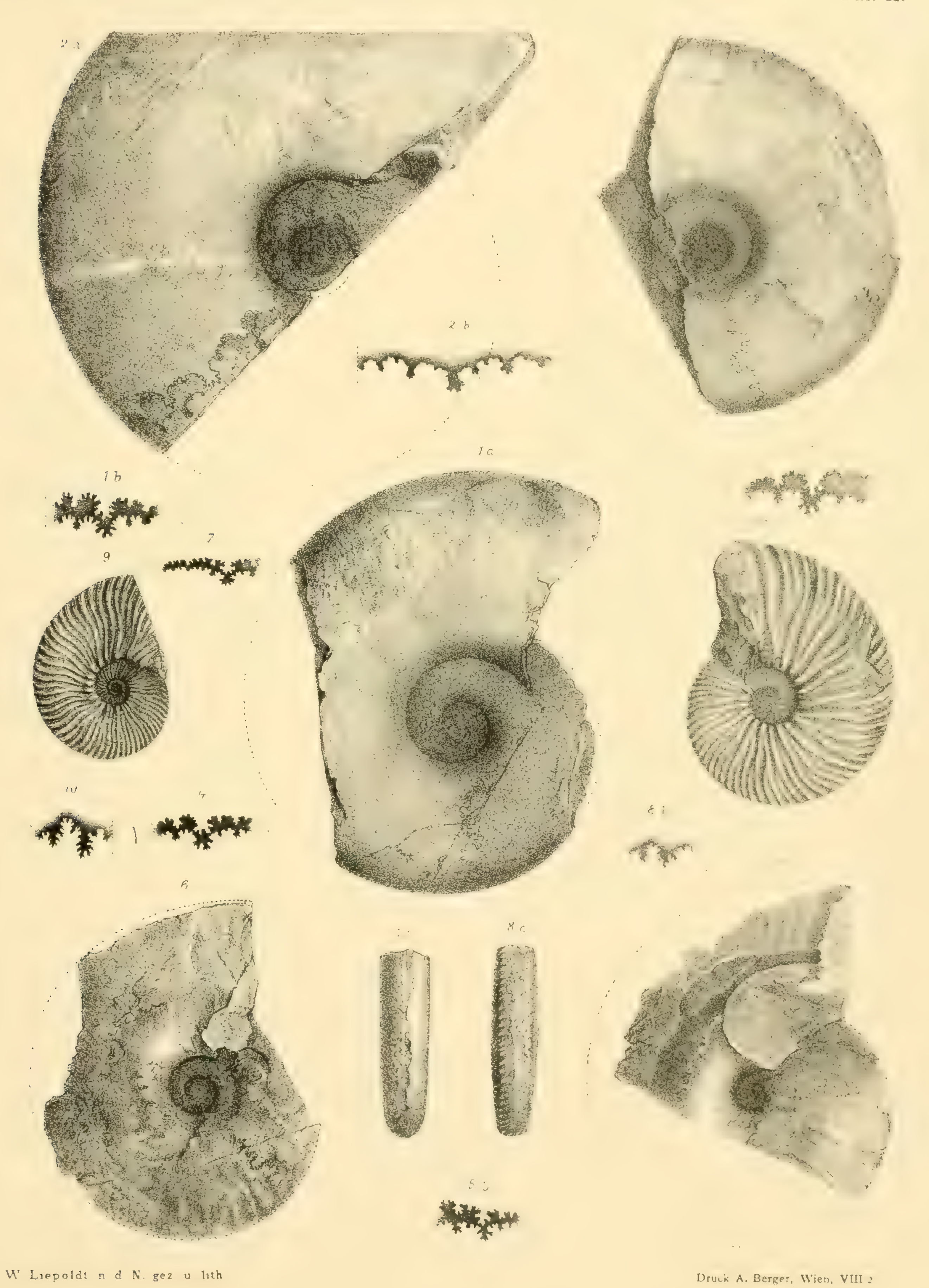
» 7. *Oxynoticeras* n. sp. ind. Lobenlinie eines schlecht erhaltenen Exemplares einer neuen Art. Von Zeislowitz, Flötz 10, Fall. S. S. 28.

» 8. *Hoplites paraplesius* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe, der vordere Theil der letzten Windung scheint Wohnkammer zu bilden. *c* Partie der Externseite, zum Theile im Gesteine steckend. *b* Lobenlinie, nur in den Hauptzügen richtig. Von Zeislowitz, Hoh. S. S. 59.

» 9. *Hoplites neocomiensis* d' Orb. Exemplar in natürlicher Größe, mit einem Theile der Wohnkammer erhalten, Spuren der letzten Scheidewand sind auf der Seitenansicht angegeben. S. 54.

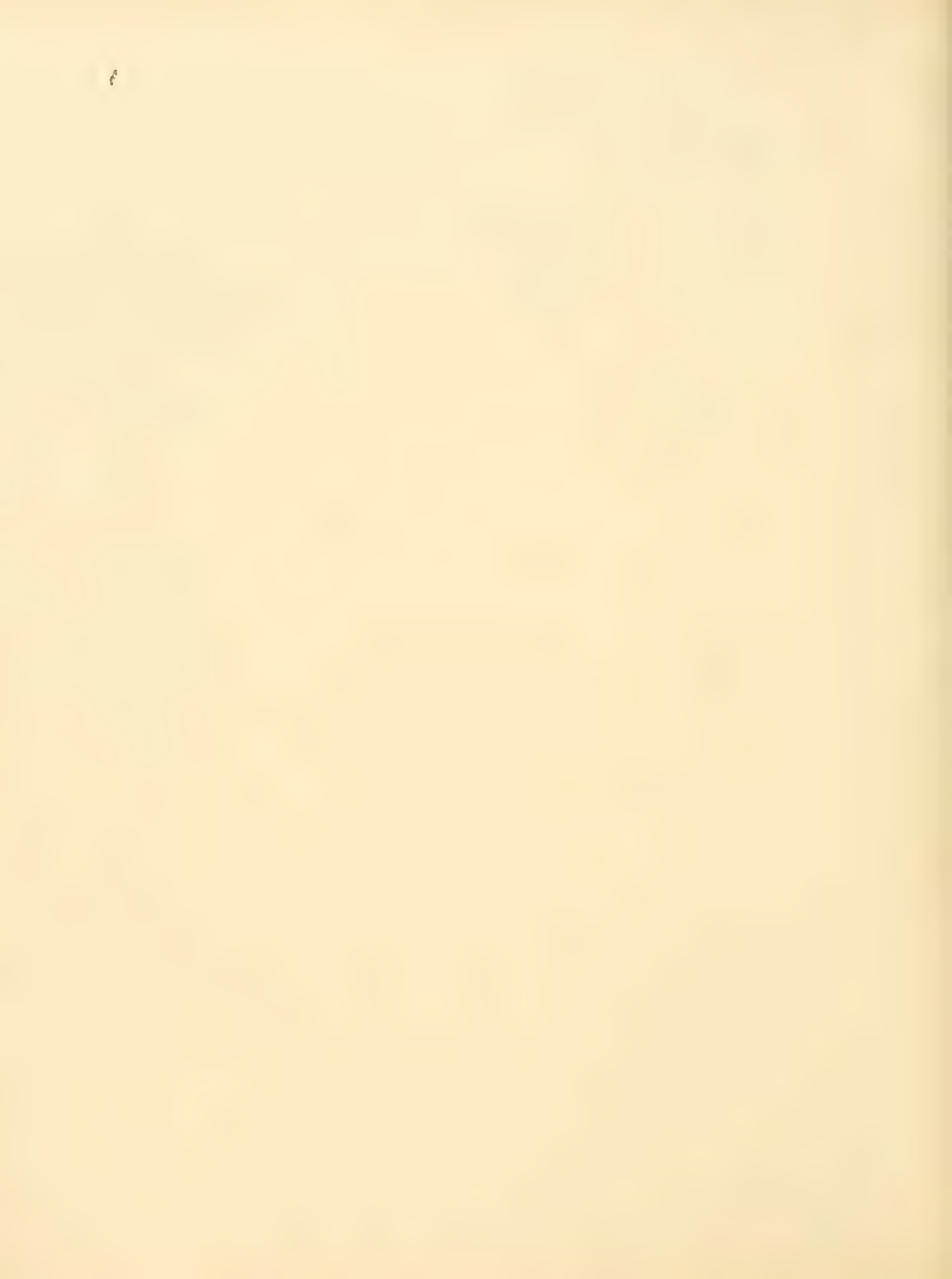
» 10. *Haploceras salinarium* Uhl. Lobenlinie in natürlicher Größe eines Exemplares von Zeislowitz. Der Externlobus nicht erhalten. Fall. S. S. 65.

Sämmtliche Arten stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n. d. N. gez. u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII/2



Tafel III.

Tafel III.

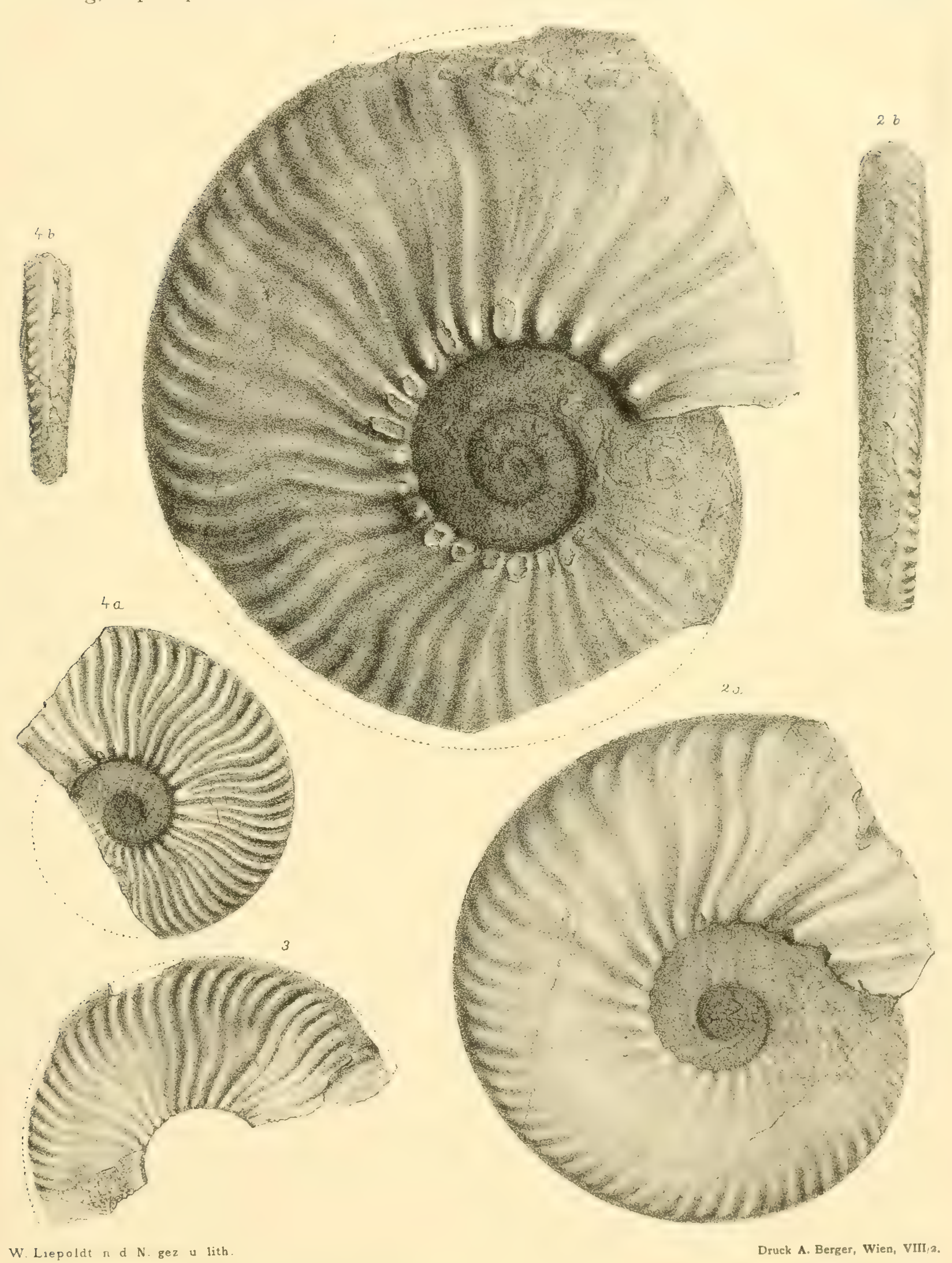
Fig. 1. *Hoplites neocomiensis* d'Orb. var. (*A. neocomiensiformis* Hohenegger msc.). Etwas flachgedrückter Steinkern in natürlicher Größe. Externtheil am Vorderende nicht erhalten. Loben nicht kenntlich. Von Zeislowitz, Fall. S. S. 54.

» 2. *Hoplites neocomiensis* d'Orb. var. (*neocomiensiformis* Hohenegg. msc.). Etwas flachgedrückter abgewetzter Steinkern in natürlicher Größe. Der vorderste Theil der letzten Windung gehört zur Wohnkammer. Loben auf Tafel IV! Speciell dieses Exemplar bezeichnete Hohenegger auf der Etikette als *A. neocomiensiformis*. Von Nieder-Trzanowitz, Hoh. S. S. 54.

» 3. *Hoplites neocomiensis* d'Orb. Steinkern, flachgedrückt, in natürlicher Größe. Von Nieder-Lischna, Fall. S. S. 54.

» 4. *Hoplites teschenensis* n. sp. Exemplar in natürlicher Größe, etwas flachgedrückt. Loben undeutlich, der vorderste Theil der letzten Windung scheint der Wohnkammer anzugehören. Von Pitrau, Hoh. S. S. 56.

Sämmtliche Exemplare stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n. d. N. gez. u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII/2.



Tafel IV.

Tafel IV.

Fig. 1 *a, b*. *Hoplites campylotoxus* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe, ein wenig flach gedrückt; mit einem Theile der Wohnkammer. Die letzte Lobenlinie ist verzeichnet. 1 *b* Theil der Externseite am Beginne der Wohnkammer. Von Pitrau, Hoh. S. S. 49.

» 2. *Hoplites campylotoxus* n. sp. Etwas flachgedrückter Steinkern in natürlicher Größe. Loben nicht deutlich sichtbar; der vordere Theil der letzten Windung ist höchstwahrscheinlich nicht gekammert. Als Typus der Art betrachtetes Exemplar. Von Nieder-Lischna, Hoh. S. S. 49.

» 3. *Hoplites campylotoxus* n. sp. Theilweise beschaltes Exemplar mit breiten, flachen Rippen in natürlicher Größe. Von Nieder-Lischna, Hoh. S. S. 49.

» 4 *a, b*. *Hoplites pexiptychus* Uhl. Steinkern in natürlicher Größe, der vorderste Theil des letzten Umganges gehört der Wohnkammer an. Typische Form. Von Tierlitzko, Hoh. S. S. 41.

» 5. *Hoplites pexiptychus* Uhl. Steinkern in natürlicher Größe. Das vordere Viertel der letzten Windung gehört zur Wohnkammer. Typische Form. Nieder-Lischna, Hoh. S. S. 41.

» 6. *Hoplites pexiptychus* Uhl. Steinkern in natürlicher Größe, mit sehr zahlreicnen einfachen Rippen. Von Tierlitzko, Hoh. S. S. 41.

» 7. *Hoplites pexiptychus* Uhl. Steinkern in natürlicher Größe, mit dichter Berippung. Die Hälfte der letzten Windung gehört zur Wohnkammer. Von Pitrau, Hoh. S. S. 41.

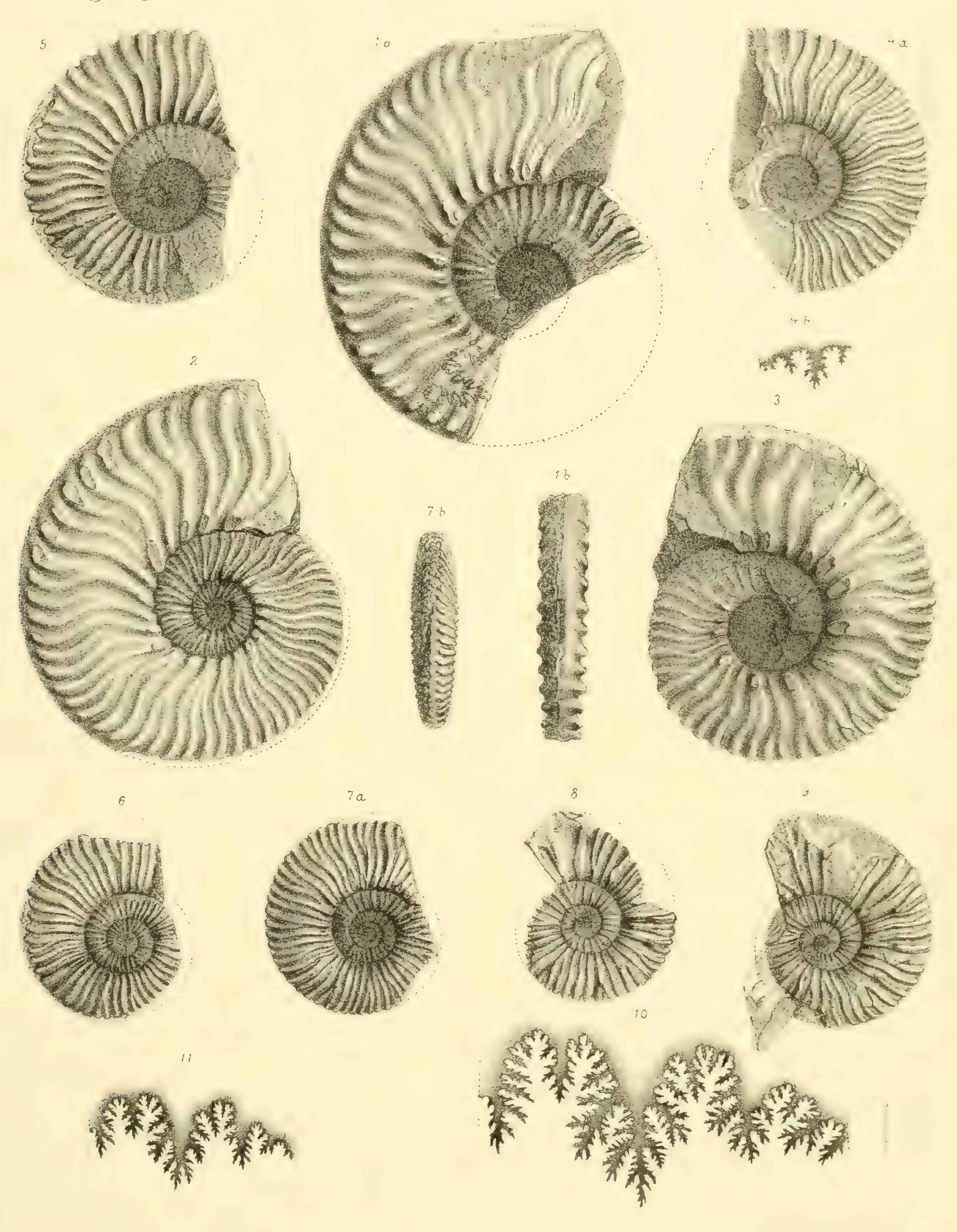
» 8. *Hoplites* cf. *asperrimus* d'Orb. Steinkern in natürlicher Größe. Der vorderste Theil der letzten Windung gehört wahrscheinlich zur Wohnkammer. Das Exemplar dürfte etwas flach gedrückt sein. Von Pitrau, Hoh. S. S. 44.

» 9. *Hoplites* cf. *asperrimus* d'Orb. Steinkern in natürlicher Größe, etwas flachgedrückt. Der vorderste Theil der letzten Windung gehört wahrscheinlich zur Wohnkammer. Von Pitrau, Hoh. S. S. 44.

» 10. *Hoplites scioptychus* n. sp. Loben des auf Taf. V, Fig. 1 abgebildeten Exemplares in natürlicher Größe. Der Externlobus ziemlich stark abgewittert. Von Punzau, Hoh. S. S. 57.

» 11. *Hoplites neocomiensis* d'Orb. var. (*neocomiensiformis* Hohenegger msc.). Loben des auf Taf. III, Fig. 2 abgebildeten Exemplares von Nieder-Trzanowitz, in natürlicher Größe, Hoh. S. S. 54.

Sämmtliche Exemplare stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n d N. gez u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII a.





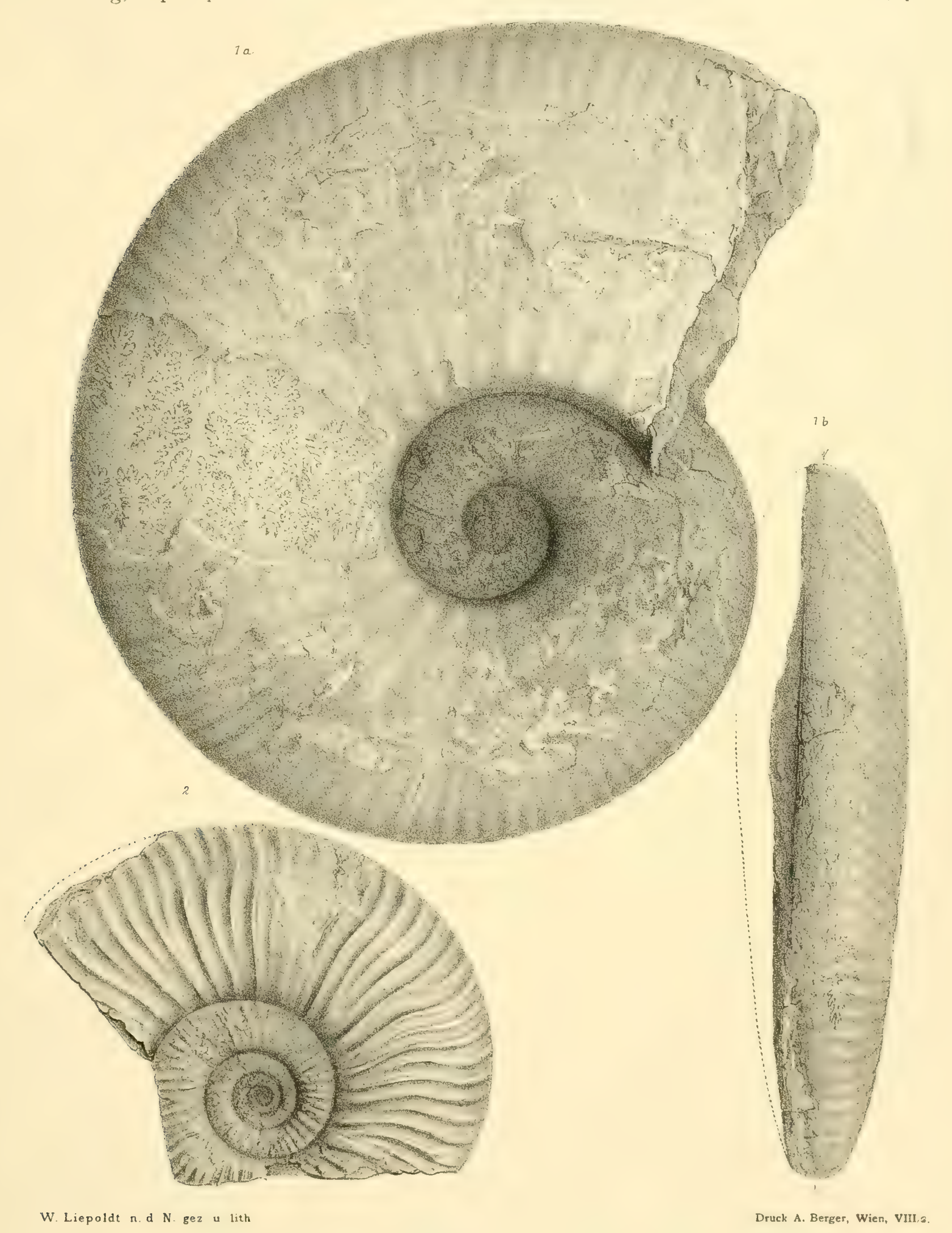
Tafel V.

Tafel V.

Fig. 1 *a, b. Hoplites scioptychus* n. sp. Theilweise beschaltes Exemplar in natürlicher Größe, bis an das Ende gekammert. 1 *b* Externtheil, dem mittleren Theile des letzten Umganges entnommen. Die Loben dieser Form sind auf Taf. IV, Fig 10 abgebildet. Hoh. S. S. 57.

» 2. *Hoplites* n. sp. ind., verwandt mit *H. ambiguus* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe. Von Pitrau, Hoh. S. S. 47.

Beide Exemplare stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n. d N. gez u lith

Druck A. Berger, Wien, VIII/2.





Tafel VI.

Tafel VI.

Fig. 1. *Hoplites* n. sp., aff. *perisphinctoides* n. sp. Gezeichnet in natürlicher Größe nach einem Abgusse, der von einem Hohldrucke abgenommen ist. Der Vorderrand entspricht nicht, wie man meinen könnte, dem Mundrande, da der Umgang spurenweise noch eine Strecke weiter zu verfolgen ist. Der im Sandsteinschiefer (Strzolka) erhaltene Hohldruck stammt von Wendrin, wahrscheinlich aus dem tiefsten Theile der Oberen Teschener Schiefer. Hoh. S. S. 52.

» 2 *a—c*. *Hoplites perisphinctoides* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe, dessen letzter Umgang, soweit er erhalten ist, fast gänzlich der Wohnkammer angehört. Letzte Scheidewand spurenweise kenntlich. *b* Ansicht des zum Theile im Gesteine steckenden Externtheiles. *c* wahrscheinlicher Querschnitt. Von Alt-Bielitz. Hoh. S. S. 51.

» 3 *a—c*. *Hoplites ambiguus* n. sp. Exemplar in natürlicher Größe, bei dem der vorderste Theil des letzten Umganges zur Wohnkammer gehört. Das Exemplar ist in der Mitte gebrochen und etwas verschoben. Von Pitrau. Hoh. S. S. 45.

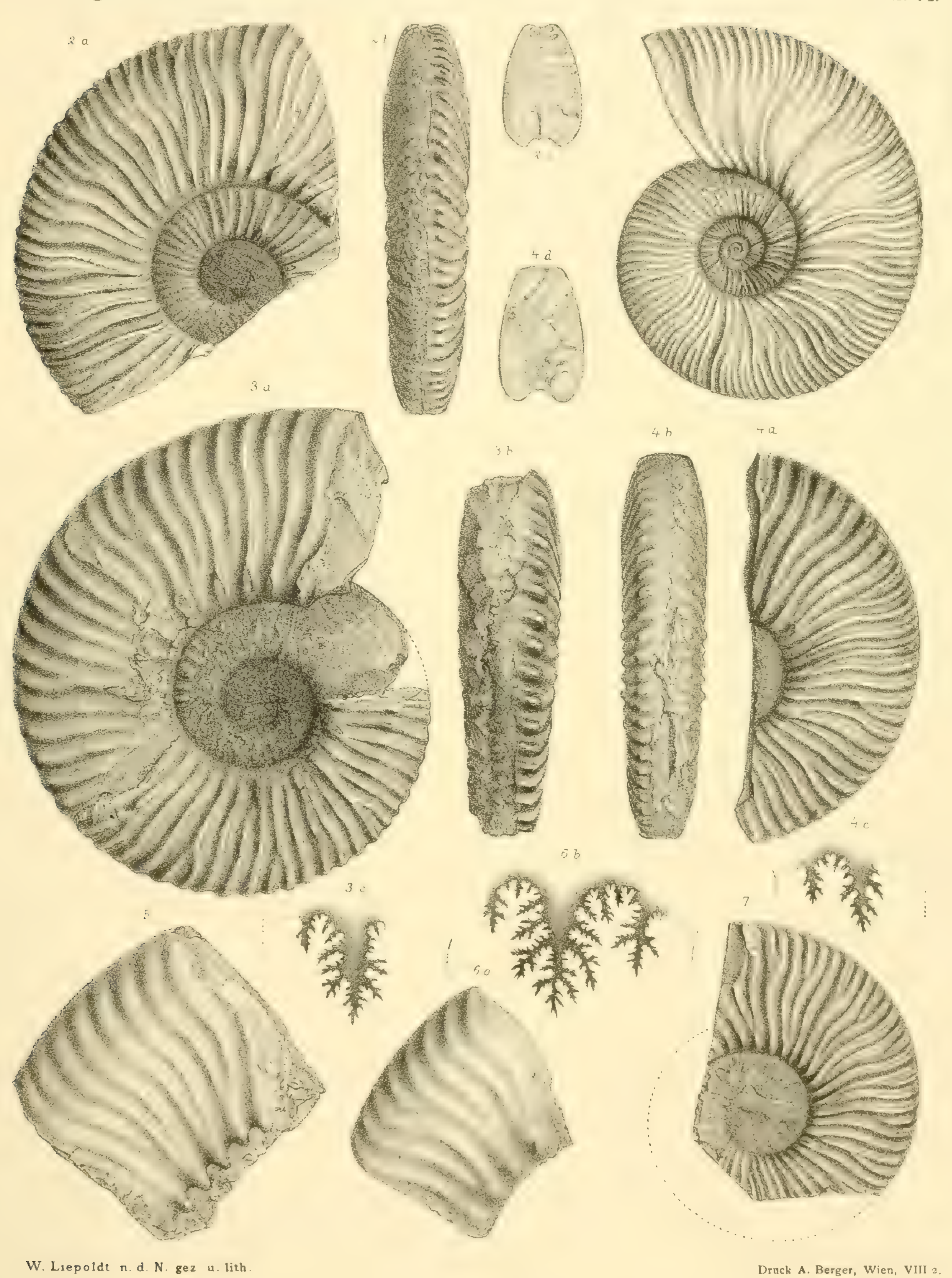
» 4 *a—d*. *Hoplites ambiguus* n. sp. Weniger stark knotige Form, in natürlicher Größe, bis an das Ende gekammert. Da der Externtheil 4 *b* unvollkommen erhalten ist, kann die Querschnittszeichnung 4 *d* nur annähernd richtig sein. Lobenlinie 4 *c* etwas abgewittert, daher nur in den Hauptzügen richtig. Von Pitrau. Hoh. S. S. 45.

» 5. *Hoplites ambiguus* n. sp. Gekammertes Bruchstück in natürlicher Größe. Von Nieder-Lischna. Hoh. S. S. 45.

» 6 *a, b*, *Hoplites* aff. *ambiguus* n. sp. Gekammertes Bruchstück in natürlicher Größe. Von Tierlitzko. Hoh. S. S. 47.

» 7. *Hoplites* n. sp. ind. Bruchstück in natürlicher Größe, wahrscheinlich ein wenig flach gedrückt. Der vorderste Theil der letzten Windung könnte der Wohnkammer angehören. Fundort Pitrau oder Zeislowitz? Hoh. S. S. 48.

Sämmtliche Exemplare stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n. d. N. gez u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII 2.

Tafel VII.

Tafel VII.

(Doppeltafel.)

Fig. 1. *Hoplites Michaelis* n. sp. Im Schiefer erhaltenes, etwas flachgedrücktes Exemplar in natürlicher Größe. Ungefähr die Hälfte des letzten Umganges gehört der Wohnkammer an. Von Trzanowitz, Flötz 3. Fall. S. S. 35.

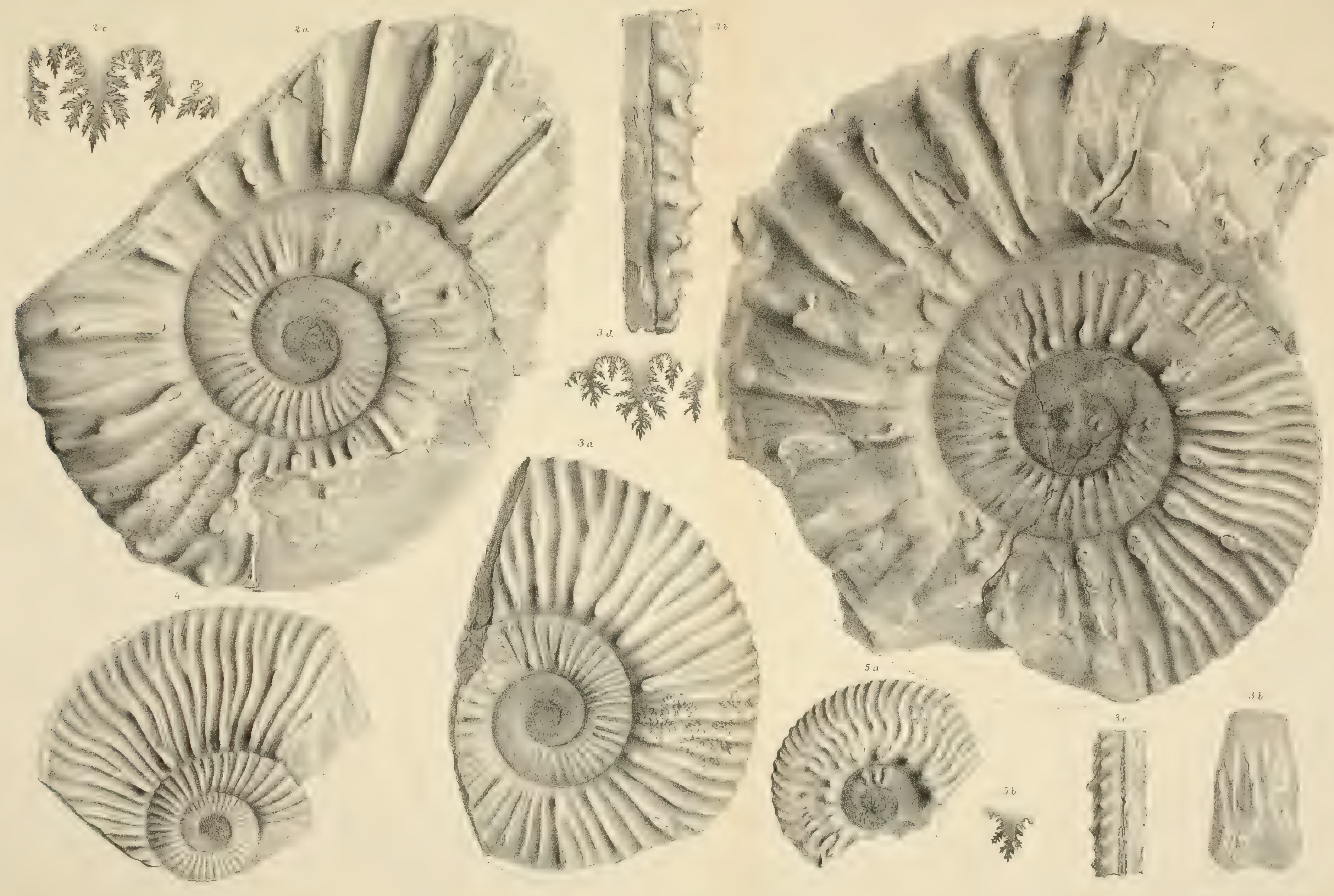
» 2 *a—c*. *Hoplites Michaelis* n. sp. Steinkern in natürlicher Größe. Die Hälfte der letzten Windung gehört zur Wohnkammer. 2 *b* Theil der Externseite, an der Grenze der Luftkammern und der Wohnkammer. Von Nieder-Lischna, Flötz 3. Fall. S. S. 35.

» 3 *a—d*. *Hoplites Michaelis* n. sp. Bis an das Ende gekammerter Steinkern in natürlicher Größe. *b* combinierter Querschnitt, *c* Externtheil, nur halb erhalten. Von Wendrin, Sosnia. Hoh. S. S. 35.

» 4. *Hoplites Michaelis* n. sp. Am Externtheile anscheinend etwas flachgedrücktes Exemplar in natürlicher Größe, um die hier besser erhaltenen inneren Umgänge zu zeigen. Von Wendrin, Flötz 3. Fall. S. S. 35.

» 5. *Hoplites Zitteli* n. sp. Bis ans Ende gekammerter Steinkern in natürlicher Größe. Von Zeislowitz. Fall. S. S. 61.

Sämmtliche Arten stammen aus den Oberen Teschener Schiefern (Valanginien).



W. Liepoldt n. d. N. gez. u. lith. Druck A. Berger, Wien, VIII 2.



Tafel VIII.

Tafel VIII.

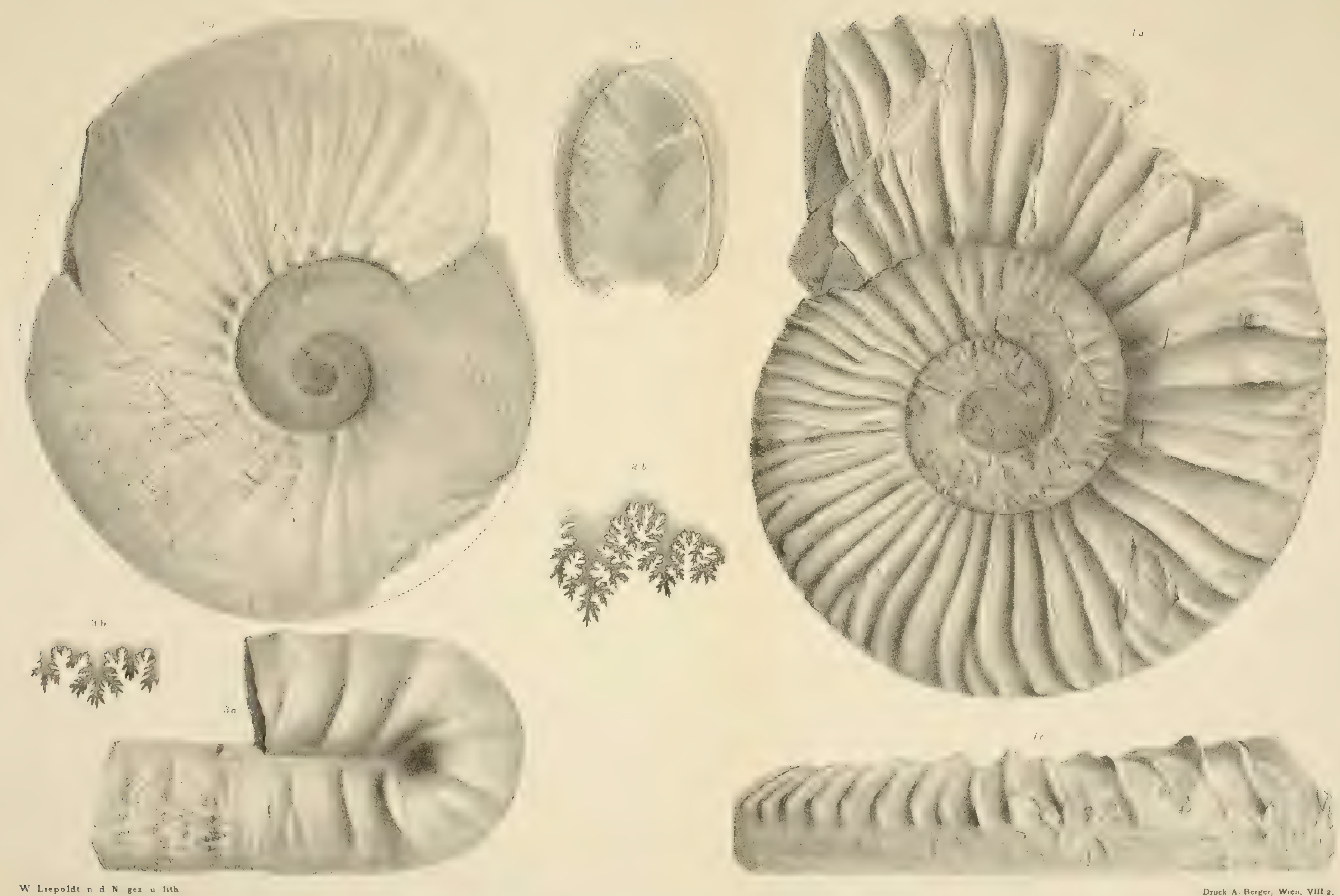
(Doppeltafel.)

Fig. 1 *a—c. Hoplites Hoheneggeri* n. sp. Theilweise beschaltes Exemplar in natürlicher Größe. Die Hälfte der letzten Windung bildet Wohnkammer. *b* Querschnitt der Wohnkammer, halb ergänzt, da nur die Hälfte des Externtheiles erhalten ist. *c* Externtheil der mittleren Partie des letzten Umganges, zur kleineren Hälfte erhalten. Von Pitrau. Hoh. S. S. 40.

» 2 *a, b. Hoplites* n. sp. ind. Steinkern in natürlicher Größe. Der vorderste Theil des letzten Umganges dürfte der Wohnkammer angehören. Von der Lobenlinie fehlt der Externlobus. Von Nieder-Lischna, Flötz 5. Fall. S. S. 58.

» 3 *a, b. Ptychoceras teschenense* Hohenegger msc. Steinkern in natürlicher Größe. Die in der Seitenansicht verzeichnete Lobenlinie ist die letzte. Von Skalitz. Hoh. S. S. 63.

Sämmtliche Arten stammen aus dem Oberen Teschener Schiefer (Valanginien).



W. Liepoldt n. d. N. gez. u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII 2.





Tafel IX.

Tafel IX.

(Doppeltafel.)

Fig 1. *Hoplites austrosilesiacus* n. sp. Theilweise beschaltes Exemplar in natürlicher Größe. Aus dem Oberen Teschener Schiefer von Nieder-Lischna. S. 53.



W. Liepoldt n. d. N. gez. u. lith.

Druck A. Berger, Wien, VIII.



HERPETOLOGISCHE UND ICHTHYOLOGISCHE ERGEBNISSE EINER REISE NACH SÜDAMERIKA

BEARBEITET VON

Dr. FRANZ STEINDACHNER,

W. M. K. AKAD.

MIT EINER EINLEITUNG

VON

THERESE PRINZESSIN VON BAYERN

Mit 5 Tafeln und 2 Textabbildungen.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. JULI 1901.

Aufgefordert, eine kurze Skizze meiner Reiseroute zu geben, trachte ich dieser Aufgabe mich nach besten Kräften zu entledigen. Hiebei gilt es die Fundorte von mir gesammelter neuer Reptilien- und Fischarten ausführlicher zu berücksichtigen, namentlich solche Fundorte, deren geographische Lage nicht allgemein bekannt ist.

Es war Mai 1898, als ich meine Reise antrat, meine zweite nach Südamerika; dieselbe verfolgte ein anderes Ziel als die zehn Jahre früher unternommene erste.

Zunächst wurde in Point-à-Pitre auf Guadeloupe an Land gegangen. Die einzige zoologische Ausbeute des nur einen halben Tag währenden Aufenthaltes waren ein lebender Colibri (*Bellone exilis* Gm.), etliche auf dem Markte gekaufte Fische und ein paar Insecten.

Den folgenden Morgen liefen wir Martinique an, vor welcher Insel der Dampfer drei Tage liegen blieb. Hier begann das Sammeln mit Fangen von *Anolis alligator* D. B. und setzte sich fort mit Erbeuten von *Potamocarcinus dentatus* Latr. und verschiedener Insecten. An Fischen konnten wir auch hier nur auf dem Markte unserem Sammeleifer genügeleisten.

Der flüchtige Aufenthalt auf Trinidad und in Venezuela lieferte wohl Mollusken und Insecten, jedoch keine ichthyologischen und herpetologischen Schätze. Dafür brachte uns die Fahrt durch das Caraïbische Meer zwei *Exocoetus* (*E. volitans* L. und *E. affinis* Gthr.), welche an Bord gefallen waren.

Mitte Juni langten wir in Columbien an, dem Hauptziele unserer Reise. Das unfern der Mündung des Rio Magdalena gelegene Baranquilla, eine Stadt von nahezu 40.000 Einwohnern, war unsere erste Station. Hier richtete ich einige Fischer ab, welche mir an Vögeln, Reptilien, Amphibien und Fischen herbeischaffen mussten, was sie nur aufzutreiben imstande waren. Ich erhielt die Thiere größtentheils

lebend, die Fische frisch aus dem Wasser. Unter diesen Thieren sind besonders zu nennen: *Gonatodes albogularis* (D. B.) Fitz., *Plagyoscion surinamensis* J. a. Everm., var. *magdalenae* Stnd., *Curimatus magdalenae* Stnd., und noch andere erst durch Hofrath Steindachner's Beschreibung bekannt gewordene Fische. Die Fische stammten alle aus den Wassern des Rio Magdalena, sei es aus dem Hauptstrome, sei es aus den Nebenarmen und ihrer seeartigen, sumpfigen Erweiterung, der Ciénaga. Selbst erbeuteten wir in einer klaren Pfütze einen *Girardinus caucanus* Stnd. und aus dem Caño de abajo, dem unteren Stromarme, an dem die Stadt liegt, einen *Brycon labiatus* Stnd., welcher sich in unseren Kahn hereinschnellte. Unter den von uns gefangenen Insecten befanden sich eine neue Chrysomelide, zwei neue Braconiden[1] und zwei neue Odonaten[2]. Auch gelang es mir, einen neuen Myriapoden zu entdecken, welchen Graf Attems unter dem Namen *Spirostreptus baranquillinus* beschrieben hat[3].

Von Baranquilla aus wurde auf einem primitiven Heckraddampfer die Fahrt magdalenaaufwärts, zunächst 535 *km* weit nach Bodega Central angetreten, einem am linken Stromufer gelegenen Kirchdorfe. Diese Ortschaft, welche man nur auf einer schlechten kleinen Eisenbahn- und Flusschiffahrtskarte verzeichnet findet, ist rings von Urwald umgeben und vorwiegend von Mischlingen bewohnt. Bald wusste das ganze Dorf, dass wir Thiere sammelten, und nun wurde uns von allen Seiten lebendes Material zugebracht. Aus letzterem erwähne ich nur einen jungen *Crocodilus americanus* Laur., Exemplare der bisher aus Columbien nicht bekannt gewesenen *Engystoma elegans* Blgr. und *Leptodactylus bolivianus* Blgr. und endlich eine neue Art von *Loricaria*. Außerdem erhielten wir eine große Anzahl Schlangen in Alkohol; selbst befassten wir uns mit Vogelschießen und Insectenfangen.

Eine von uns gemiethete Lancha, ein kleines, kajütenloses Dampfboot, diente uns dazu, von Bodega Central aus einen mehrtägigen Ausflug auf dem Rio Lebrija zu unternehmen. Dieser Fluss ist einer der bedeutenderen Nebenflüsse des Rio Magdalena, läuft nahezu parallel dem Hauptstrome in so ziemlich südnördlicher Richtung und muss, meiner Schätzung nach, eine Länge von ungefähr 170—200 *km* haben. Seine wegen Moskitoplage und Malaria berüchtigten sumpfigen Ufer sind fast unbewohnt und durchwegs mit dem dichtesten Urwalde bedeckt. In dieser mehr verkehrsentrückten Gegend versprach Alles eine reiche zoologische Ernte, und eine solche blieb auch nicht aus. Wir erbeuteten zwei *Mycetes seniculus* L., einen *Bradypus tridactylus* L., eine Anzahl Sumpfvögel, dreierlei Arten Schildkröten, einen *Crocodilus americanus* Laur. von 2·77 *m* Länge, eine große *Iguana tuberculata* Laur., Fische von acht Arten und an Insecten namentlich farbenprächtige Rhynchoten[1]. Eine der Schildkröten, welche nebst ihren Eiern wir in einer elenden Hütte zur Verproviantierung lebend erworben hatten, stellte sich als ein Exemplar der wenig bekannten *Podocnemis lewyana* A. Dum. heraus. Rückenschilde, die an Größe womöglich noch das Rückenschild unseres Thieres übertrafen und vermuthlich der gleichen Chelonierart zugehörten, dienten in den Niederlassungen der dortigen farbigen Bevölkerung als Hausgeräthe. Unter den Fischen, welche mit Fischfang beschäftigte Eingeborene uns aus ihren Canoas überließen, befand sich eine neue Species von *Leporinus*, jetzt unter dem Namen *Leporinus muyscorum* beschrieben, in Erinnerung an die Muysca, das Hauptculturvolk des vorspanischen Columbien.

Die Weiterfahrt von Bodega Central noch etwa 450 *km* aufwärts bis La Dorada, sowie die vier Wochen später angetretene Thalfahrt zurück nach Baranquilla, brachte uns an den Haltestellen des Dampfers allerhand Eidechsen und Insecten, unter den letzteren neue Arten von Coleopteren, Hymenopteren und Orthopteren[5]. Die wenigen Fische, welche von Bord aus geangelt wurden, waren stets *Pimelodus clarias* (Bl.) Lac.

---

[1] Beschrieben in der Berliner entomologischen Zeitschrift, Band XLV, 1900, p. 99 u. ff.

[2] » » » » » » XLV, 1900, p. 262, 265 u. ff.

[3] Zoologischer Anzeiger, Band XXIII, Nr. 615, p. 283.

[1] Die Liste der von mir gesammelten Rhynchoten ist zugleich mit derjenigen der Dipteren in der Berliner entomologischen Zeitschrift vermuthlich für Band XLVII in Aussicht genommen.

[5] Die Hymenopteren und Orthopteren sind beschrieben in der Berliner entomologischen Zeitschrift, Band XLIV, 1899, p. 235 u. ff. und Band XLV, 1900, p. 100 u. ff., p. 256 und 264. Die Coleopteren sollen im Bande XLVI, 1901 beschrieben werden.

In La Dorada, unterhalb Honda, wo der Oberlauf des Rio Magdalena endet, begann eine mehrwöchentliche, größtentheils auf Pferde- oder Maulthierrücken zurückgelegte Landreise, sowohl südöstlich, den Westhang der Ostcordillere hinauf nach Santa Fé de Bogotá, wie westlich, den Osthang der Centralcordillere hinauf bis zur Passhöhe des Quindiu. In ichthyologischer Beziehung bot diese Tour wenig Interesse. Außer in Bogotá sammelten wir Fische nur in Ibagué, am Fuße der Centralcordillere. Letzgenannte Fische gehörten zur Species *Geophagus crassilabris* Stnd. und stammten aus der Quebrada[1] Cabuial, einem kleinen Zuflusse des vom Nevado de Tolima herabströmenden und bei Coello in den oberen Magdalena mündenden Rio Combeima, welcher in einer tiefen Schlucht unmittelbar bei Ibagué vorbeirauscht.

Ergebnisreicher als in ichthyologischer waren diese beiden Gebirgstouren in ornithologischer und entomologischer Beziehung. Unter den entomologischen Sammelobjecten sind neu einige Coleopteren, eine *Prionocnemis*, verschiedene Lepidopteren[2], eine Tettigide und eine Libellulide[3]. Aber nicht nur die Insecten lieferten neue Species. So brachten wir aus dem Rio Funza bei Bogotá einen kurzschwänzigen Dekapoden mit, welcher von Doflein unter dem Namen *Potamocarcinus principessae* beschrieben worden ist[4], ferner von den Andenabhängen unterhalb Facatativá einen Oligochaeten, dessen Beschreibung, als *Anteus columbianus* Michaelsen im Zoologischen Anzeiger des Jahres 1900 veröffentlicht hat[5]. Die botanische Ausbeute war insofern auch lohnend, als sie eine bisher unbekannte, epiphytische Bromeliacea[6] und eine neue, auf Crotalaria wachsende *Uredo*-Art enthielt.

Den Schluss der zweimonatlichen Reise in Columbien bildete ein mehrtägiger Aufenthalt in Cartagena, wo wir das Brack- und Meerwasser nach Crustaceen[7] und Coelenteraten (*Dactylometra quinquecirra* Ag.) absuchten, indessen landeinwärts der Schmetterlingsjagd obgelegen wurde.

Über die Landenge von Panamá ging es weiter nach Ecuador. Die erste Station daselbst war die Hafenstadt Guayaquil, die größte und, was den Handel betrifft, bedeutendste Stadt des Landes. Sie liegt am Rio Guayas, 55 *km* oberhalb dessen Mündung in den Stillen Ocean, auf einer langen schmalen Landzunge, welche an dieser Stelle nur 2100 *m* breit ist und sich wenig über das Meeresniveau erhebt. Diese Landzunge wird begrenzt einerseits von dem obengenannten, hier einige Kilometer breiten Flusse, in welchem die Differenz zwischen dem höchsten Stande der Flut und dem tiefsten der Ebbe, wie an der Meeresküste selbst, bis zu 4 *m* beträgt; anderseits wird sie begrenzt von dem Estero Salado, einem durch Alluvionen in eine Meeresbucht umgewandelten, einstigen Mündungsarm des Guayas[8], in den sich kurze Wasserläufe ergießen. Die vorwiegend salzigen Fluten des Estero Salado sind belebt durch *Tetrodon annulatus* Jen., indessen unter den Rhizophoren und Laguncularien der schlammigen Ufer *Uca vocator* Hbst. in Menge umherlaufen.

Dem Umstande, dass in der unmittelbaren Nähe Guayaquils sich Salz-, Brack- und Süßwasser vorfindet, verdankt man es wohl, dass der Fischmarkt daselbst so reichlich bestellt ist. Wir konnten unsere Sammlung durch 13 verschiedene Fischarten bereichern, unter welchen sich zwei neue Species befanden, ein *Pomadasys* und ein *Mugil*. Ersterer, jetzt als *Pomadasys schyrii* beschrieben, trägt seinen

[1] Mit dem Worte Quebrada scheint man in Columbien die kleinen, durch Schluchten fließende Flussläufe, die Gebirgsbäche, Wildbäche zu bezeichnen.

[2] Die Veröffentlichung über die Lepidopteren ist in der Berliner entomologischen Zeitschrift, Band XLVI, 1901, in Aussicht genommen.

[3] Siehe weiter oben p. 2, Anmerkung 5.

[4] Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Classe der k. bayer. Akad. d. Wissenschaften, 1900, Band XXX, Heft 1.

[5] Zoologischer Anzeiger, Band XXIII, Nr. 606, p. 53.

[6] Dieselbe wurde von Mez als *Tillandsia Augustae regiae* beschrieben im Beiblatte zu Engler's Botanischen Jahrbüchern, Band XXX, Heft 1, Jahrgang 1901.

[7] Die Liste sämmtlicher von mir gesammelten Decapoden wurde veröffentlicht in den Sitzungsberichten der mathematisch-physikalischen Classe der k. bayer. Akad. d. Wissenschaften, XXIX, p. 185 u. ff. und ein *Trichodactylus* besprochen im Bolletino dei Musei di Geologia e Anatomia comparata della R. Università di Torino, XIV, 1899, No. 365.

[8] Vergleiche Wolf, Ecuador, p. 114.

Artnamen nach dem Titel, welchen in vorcolumbischer Zeit die Herrscher des Quitoreiches führten. Letzterer, jetzt als *Mugil charlottae* veröffentlicht, stammt aus dem Rio de Bodegas und soll, nach Angabe der Eingeborenen, in demselben in Menge vorkommen.

Der Rio de Bodegas ist derjenige Fluss, welcher, kurz oberhalb Guayaquil, vereint mit dem von Norden zuströmenden, wasserärmeren Rio Daule, den Rio Guayas bildet und als Oberlauf dieses Flusses von Manchen gleichfalls mit dem Namen Guayas bezeichnet wird [1].

Von Guayaquil aufwärts verfolgten wir zunächst seinen ganzen Lauf bis Babahoyo oder Bodegas, dem Hauptflusshafen für den Verkehr nach dem Innern des Landes. Babahoyo, woselbst die Landreise nach Quito angetreten wird, liegt am Zusammenflusse des Rio Babahoyo und des Rio de Caracol, welch' beide Flüsse dem Westhange der Westcordilleren entströmen und, vereinigt, den Namen Rio de Bodegas annehmen. Hier wurden uns, noch lebend, eigens für uns gefangene Fische gebracht, welche sich auf fünf Arten vertheilten. Ferner erhielten wir als Weingeistexemplare einige Eidechsen und Schleichlurche und ziemlich viel Schlangen, welch' letztere zu zwanzig verschiedenen Arten gehörten, und unter welchen sich eine neue *Urotheca* befand. Nach Aussage des Apothekers, der sie uns verschafft hatte, stammten diese sämmtlichen Thiere aus der näheren oder ferneren Umgegend Babahoyos, somit aus einer feuchtwarmen Niederung, welche nach Osten allmählich in urwaldbedeckte Hänge übergeht.

Die Reittour von dem überaus unsauberen Städtchen Babahoyo bis zum Páramo des Chimborazo, also bis zu einer Höhe von beinahe 4300 *m*, war in ichthyologischer Beziehung fast ergebnislos. Wir erhielten nur eine einzige Fischart (*Arges prenadilla* C. V.), und zwar aus dem Rio Chimbo bei Guaranda, in einer Seehöhe von circa 2400 *m*. Der Rio Chimbo, ein Nebenfluss des Rio de Bodegas, und somit gleichfalls zum Stromgebiete des Rio Guayas gehörig, ist bei Guaranda ein echter Gebirgsfluss, welcher Eiswasser von den Gletschern des Chimborazo, des vermutlich höchsten Vulcanberges der Erde [2], führt und schäumend und tosend thalwärts zieht.

Ergebnisreicher als an Fischen war dieser zwölftägige Ritt in die Hochgebirgswelt Ecuadors an Vögeln und anderen Thieren und namentlich an hochandinen Pflanzen. Auf dem waldigen Hange der Westcordillere, bei circa 2300 *m* Seehöhe erschlug unser Führer eine Liophis, welche sich als neu herausstellte, auf der Passhöhe dieser Cordillere erbeutete ich einen prachtvollen *Prionacalus*, welcher ebenfalls eine nova species repräsentiert, und das heiße Tiefland am Fuße des Gebirges lieferte uns zwei neue *Ithomia*-Arten.

In der Umgegend Guayaquils selbst, auf erhöhtem, trockenen Terrain jenseits des Estero Salado, entdeckten wir außerdem eine neue *Pogonomyrmex*-Art [3].

Der nun folgende Theil der Reise bestand in einer siebentägigen Seefahrt der nahezu regenlosen, wüstenartigen Küste von Peru entlang bis Callao. Hinter einer bald schmäleren, bald breiteren Littoralzone steigt, fast vollständig vegetationsentblösst, die Westcordillere empor. Sie erhebt sich durchschnittlich zu 3000—4000 *m*, an einigen Stellen bis über 6000 *m*. Der Oberflächengestalt des Landes nach, können sich hier nur unbedeutende Küstenflüsse entwickeln, welche überdies zur Winterszeit wenig oder kein Wasser führen.

Auf dieser Strecke, wie der ganzen peruanischen Küste entlang, gab es, bedingt durch den Vegetationsmangel, Landvögel nur spärlich und Insecten fast keine zu sammeln. Um so reicher gestaltete sich die Ausbeute an Wassergeflügel, Eidechsen, Fischen, Crustaceen und Mollusken. Wir betraten peruanischen Boden zuerst in Payta, einer überwiegend aus Bambushalmen gebauten, elenden Provinzhauptstadt, welche in einer Sandwüste liegt. Etliche Mestizenweiber hielten da, im ausgetrockneten Flussbette, einen primitiven Fischmarkt ab. Wir kauften drei Arten von Seefischen. Eine derselben, eine *Serranus*-

---

[1] Siehe Wolf, Ecuador, p. 128, Whymper: Travels amongst the Great Andes etc., p. 4, Simson: Travels etc. p. 6 u. a.

[2] Naturwissenschaftliche Rundschau, XIII, p. 203.

[3] Die Veröffentlichungen über die neuen Insectenarten siehe weiter oben p. 2, Anmerkung 4 und 5, und p. 3, Anmerkung 2.

Art, erwies sich als neu, eine zweite, eine krebsrothe *Pontinus*-Species, als vermutlich neu. Erstere erhielt den Namen *huascarii* nach dem letzten rechtmäßigen Inca von Peru.

Zwei Tage später lief unser Dampfer Pacasmayo an, das nur eine Rhede besitzt und etwa 500 Einwohner zählt. Der unbedeutende Ort wird von einem durch *Salix Humboldtiana* Willd. eingefassten, bachartigen Wasser durchflossen, welches ein Canal des Rio Jequetepeque sein könnte [1], und von kleinen Fischen wimmelte. Unser Netz war an Bord geblieben, da wir in dieser sandigen Wüstengegend kein Fischwasser vermuthet hatten. Wir requirierten im nächstbesten Hause einen Blechkübel und überredeten einen kleinen Jungen, mit diesem primitiven Instrumente Fangversuche anzustellen. Nach unsäglicher Mühe gelang es endlich zwölf kleine Fische, und zwar auf einen Griff, zu erbeuten. Unsere Ausdauer war belohnt worden; außer *Tetragonopterus peruvianus* M. Tr., von welcher Art wir später auch im Rio Rimac bei Lima einige Individuen fischten, hatten wir zwei Exemplare einer neuen *Pimelodella*-Art gefangen. Letztere ist nun unter dem Namen *Pimelodella yuncensis* beschrieben, in Erinnerung an die hochcultivierten Yuncaindianer, welche einst diese Küstenstriche bevölkerten und zahlreiche Baudenkmale und kunstgewerbliche Gegenstände hinterlassen haben.

In Lima, wo wir uns infolge mangelhafter Schiffsverbindungen ungewollt lange aufhalten mussten, wurden die aus der Umgegend reichbeschickten Fischmärkte wiederholt besucht und 14 Arten Meer- und Flussfische erworben. Außerdem konnten wir einen *Octopus rugosus* Bosc. erhalten, welcher Größenverhältnisse zeigte, wie solche in der malakozoologischen Literatur für diese Art bisher nicht erwähnt waren [2]. Der Ausflug von Lima aus nach Pachacamac brachte uns einige Vögel, der nach der Dünengegend von Ancon interessante Lacertilier ein. Unter letzteren ist ein *Phyllodactylus nigrofasciatus* Cope und eine neue *Tropidurus*-Art zu nennen.

Die Küstenfahrt von Callao bis Mollendo hinunter bot so viel wie kein Resultat für unsere zoologische Sammlung. Um so ergiebiger gestaltete sich der eintägige Aufenthalt in letztgenanntem südperuvianischen Hafenorte. Auf dem Strande huschten Ocypoden von Versteck zu Versteck und lagen Balaniden, Arbaciiden, Echinometriden und ungezählte Schalen von Gastropoden und Akephalen herum, an den Küstenfelsen waren *Stichaster aurantiacus* Meyen angeklammert, indessen *Tropidurus peruvianus* Less. sich auf dem Gesteine sonnten und Möven (*Larus modestus* Tsch. und *Larus dominicanus* Licht.) kreischend in die salzigen Fluten herabstießen. Wir hatten den ganzen Abend mit bergen unserer neuerrungenen naturwissenschaftlichen Schätze zu thun.

Die Bahn brachte uns den nächsten Tag von der Küste hinauf in die Westcordillere nach der 2300 *m* hoch gelegenen, großen und eleganten Stadt Arequipa. Dieselbe ist größtentheils von Cholos, d. h. Mischlingen mit vorwiegend indianischem Blute, bewohnt. Einzeln begegnet man in den Straßen auch Vollblutindianern, welche unverkennbar den Typus des Quechuastammes aufweisen.

Unser erster Gang in Arequipa galt dem Markte, nach Fischen zu suchen. Wir erhielten daselbst nur solche aus dem Rio Tambo, einem südöstlich von Mollendo in das Meer mündenden Flusse. Ich wollte jedoch auch die Fischfauna des Rio Chili kennen lernen, eines Gebirgsflusses, welcher in einer tiefen Schlucht nahe der Stadt vorbeirauscht und nach mehrfachem Namenswechsel, als Rio Quilca nordwestlich von Mollendo den Stillen Ocean erreicht. So richtete ich einem Choloknaben mittels einer leeren Weißweinflasche eine Art primitiver Fischreuse zurecht und schickte ihn im Rio Chili sein Glück zu versuchen. Mit einer neuen Welsart, die nun den Namen *Pygidium quechuorum* führt, kehrte er von seiner Sendung zurück.

Auch eine neue Species von *Xylocopa* trug uns der eintägige Aufenthalt in Arequipa ein.

Die nun folgende Dampferfahrt über den Titicaca-See brachte nichts erwähnenwertes, umsomehr der erste Abschnitt der Reise zu Wagen über die nahezu 4000 *m* hohe, öde und kalte Puna Boliviens. In Machacamac, einer einsamen Poststation zwischen Chililaya und La Paz, fischte ich mit Netz in einem

---

[1] Siehe Middendorf, Peru, II, p. 400.

[2] Siehe Nachrichtsblatt der deutschen Malakozoolog. Gesellschaft, Nr. 3 und 4, 1900, p. 49

morastigen Tümpel hinter dem Hause. Ich erbeutete außer *Orestias agassizi* Val., einige Schwimmkäfer der Gattung *Lancetes,* welche später von Sharp als neu beschrieben wurden [1], eine ziemliche Anzahl von *Planorbis bolivianus* Phil. und schließlich sechs Stück *Pisidium,* die sich ebenfalls als einer nova species zugehörig herausstellten und durch Sturany ihre Beschreibung fanden [2].

Der zweite und längere Theil der Wagenfahrt über die Puna, derjenige von La Paz nach Oruro, dauerte volle drei Tage. Wir bewegten uns immer in Höhen von ungefähr 4000 *m* und befanden uns somit oberhalb der durchschnittlichen Baumgrenze. Es war Frühjahrsanfang; kalt pfiff der Wind über die schier endlose Hochsteppe und trieb uns Regen und Schnee in das Gesicht. Obwohl nur 17 Breitengrade vom Äquator entfernt, froren wir, in Mantel und Pelz gehüllt. Das hier fast erstorbene Thier- und Pflanzenleben bot wenig außer etlichen Raub- und Steppenvögeln, unter anderen die für hier charakteristischen *Ptiloscelis resplendens* Tsch., und ein paar Coprophagen, welche, wie ihr Name sagt, nicht an pflanzliche Nahrung gebunden sind.

Aus diesen ausschließlich von Aymará-Indianern bewohnten Gegenden brachte uns die Bahn durch die Salzsteppen Südboliviens und die Atacamawüste nach der Küste zurück. In Antofagasta, einer chilenischen Hafenstadt mit ziemlich bedeutendem Handel, hatten wir zum letztenmale Gelegenheit selbst zu fischen. Die kleinen, von der Ebbe auf den Felsen zurückgelassenen Wasserlachen lieferten uns *Doydixodon laevifrons* (Tsch.) Stnd. und mehrere Exemplare des schön gefärbten *Leptograpsus variegatus* Fabr. Auf der ziemlich reizlosen Küstenfahrt hinunter bis Valparaiso konnten wir nur in Caldera, und zwar aus einem Fischerboote, einige Seefische erlangen.

Die Durchquerung des südamerikanischen Continentes von Valparaiso nach Buenos Aires geschah zu Eisenbahn, zu Wagen, zu Pferd und zu Fuß. Auf der zehnstündigen Fußwanderung über den tief unter Schnee begrabenen, 3910 *m* hohen Uspallatapass war es uns vergönnt, den Gipfel des gewaltigsten Berges von Amerika, des Aconcagua, zu schauen [3]. Außer einigen Vögeln, welche ihr Leben vor unserer Flinte lassen mussten, gab es hier oben nichts zu suchen. Aber nicht nur das, der Übergang über die Anden erwies sich noch überdies als geradezu verderblich für die früher erworbenen, mitgeführten Objecte. Gelegentlich unserer Ankunft in Buenos Aires zeigte sich, dass das Schütteln beim Transporte, namentlich auf Maulthierrücken, unsere ichthyologische Sammlung erheblich geschädigt hatte. Es war uns dies schon einmal, nämlich auf der Reittour in Ecuador geschehen, obwohl jeder einzelne Fisch sorgfältig in Leinwand eingenäht war und wir die stacheligen Flossen wennmöglich noch mit Watte umwickelt hatten.

Von Buenos Aires aus wurde die Heimfahrt angetreten mit Anlaufen von Montevideo, Rio de Janeiro, Bahia, Pernambuco an der amerikanischen und Dakar an der afrikanischen Küste. In all' diesen Hafenstädten, Rio de Janeiro ausgenommen, hatten wir Gelegenheit, den von uns gesammelten Fischen und Crustaceen neue Nummern hinzuzufügen. —

Die Reise, welche von sechsmonatlicher Dauer war, hatte hauptsächlich den Zweck verfolgt, zoologische, botanische, ethnographische und anthropologische Objecte zu sammeln. Unter diesen wieder war auf erstgenannte die meiste Zeit verwendet worden, und so treffen denn auf den zoologischen Theil der Ausbeute weit über anderhalbtausend Stücke. Dieselben wurden vorwiegend von nur zwei der aus vier Personen bestehenden Reisegesellschaft gesammelt, oft unter den denkbar schwierigsten Verhältnissen und manchmal mit den primitivsten Mitteln. Diese zoologischen Objecte vertheilen sich auf ungefähr 940 Arten und Varietäten, von welchen, so weit sich bis jetzt beurtheilen lässt, gegen fünfzig neu sein

---

[1] Siehe weiter oben, p. 2, Anmerkung 5.

[2] Nachrichtsblatt der deutschen Malakozoolog. Gesellschaft, 1900, p. 57.

[3] Nach Thielmann (Vier Wege durch Amerika, p. 541) ist der Aconcagua vom Upsallatapass nicht sichtbar; wir passierten diesen Doppelpass jedoch nicht auf der Cumbre Iglesia, wie er, sondern der Winterszeit wegen weiter südlich. (Über die Höhenverhältnisse dieses Doppelpasses siehe: Güßfeldt, Reise in den Andes von Chile und Argentinien, p. 336, 339, 351.) Immerhin kann es sein, dass uns die Führer falsch berichteten und die hinter dem Cerro de Tolorsa aufragende Spitze nicht zum Aconcagua gehörte.

dürften. Die Namen der Arten und die Beschreibungen der nova species haben ihre Veröffentlichung gefunden, beziehungsweise werden sie finden, in Fachblättern, welche in den Fußnoten dieser Einleitung genannt sind. Nur über die Säugethiere und Vögel, letztere ungefähr 200 Arten ist eine Veröffentlichung bisher nicht in Aussicht genommen, da dieselben keine neuen Species und wenig neue Fundorte ergeben haben.

Zum Schlusse bin ich ersucht worden zu erwähnen, dass zu der von Hofrath Dr. Steindachner gütigst übernommenen Bearbeitung meiner Reptilien, Amphibien und Fische, die Angaben über Fundorte und Lebensweise dieser Thiere von mir geliefert worden sind, ebenso die Angaben über die Färbung der unter Nr. 5, 13 [1], 18 und 19 genannten Lacertilier und die Färbung der meisten Fische. Die Notizen über Färbungen habe ich alle an Ort und Stelle nach lebenden oder noch frischen Exemplaren niedergeschrieben. Kein diesbezügliches Material befindet sich unter meinen Aufzeichnungen über die Fische, deren Nummern in der Anmerkung hier unten [2] verzeichnet sind.

[1] Bei Nr. 13 (*Tropidurus peruvianus* Less.) stammt nur ein Theil der Notizen von mir. Sämmtliche hier erwähnten Nummern beziehen sich nicht auf die im Text befindlichen, sondern auf die vor den Thiernamen stehenden, fortlaufenden Nummern.

[2] Somit nicht von mir stammen die Angaben über die Färbung derjenigen Fische, welche in Hofrath Dr. Steindachner's Arbeit folgende Nummern führen: 1, 4, 14, 17, 21, 24, 32, 37, 45, 46, 52, 57, 81, 82, 85. Nur theilweise von mir sind die Angaben bei Nr. 40, 44, 49, 56, 61, 67, 73, 74, 76, 83, 86. Es handelt sich hier, wie schon in vorhergehender Anmerkung gesagt, stets um die fortlaufenden Nummern, welche den Artnamen unmittelbar vorgesetzt sind.

Therese Prinzessin von Bayern.

Ich erlaube mir hiemit der hohen Akademie eine vollständige Übersicht über die von Ihrer königlichen Hoheit der durchlauchtigsten Frau Prinzessin Therese von Bayern während einer Reise durch Südamerika im Jahre 1898 gesammelten Reptilien, Amphibien und Fische vorzulegen, deren Artenzahl 149 beträgt, und von denen, abgesehen von einigen bisher nur unvollständig bekannten Arten, 11 für die Wissenschaft neu sein dürften.

Von besonderem zoogeographischen Interesse sind vornehmlich jene ichthyologischen Aufsammlungen, welche in dem nur von wenigen Reisenden betretenen Gebiete des Magdalena-Stromes gemacht wurden. Auch die überaus genauen Angaben über das Vorkommen der im westlichen Theile von Columbien und Ecuador gefundenen Reptilien und Fische stellen einen sehr bemerkenswerten Beitrag für die dortige Fauna dar, der sich erst in letzterer Zeit die gesteigerte Aufmerksamkeit der Naturforscher zugewendet hat.

Chelonia.

Fam. Cinosternidae.

Gatt. **Cinosternum** Spix.

1. **Cinosternum integrum** Lec.

Ein Exemplar von Santander, am Rio Lebrija, Columbien. [illegible]
Rückenschild schwärzlich. Diese Art hält sich sowohl am Lande, wie im Wasser auf.
Vulgärname: Tapacuro.

Fam. Testudinidae.

Gatt. **Testudo** Lin.

2. **Testudo tabulata** Wall.

Ein Exemplar, ♀, von Santander am Rio Lebrija (Nr. 2).
Vulgärname: Morocoi.
Rückenschild schwarz und gelb.

Fam. Pelomedusidae.

Gatt. **Podocnemis** Wagl.

3. **Podocnemis lewyana** A. Dum.

Ein Exemplar, ♀, von Sitio Barrancas am Rio Lebrija.

Länge des Rückenschildes 41·1 *cm*, Breite desselben 31·9 *cm*, Höhe der Schale 14·7 *cm*.

Rückenschild oval, convex, mäßig ausgedehnt hinten; kein Kiel. Plastron groß, Vorderlappen etwas schmäler als der Hinterlappen, letzterer am Ende winkelig ausgeschnitten. Intergulare doppelt so lang als die Gularen; Abdominalsutur ebenho lang als die pectorale und beide ganz unbedeutend länger als die femorale; die kürzeste Sutur ist zwischen den Humeralschildern. Die Länge der Brücke gleicht der Breite des Hinterlappens. Interorbitalraum concav, viel kleiner als der Augenhöhlendurchmesser; Schnauzenrinne so lang als die sagittale Axe der Umrissfigur des herzförmigen Interparietalschildes, dessen Länge gleicht der Breite. Oberkiefer nicht hackig; Unterkiefersymphyse etwas größer als der Augenhöhlendurchmesser; zwei kurze Kinnbarteln. Drei große Schuppen am äußeren Hinterfußrande, die oberste Schuppe am größten. Rücken- und Bauchschild oliven untermischt mit schwarz.

Leider gieng an dem hier beschriebenen Exemplare der Interparietalschild verloren, weshalb nicht constatiert werden kann, ob derselbe durch eine Quernaht, so wie bei der Type von A. Duméril in zwei Schilder getheilt war, denn an der Schädeldecke lassen sich nur die Umrisse eines einzigen großen, herzförmigen Schildes erkennen. Es fehlt somit das Hauptmerkmal für die Zuweisung zur Species *lewyana*. Auch die Schnauze ist kürzer als beim A. Duméril'schen Exemplare, aber es hat anderseits wieder mit diesem Merkmale gemeinsam, die es von *P. dumeriliana* Schweigg. wesentlich unterscheiden. Diese sind: Mangel eines Rückenkieles, Vorderlappen des Plastrons schmäler als die Hinterlappen, die abdominale Sutur nicht länger als die pectorale, herzförmiges Interparietale nicht länger als breit, drei große Schuppen am äußeren Hinterfußrande, differente Färbung des Rückenschildes.

Das von demselben Individuum stammende Ei ist hartschalig und hat eine ellipsoide Form, etwas kürzer wie von *P. dumeriliana* Schweigg. nach Goeldi's[1] Angaben. Seine Längsaxe misst 40 *mm*, seine Queraxe 34 *mm*.



Fig. *a*. Fig. *b*.

(F. Siebenrock.)

Emydosauria.

Fam. Crocodilidae.

Gatt. Crocodilus Laur.

4. Crocodilus americanus Laur.

Zwei junge Exemplare, das kleinere 26·2 *cm* lang, von Bodega Central am mittleren Rio Magdalena Columbien (Nr. 3) und von Babahoyo am Rio de Bodegas, West-Ecuador, ein drittes, erwachsenes Exemplar, trocken präpariert, vom Rio Lebrija, einem östlichen Zuflusse des Rio Magdalena.

Bei dem kleinsten Exemplare ist die Länge der Schnauze circa $2^2/_5$ mal in der des Kopfes enthalten. Bei dem großen Exemplare beträgt die Totallänge 277, die Kopflänge 46, die Schwanzlänge 132, die Schnauzenlänge (vom Augenschlitz bis zum vorderen Schnauzenende) 35 *cm*.

Vulgärname: Caiman de aguja (Nadelkaiman).

Lacertilia.

Fam. Geckonidae.

Gatt. Gonatodes Fitz.

5. Gonatodes albogularis (D. B.) Fitz.

Viele Exemplare, ♂ und ♀ von Baranquilla, Columbien (Nr. 7 ♀, Nr. 8 ♂).

Bei den Männchen ist der Kopf bis zum Unterhals orangeroth; an dieser Stelle das Orangeroth wie abgeschnitten. Rumpf carminroth, insbesondere intensiv an der Unterseite.

Weibchen weit unansehnlicher in der Färbung und ohne Roth.

---

[1] Goeldi E., Die Eier von 13 brasilianischen Reptilien, nebst Bemerkungen über Lebens- und Fortpflanzungsweise letzterer, n Zool. Jahrb. Syst., Bd. X., p. 640—674, Taf. 26 und 27.

Gatt. **Phyllodactylus** Gray.

6. **Phyllodactylus nigrofasciatus** Cope.

Taf. I, Fig. 1, 1 *a*.

Ein Exemplar, 8·3 *cm* lang, von Ancon bei Lima.

Rücken- und Seitenschuppen durchschnittlich von gleicher Größe. Zwischen diesen liegen am Rücken, insbesondere in der vorderen Rumpfhälfte unbedeutend größere und etwas stärker gewölbte Tuberkeln eingestreut, die weiter zurück, namentlich in der Lendengegend, eine mehr conische Form annehmen und ein wenig an Umfang zunehmen, daher mit freiem Auge deutlich unterscheidbar sind.

Lippenschilder bis unter die Papille oben wie unten 6, auf welche nach hinten noch einige kleinere folgen.

Rostrale viereckig, oben mit mittlerer Spalte, fast zweimal so breit wie lang.

Mentale groß, länger als breit, nach vorne gerundet, seitlich concav, hinten stumpfwinkelig zugespitzt, daselbst jederseits von einer ovalen, ziemlich großen Schuppe begrenzt (s. Taf. I, Fig. 1 *a*). Die Ohröffnung bildet einen Schlitz. Auge circa halb so lang wie die Schnauze.

Narinen seitlich gelegen, mit erhöhten Rändern, von dem Rostrale, dem ersten Supralabiale und 2 Nasalia begrenzt.

Die nach vorne angelegten vorderen Extremitäten überragen den vorderen Augenrand, zurückgelegt erreichen sie mindestens die Zehenbasis der nach vorne angelegten hinteren Extremitäten, während die äußerste Zehenspitze der letzteren nach vorne bis zum Ellbogen reicht. Endstück der Zehen und Finger mäßig breiter als der übrige Theil derselben. Eine dunkle Längsbinde an den Seiten des Kopfes, vor den Augen bis zum Schnauzenende am schärfsten ausgeprägt, hinter den Augen an Breite zunehmend, und minder intensiv gefärbt, am oberen Rande durch einen hellgrauen Streif ziemlich scharf abgegrenzt. Die vier vorderen Oberlippenschilder sind verschwommen dunkel gefleckt, ebenso die Oberseite des Kopfes.

Rücken weißlichgrau mit matt graubraunen, ziemlich großen, wolkigen Flecken, die am Nacken und Vorderrücken so wie nächst den hinteren Extremitäten sich mehr minder vollständig zu Querbinden vereinigen und überdies noch sehr zart dunkelbraun gesprenkelt sind.

Schwanz rundlich, mit circa 8 graubraunen Querbinden geziert. Sämmtliche Schwanzschuppen sind größer und flacher als die des Rückens und bilden regelmäßige Querreihen.

Gatt. **Hemidactylus** Gray.

7. **Hemidactylus mabouia** (Mor. de Jonn.) D. B.

Ein Exemplar, 11·4 *cm* lang, von Bodega Central am Rio Magdalena (Nr. 11).

Vulgärname: Salamanqueja.

Die Schnauze ist länger als der Abstand des Auges von der Ohrmündung und fast genau zweimal so lang als ein Augendiameter. Ohröffnung quergestellt, an Höhe der Hälfte eines Augendiameters gleich.

9—10 Supralabialia bis unterhalb der Augenmitte, 9 Infralabialia, die unbedeutend weiter zurückreichen als die oberen Lippenschilder. 2 Paare größerer Kinnschilder. Rostrale vierseitig, circa zweimal so breit wie hoch, an der Oberseite gespalten.

Rückentuberkeln convex, gegen den Schwanz zu etwas stumpfkonisch erhöht. Schwanztuberkeln etwas größer und stärker konisch erhöht mit nach hinten gekehrter Spitze, sechsreihig. Zahl der Lamellen an der Unterseite der Zehen und Finger normal.

Gelbbraun mit schwarzbrauner Zeichnung. Im mittleren Theile des Rückens 4 zarte, nicht vollkommen geschlossene (schwarzbraune) Ringe in einer Längsreihe. Unterseite des Schwanzes, dessen letztes Längendrittel regeneriert ist, mit einer Mittelreihe großer Platten.

Fam. Iguanidae.

Gatt. **Anolis** Daud.

8. **Anolis alligator** D. B.

Zahlreiche Exemplare von Fort de France auf Martinique (Nr. 5). Auf Bäumen.

Gatt. **Liolaemus** Wiegm.

9. **Liolaemus bibronii** (Bell.) Gray.

Ein Exemplar von Machacamac auf der Puna zwischen Chililaya und La Paz, Bolivien (Nr. 27).

10. **Liolaemus lemniscatus** Gray.

Ein Exemplar von Taltal an der nordchilenischen Küste (Nr. 28), 9·1 *cm* lang.

Diese Art hat eine ziemlich weite Verbreitung an der chilenischen Küste und erstreckt sich südwärts bis Chiloë. Von letzterer Insel, sowie von Talcahuano besitzt das Wiener Museum mehrere Exemplare.

Gatt. **Liocephalus** Gray.

11. **Liocephalus iridescens** Gthr.

2 Exemplare, das größere 19·5 *cm* lang, vom Estero Salado bei Guayaquil, Ecuador (Nr. 15), ♂.

Beide stimmen in Färbung und Zeichnung mit dem von Dr. Günther abgebildeten Exemplare (Proc. Zool. Soc. 1859, pl. XX, Fig. *B*) überein. Eine hellblaue, vorne, zuweilen auch hinten schwarz gerandete Linie zieht von der Basis der vorderen Extremitäten fast vertical gegen die Oberseite des Rumpfes und ist nur durch die helle seitliche Rumpfbinde von dem Ausläufer des < förmigen vordersten Rückenfleckes getrennt. Tiefschwarze Fleckchen an den Seiten des Halses und des Hinterkopfes.

Gatt. **Tropidurus** Wied.

12. **Tropidurus (Craniopeltis) occipitalis** (Pet.) Blgr.

6 Exemplare bis zu 22·5 *cm* Länge (Nr. 21, 22), von Chimu bei Trujillo, Nordperu, auf sandigem Terrain.

Bei ganz jungen Individuen liegen circa 8, schwach V gebogene Querflecken oder Binden an der Oberseite des Rumpfes und des vordersten Theiles des Schwanzes und sind von mattbrauner Färbung. Erst bei älteren und völlig erwachsenen Exemplaren nehmen die 4 vorderen Flecken eine tief schwarzbraune Färbung an, verlieren mehr weniger die V artige Form und breiten sich, mit Ausnahme des ersten, zu regelmäßigen Querbinden aus, während die 4 übrigen Flecken mehr minder vollständig erlöschen. Die helle Binde an jeder Rückseite, bei Exemplaren mittlerer Größe sehr scharf ausgeprägt, wird im vorgerückten Alter undeutlich. Zuweilen liegen bei alten Individuen schräge Strichelchen oder Punkte von schwärzlicher Färbung an den Seiten des Rumpfes, der Richtung der Schuppenreihen folgend, und überdies noch helle Fleckchen, insbesondere am Schwanze, in größerer Zahl.

Ein tief schwarzbrauner Fleck in der Mitte des hinteren Randstückes des großen Occipitale bei größeren Exemplaren; bei jungen Exemplaren bis zu 11 *cm* Länge ist er schwach angedeutet oder verschwommen.

Nur bei einem der größten Exemplare zeigt sich auf einigen wenigen, an der Oberseite der Schnauze gelegenen Schildern längs ihrer Mitte eine Andeutung von schwacher Kielung.

13. Tropidurus (Microlophus) peruvianus (Less.) Blgr.

Zahlreiche Exemplare in beiden Geschlechtern, bis zu mehr als 30 *cm* Länge, von Mollendo an der südperuanischen Küste, gehören zu der von Dr. Boulenger im »Catalogue of the Lizard in the British Museum«, II. Edit., Bd. II, p. 175 sub *A* angeführten Varietät, bei welcher der Rücken mit kleinen rundlichen Flecken besetzt und eine dunkle Binde an den Seiten des Rumpfes entwickelt ist. In der Regel liegt längs der Mittellinie des Rückens ein bläulicher Streif von etwas hellerer Färbung als die nächste Umgebung.

Bei einem circa 18·6 *cm* langen Exemplare von Ancon (Nr. 25), einem Männchen mit tief indigoblau gefärbter Kehlgegend, ist die grünlichblaugraue Rückenseite mit zahlreichen punktartigen dunkelbraunen Fleckchen übersäet. Bauchseite weiß, ungefleckt. An den Seiten des Rumpfes und des vordersten Theiles des Schwanzes zeigt sich eine nur schwach angedeutete dunkle Längsbinde.

Von der Var. *xanthostigma* Tsch. (= *M. inguinalis* Cope = Var. *B*, Blgr., l. c. p. 175) besitzt das Wiener Museum mehrere Exemplare von Pacasmayo. Vom vorderen Ende des großen canariengelben Fleckes der Lendengegend zieht eine breite dunkle Binde bis zum hinteren Ohrrande. Nacken- und Rückenkamm sehr niedrig.

14. Tropidurus theresiae nob.

Taf. II, Fig. 2, 2 *a*.

Ein Exemplar mit theilweise regeneriertem Schwanze, 12·2 *cm* lang (Schwanzlänge 7 *cm*), von Ancno bei Lima (Nr. 24).

Rumpf mäßig deprimiert. Rückenschuppen klein, kornartig; die der Mittelreihe ganz unbedeutend größer als die übrigen und schwach gekielt. Rücken- und Nackenkamm fehlend.

Narinen über dem Canthus rostralis gelegen, durch 4 Schuppenreihen von einander getrennt. Drei größere Schuppen in der Frontalgegend vor Beginn des Interorbitalraumes.

Vorne 4—5, weiter zurück 3 Schuppenreihen auf der Augendecke. Schuppen der innersten Reihe verhältnismäßig sehr groß, schienenartig und bei dem der Beschreibung zugrunde liegenden Unicum auf der rechten Kopfseite auf Kosten der folgenden Reihe viel größer als auf der linken Kopfseite entwickelt. Schuppen am Vorderkopfe bis zur Augengegend ein wenig gewölbt.

Occipitale flach, sehr groß, breiter als lang. Schläfengegend granuliert.

Falten der Halsgegend und an den Seiten des Rumpfes wie bei *Trop. peruvianus.*

Schuppen der Bauchseite viel größer als die der Rückenseite, flach, dachziegelförmig sich deckend.

Die nach vorne angelegte hintere Extremität erreicht mit der Spitze der 4. Zehe die Narinen.

Im mittleren Theile der Rückenfläche laufen auf blaugrauem Grunde 2 Längsreihen etwas unregelmäßig gestalteter schwärzlicher Flecken circa von der Längenmitte der Nackengegend bis zum Beginne des Schwanzes; auf sie folgt jederseits ein schmaler schwärzlicher Längsstreif, der hauptsächlich vor seinem hinteren Ende sich in einzelne Fleckchen auflöst. An den Seiten des Rumpfes liegt eine breitere schwärzliche Längsbinde, die am hinteren Ohrrande beginnt und etwa in der Längenmitte des Schwanzes, allmählich an Breite abnehmend, verschwindet. Diese Seitenbinde ist im mittleren Theile der Rumpflänge am breitesten und am oberen wie am unteren Rande ausgezackt.

Einige, nicht sehr scharf hervortretende, weißliche Fleckchen liegen am Rücken, an der Oberseite des Schwanzes und an den Seiten des Kopfes zerstreut. Die Extremitäten sind an der Außenseite ziemlich regelmäßig querüber hell und dunkel gefleckt oder gebändert. Unterseite des Körpers weißlich.

Ich erlaube mir, diese, wie ich glaube, noch unbeschriebene Art nach ihrer fürstlichen Entdeckerin, Ihrer königlichen Hoheit Frau Prinzessin Therese von Bayern in tiefster Ehrerbietung zu benennen.

Gatt. **Iguana** (Laur.) Daud.

15. **Iguana tuberculata** Laur.

Ein Exemplar, circa 1 *m* lang, aus der Gegend des mittleren Magdalena, ein zweites, circa 74 *cm* lang, von Barrancas am Rio Lebrija.

Fam. Anguidae.

Gatt. **Diploglossus** Wiegm.

16. **Diploglossus monotropis** Wiegm.

Ein Exemplar (ad.), in Babahoyo gekauft.

Fam. Tejidae.

Gatt. **Tupinambis** Daud.

17. **Tupinambis nigropunctatus** Spix.

Ein erwachsenes Exemplar von Bodega central am mittleren Magdalena, lebend erhalten (Nr. 12).

Unseres Wissens ist das Vorkommen dieser Art in Columbien noch in keinem herpetologischen Werke erwähnt worden.

Gatt. **Ameiva** Cuv.

18. **Ameiva bifrontata** Cope.

3 Exemplare von Peñon und von Calamar am unteren Rio Magdalena, 14·6, 30·2 und 32 *cm* lang.

Bei den kleinsten Exemplaren ist das Frontale in 2, bei dem größten in 3 Schilder vollständig aufgelöst.

4 Supraocularia, das hinterste klein und bei dem jüngsten Exemplare in 2 Schilder getrennt.

Bei dem größten und dem kleinsten Exemplare trennen 1—2 Granula das 2. große Supraoculare im hintersten Theile seines Innenrandes, bei dem Exemplare mittlerer Größe die hintere kleinere Hälfte des vorletzten Supraoculare sowie das letzte von dem mittleren und hinteren Frontale.

Oberseite des Körpers bräunlich.

Gatt. **Cnemidophorus** Wagl.

19. **Cnemidophorus lemniscatus** (Daud.) D. B.

5 Exemplare von S. Pablo am mittleren Rio Magdalena (Nr. 13).

1 Exemplar, 26 *cm* lang, von Calamar am unteren Rio Magdalena (Nr. 10 pt.).

Das größte Exemplar zeigte im Leben folgende Färbung und Zeichnung: Rücken rothgraubraun mit je einem dunkelgelbgrünen Streifen eingefasst; Seiten graurosa mit weißen Flecken; oberhalb der Vorderfüße chromgelb, weißlich gefleckt; oberhalb der Hinterfüße gelbgrün, weiß gefleckt.

Oberseite des Kopfes bis hinter die Augen grün. Unterseite des Körpers von der Schnauze bis zum Schwanze türkisblau.

Schwanz oben rothgraubraun, an den Seiten grasgrün, unten blau.

Färbung und Zeichnung zweier kleinerer Exemplare:

Kopf an den Seiten orangeroth; Rücken graubraun; am Rücken und an den Seiten 3—4 gelbe und gelbgraue Längsstreifen; Bauch dunkelgrasgrün; Vorderbeine rosagrau mit je 2—4 gelbrosa Längsflecken

auf den Seiten, unten hellgrün; Hinterbeine rosagrau mit gelbrosa Flecken, unten grün. Schwanz oben rosagrau, unten silbergrau.

Bei anderen Exemplaren: Seiten zwischen Kopf und Vorderbeinen mehr gelbgrün, zwischen Vorder- und Hinterbeinen mehr röthlich, mattgrün gefleckt. Unterseite des Schwanzes hellgrün.

8 Längsreihen von Ventralplatten, Nasenöffnung zwischen den beiden Nasalia gelegen. Bei dem Exemplar von Calamar jederseits 21 Femoralporen.

20. **Cnemidophorus centropyx** Steind.

Ein Exemplar mit regeneriertem Schwanze von Chimu bei Trujillo, Nord-Peru, auf sandigem Terrain (Nr. 20.).

Fam. Amphisbaenidae.

Gatt. **Amphisbaena** L.

21. **Amphisbaena fuliginosa** L.

2 Exemplare von Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 16).

Fam. Scincidae.

Gatt. **Mabuia** Fitz.

22. **Mabouia agilis** (Raddi) Fitz.

Ein Exemplar, gefangen auf dem Wege Honda—Bogotá zwischen Verjel und Villeta am Westabhange der östlichen Cordillere, Columbien.

Ophidia.

Fam. Boidae.

Subfam. *Boinae.*

Gatt. **Epicrates** Wagler.

23. **Epicrates cenchris** (L.) D. B.

Ein erwachsenes Exemplar, circa 92 *cm* lang, 3 junge Exemplare von Bodega central am mittleren Rio Magdalena, Columbien, und aus der Umgegend von Babahoyo, West-Ecuador.

Vulgärname in Columbien: Macamel (petoluena?) und Mapana rabiseca.

Bei dem großen Exemplare bilden die Schuppen in der Mitte der Rumpflänge 49 Längsreihen.

Oberlippenschilder 11, von denen das 6. und 7. das Auge begrenzen. Das lange Lorealschild steht mit dem 2. hohen Oberlippenschilde in Berührung, und ist von dem 3., 4. und 5. Supralabiale durch zwei kleine Schilder getrennt.

2 Prae-, 4 Postocularia. Jederseits nur ein großes Supraoculare, 2 Praefrontalia, ein kurzes, sechseckiges Frontale.

V. 231. C. 52.

Chocoladefarbig mit nicht scharf hervortretenden dunkleren Ringen am Rücken. Unterseite weißlich gelb.

Fam. Colubridae.

Subfam. *Colubrinae.*

Gatt. **Helicops** Wagl.

24. **Helicops carinicauda** (Wied.) Wagl.

Ein Exemplar, 69·7 *cm* lang, von Bodega Central (Nr. 33).

Vulgärname: Mapaná tigra.

Auge klein. Rostrale von oben nur wenig sichtbar, mit seiner Spitze die vordere Spitze des dreieckigen Internasale berührend. Frontale circa zweimal länger als breit, hinten oval gerundet, ein wenig länger als sein Abstand vom vorderen Schnauzenrande. Parietalia fast $1^1/_4$ mal länger als das Frontale, mit schräge abgestutztem Hinterrande.

Praeoculare 1, Postocularia 2, Supralabilalia rechts 9, links 8; rechts das 5., links das 4. Supralabiale an das Auge stoßend. 5 Unterlippenschilder begrenzen jederseits das 1. Paar der Kinnschilder. Loreale etwas höher als lang, mit etwas schräge gestelltem oberen Rande, nach vorne und oben zugespitzt endigend. Temporalia 1+2, glatt.

Nur die Schuppen der ersten an den Hinterrand der Parietalia sich anschließenden Querreihe des Nackens sind glatt. Schuppen der nächstfolgenden Reihe schwach, die übrigen Rückenschuppen mit Ausnahme der in den 2 untersten Seitenreihen gelegenen Schuppen stark gekielt; ebenso sämmtliche Caudalschuppen.

Grauviolett mit 4 Reihen alternierender dunklerer Flecken am Rumpfe. Die Flecken der äußeren Reihe sind schärfer ausgeprägt und ein wenig größer als die Flecken der mittleren Reihen, die insbesondere im vordersten Theile des Rumpfes zu größeren rhombenförmigen Flecken querüber zusammenfließen, gegen den Schwanz zu aber sich zu einer breiten Zickzackbinde vereinigen.

Eine nach unten scharf abgegrenzte schmale gelbe Längsbinde am unteren Rande der Körperseiten, durchschnittlich von der Höhe $1^1/_2$ Schuppenreihen.

Bauchseite schwärzlich mit schmaler mittlerer Längsbinde von gelblicher Färbung.

Obere Hälfte der Unterlippenschilder mit Ausnahme der Seitenränder gelb, ebenso das vor- und drittletzte Oberlippenschild in den beiden unteren Drittheilen ihrer Höhe.

Rumpfschuppen in 19 Reihen, Anale getheilt. V. 139, C. 68.

Gatt. **Drymobius** (Cope pt.) Blgr.

25. **Drymobius dendrophis** (Schl.) Cope.

Mehrere junge Exemplare aus der Umgebung von Babahoyo.

Gatt. **Coluber** L.

26. **Coluber corais** Boie, var. **melanurus** D. B.

2 Exemplare, 47·5 und 58·8 *cm* lang, von Babahoyo (Nr. 9, 10).

Labialia 8, das 4. und 5. an das Auge grenzend. 1 Prae-, 2 Postocularia. Temporalia 2+2. Schuppen in 17 Reihen (in 19 am Nacken). V. 197, 210. C. 79, 76. Anale einfach.

2 schwarze Streifen ziehen von unterem Augenrande über die Ober- und Unterlippenschilder herab. Ein dunkler Streif zwischen den zwei hintersten Oberlippenschildern. Schwanz und hinterster Theil des Rumpfes schwärzlich. Eine halbmondförmig gebogene dunkle Binde an den Seiten des Nackens.

Seiten des Rumpfes mit dunkleren, anfangs schräge, weiter zurück fast vertical gestellten schmalen Streifen, durch die dunkle Umrandung einzelner Schuppenreihen gebildet. Diese Streifen setzen sich über

die Bauchschilder fort, derart, dass in der vorderen Rumpfhälfte über jedes 3. oder 4., weiter zurück aber über jedes einzelne Bauchschild nächst dem hinteren Rande ein dunkler Querstreif hinzieht.

Gatt. **Liophis** (pt. Wagl.) Blgr.

27. **Liophis albiventris** (Jan.) Blgr.

Ein Exemplar, 37 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo in den Wäldern am Westabhange der Anden (Nr. 43).

Schwanzlänge 7·1 *cm*.

Rückenseite grünlich. Von der Mitte der Totallänge bis zum Schwanzende ein schwärzlicher Längsstreif, den Seitenabfall des Körpers nach oben begrenzend Keine dunkle Linie am Rücken. Vom Ende des ersten Längendrittels des Rumpfes bis zum Beginne des Schwanzes ein schwärzliches, schräge nach unten und vorne geneigtes Strichelchen am aufsteigenden Theile der Bauchschilder, häufig über die unterste Schuppenreihe der Rumpfseiten sich fortsetzend. Am Vorderrumpfe schwarze schräge Querstreifen, durch die dunkle Umsäumung einzelner Querschuppenreihen, in der Regel jeder 2. Reihe gebildet. Dazwischen weiße, äußerst kurze Strichelchen. Bauchseite weiß. Das 4. und 5. der 8 Oberlippenschilder begrenzen das Auge. Das vordere Paar der Kinnschilder eben so lang wie das hintere. C. 57.

28. **Liophis poecilogyrus** (Wied.) Jan.

Ein erwachsenes Exemplar von Buenos Aires (Nr. 70).

29. **Liophis melanotus** (Shaw.) Jan.

Ein Exemplar, ♂, circa 30 *cm* lang, von Bodega Central am Rio Magdalena (Nr. 34).

V. 148. C. 57. Sq. 13. Zeichnung normal.

Vulgärname: Guarda camino (Wegwächter).

Ein zweites Exemplar, 17 *cm* lang, aus der Umgebung von Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 56).

8 Supralabilalia, das 4. und 5. das Auge begrenzend. 1 Prae-, 2 Postocularia, Temporalia 1+2.

Eine schwarze Linie am oberen Rande der Supralabialia, die auf den 2 letzten derselben rasch an Breite zunimmt und am Mundwinkel mit der breiten schwarzen Nackenbinde zusammenfließt. Auf letztere folgen 3 Reihen querbindenartiger Flecken am Vorderrücken, die nach hinten gleichförmig an Breite abnehmen. Erst in einiger Entfernung hinter diesen Flecken tritt eine mediane, 5—4 Schuppen breite, scharf abgegrenzte Längsbinde am Rücken hervor.

Der schwärzliche Seitenstreif des Rumpfes ist in seinem vorderen Längendrittel in Flecken aufgelöst.

Bauchfläche mit 2 Reihen viereckiger, meist alternierender brauner Flecken. Unterseite des Schwanzes ungefleckt.

30. **Liophis reginae** (Lin.) Jan.

2 junge Exemplare, 15·7 und 18 *cm* lang. Schwanzlänge 3·2 und 3·7 *cm*. Aus der Umgegend von Babahoyo (Nr. 57).

Die hinteren Ränder der Schuppen jeder 2. und 3. Querreihe dunkel gerandet, am breitesten in der Nackengegend.

Ein dunkler Streif längs der drittuntersten Schuppenreihe der Rumpfseiten in deren hinterer Längenhälfte und über den Schwanz fortsetzend. Eine schwärzliche Querbinde am Nacken.

Bauchseite ungefleckt.

Auge ziemlich groß. 8 Supralabilalia, das 4. und 5. an das Auge stoßend. Schwanzlänge mehr als 4—5 mal in der Totallänge enthalten.

V. 142, 143. C. 55, 60. Sq. 17.

31. **Liophis atahuallpae**[1] nob.

Taf. I, Fig. 4, 4 *a*.

Ein Exemplar, 60 *cm* lang, unterhalb Las Palmas am Westabhange der Anden, auf dem Wege von Babahoyo nach Guaranda (West-Ecuador) gefangen, in circa 2500 *m* Seehöhe, (Nr. 68).

Rostrale niedrig, zweimal breiter als hoch, bei oberer Ansicht des Kopfes nur als eine Querlinie bemerkbar.

Frontale ebenso lang als sein Abstand vom vorderen Schnauzenrande, circa $1^2/_5$ mal länger als breit und circa $1^1/_2$ mal kürzer als ein Parietale. Internasalia nur wenig breiter als lang, circa $1^1/_2$ mal kürzer aber viel schmäler als die Praefrontalia. Loreale fast regelmäßig viereckig, wenig länger als hoch. Parietalia groß, nach hinten oval gerundet endigend, vorne sehr breit.

1 Prae-, 2 Postocularia. 8 Supralabialia, das 3., 4., 5. derselben den unteren Augenrand bildend.

Das hintere Paar der Kinnschilder viel länger als das vordere, welches jederseits von 5 Unterlippenschildern begrenzt wird. Temporalia 1+2. Die Länge des Augendiameters ist circa $1^2/_3$ mal in der der Schnauze enthalten; der directe Abstand des Auges vom Mundrande beträgt unbedeutend mehr als die Hälfte einer Augenlänge. Der Kopf verschmälert sich von der Temporalgegend an gleichförmig, allmählich nach vorne in gerader Linie und ist am vorderen Schnauzenrande fast quer abgestutzt. Augendiameter circa $1^2/_3$ mal in der Schnauzenlänge. Schwanz weniger als 4 mal in der Totallänge enthalten, da seine Länge 17·5 *cm* beträgt.

Schuppen in 17 Reihen. Ventralia 163. Anale getheilt. Subcaudalia 87. Schwanzlänge 17·5 *cm*. Totallänge circa 60 *cm*.

Oberlippenschilder gelblich weiß, stellenweise seitlich dunkel gerandet, einzelne derselben mit einem punktartigen Fleckchen in der Mitte. Über ihnen eine dunkelbraune Binde, die am vorderen seitlichen Ende der Schnauze beginnt, hinter dem Auge merklich an Breite und insbesondere an Intensität der Färbung zunimmt, erst hinter der Halsgegend sich wieder verschmälert und dann in den dunklen, anfänglich linienartigen Streif übergeht, der die Seiten des Rumpfes nach oben begrenzt. Unterseite des Kopfes weiß.

Oberseite des Rumpfes und Schwanzes bräunlich, Seiten des Rumpfes graubraun, gegen den Schwanz zu allmählich dunkler werdend. Ein anfänglich fast linienartiger und nicht sehr scharf abgegrenzter schwärzlicher Streif begrenzt nach oben und unten die Seiten des Rumpfes und wird gegen den Schwanz zu allmählich breiter und intensiver in der Färbung. Am Beginne des Schwanzes vereinigen sich beide Streifen zu einer intensiv gefärbten und scharf abgegrenzten Längsbinde, die bis zum Schwanzende seitlich hinzieht.

Am oberen Rande des oberen seitlichen Rumpfstreifes liegt eine Reihe punktartiger heller Fleckchen, je eines am Ende der einzelnen Schuppen.

Längs der Mittellinie des Rückens und der vorderen Schwanshälfte liegt ein 5. schwarzer Streif, der hinter dem Kopfe mit einer Doppelreihe kurzer, durch kleine Zwischenräume von einander getrennter Längsstrichelchen beginnt, die sich hierauf zu einer einfachen Reihe vereinigen und zuletzt hinter dem Ende der Nackengegend völlig zusammenfließen. Von dem Beginne des Schwanzes an wird der Rückenstreif allmählich zarter und zugleich matter in der Färbung und verschwindet zuletzt gänzlich etwa in der Längenmitte des Schwanzes. Bauchseite weiß mit kleinen punktartigen Fleckchen bis in die Nähe des Analschildes mehr minder dicht gesprenkelt. Nahe verwandt in der Körperzeichnung ist mit der hier beschriebenen Art *Liophis albiventris* (Jan.) Blgr., var. *quadrilineata* Jan., im übrigen aber scheint sie dem langschwänzigen *Liophis melanostigma* am nächsten zu stehen.

[1] Atahuallpa, der letzte indianische Herrscher in Ecuador.

Gatt. **Rhadinaea** Cope.

32. **Rhadinaea anomala** (Gthr.) Blkr.

Ein Exemplar (ad.) von Buenos Aires (Nr. 69).

Gatt. **Urotheca** Bibr.

33. **Urotheca coronata** n. sp.

Taf. I, Fig. 3, 3*a*.

Ein Exemplar mit Stummelschwanz, 35 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo, Ecuador (Nr. 58).

Auge ziemlich klein. Schnauze fast zweimal länger als ein Augendiameter, vorne fast quer abgestutzt. Rostrale bei oberer Ansicht des Kopfes eben noch sichtbar, mehr als zweimal breiter als hoch. Internasalia mehr als halb so lang wie die Praefrontalia.

Frontale kaum länger als breit (am vorderen Ende) und fast ebenso lang wie sein Abstand vom Schnauzenende. Parietalia circa $1^1/_3$ mal länger als das Frontale.

Das Supraoculare nimmt nach hinten ein wenig an Breite zu und ist circa halb so breit wie das Frontale. Nasale getheilt. Loreale regelmäßig viereckig, ebenso hoch wie lang.

2 Prae-, 2 Postocularia. Supralabialia 8, das 4. und 5. das Auge begrenzend. Temporalia 1+1. Die beiden Kinnschilderpaare von gleicher Länge, schmal. 4 Unterlippenschilder begrenzen das erste Paar derselben. Die Maxillarzähne, 10 an der Zahl, nehmen gegen den letzten ein wenig und gleichmäßig an Größe und Stärke zu, auf diese folgen nach einem mäßig weiten Zwischenraume weitere zwei, auffallend längere und kräftigere, ungefurchte Zähne. Unterkieferzähne etwas zarter als die Maxillarzähne, unter sich fast gleich lang.

Kopf vom Rumpfe nicht abgesetzt.

Rücken und Seiten bräunlich violett.

Zwei gelbliche Linien an den Seiten des Rumpfes; die untere dieser Linien ist etwas breiter und viel schärfer ausgeprägt als die obere und liegt auf den anstoßenden Hälften der beiden untersten Schuppenreihen; vorne vereinigt sie sich in der Mundwinkelgegend mit der gelben Kopflinie, die kranzförmig über die Oberlippenschilder und das Rostrale zieht und hinter den Mundwinkeln über die 4. Querschuppenreihe hinter den Parietalia über den Vorderrücken ansteigt. Am oberen Rande des Rostrale zweigt sich jederseits eine gelbe Nebenlinie ab, die nahe dem Seitenrande der Kopfoberseite mit sehr kurzen Unterbrechungen fast bis zur Längenmitte der Parietalia reicht und durch einen Querast an den Praefrontalschildern mit jener der entgegengesetzten Kopfseite in Verbindung steht.

Unterlippenschilder violett gesprenkelt. Aufsteigender Theil der Bauchschilder braunviolett. Bauchseite gelb.

Schwanz, soweit er erhalten ist (in einer Länge von $7^1/_2$ *cm*) von fast gleicher Stärke, walzenförmig.

Sq. 17. V. 147. Anale getheilt. C. 47+?

Sehr nahe verwandt mit *Urotheca lateristriga* (Berth.) Cope.

Gatt. **Leptodira** Gthr.

34. **Leptodira albofusca** (Lac.) Blgr.

Mehrere Exemplare von Bodega Central und Babahoyo (Nr. 38, 39, 51, 53, 63, 67), Columbien und West-Ecuador.

Schuppen in 21 Reihen. Ventralia 182—192. Subcaudalia 78—108. Rostrale zweimal so breit wie hoch.

Vulgärname in Bodega central: Mapaná de uña.

35. **Leptodira annulata** (L.), D. B., Blgr.

Ein Exemplar 57·3 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo am Westabhange der Anden (Nr. 52).

Rostrale kaum $1^1/_2$ mal breiter als hoch, Frontale $1^1/_3$ mal länger als hoch, an Länge seinem Abstande von dem vorderen Augenrande gleich. Parietalia $1^1/_3$ mal länger und um ebenso Vieles breiter als das Frontale. 1 Prae-, 1 Sub-, 2 Postocularia. Auf der linken Kopfseite ist das Praeoculare in der Höhe des oberen Randes des Loreale unvollständig in zwei Schilder abgetrennt und stößt oben beiderseits an das Frontale.

8 Supralabialia, das 4. und 5. derselben nimmt an der Bildung des unteren Augenrandes theil. Temporalia 1+2. Unterlippenschilder links 10, rechts 11, daher links 5, rechts 6 Infralabialia mit dem ersten Paare der Kinnschilder in Berührung stehen.

V. 193. Anale getheilt. Subc. 74.

Gatt. **Oxyrhopus** Wagl.

36. **Oxyrhopus cloelia** (Daud.) Gthr.

Ein Exemplar, 43·5 *cm* lang, gefangen am Ufer des Rio Magdalena, angeblich auf Bäumen lebend (Nr. 29).

Vulgärname: Ramera.

Auf der Mittellinie des Rückens ein durch Flecken gebildeter, dunkler Längsstreif. Subcaudalia paarig.

37. **Oxyrhopus petolarius** (L.) D. B.

Ein Exemplar, 46 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo (Nr. 44).

Gatt. **Thamnodynastes** Wagl.

38. **Thamnodynastes nattereri** (Mik.) Gthr.

Ein Exemplar, 47·5 *cm* lang, von Bodega Central am mittleren Magdalena (Nr. 35).

Vulgärname: Candelilla.

Schuppen schwach gekielt, in 19 Reihen.

Gatt. **Oxybelis** Wagl.

39. **Oxybelis acuminatus** (Wied.) Steind.

Ein Exemplar aus der Umgegend von Bodega Central (Nr. 36).

Vulgärname: Bejuco.

Gatt. **Erythrolamprus** (pt. Wagl.) D. B.

40. **Erythrolamprus aesculapii** (L.) D. B.

Ein Exemplar von Babahoyo am Westabhange der Anden, West-Ecuador (Nr. 48).

41. **Erythrolamprus dromiciformis** (Pet.) Cope.

Ein Exemplar (mit defectem Schwanze) ♂, aus der Umgegend von Babahoyo, West-Ecuador, Nr. 59. (Nr. 41 nachträglich notiert).

8 Oberlippenschilder, von denen das 4. und 5. das Auge begrenzen. 1 Prae-, 2 Postocularia. Frontale $1^2/_3$ mal länger als breit. Loreale höher als lang, mit schwach convexen Seitenrändern. Die breite

mediane Längsbinde des Rückens ist im vorderen Theile desselben durch 2 helle Längsstreifen in 3 Theile gespalten, von denen der mittlere bis zum Vorderrande des Frontale zieht, während die seitlichen Äste am Parietale weiter auseinander weichen und allmählich sich auflösen.

Ein dunkelbraunes ovales Fleckchen ein wenig außer dem Centrum der Praefrontalia und hinter diesem, gleichsam als Fortsetzung, ein brauner Streif nächst dem Seitenrande des Frontale. Ein zweites kleines Fleckenpaar im vordersten Theile der Supraocularia. 3 braune schmale Streifen an den Seiten des Rumpfes, von denen die beiden untersten nur schwach angedeutet und wenig dunkler als die Grundfärbung der Rumpfseiten sind, während der oberste dunkler und schärfer abgegrenzt als die mediane Rückenbinde ist.

V. 117. C. 41+? Sq. 19.

Elapinae.

Gatt. **Elaps** Schn.

42. **Elaps mipartitus** D. B.

Ein Exemplar, nahezu 25 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo (Nr. 65).

Oberlippenschilder 7, das 3. und 4. an das Auge grenzend. 1 Prae-, 2 Postocularia. Erstes Unterlippenschild mit dem der entgegengesetzten Kopfseite in Berührung. Frontale kürzer als die Parietalia, diese länger als ihr Abstand von den Internasalia. Temporalia 1+1, das vordere viel schmäler als das hintere. Auge viel kleiner als ihr Abstand vom Mundrande.

V. 280. A. 1/1. C. 33.

3 schwarze Ringe am Schwanze, ebenso breit wie die sie trennenden Zwischenräume; 74 Ringe am Rumpfe, am Rücken desselben nur durch sehr schmale, linienartige Zwischenräume getrennt, die aber gegen die Bauchseite herab allmählich etwas breiter werden. An der Bauchseite des Rumpfes deckt jeder der schwarzen Leibesringe 2 Bauchschilder, selten nur ein einziges; eben so breit sind die gelben Zwischenräume.

Bezüglich der Zahl der schwarzen Leibesringe stimmt das hier beschriebene Exemplar mit *E. fraseri* Blgr., in der Zahl der Bauchschilder mit *El. mipartitus* überein. Vielleicht ergibt sich bei Untersuchung einer größeren Reihe von Exemplaren die Zusammengehörigkeit beider Arten zu einer einzigen Art.

43. **Elaps corallinus** Wied.

Ein Exemplar aus der Umgegend von Babahoyo (Nr. 47).

Fam. Amblycephalidae.

Gatt. **Leptognathus** D. B.

44. **Leptognathus variegata** D. B.

Ein Exemplar, 67·5 *cm* lang, aus der Umgegend von Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 66).

Rechts 8, links 10 Supralabialia, von denen rechts das 4. und 5., links das 4., 5. und 6. das Auge begrenzen. 2 Postocularia. Das Loreale und Praefrontale bilden den Vorderrand des Auges.

Auf der linken Kopfseite ist das 2. Unterlippenschild abnorm verkürzt, so dass nur das 1. mit den 2 ersten Sublabialen der rechten Kopfseite vor dem ersten Paare der Kinnschilder direct zusammentrifft.

Schuppen in 15 Reihen. Schuppen der Vertebralreihe im hinteren Theile des Rumpfes kaum oder nicht größer als die der angrenzenden Längsreihe, auch weiter vorne durch keine auffallende Größe ausgezeichnet (wie bei *L. catesbyi*). Ventralia 201. Anale einfach. Subcaudalia 98.

25 große rundliche rothbraune Flecken am Rumpfe, 14 am Schwanze jederseits. Die Rumpfflecken endigen auf dem aufsteigenden Theile der Bauchschilder schwach gerundet oder quer abgestutzt und die 4—5 vordersten derselben vereinigen sich oben mit jenen der entgegengesetzten Körperseite, während die übrigen durch einen fast nur linienbreiten Zwischenraum von einander getrennt bleiben. Zwischen den vorderen 5 Rumpfflecken ist ferner je ein kleinerer Fleck eingeschoben, der nicht immer bis zum seitlichen Bauchrande herabreicht. Sämmtliche Körperflecken sind hellgelb umrandet.

Bauchseite schmutzig gelblich weiß, ungefleckt.

Kopf schwefelgelb, oben mit einem braunen, hufeisenförmig gebogenen Fleck auf der Stirn- und Hinterhauptgegend.

45. **Leptognathus catesbyi** (Sentzen) Cope, Blgr.

Ein junges Exemplar von Babahoyo (Nr. 64), leider beschädigt.

Zwischen je 2 der breiten, tief schwarzbraunen Querbbinden, welche die Bauchseite völlig umgürten, liegen 1—3 braune Fleckchen, in einer Querreihe geordnet, in der oberen Rumpfhälfte.

Fam. Viperidae.

Gatt. **Lachesis** Daud.

46. **Lachesis schlegelii** (Berth.) Blgr.

Ein Exemplar, circa 56·5 *cm* lang, aus der Umgebung von Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 50).

Blaugrün, Am vordersten Theile des Rumpfes, nächst der Rückenlinie kleine gelbe paarige Flecken, die stellenweise zu kurzen Querstreifen zusammenfließen; letztere nehmen weiter zurück allmählich an Breite zu und bilden von der Mitte der ganzen Körperlänge an regelmäßige Querbinden, die bis zur Bauchseite herabreichen.

Sq. 23. V. 151. Subc. 45, das erste Caudalschild getheilt.

47. **Lachesis lanceolatus** (Lac.) Blgr.

2 Exemplare (juv. et ad.) von Bodega Central am mittleren Laufe des Rio Magdalena (Nr. 37, 40), ein Exemplar vom Westabhange der Anden bei Babahoyo (Nr. 40).

Vulgärname: Vopudorada.

Bei dem größeren Exemplare 7 Schuppen zwischen den großen Supraocularia. Sq. 25. V. 195. Subc. 62.

Bei einem kleinen Exemplare von 44·3 *cm* Länge sind einige der vorderen Subcaudalia, deren Gesammtzahl 67 beträgt, ungetheilt. V. 191.

Batrachia ecaudata.

Fam. Engystomatidae.

Gatt. **Engystoma** Fitz.

48. **Engystoma elegans** Blgr.

1 Exemplar, 2·2 *cm* lang, von Bodega Central am Rio Magdalena (Nr. 7).

Schnauze dreieckig, spitz zulaufend und die Mundspalte überragend und zweimal länger als ein Augendiameter. Finger- und Zehenenden ein wenig angeschwollen.

Inneres Metatarsaltuberkel schwach entwickelt, äußeres fehlend. Haut glatt. Eine Querfalte am Kopfe zwischen den hinteren Augenwinkeln. Rückenzeichnung und Färbung wie bei dem von Dr. Günther in der Biologia Cent. Am. auf Tab. 62 abgebildeten Exemplare, doch fehlt ein dunkler Fleck in der Lendengegend.

Diese Art war bisher nur aus Mexico (Cordova) bekannt.

49. **Engystoma ovale** Schn., var. **puncticulatum** nob.

Ein Exemplar von Bodega Central am Rio Magdalena (Nr. 6).

Rückenseite äußerst zart gelb getüpfelt. Ein großer, langgestreckter gelblicher Fleck an der Vorder- und Hinterseite der Oberschenkel.

Das Wiener Museum besitzt ähnlich gezeichnete Exemplare aus dem Cauca-Thale und von Agua dulce bei Panama.

Schnauze zugespitzt, circa $1^3/_5 - 1^2/_3$ mal länger als das Auge, die Mundspalte nasenförmig überragend.

Die Länge der hinteren Extremität (von der Analmündung bis zur Spitze der ersten Zehe) gleicht dem Abstande des hinteren oder auch des vorderen Augenrandes vom Anus.

Fam. Cystignatidae.

Gatt. **Leptodactylus** Fitz.

50. **Leptodactylus bolivianus** Blgr.

(Annali del Mus. civ. di storia nat. di Genova, Ser. 2, Vol. XIX, 1898, p. 131.)

Ein Exemplar, ♂, 17·1 *cm* lang, von Bodega Central am Rio Magdalena, Columbien (Nr. 3), und ein junges Exemplar, ♀, von gleichem Fundorte (Nr. 2), beschädigt.

Obwohl bei dem größeren Exemplare unserer Sammlung, einem Männchen, 2 Tuberkeln am inneren Finger entwickelt sind, so stimmt es doch in allen übrigen wesentlichen Merkmalen so genau mit *L. bolivianus* Blgr. überein, dass wir es ohne Bedenken zu dieser dem *L. ocellatus* sehr nahestehenden Art beziehen zu müssen glauben. Bei nach vorne angelegten hinteren Extremitäten reicht die Tibiotarsal-Articulation bis zum vorderen Augenwinkel. Die Schnauze verschmälert sich bei dem großen Exemplare gegen das vordere Ende minder bedeutend als bei dem kleinen und ist $1^3/_4$ mal länger als ein Augendiameter; Tympanum circa $1^2/_5$ mal im letzteren enthalten.

Nasenöffnungen etwas näher zum vorderen Schnauzenende als zum Auge gelegen.

Vomerzähne in 2 winkelförmig gebogenen Reihen hinter den Choanen. Interorbitalraum genau so breit wie das obere Augenlid. Erster Finger länger als der zweite. Zehen mit schmalem seitlichen Hautsaume. Eine zarte Dorsalfalte wie bei *L. ocellatus* entwickelt. Metatarsaltuberkeln klein, das innere comprimiert, fast schneidig, das äußere rundlich.

2 drüsige Falten ziehen vom hinteren Augenrande zur Lendengegend. Die untere gibt am oberen Rande des Tympanum einen Nebenast ab, der zur Basis der vorderen Extremitäten herabläuft. 2 kürzere Drüsenfalten oder Längsreihen von Drüsen liegen überdies noch an den Seiten des Rumpfes; sie beginnen in einiger Entfernung hinter der Achselgegend, und die untere derselben endigt vor der unteren Hauptfalte der Körperseiten. Rückenfläche bis zur Sacralgegend bei dem großen Exemplare glatt, faltenlos, auf letzterer warzig; bei dem kleineren Exemplare liegen einzelne kleine warzige Erhöhungen auch weiter vorne am Rücken. Helle Fleckchen am Unterkieferrande. Bei dem kleinen Exemplare zieht eine braune Binde längs dem Oberkieferrande hin. Ein brauner Streif läuft vom Auge unterbrochen, bis zur Achselgegend und nimmt hinter dem Auge bedeutend an Breite zu. Hintere Extremitäten mit braunen Querbinden.

Auf der Oberseite des Körpers ist bei dem großen Exemplare nur ein nicht scharf hervortretender, großer dreieckiger Fleck von dunkler Färbung bemerkbar, dessen quergestellter Vorderrand auf die Stirnmitte fällt. Bei dem kleinen Exemplare folgen auf diesen noch mehrere rundliche paarige Flecken. Die von Dr. Boulenger l. c. beschriebenen Exemplare stammen von Barraca und Missiones Mosetenes in Bolivia.

Fam. Bufonidae.

Gatt. **Engystomops** Esp.

51. **Engystomops stentor** (Espada) Blkr.

4 Exemplare (3 ♀, 1 ♂), von Bodega Central am Rio Magdalena, 1 Exemplar (♀), von Rompedero am mittleren Rio Magdalena, Columbien (Nr. 5 und 8).

Tympanum im Umrisse mehr minder deutlich unterscheidbar. Schnauze dreieckig zugespitzt, von Augenlänge; Interorbitalraum an Breite einer Augenlänge gleich, circa $1^1/_2$ mal breiter als das obere Augenlid. Finger schlank, der erste etwas länger, ebenso lang, oder selbst, wenngleich nur unbedeutend kürzer als der zweite. Finger- und Zehenspitzen ein wenig geschwollen. Die beiden Metatarsaltuberkel comprimiert, doch nicht scharfkantig. Ein winziges, spitzes Tuberkelchen in der Längenmitte des inneren Tarsalrandes. Basis der Zehen durch eine schwach entwickelte Schwimmhaut verbunden. Bei nach vorne angelegten hinteren Extremitäten erreicht die Tibiotarsal-Articulation das Auge. Oberseite des ganzen Körpers mit Einschluss der Extremitäten dicht mit kleinen Wärzchen besetzt, zwischen welchen etwas größere zerstreut liegen. In der Regel liegt im mittleren Theile des Vorderrumpfes eine $\wedge$-förmige erhabene Linie durch das mehr minder Zusammenfließen zweier Reihen größerer Wärzchen gebildet, die zuweilen einen weißlichen Fleck umschließen.

Bei einem Exemplare ist auch die Oberseite des Vorderkopfes bis zur Stirnmitte weißlich wie bei *Paludicola albifrons*.

Unterseite des Kopfes bis zur Brustgegend schwarz, mit heller Mittellinie bei Weibchen. Bei dem uns vorliegenden Männchen mit einer auffallend stark entwickelten Schallblase fehlt eine helle Medianlinie. In der Steißgegend liegt bei Weibchen in der Regel ein heller mittlerer Längsstreif.

Bauch weißlich mit scharf ausgeprägten schwarzen Flecken in größerer oder geringerer Anzahl. Extremitäten querüber dunkelbraun gebändert.

Gatt. **Bufo** (Laur.) Wagl.

52. **Bufo marinus** (Lin.) Schneid.

3 Exemplare von Baranquilla am unteren Rio Magdalena (Nr. 1).

53. **Bufo granulosus** Spix.

Ein 1 Exemplar von Bodega Central, von Indianern lebend erhalten (Nr. 4).

54. **Bufo spinulosus** Wiegm.

Ein junges Exemplar aus einem Tümpel in Machacamác, Puna zwischen Chililaya und La Paz, Bolivien (Nr. 14).

55. **Bufo (Otilophus) typhonius** (L.) Schn.

Ein Exemplar aus den Llanos bei Ibagué, Columbien.

Fam. Hylidae.

Gatt. **Nototrema** Gthr.

56. **Nototrema marsupiatum** (D. B.) Gthr.

2 Exemplare, erwachsen, ♂ und ♀, von Chuquipoquio am Chimborazo, aus einer Höhe von 3600 *m* (Nr. 12).

Eine Larvenform mit normaler Zeichnung vollständig entwickelter Exemplare, aus dem Rio Chimbo bei Guaranda, Ecuador (Nr. 11).

Batrachia apoda.

Fam. Coeciliidae.

Gatt. **Coecilia** Lin.

57. **Coecilia pachynema** Gthr.

3 Exemplare, das größte circa 48·3 *cm* lang, bei einer Breite von 6 *mm*, aus den Wäldern auf dem Westabhange der Anden bei Babahoyo (Nr. 18, 19).

4—5 Zähne im Unterkiefer in der Außenreihe, die 2—3 vordersten derselben verhältnismäßig sehr groß, mit der Spitze nach hinten umgebogen.

Bei einem Exemplare von circa 37 *cm* Länge zählen wir circa 170 Ringfalten, von denen die in der hinteren Körperhälfte gelegenen weder oben noch unten unterbrochen sind.

Vorderer Schnauzenrand bei alten Individuen breit, fast quer abgestutzt, bei jüngeren etwas stärker gerundet.

Pisces.

Fam. Serranidae.

Gatt. **Serranus** (pt. Cuv.) Blgr.

(a. Paralabrax.)

1. **Serranus humeralis** C. V.

Ein Exemplar, 21·2 *cm* lang, von Callao, Peru (Nr. II, 7).

Vulgärname: Cavria.

L. tr. 11/1/24. D. 10/13.

Leibeshöhe circa $4^2/_3$ mal, Kopflänge 3 mal in der Totallänge, Schnauzenlänge 4 mal, Augendiameter $5^1/_2$ mal, Stirnbreite etwas mehr als 6 mal, Höhe des 4. Dorsalstachels $2^1/_2$ mal, die der längsten (vorderen) Gliederstrahlen der Dorsale fast $3^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Kieferzähne gleichmäßig zart. Längs über der Seitenlinie liegen 86, längs unter derselben 66 Schuppen. Ein heller, silberglänzender Fleck unterhalb der ersten Gliederstrahlen der Dorsale am Rumpfe.

(b. Serranus.)

2 **Serranus huascarii** nob.

Taf. I, Fig. 1.

Ein Exemplar, 19·5 *cm*, von Payta, Nordperu.

Vulgärname: Camotillo.

D. 10/12. A. 3/7. L. l. 48 (49) + 3—5 auf d. Caud. L. tr. 6 ($5^1/_2$) 1/15.

Körperform gestreckt. Die größte Rumpfhöhe ist 4 *m* ($3^1/_2$ mal bei einem 2. Exemplare im Besitze des Wiener Museums) in der Körperlänge, circa 5 ($4^1/_3$) mal in der Totallänge, die Kopflänge mit Einschluss des Deckellappens $2^4/_5$ (etwas mehr als $2^1/_2$) mal in der Körperlänge, $3^4/_{15}$ (mehr als $3^1/_4$) mal in der Totallänge, die Schnauzenlänge etwas mehr als $3^3/_4$ (4) mal, die Augenlänge 4 mal, die Stirnbreite circa 8 mal, die Länge der Pectorale $1^2/_5$ ($1^1/_2$) mal, die der Ventrale $1^3/_4$ (nahezu 2) mal, der 4. höchste Dorsalstachel $2^3/_5$ (fast $2^3/_4$) mal, der höchste Gliederstrahl der Dorsale circa $2^3/_5$ ($2^4/_5$) mal, der letzte, 10. Dorsalstachel $3^1/_4$ (fast 3) mal in der Kopflänge enthalten.

Unterkiefer vorspringend. Mundspalte lang, schräge gestellt. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt in verticaler Richtung ein wenig vor die Mitte des großen Auges.

Sämmtliche Kieferzähne klein, bürstenförmig in mehreren Reihen. Die Zähne der Außenreihe im Zwischenkiefer, ferner im Unterkiefer vorne die der Außenreihe, seitlich die der Innenreihe ein wenig größer als die Zähne der übrigen Reihen und an der Spitze umgebogen.

Die Zahnbinde des Zwischenkiefers nimmt nach vorne bedeutender an Breite zu als die des Unterkiefers, welche seitlich 2 und nur zuletzt eine einzige Zahnreihe trägt.

Zähne am Vomer und auf den Gaumenzähnen sehr klein, sammtartig.

Der hintere Rand des Vordeckels ist sehr schwach convex, unbedeutend nach hinten und unten geneigt, und trifft mit dem unteren Rande unter einem stumpfen Winkel zusammen, der sich einem rechten nähert, und an der Spitze abgerundet ist. Die zahlreichen feinen Zähnchen des hinteren Randes nehmen gegen den Winkel ein wenig an Länge zu. Der untere Vordeckelrand ist nur in der hinteren Längenhälfte sehr zart gezähnt.

Der Kiemendeckel ist in 3 spitze Stacheln ausgezogen, von denen der untere zum mittleren stärksten und längsten Stachel näher liegt als der obere.

Der lange Hautlappen am hinteren Deckelrande ist dreieckig vorgezogen. Die ganze Oberseite des Kopfes und das Praeorbitale sind schuppenlos und glatt, nur auf der Stirngegend zeigen sich 4 parallel zu einander laufende stumpfe Leisten, die über die Stirne ein wenig hinausreichen. Die Wangenschuppen stehen den Schuppen am Deckel merklich an Größe nach; letztere sind unbedeutend kleiner als die größten Rumpfschuppen und wie diese am freien Rande dicht gezähnt.

12—13 Rechenzähne am unteren Aste des ersten Kiemenbogens, die 3 vordersten derselben sind sehr klein.

Die Stacheln der Dorsale sind im ganzen von geringer Höhe, die drei ersten nehmen gegen den vierten rascher an Höhe zu, als die folgenden gegen den letzten an Höhe abnehmen.

In dem gliederstrahligen Theile der Dorsale sind bei einem Exemplare der 3.—4., bei einem zweiten aber der drittletzte Strahl die höchsten der Flosse.

In der Anale nehmen die 3 ersten Gliederstrahlen rascher, die folgenden bis zum vor- oder auch zum drittletzten nur wenig an Höhe zu. Der 2. Analstachel ist etwas kräftiger, doch kaum länger als der 3. und circa $^2/_3$—$^3/_4$ mal so hoch als der längste Gliederstrahl.

Die Pectorale variiert nicht unbedeutend an Länge, und reicht bei dem Exemplare von Payta fast bis zur Analmündung zurück. Eine nicht sehr scharf abgegrenzte, 3, stellenweise 4 oder aber 4—5 Schuppenreihen überdeckende dunkle Längsbinde zieht über die Höhenmitte des Rumpfes hin und ist zunächst den Schuppenrändern am intensivsten gefärbt. Zu ihr laufen vom Nacken und der Basis der Dorsale 5—6 dunkle Querbinden herab, die nächst über der Längsbinde kurz unterbrochen sind, auf letzterer aber sich wieder mehr minder deutlich bemerkbar machen.

Die Innenseite der Opercularregion ist wie bei *Serranus atrobranchus* und *Serr. aequidens*, den beiden nächstverwandten Arten, tief schwarz.

Bei dem nächst Payta gefangenen Exemplare sind sämmtliche Flossen, insbesondere die Ventrale sehr dunkel gefärbt (im Leben dunkelgrau), bei einem zweiten angeblich von der chilenischen Küste stammenden Exemplare in den Sammlungen des Wiener Museums nur die Ventrale.

Bei beiden Exemplaren aber zeigt sich auf den Flossen nicht die geringste Spur von Flecken oder Streifen. Kopf und Rumpf dunkelgrau. Bezüglich der Insertionsstelle der Ventrale zeigen die beiden von uns untersuchten Exemplare, die ganz zweifellos einer Art angehören, einen nennenswerten Unterschied, es fällt dieselbe bei dem chilenischen Exemplare entschieden ein wenig vor die Insertionsstelle der Pectoralen, bei dem zweiten von Payta in verticaler Richtung genau unter die Basis des obersten Pectoralstrahles, sogar ganz unbedeutend hinter diese auf der rechten Körperseite.

Zunächst verwandt mit der hier beschriebenen Art ist, nach den Maßverhältnissen der einzelnen Körpertheile zu einander zu schließen, *Serranus aequidens* Gilb., doch soll bei letzterer Art der Kiemendeckel nur in einen Stachel endigen. Auch ist bei *Serr. aequidens* das Auge kleiner, der untere Ast des ersten Kiemenbogens trägt eine größere Anzahl von Rechenzähnen, und der Vomer in hinterer Reihe größere, hundszahnartige Zähne; der Vordeckelwinkel ist ferner vorgezogen, der aufsteigende Rand des Praeoperkels concav etc.

Gatt. **Acanthistius** Gill.

3. **Acanthistius pictus** (Tsch.) Blgr.

Ein Exemplar, 28·9 *cm* lang, von Chorillo bei Lima, Peru (II. 19).

D. 11/19. A. 3/9.

Leibeshöhe $3^2/_7$ mal, Kopflänge unbedeutend mehr als 3mal in der Totallänge, Augendiameter circa 6mal, Schnauzenlänge $3^2/_3$ mal, Stirnbreite $7^1/_4$ mal, 4. Dorsalstachel 4mal, Ventrale 2mal, Pectorale um $^1/_2$ Augenlänge weniger als 2mal in der Kopflänge enthalten.

Das hintere Ende des Oberkiefers fällt fast um $^1/_2$ Augenlänge hinter das Auge. 3 kräftige, mit der Spitze nach vorne umgebogene Stacheln am unteren Vordeckelrande.

Ein dunkler Fleck zwischen den 2 oberen Deckelstacheln.

Rumpf im Leben auf blaugrauem Grunde hellroth gebändert. Flossen graurosa, bläulich gefleckt.

Vulgärname: Cherlo.

Fam. Centropomatidae.

Gatt. **Centropomus** Lac.

4. **Centropomus parallelus** Poey.

Ein Exemplar, 19 *cm* lang, von Pernambuco, Brasilien (Nr. 78).

L. l. 69 L. tr. 9/1/16 (z. Ventr.).

Augendiameter etwas mehr als 4mal, Schnauzenlänge $3^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten. Das Maxillare reicht bis zur Augenmitte zurück. Der 2. Analstachel ist $1^2/_5$ mal länger als der Schwanzstiel, ebenso lang wie der Kopf mit Ausschluss der Schnauze, oder circa $1^5/_{13}$ mal in der Kopflänge enthalten und sehr kräftig. Der 3. schlanke Analstachel gleicht an Länge $^3/_4$ des Kopfes, während der 3. Dorsalstachel kaum eine halbe Kopflänge erreicht.

Ein schwärzlicher Streif längs dem 3. Analstachel.

5. **Centropomus undecimalis** (Bl.) C. V. pt., Guich.

Ein Exemplar, ohne Caudale 14·5 *cm* lang von Guayaquil, Ecuador (Nr. 42).

Vulgärname: Rovalo.

Dorsalen abnorm gestaltet, die erste enthält 7 Stacheln, die zweite 2 Stacheln und nur 8 Gliederstrahlen. Der zweite Analstachel ist ganz unbedeutend länger als der dritte.

Die Seitenlinie durchbohrt am Rumpfe bis zur Basis der Caudale 65—66 Schuppen. L. transv. 9/1/12 bis zur Ventrale.

Augendiameter $5^{3}/_{5}$mal, Schnauze bis zur Spitze des Unterkiefers circa $3^{1}/_{4}$mal, Stirnbreite fast 9mal in der Kopflänge enthalten.

Fam. Lutjanidae.

Gatt. **Lutjanus** Bloch.

6. **Lutjanus synagris** (L.) Poey.

(= *Mesoprion uninotatus* C. V. — *Neomenis synagris* J. et Everm.)

Ein Exemplar von Pointe-à-Pitre, Guadeloupe (Nr. 1).

Fam. Haemulidae. (*Pristopomatidae* Gthr. pt.)

Gatt. **Anisotremus** Gill.

7. **Anisotremus (Paraconodon) pacifici** Jord. et Fesler.

Conodon pacifici Gthr.
Pomadasis pacifici Jord. et Gilb.

Ein Exemplar, 23·4 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 47).
Vulgärname: Niata.

D. 11/14. A. 3/10. L. l. 47. L. tr. $7^{1}/_{2}$—$8^{1}/_{2}$/1/15—16.

Die Kopflänge ist unbedeutend mehr als 3mal, die größte Rumpfhöhe $2^{1}/_{3}$ (bei älteren Exemplaren fast nur $2^{1}/_{4}$)mal in der Körperlänge enthalten, der höchste 5. Dorsalstachel $2^{1}/_{2}$ (bei alten Exemplaren mehr als $2^{2}/_{3}$—$2^{4}/_{5}$)mal, der zweithöchste Analstachel $1^{2}/_{5}$ (bei alten Exemplaren $1^{3}/_{5}$)mal, die Länge der Pectorale mehr als $2^{1}/_{2}$mal.

Diese Art erreicht eine Länge von mindestens 26·5 *cm*.

Rücken mit Goldschimmer, Seiten bläulich, Bauch weiß.

Bei jüngeren Exemplaren etwa bis zu 21 *cm* Länge liegen 3—4 braune nicht scharf abgegrenzte Querbinden an den Seiten des Rumpfes, verschwinden aber im höheren Alter mehr minder vollständig, insbesondere die 3. und 4. Querbinde. Die erste dieser Binden ist oben sehr breit und zieht von der Nackenlinie gegen die Pectorale herab; die zweite beginnt unter der Basis des 6. und 7., zuweilen auch des 6.—8. Dorsalstachels.

Gatt. **Haemulon** Cuv.

8. **Haemulon aurolineatum** C. V.

(*Bathystoma aurolineatum* J. et E.)

Ein Exemplar, 11·6 *cm* lang, von Bahia, Brasilien (Nr. 77).

L. l. 50 (+ 6—7 auf der Caud.). L. tr. 7/1/13 (bis z. V.).

Der obere, schmälere, im Leben gelbe Längsstreif des Rumpfes setzt sich an der Oberseite des Kopfes bis über die Stirne fort, der untere schmälere an den Seiten des Kopfes bis zum vorderen Schnauzenende und vereinigt sich daselbst mit dem der entgegengesetzten Kopfseite. Der Caudalfleck liegt zur Hälfte am Schwanzstiele.

Gatt. **Pomadasys** Lac.

9. **Pomadasys schyri** n. sp.

Taf. IV, Fig. 1.

Ein Exemplar, 17·3 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 54).
Vulgärname: Roncador.

D. 12/12. A. 3 8. L. l. 43—44 (+ c. 15 auf der C.). L. tr. 7/1/13—14.

Die größte Rumpfhöhe steht der Kopflänge (mit Einschluss des häutigen Deckellappens) ein wenig nach; letztere ist circa $2^5/_8$ mal in der Körperlänge oder circa $3^1/_4$ mal in der Totallänge, der Augendiameter etwas weniger als 4 mal, die Stirnbreite circa $4^1/_3$ mal, die Schnauzenlänge circa $3^2/_5$ mal, die Länge der säbelförmig gebogenen Pectorale circa $1^1/_5$ mal, die der Ventrale etwas mehr als $1^1/_3$ mal, die Länge des Ventralstachels $2^3/_4$ mal, die Höhe des 4. Dorsalstachels $2^1/_4$ mal, die des 3. $3^2/_3$ mal, des 5. etwas mehr als $2^2/_5$ mal, die Länge des 2. kräftigen, gebogenen Analstachels $1^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Profillinie des Kopfes steigt ziemlich rasch, ohne Krümmung zur Stirngegend an und ist hinter dieser schwach concav, die Nackenlinie bis zur Dorsale convex. Der Unterkiefer wird vorne nur unbedeutend vom Rande des Zwischenkiefers überragt.

Die Mundspalte ist (zwischen den Mundwinkeln) ebenso breit wie lang. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt ein wenig hinter den vorderen Augenrand.

Die Kieferzähne sind klein und die der Außenreihe nicht größer als die übrigen. Eine tiefe centrale Grube an der Unterseite des Kopfes vorne zwischen den grubigen Unterkieferästen. Die Länge des Oberkiefers ist etwas mehr als $3^2/_5$ mal in der Kopflänge enthalten. Die Höhe des Praeorbitale gleicht circa $^4/_5$ einer Augenlänge.

Der aufsteigende Rand des Vordeckels ist mäßig nach hinten und unten geneigt, concav; der hintere untere Vordeckelwinkel vorgezogen und oval gerundet. Zahlreiche kleine Zähne liegen am ganzen hinteren Rande des Vordeckels und nehmen in der Winkelgegend ein wenig an Länge und Stärke zu. Der untere Vordeckelrand ist zahnlos. Wangengegend gewölbt.

Die geringste Höhe des Rumpfes am Schwanzstiele ist etwas mehr als 3 mal in der größten Rumpfhöhe, die Länge der Caudale, deren hinterer Rand schwach concav erscheint, mehr als $1^2/_3$ mal in der Körperlänge enthalten. Die Rumpfschuppen sind am freien Rande zart und dicht gezähnt, fühlen sich daher sehr rauh an.

Ein dunkler verschwommener Fleck am hinteren Theile des Kiemendeckels. Auch die hintere Seite der Pectorale ist am basalen Theile der Strahlen braun.

Rücken grau, Bauch weißlich, Brustflossen gelblich.

Pomadasys schyri ist sehr nahe verwandt mit *Pom. panamensis* Steind., und unterscheidet sich von letzterer Art hauptsächlich durch die viel geringere Höhe und Stärke des 3. Dorsalstachels, welcher bei *P. panamensis* (nicht aber bei *P. schyri*) der höchste der Flossen ist, sowie auch durch die stärkere Entwicklung des 2. Analstachels (im Verhältnisse zur Höhe des längsten Dorsalstachels), dessen zurückgelegte Spitze die des letzten Analstrahles überragt.

Von dem gleichfalls nahestehenden *Pom. macracanthus* Gthr. unterscheidet sich *P. schyri* durch die raschere Erhebung der oberen Profillinie des Kopfes und die minder stark vorgezogene Schnauze.

Gatt. **Isacia** Jord. und Fesler.

10. **Isacia conceptionis** (C. V.) Jord. et Fesler.

(Pristipoma conceptionis C. V.)

Ein Exemplar, 22 *cm* lang, von Callao (Nr. II. 9).

Vulgärname: Gavinza.

D. 13/14—15. A. 3/12—13. L. l. 55. L. tr. 9—10/1/18—19.

Kopflänge $3^1/_7$ mal (bei einem größeren Exemplare des Wiener Museums etwas mehr als $3^1/_4$ mal), Leibeshöhe gleichfalls $3^1/_7$ mal (— etwas weniger als 3 mal), in der Körperlänge, 4 mal in der Totallänge, Augendiameter circa $4^1/_2$ (— $4^2/_3$) mal, Schnauzenlänge circa $3^2/_3$ (— $3^1/_2$) mal in der Kopflänge enthalten.

Die Stirnbreite gleicht der Schnauzenlänge. Keine centrale Grube vorne an der Unterseite des Kopfes. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt unter den vorderen Augenrand. Kieferzähne klein, die der Außen-

reihe nur wenig länger als die übrigen. Aufsteigender Rand des Vordeckels nahezu vertical gestellt, fein gezähnt. Hinterer Winkel des Vordeckels nahezu einem rechten gleich.

Der höchste 4. Dorsalstachel ist mehr als $2^2/_3$ mal, der höchste Gliederstrahl derselben Flosse 3 mal, die Pectorale dagegen nur wenig mehr als 1 mal in der Kopflänge enthalten. Eine niedrige Schuppenscheide an der Basis des gliederstrahligen Theiles der Dorsale und der Anale; auch der basale Theil der Dorsalstacheln liegt in einer Rinne verborgen.

Fam. Menidae.

Gatt. **Smaris** Cuv.

11. **Smaris melanurus** C. V.

Ein Exemplar von Dakar, Senegambien, aus einem Fischerboote gekauft (Nr. 81).

D. 12/16. L. l. 74 (+ 9 —10 auf d. C.). L. tr. $9^1/_2$/1/13 (z. V.).

Kopflänge circa $3^5/_6$ mal in der Körperlänge, nahezu 5 mal in der Totallänge, Leibeshöhe circa $2^3/_7$ mal in der Körperlänge, Augendiameter sowie Schnauzenlänge unbedeutend mehr als $3^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten. Rücken goldgelb, Bauch silbern, die zwei Farben durch einen der Rumpfseite entlang laufenden Strich getrennt. Flossen goldgelb.

Fam. Kyphosidae.

Gatt. **Doydixodon** Val.

12. **Doydixodon laevifrons** (Tschudi) Steind.

Doydixodon freminvillei Val.
» *fasciatum* Kn. et Steind. (juv.).

8 junge Exemplare, 3·6—5·4 *cm* lang, von Antofagasta, Nord-Chile, ein Exemplar, 29·7 *cm* lang, von Callao (Nr. II. 26 und II. 15).

Vulgärname in Callao: Mero.

D. 12/14—16. A. 3/12. L. l. c. 46—50, supra l. l. c. 63. L. tr. 13/1/26—27.

Bei jungen Individuen übertrifft die Körperhöhe nur wenig die Kopflänge, welche circa 3 mal in der Körperlänge enthalten ist. 15—16 dunkelgraue scharf abgegrenzte Querbinden ziehen über die Rumpfseiten herab und sind durch hellgraue schmälere Zwischenräume von einander getrennt. Häufig liegen 8 hellgraue Fleckchen längs unter der Basis der ganzen Dorsale. Bauch weißlich grau. Flossen dunkelgrau. Ältere Exemplare sind am Rücken grau, an der Bauchseite weiß. Bei dem großen Exemplare ist der Augendiameter 5 mal, die Stirnbreite circa $2^1/_7$ mal, die Schnauzenlänge $2^1/_3$ mal, die Mundbreite $2^1/_3$ mal, die Länge der Pectorale weniger als $1^1/_4$ mal, die der Ventrale etwas mehr als $1^1/_2$ mal, die vorderen höchsten Gliederstrahlen der Dorsale wie der Anale circa $1^2/_5$ mal in der Kopflänge enthalten. Die größte Rumpfhöhe gleicht $^1/_3$ der Totallänge, die Kopflänge $^1/_3$ der Körperlänge; genau dieselben Maßverhältnisse gibt auch Tschudi bei *Pimelepterus laevifrons* an; die Zahl der gegliederten Dorsalstrahlen ist variabel und schwankt bei den von uns untersuchten erwachsenen Exemplaren in den Museen von Wien und Berlin zwischen 13—16, bei den hier angeführten 8 jungen Individuen zwischen 14—15; die Zahl der Dorsalstacheln beträgt häufiger 12 als 13.

Fam. Haplodactylidae.

Gatt. **Haplodactylus** Cuv., Val.

13. **Haplodactylus punctatus** (C. V.) Gthr.

(*Aplodactylus punctatus* C. V., Jord. et Evermann.)

Ein Exemplar, 32 *cm* lang, von Callao (II, 17).

Vulgärname: Querguia.

D. $16/^1/_{20}$. A. 3/8. P. 9/6. L. l. 103 (bis z. C.).

Die 6 untersten Strahlen der Pectorale verdickt, nicht gespalten, der erste derselben nicht länger als der vorangehende gespaltene Strahl.

Kopflänge etwas weniger als 4mal, Rumpfhöhe circa 3mal in der Körperlänge.

Zähne in beiden Kiefern am freien, breiten Rande dreizackig. Grundfarbe weißgrün, sehr dunkel gefleckt.

Fam. Gerridae.

Gatt. **Gerres** Cuv.

14. **Gerres brasilianus** C. V.

2 Exemplare, 21 und 28 *cm* lang, von Pernambuco (Nr. 80).

D. 9/10. A. 3/7. L. l. 39—41 (+ 2—3 auf der C.). L. tr. 6/1/10 (zur V., $11^1/_2—12^1/_2$ zur Bauchlinie.

Die Höhe des Rumpfes ist bei dem kleineren Exemplare $2^1/_7$mal, bei dem größeren bedeutend weniger als $2^1/_3$mal, die Kopflänge unbedeutend mehr als 3mal bei ersterem, $3^1/_5$mal bei letzterem in der Körperlänge, der Augendiameter bei ersterem etwas weniger als $3^1/_3$mal, bei letzterem $3^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. Die Länge der Schnauze ist ein wenig geringer als die des Auges, die mittlere Stirnbreite bei dem kleinen Exemplare ein wenig geringer, bei dem größeren ein wenig bedeutender als die Länge des Auges. Die Pectorale ist stets ein wenig länger als der Kopf und das Praeorbitale am unteren Rande fein gezähnt.

Der 2. Dorsalstachel übertrifft den folgenden stets ein wenig an Höhe, ist circa 3mal stärker als letzterer, dagegen schwächer und zugleich zuweilen auch ein wenig kürzer als der 2. Analstachel. Die Ventrale steht an Länge dem Kopfe um etwas weniger als eine Augenlänge nach.

Zwischen der Basis des ersten kurzen Dorsalstachels und der Seitenlinie liegen 6—$6^1/_2$, weiter zurück aber bei Ausschluss der hohen Schuppenscheide über der Basis der Dorsale nur 4 Schuppen in einer verticalen Reihe.

Ein goldiger Streif längs der Mitte der einzelnen Schuppenreihen des Rumpfes mit Ausschluss der untersten Reihen.

Dorsale im obersten Theile dunkel punktiert.

Subgatt. *Eucinostomus* Bd., Gir.

15. **Gerres (Eucinostomus) dowi** (Gill.) J. et Everm.

Ein Exemplar, 15·3*cm* lang, von Guayaquil (Nr. 53).

Vulgärname: Mojarra.

Leibeshöhe $3^1/_2$mal in der Totallänge, etwas mehr als $2^2/_3$mal in der Körperlänge, Kopflänge $4^2/_9$mal in der Totallänge, Stirnbreite sowie Augendiameter 3mal, Schnauzenlänge $3^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. L. l. 47.

Rücken silbergrau, Bauch silberweiß, Flossen grau.

Fam. Sciaenidae.

Gatt. **Isopistus** Gill.

16. **Isopisthus analis** (Jen.) Steind.

Syn.: *Otholithus analis* Jen., Gthr.
Archoscion analis Jord. et Eigenm.

1 Exemplar, circa 21 *cm* lang, von Payta, Nordperu (Nr. II, 6).

Vulgärname: Ayanque.

Während bei dem vorliegenden Exemplare die Länge des Auges $^1/_5$ der Kopflänge erreicht, ist sie bei alten Individuen von 32 *cm* Länge 6mal in letzterer enthalten.

Die Zahl der von der Seitenlinie am Rumpfe durchbohrten Schuppen schwankt je nach dem Alter zwischen 56—64.

Rücken blaugrau, Bauch weiß, Flossen grau.

Gatt. **Sagenichthys** Berg.

17. **Sagenichthys ancylodon** (Bl., Schn.) Berg.

Taf. V, Fig. 2.

Lonchurus ancylodon Bl., Schn.
Ancylodon jaculidens C. V.
» *ancylodon* Jord. et Eigenm.

Ein Exemplar, 30·2 *cm* lang, von Montevideo (Nr. 75).

Vulgärname: Pescadillo del rey.

$$D.\ 9\Big/\overset{1}{28}\ (-29).\ A.\ 2/10.$$

Kopflänge $3^5/_{18}$ mal, Leibeshöhe circa $4^1/_2$ mal, Augendiameter 6mal, Schnauzenlänge bis zur Spitze des Unterkiefers nahezu 4mal, Länge des Oberkiefers circa $2^2/_5$ mal, die des Unterkiefers etwas weniger als $1^4/_5$ mal, Länge der Pectorale $1^5/_{12}$ mal, die der Ventrale etwas weniger als 2mal, Länge der Caudale circa $1^2/_5$ mal in der Körperlänge enthalten.

Mundspalte lang, schräge ansteigend, Unterkiefer vorspringend. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt ein wenig vor den hinteren Augenrand.

6 größere Zähne rings um den Vorderrand des Unterkiefers, 7—8 zu jeder Seite des letzteren, lanzenförmig. 2 große Hundszähne vorne im Zwischenkiefer (1 zu jeder Seite desselben).

Sämmtliche Flossen mit Ausschluss der 1. Dorsale sind so dicht überschuppt, dass die einzelnen Strahlen äußerlich kaum unterschieden werden können.

Die Strahlen der Caudale sind am hinteren Rande dicht schwarzbraun punktiert. Circa 100 Schuppen liegen längs dem oberen Sande der Seitenlinie bis zur Caudale. Die Länge der Zähne am Vorderrande des Unterkiefers (jederseits 3—4) ist variabel. Während bei dem hier beschriebenen großen Exemplare diese Zähne (im ganzen 6) von keiner besonderen Größe sind, und der mittlere nur wenig länger als der 3. ist, erreichen bei einem viel jüngeren Exemplare (15·7 *cm* lang) des Wiener Museums der 2. oder der 3. Zahn jeder Seite (jederseits 4) eine verhältnismäßig bedeutende Höhe bei sehr schlanker Form.

Gatt. Plagioscion Gill.

18. Plagioscion surinamensis (Blkr.) J. et Everm. var. magdalenae Steind.

Syn. *Pseudosciaena surinamensis* Blkr.
Sciaena magdalenae Steind. (ol.) et *Sc. surinamensis.*

Ein Exemplar, 20·8 *cm* lang, von Baranquilla, Rio Magdalena (Nr. 18).
Vulgärname: Corvinata.

D. 11/35. L. l. 49—56.

Kopflänge 5·2, Länge der Caudale 5·5 *cm*. Der 2. kräftige Analstachel ist mäßig gebogen, circa $1^2/_3$ mal in der Kopflänge enthalten und überragt mit seiner Spitze den nächstfolgenden Gliederstrahl.
12 Schuppen zwischen dem 1. Dorsalstachel und der Seitenlinie in einer verticalen Reihe.
Färbung: Rücken silberblau, Seiten und Bauch silberweiß, Flossen reingrau.

Gatt. Sciaena L.

19. Sciaena gilberti Abbott.

Ein Exemplar, circa 29·2 *cm* lang, von Callao (Nr. II. 12).
Vulgärname: Corvinita.

D. $9/^1/_{23}$. A. 2/9. P. 18 ($^2/_{16}$). L. l. 53+24 (auf der C.). L. tr. 9/1/17.

Die Körperlänge ist etwas mehr als $3^1/_4$ mal, die größte Rumpfhöhe unbedeutend mehr als $3^1/_2$ mal in der Körperlänge, der Augendiameter circa $5^1/_4$ mal, die mittlere Breite der querüber ovalgewölbten Stirne unbedeutend mehr als $4^1/_2$ mal, die Höhe des Suborbitale nächst über den Mundwinkeln circa $9^2/_5$ mal, die Länge der Mundspalte $2^3/_4$ mal, die der Schnauze 4 mal, die Länge der Pectorale circa $1^3/_5$ mal, die der Ventrale etwas mehr als $4^1/_4$ mal, der 4. höchste Stachel der 1. Dorsale sowie der 2. höchste Gliederstrahl der Anale $2^2/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Schnauze fällt vorn steil zum Mundrande ab und die Höhe dieses Abfalles gleicht circa der Hälfte eines Augendiameters.

Eine schmale Binde kleiner spitzer Zähne in beiden Kiefern. Die Zähne der Außenreihe sind ein weniger länger und kräftiger als die der übrigen Reihen und überdies merklich größer als die entsprechenden äußeren Zähne im Unterkiefer.

Die Mundwinkel fallen in verticaler Richtung näher zum hinteren Augenrand als zur Augenmitte.

Der aufsteigende Rand des Vordeckels ist deutlich zartgezähnt, im mittleren Drittel seiner Höhe schwach concav, in den beiden übrigen aber schwach convex. Der untere Vordeckelrand ist ungezähnt.

Der hintere Rand des Kiemendeckels endigt in 2 Fortsätze, von denen der obere schlank dreieckig, stumpf zugespitzt, der untere breit, stark plattgedrückt ist und breit gerundet endigt. Der zwischen denselben gelegene Raum ist mit einer dicht überschuppten Haut ausgefüllt, auf welche der schuppenlose Hautsaum folgt, der sich über den ganzen freien Rand des Deckels hinzieht.

Hinter der Stirne erhebt sich an der Oberseite des Kopfes ein medianer stumpfer Kiel, der nach hinten ununterbrochen bis zum Beginne der Rückenflosse sich fortsetzt.

Die Zahl der Rechenzähne am oberen Aste des ersten Kiemenbogens beträgt 7, am unteren Aste 15; die längsten der Rechenzähne in der Winkelgegend des Bogens erreichen die halbe Länge eines Augendiameters.

Die Stacheln der ersten Dorsale sind schlank, der erste Stachel ist von äußerst geringer Höhe, daher leicht zu übersehen. Kräftiger sind die beiden Analstacheln, deren 2 circa $1^2/_3$ mal in der Höhe des fol-

genden Gliederstrahles enthalten ist, und an Breite in seinem unteren Theile nahezu $^1/_4$ der Augenlänge erreicht.

Die Seitenlinie durchbohrt 53 Schuppen am Rumpfe und circa 24 auf der Caudale (bis zum hinteren Flossenrande).

Die Schuppen über der Seitenlinie laufen in schrägen Reihen nach hinten und oben und sind im mittleren Theile dunkler als an den Seitenrändern. Nur am Schwanzstiele verlaufen sämmtliche Schuppenreihen in horizontaler Richtung.

Die Caudale scheint vollständig überschuppt zu sein, doch fallen die Schuppen im hinteren Theile der Flosse bei in Weingeist conservierten Exemplaren leicht ab.

Die größten Rumpfschuppen liegen im mittleren Längentheile des Rumpfes nächst unter der Seitenlinie, die kleinsten in der Brustgegend.

Die Dorsalen, die Caudale und Anale, ferner die Innenseite der Bauchflossen sind mehr oder minder dicht dunkelgrau punktiert. Rücken grau, Bauch weiß, Flossen röthlich.

Diese Art war bisher nur in einem Exemplare bekannt, welches von J. Fr. Abbott in »Proc. of the Acad. of nat. Sc. of Philadelphia« 1899, p. 355, beschrieben und vom Admiral L. A. Beardee im Jänner 1896 gleichfalls in Callao gesammelt wurde.

Gatt. **Micropogon** C. V.

20. **Micropogon altipinnis** Gthr.

Ein Exemplar, 18·6 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 52).

Vulgärname: Parvo mulato.

D. $10/^1/_{22}$. A. 2/7 L. l. 48 (+ circa 32 auf d. C.).

Leibeshöhe fast $3^1/_2$ mal, Kopflänge circa $3^1/_5$ mal in der Körperlänge enthalten.

Rücken silbergrau, Bauch silberweiß, Anale und Brustflossen orange.

Gatt. **Menticirrhus** Gill.

21. **Menticirrhus martinicensis** (C. V.) Jord. et Eigenm.

(*Umbrina martinicensis* C. V.)

Ein Exemplar, 36·7 *cm* lang, aus dem Rio de la Plata bei Montevideo, (Nr. 76).

Vulgärname: Buriqueta.

D. $10/^1/_{23}$. P. 22. A. $^1/_8$. L. l. 53—52. L. tr. 6/1/12—13 (bis z. V.).

Leibeshöhe circa $4^1/_7$ mal, Kopflänge circa $3^1/_2$ mal in der Körperlänge; Augendiameter circa $7^1/_2$ mal in der Kopflänge und circa 2 mal in der Schnauzenlänge, Stirnbreite $4^1/_4$ mal, Schnauzenlänge circa $3^2/_3$ mal, Länge der Brustflossen circa $1^1/_5$ mal, die der Ventralen 2 mal, der Caudale circa $1^1/_2$ mal, Höhe des 3. längsten Dorsalstachels circa $1^2/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Mundwinkel fallen ein wenig vor die Mitte der Augenlänge. 5—6 stärkere Zähne jederseits vor der Zahnbinde des Zwischenkiefers in lockerer Reihe.

Die Seitenlinie durchbohrt am Rumpfe circa 52—53 Schuppen und auf der Caudale mehr als 50. Längs über der Seitenlinie liegen circa 71, längs unter derselben 65—67 Schuppen in einer Reihe.

Pectorale an der Innenseite, Dorsalen im obersten Theile dicht grauviolett punktiert.

Fam. Mullidae.

Gatt. Upeneus Cuv., Blkr.

22. **Upeneus maculatus** (Bl.) C. V.

Ein Exemplar von Fort de France Martinique (Nr. 8).

Fam. Ephippidae.

Gatt. Parapsettus Steind.

23. **Parapsettus panamensis** Steind.

Ein Exemplar, 18·4 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 43).

Vulgärname: Dinoura (?).

Bisher war diese Art nur von Panama bekannt.

D. 9/23. A. 3/23. P. 18.

Leibeshöhe circa $1^1/_5$ mal, Kopflänge $3^1/_5$ mal in der Körperlänge enthalten.

Erster Ventralstrahl fadenförmig verlängert, etwas mehr als $1^4/_5$ mal, Pectorale etwas mehr als $1^1/_4$ mal in der Kopflänge.

Circa 80 Schuppen zwischen dem Beginne des gliederstrahligen Theiles der Dorsale und Anale in einer geraden Linie. Ein liegender Stachel vor der Dorsale.

Die Schnauze fällt schräge nach hinten zum vorderen Mundrande ab. Stirne zwischen und vor der Mitte des vorderen Augenrandes stark gewölbt.

Die Seitenlinie ist schwächer gebogen als die Rückenlinie und erreicht ihren höchsten Stand unter dem Beginne des gliederstrahligen Theiles der Dorsale.

Rücken und Seiten grau, Bauch weiß, Flossen, namentlich Brustflossen, etwas gelb.

Fam. Teuthidae.

Gatt. Teuthis L., Jord. et Everm. (= Acanthurus Gthr.).

24. **Teuthis bahianus** (Casteln.) J. et E. (**Acanthurus bahianus** Casteln.).

Ein junges Exemplar, $6^1/_2$ *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 5).

D. 9/25. A. 3/22.

Oberer Caudallappen länger als der untere, spitz zulaufend.

Caudale hinten bläulich gesäumt.

Fam. Chilodactylidae.

Gatt. Chilodactylus Lac.

25. **Chilodactylus variegatus** C. V.

Ein Exemplar, 27 *cm* lang, von Callao (Nr. II, 16).

Vulgärname: Pintadillo.

D. 7/0. A. 3/10. P. 2/6/6. L. l. 57. L. tr. 6/1/13.

Die 2 ersten der unteren 6 einfachen Strahlen sind ein wenig länger als die vorangehenden. Wangen nicht punktiert. Im ganzen dunkelgrau, Flossen roth gerandet.

Fam. Malacanthidae.

Gatt. **Caulolatilus** Gill.

26. **Caulolatilus princeps** (Jen.) Gill.

Ein Exemplar, 22·6 *cm* lang, von Callao (Nr. II, 10).

Vulgärname: Peje blanco.

D. 9/25. A. 2/23. L. l. 100. L. tr. 18/1/29 (zw. L. l. p. A.).

Kopflänge circa $3^3/_5$ mal, Leibeshöhe 4mal in Körperlänge, Augendiameter etwas mehr als 4mal in der Kopflänge enthalten.

Schnauze gewölbt, stark gebogen, etwas länger als das Auge. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt in verticaler Richtung hinter den vorderen Augenrand. Vordeckelwinkel gerundet, etwas größer als ein rechter. Unterer Rand des Vordeckels schwach convex, glatt, hinterer Rand desselben fein und gleichmäßig gezähnt, fast vertical gestellt, geradlinig. Der Kiemendeckel endigt in einen glatten, breiten Stachel mit abgestumpfter Spitze.

Rücken grau rosa. Bauch weiß.

Gatt. **Latilus** C. V.

27. **Latilus jugularis** C. V.

Ein Exemplar, 27·6 *cm* lang, von Caldera, Nordchile (Nr. 70).

Vulgärname: Pescado de Blanquillo.

P. 21. D. 4/28. A. 2/20. L. l. 76. L. tr. $10-11/^1/_{18}$.

Leibeshöhe 5mal, Kopflänge mehr als $3^1/_4$ mal in der Totallänge, Augendiameter fast 5mal, Stirnbreite circa $5^1/_3$ mal, Schnauzenlänge unbedeutend mehr als 3mal in der Kopflänge enthalten.

7—8 verschwommene Querbinden schräge vom Rücken zur Bauchseite ziehend, in der oberen Rumpfhälfte wegen der dunkleren Grundfärbung nur wenig hervortretend.

Färbung: Rücken rothbraun; Seiten grünlich grau mit röthlich braunen Längsstreifen, von letzteren graubraune Querstreifen zum Bauch hinunter. Kopf mit Goldschimmer. Flossen grau.

Fam. Batrachoididae.

Gatt. **Batrachoides** Lac. (= **Batrachus** Bl., Schn.).

28. **Batrachoides pacifici** (Gthr.) Gill.

Ein Exemplar, 20·3 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. II, 2).

Vulgärname: Sapo (Krötenfisch).

Rücken graubraun mit dunkelbrauner Zeichnung. Bauch weiß. Flossen dunkelgrau.

Mageninhalt: Krabben (*Gelasimus* spec.).

Fam. Scorpaenidae.

Gatt. **Pontinus** Poey.

29. **Pontinus dubius** n. sp.? (an **P. fucirhinus** Garm.).

Taf. III, Fig. 1.

Ein Exemplar, 24·5 *cm* lang, von Payta, Nord-Peru (Nr. II, 4).

Vulgärname: Pescado camaron.

D. 13/9. A. 3/5. V. 1/5. P. 18. L. l. 26—27 (+ 1 auf der C.). Supral. 1. Sq. 56. Infral. 47. L. tr. 7/1/ c. 20.

Obwohl die hier zu beschreibende Art in sehr vielen charakteristischen Merkmalen mit Garman's *Pontinus furcirhinus* (nach Garman's Beschreibung, nicht aber nach der, wie es scheint, stark misslungenen Abbildung) übereinstimmt, halten wir es doch ohne directen Vergleich mit dem typischen Exemplare für nicht unwahrscheinlich, dass beide von einander speciell verschieden sein könnten. Nach Garman liegt nämlich bei *P. furcirhinus* eine zarte Querleiste am hinteren Ende des Interorbitalraumes; diese fehlt spurlos bei dem uns vorliegenden Exemplare, auf dessen Stirne dagegen 2)(-förmige Längsleisten entwickelt sind, die bei *P. furcirhinus* von Garman nicht erwähnt sind. Bei letztgenannter Art ist die größte Rumpfhöhe mehr als $3^1/_2$mal in der Totallänge enthalten, und die Schnauze fast so lang wie das Auge, bei *P. dubius* dagegen ist erstere 4mal in der Totallänge enthalten und letztere länger als der Augendiameter.

Kopflänge fast $2^1/_3$mal in der Körperlänge oder um circa eine Augenlänge weniger als 3mal in der Totallänge, die größte Rumpfhöhe nahezu $3^1/_6$mal in der Körper-, 4mal in der Totallänge, der Augendiameter nahezu $4^2/_5$mal, die Schnauzenlänge $3^2/_5$mal, die mittlere Breite der Stirne nahezu 9mal, die Höhe des 3. Dorsalstachels nahezu $1^3/_5$mal, die des vorletzten etwas weniger als 5mal, die des letzten fast 4mal, die Länge der Pectorale mehr als $1^1/_2$mal, die Länge der Ventrale weniger als 2mal, die der Caudale endlich $1^4/_5$mal in der Kopflänge enthalten.

Der 2. kräftige Analstachel steht an Länge der Hälfte des Kopfes nach; der erste Dorsalstachel ist etwas kürzer als der Augendiameter und unbedeutend länger als der erste Analstachel. Die Spitze der zurückgelegten Ventralen reicht fast genau bis zur Analmündung und wird vom hinteren Ende der angelegten Pectoralen weit überragt.

Der Kopf spitzt sich nach vorne zu und die obere Kopflinie erhebt sich gleichförmig, ohne Krümmung bis zum Beginne der Dorsale (viel schwächer als bei *P. furcirhinus* nach Garman's Abbildung).

Der Zwischenkiefer endigt nach vorne in eine kugelförmige Anschwellung, über die sich die Zahnbinde, an Breite zunehmend, fortsetzt. Nur ganz unbedeutend erhöht ist das vordere Ende des Unterkiefers (am vorderen Ende der Zahnbinde). Vomer- und Gaumenzähne vorhanden, erste sitzen auf einer ⌒-förmigen Erhöhung des Knochens.

Das verbreiterte Ende des Oberkiefers fällt in verticaler Richtung ein wenig hinter das Auge.

Das Praeorbitale ist am unteren Rande in 2 Stacheln ausgezogen, von denen der vordere kurz, stumpf gerundet, der hintere lang, kräftig und nach hinten gekehrt ist. Die stark entwickelte Wangenleiste trägt 4 Dornen, von denen der vorderste auf das Praeorbitale fällt. Der Nasenstachel der linken Kopfseite endigt abnormerweise in 3 Spitzen. Der Stachel am vorderen Augenrande ist ein wenig stärker entwickelt als der hinterste größte der 3 Stacheln am oberen Augenrande. An den beiden nach hinten divergierenden Seitenrändern der flachen Oberseite des Hinterhauptes liegen je 2 Stacheln, von denen der hintere am längsten ist. 4 Stacheln in der unteren Hälfte des freien Vordeckelrandes; der oberste derselben liegt ein wenig unterhalb der Reihe der Wangendornen und trägt auf seiner Basis einen Nebendorn und unterhalb derselben einen zweiten Nebendorn. Auf ihn folgen in größeren Abständen die drei unteren Randdornen, von denen der unterste sehr kurz ist.

Die beiden Deckelstacheln divergieren nach hinten und der untere derselben bildet den Abschluss einer zarten Leiste. 3 kleine Stacheln endlich längs über dem oberen Rande des Deckels am Schultergürtel.

In Weingeist hellrothbraun, mit kleinen unregelmäßigen Flecken am Rumpfe nächst unter der Dorsale und längs der Seitenlinie. Flossenhaut und deren Fähnchen zwischen den Dorsalstacheln im obersten Theile bläulich weiß. Gliederstrahlen der Dorsale und Caudale mit violetten, in Reihen geordneten Fleckchen.

Im Leben durchwegs krebsroth, auch die Flossen von gleicher Farbe, Rücken- und Schwanzflosse schwarz gefleckt. Die Färbung zweifellos Ursache des Vulgärnamens »Pescado camaron«, Krebs-, oder, genauer übersetzt, Garneelenfisch.

Fam. Triglidae.

Gatt. **Prionotus** Lac.

30. **Prionotus punctatus** (Bloch) C. V.

Ein Exemplar, 26·5 *cm* lang, aus dem Rio de la Plata bei Montevideo (Nr. 72).
Vulgärname: Rubio.

D. 10/12. A. 11. L. l. 52.

Längs über der Seitenlinie liegen circa 104 Schuppen.

Fam. Scombridae.

Gatt. **Scomber** L.

31. **Scomber colias** Gmel.

Ein Exemplar, 23·5 *cm* lang, von Callao (Nr. II, 14).
Vulgärname: Caballito.

D. 9 $^1/_{12}$ + V. A. 1—I 11 + V.

Kopflänge 4 mal, Leibeshöhe circa $5^3/_5$ mal in der Totallänge, Augendiameter etwas mehr als $4^1/_4$ mal Schnauzenlänge circa $3^1/_4$ mal, Stirnbreite $4^2/_5$ mal, Länge der Pectorale $2^1/_2$ mal in der Körperlänge enthalten.

Die Länge des Oberkiefers erreicht nicht ganz die Hälfte einer Kopflänge und das hintere Ende desselben fällt ein wenig hinter die Augenmitte.

Rücken hellsilbern, dunkelsilbern gebändert. Bauch gelblich weiß.

Fam. Carangidae.

Gatt. **Caranx** Lac.

32. **Caranx latus** (Agass.) Jord. et Everm.

Syn.: *Caranx hippos* Gthr. nec Lin.
fallax C. V.

Ein Exemplar, jung, 6 *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 4).
Rumpf mit 5 breiten dunklen Querbinden.

Leibeshöhe etwas mehr als $2^1/_2$ mal in der Körperlänge, mehr als 3 mal in der Totallänge, Kopflänge unbedeutend weniger als 3 mal in der Körperlänge, circa $3^3/_5$ mal in der Totallänge, Augendiameter 3 mal, Schnauzenlänge circa $3^1/_3$ mal, Länge der Pectorale etwas weniger als $1^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten.

Kieferbezahnung wie bei erwachsenen Exemplaren. Das hintere Ende des Oberkiefers fällt unbedeutend hinter die Augenmitte. Bogiger Theil der Seitenlinie circa $1^3/_5$ mal in der Länge des horizontalen Theiles enthalten.

Erste Dorsale mit dunklem Anfluge. Spitze der 2. Dorsale schwärzlich. Brustgegend beschuppt.

D. $7/^1/_{21}$. A. $2/^1/_{17}$. L. l. 36 (sc. bis zur Basis d. C.).

33. **Caranx chilensis** Gay.

Ein Exemplar von Guayaquil (Nr. 44).

Vulgärname: Purrel(?).

Diese Art, welche von Jordan und Evermann mit ? unter die Synonyma von *Caranx dentex* (Bl.) C. V. = *C. guara* (Bonat.) gebracht wird, ist von letztgenannter Art zweifellos specifisch verschieden. Beide Arten unterscheiden sich wesentlich von einander in der allgemeinen Körperform, insbesondere aber in der Kopfform. Auch in der Größe des Auges zeigen sich bemerkenswerte Verschiedenheiten.

Die Schnauze spitzt sich bei *Caranx dentex* nach vorne zu; die nur mäßig nach hinten ansteigende obere Kopflinie ist nicht bogenförmig gekrümmt, convex, sondern gerade verlaufend, bei alten Exemplaren sogar schwach concav. Bei *C. chilensis* dagegen ist die obere Kopflinie, die ziemlich rasch ansteigt, stark gekrümmt, convex, und die Schnauze überragt nicht das vordere Ende des Unterkiefers wie bei *C. dentex.*

Die Körperhöhe ist bei *C. chilensis* etwas mehr als 3 mal, bei gleich großen Exemplaren von *Caranx dentex* nur $2^3/_4$ mal in der Körperlänge enthalten.

Gesammtfärbung grau, Rücken mit Gold-, Bauch mit Silberschimmer.

Gatt. **Selene** Lac. (= **Argyreiosus** Lac.).

34. **Selene vomer** (Lin.) C. V.

Ein Exemplar, 17 *cm* lang, von Pernambuco.

D. $6/^1/_{21}$. A. $2/^1/_{18}$.

Gatt. **Chorinemus** C. V. (**Scomberoides** Lac. **Scomberoides** et **Oligoplites** Gill.).

Subgatt. *Oligoplites* Gill.

35. **Chorinemus saliens** (Bl.) C. V.

Ein Exemplar, 22·3 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 45).

Vulgärname: Pamyra.

D. $4^1/_{19}$. A. $2/^1/_{20}$.

Leibeshöhe fast $3^3/_5$ mal in der Totallänge eder etwas weniger als 3 mal in der Körperlänge, Kopflänge $4^4/_5$ mal in der Totallänge, Schnauzenlänge etwas weniger als 4 mal, Augendiameter unbedeutend mehr als 4 mal, Länge des Zwischenkiefers etwas mehr als $1^2/_3$ mal (bei einem kleineren Exemplare aus Brasilien von 16·4 *cm* Länge im Besitze des Wiener Museums $1^1/_2$ mal, bei einem größeren von 33 *cm* Länge etwas weniger als $1^1/_2$ mal, bei einem völlig erwachsenen Exemplare von mehr als 52 *cm* Länge mehr als $1^2/_3$ mal) in der Kopflänge enthalten. Der obere Postorbitalknochen ist bei dem Exemplare von Guayaquil am hinteren, schräge gestellten Rande schwach convex und berührt mit dem obersten Endtheile desselben nahezu das obere Ende des aufsteigenden Vordeckelrandes.

Der hintere Augenrand fällt in die Mitte der Kopflänge, das hintere Ende des Zwischenkiefers hinter das Auge.

Die Zahl der Dorsalstacheln schwankt bei *Ch. saliens* zwischen 3—5; die größte Rumpfhöhe ist bei jüngeren Individuen bis zu 34 *cm* Länge durchschnittlich $3^1/_2$—$3^3/_5$ mal, bei erwachsenen Individuen von circa 52 *cm* Länge und darüber fast 4mal in der Totallänge enthalten.

Rücken silbergrau, Bauch und Seiten silberweiß, Flossen und namentlich die Schwanzflosse grünlich.

Fam. Atherinidae.

Gatt. **Atherinopsis** Gir.

36. **Atherinopsis regius** (Humb., Valenc.) Steind.

Atherina microlepidota Jenyns.
Atherinichthys microlepidota Gthr.
Basilichthys microlepidotus Gir.
Pisciregia beardsleei Abbott.
Atherinichthys regia F. A. Schmitt, pt., Poiss. de l'Exped. sc. à la terre de feu. Bih. till. K. Sv. Vet. Ak. Handl., Bd. 24, Abhd. IV, Nr. 5.

Ein Exemplar, 16·7 *cm* lang, aus dem Rio Tambo, Südperu (Nr. II, 22).
Vulgärname: Pejerey (Arequipa, am Markte).

A. $^1/_{15}$—16. D. $4/^1/_{11}$. L. l. circa 87—94. L. tr. 22—25 (zw. d. V. u. d. Rückenlinie).

Kopflänge $4^1/_4$ mal in der Körper-, mehr als $5^1/_4$ mal in der Totallänge, Leibeshöhe etwas mehr als $5^1/_2$ mal in der Körper-, circa 7mal in der Totallänge, Augendiameter etwas mehr als $4^1/_3$ mal, Stirnbreite $2^2/_3$ mal, Schnauzenlänge etwas mehr als 3mal, Länge der Pectorale circa $1^1/_3$ mal, die der Ventrale $2^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Der Beginn der Anale fällt etwas näher zur Basis der Caudale als zu der der Anale, und der Beginn der 2. Dorsale ist 2mal so weit von dem vorderen Augenrande als von der Caudale entfernt.

Praemaxillare nur sehr unbedeutend vorstreckbar, da dessen Haut ohne Faltung in die des Vorderkopfes übergeht.

Bei jungen und halberwachsenen Exemplaren ist eine bogenförmige Zahnbinde am Vomer entwickelt; sie verschwindet mehr oder minder vollständig im vorgerückteren Alter, bei 3 Exemplaren der Wiener Sammlung zeigt sich nicht geringste Spur von Vomerzähnen, bei einem 4. Exemplare von 23·5 *cm* Länge bilden sie eine kleine querovale Gruppe in der Mitte des Gaumens, bei einem 5. Exemplare von 27·5 *cm* Länge eine einzige kurze Längsreihe.

Aus diesem Grunde ist wohl die Creierung einer besonderen Gattung, die sich durch das Vorkommen von Vomerzähnen von *Atherinopsis* unterscheidet, wegen der Hinfälligkeit der Vomerzähne bei *Atherina microlepidota* kaum zu rechtfertigen.

Die Zahl der Stacheln in der schwach entwickelten ersten Dorsale schwankt zwischen 4—6 bei den von uns untersuchten Exemplaren.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass unter der von Humboldt und Valenciennes in ungenügender Weise beschriebenen *Atherina regia* (Le poisson royal de Lima) nur *Atherina microlepidota* Jen. verstanden sein kann, welche Prof. F. A. Schmitt l. c. mit der wesentlich (generisch) verschiedenen *Atherina laticlavia* C. V. irrigerweise vereinigt.

Die äußerst geringe Vorstreckbarkeit des Zwischenkiefers infolge der directen Verbindung der Kieferhaut mit jener des Vorderkopfes ist so charakteristisch für *Atherinopsis regius* sp. H. Val., dass an eine Identificierung dieser Art mit *Chirostoma laticlavia* nicht gedacht werden kann.

Atherinopsis regius sp. Humb. Val. ist hauptsächlich an der peruanischen Küste bei Callao sehr gemein und hochgeschätzt, und dürfte nach Süden kaum weiter als etwa bis Valparaiso reichen.

Dr. Girard beschreibt ein Exemplar dieser Art aus dem Mapocho, einem Nebenflusse des Rio de Maypo und erwähnt eines zweiten Exemplares, welches Darwin in der Umgebung von Valparaiso sammelte. *Chirostoma (= Atherinychthis) laticlavia* dagegen tritt weiter südlich auf und ist sehr gemein bei Sandy Point.

Gatt. **Chirostoma** Swains. (= **Atherinichthys** Blkr.).

37. **Chirostoma affine** Steind.

(Zool. Jahrb. Suppl. IV, 2. Heft, 1898, p. 313.)

Ein Exemplar, circa 18·6 *cm* lang, von Callao, Peru, auf dem Markte gekauft (Nr. II, 13).

P. 14. D. $7/^1/_9$. A. 1/16. L. l. c. 85—86. L. tr. 14—15 (zw. I. D. u. V.).

Kopflänge etwas weniger als 4mal, Leibeshöhe $5^2/_5$mal in der Körperlänge, Augendiameter etwas mehr als $4^3/_5$mal, Stirnbreite $3^2/_3$mal, Schnauzenlänge ein wenig mehr als 3mal in der Kopflänge enthalten.

Kieferzähne in mehreren Reihen, die der Außenreihe länger und stärker als die übrigen. Zwischenkiefer stark vorstreckbar.

Der Beginn der 1. Dorsale fällt circa um eine Augenlänge näher zur Basis der Caudale als zum vorderen Kopfende.

Schuppen festsitzend. Silbergraue Seitenbinde scharf ausgeprägt, durchschnittlich $3^1/_2$ Längsschuppenreihen deckend, und zwar die 6., 7., 8. und halbe 9. Reihe unterhalb der Basis der 1. Dorsale.

Schuppen am hinteren Rande gerundet.

Fam. Mugilidae.

Gatt. **Mugil** Lin.

38. **Mugil cephalus** L.

(*Mugil rammelsbergii* Tsch.)

Ein Exemplar, 3 *cm* lang, von Callao (Nr. II, 11).

Vulgärname: Liza.

L. l. 42—43. L. tr. $^1/_2/15/^1/_2$ (bis z. V.).

Gliederstrahlen der Anale 8, unbeschuppt. Auge mit Fetthaut.

Kopflänge etwas mehr als $3^3/_4$mal in der Körper-, $4^2/_3$mal in der Totallänge, Leibeshöhe 4mal in ersterer, ein wenig mehr als 5mal in letzterer, Stirnbreite mehr als 2mal, Länge der Pectorale $1^3/_4$mal, Länge der Ventrale $1^1/_7$mal in der Köpflänge enthalten.

Rücken grüngrau. Bauch weiß.

Ein jüngeres Exemplar, 20 *cm* lang, aus dem Rio Tambo, Südperu (Nr. II, 23).

Ohne Untersuchung eines sehr reichen Materiales von *Mugil cephalus* aus dem atlantischen wie dem stillen Ocean, wie es dem Wiener Museum zu Gebote steht, läge die Versuchung sehr nahe, das aus dem Rio Tambo stammende Exemplar für specifisch verschieden von der längstbekannten Linnéischen Art zu halten, da dessen Körperform ungewöhnlich schlanker, der Kopf bedeutend länger, der von den Unterkieferästen gebildete Winkel viel stärker zugespitzt und die Mundspalte ein wenig länger ist, als es bei *Mugil cephalus* normal der Fall zu sein pflegt.

Die Kopflänge ist nämlich $3^2/_3$mal, die Leibeshöhe mehr als $4^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten; die Breite der Mundspalte gleicht der Länge derselben. Da jedoch im Wiener Museum unter Dutzenden von Exemplaren verschiedener Größe aus gleichen Localitäten und von demselben Fange mehrere sich vorfinden, die in den erwähnten Eigenthümlichkeiten der Übergang zur normalen Form vermitteln und theilweise auch

aus Callao stammen, halten wir das erwähnte Exemplar aus dem Rio Tambo nur für eine etwas ungewöhnliche Form von *Mugil cephalus.* Die Kieferzähne sind sehr klein, mit freiem Auge nicht sichtbar, in beiden Kiefern mehrreihig.

39. Mugil curema C. V.

Ein Exemplar, 27 *cm* lang, von Pernambuco (Nr. 79).

Zweite Dorsale und Anale dicht überschuppt.

40. Mugil charlottae n. sp.

Taf. IV, Fig. 2, 2 *a*.

Ein Exemplar, 20·5 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 46).

Vulgärname: Liza.

D. $4/^1/_7$ A. 3/9. V1/5. P. 16. L. l. 40 (+ c. 4 auf d. C.). L. tr. 12 (zw. 1. D. u. V.).

Körperform gestreckt, Rumpf am Schwanzstiele stark comprimiert.

Auge mit breiter vorderer und hinterer Fetthaut, 2. Dorsale, Anale und Caudale vollständig überschuppt. Oberlippe niedrig. Cilien am Zwischenkiefer mit freiem Auge deutlich sichtbar, am schneidigen Unterkieferrande sehr klein, horizontal gestellt. Die beiden Äste des Unterkiefers stoßen vorne unter einem stumpfen Winkel zusammen. Hinteres Endstück des Oberkiefers bei geschlossenem Munde vollständig überdeckt. Kopflänge 4 mal, Leibeshöhe $4^1/_6$ mal in der Körperlänge; Caudale am hinteren Rande dreieckig eingebuchtet und nächst diesem dunkel gefärbt, etwas länger als der Kopf.

Stirnbreite etwas mehr als $2^1/_3$ mal, Augendiameter und Schnauzenlänge je 4 mal, Länge der Pectorale $1^1/_3$ mal, die der Ventrale circa $1^3/_5$ mal, Höhe des 2. Dorsalstachels circa 2 mal, Kopfbreite zwischen den Deckeln circa $1^2/_3$ mal in der Kopflänge. Mundspalte breiter als lang; ihre Breite ist circa $3^2/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die beiden Äste des Unterkiefers stoßen vorne unter einem stumpfen Winkel zusammen, da ihre vorderen Ränder einen regelmäßigen, fast kreisrunden Bogen bilden. Eine knopfförmige Erhöhung in der Mitte des Unterkiefers und eine tiefe Grube vor dem Gaumen.

Die Cilien am Rande des Zwischenkiefers sind ziemlich stark entwickelt, mit der Spitze nach innen umgebogen. Die beiden Äste des Unterkiefers umschließen an der Unterseite des Kopfes einen keilförmigen Raum. Unterer und hinterer Rand des Praeorbitale verhältnismäßig stark gezähnt, ersterer nicht eingebuchtet.

Stirne querüber sehr schwach gewölbt, fast von doppelter Augenbreite. Oberseite des Kopfes bis in die Nähe des vorderen Schnauzenrandes beschuppt, circa 22 Schuppen zwischen dem letzteren und der 1. Dorsale.

Der Beginn der 1. Dorsale fällt in die Mitte der Körperlänge und um circa $3^1/_2$ Schuppenlängen hinter das Ende der angelegten Brustflossen.

Pectorale kurz, über der Höhenmitte des Rumpfes eingelenkt.

Die Einlenkungsstelle der Ventralen fällt in verticaler Richtung hinter die Längenmitte der Pectoralen und ihre Spitze hinter dem Beginne der 1. Dorsale, etwas unter die Basis des 3. Stachels.

Die Anale beginnt um circa eine Augenlänge vor der Anale und ist etwas höher als letztere. Beide Flossen sind am freien Rande concav und nach hinten spitz vorgezogen.

Eine lange, zugespitzte Flügelschuppe an der Basis der 1. Dorsale und der Ventrale.

Die mittleren Strahlen der Caudale sind circa $1^2/_3$ mal kürzer als die längsten der beiden Caudallappen.

Eine breite dunkle Binde an der Hinterseite der Pectorale nächst deren Basis, eine kürzere an deren Vorderseite, nicht über die Höhenmitte ihrer Basis herabreichend.

Caudale nächst dem hinteren Rande, 2. Dorsale an der vorderen oberen Spitze dunkler als im übrigen Theile.

$14^1/_2$ Schuppen liegen zwischen der Basis der Dorsale und der Bauchlinie, 12 zwischen ersterer und der Einlenkungsstelle der ventralen in einer Verticalen Reihe.

Rücken blau, Seiten glänzend silberweiß ohne dunklere Längsstreifen.

Unter den bisher bekannten *Mugil*-Arten der Westküste Südamerikas scheint sich die hier beschriebene Art am meisten dem *Mugil thoburni* J. et Starks zu nähern, bei welchem jedoch 44 Schuppen längs der Seitenlinie liegen, die Kopflänge $3^1/_2$—$3^3/_4$ mal in der Körperlänge enthalten ist und die Kiefercilien kaum erkennbar sind.

Fam. Blenniidae.

Gatt. **Clinus** Cuv.

Subgatt. *Labrisomus* (Swains) J. et Everm.

41. **Clinus (Labrisomus) philippi** Steind.

Ein Exemplar, 22·5 *cm* lang, von Callao (Nr. II, 18).

Leibeshöhe circa $4^1/_4$ mal in der Total-, $3^3/_5$ mal in der Körperlänge, Kopflänge mit Einschluss des häutigen Deckellappens 3 mal in der Körper-, $3^3/_5$ mal in der Totallänge, ohne diesen Lappen circa $3^1/_8$ mal in der Körper-, fast 4 mal in der Totallänge enthalten.

Der höchste Gliederstrahl der Dorsale ist nahezu $1^1/_2$ mal höher als der höchste Dorsalstachel, der letzte Dorsalstachel unbedeutend höher als der vorletzte.

Ein kleines gefiedertes Tentakel am oberen Augenrande; eine Reihe haarförmiger Fransen an den Seiten des Hinterhauptes am Beginne des Nackens.

Gesammtfärbung grauroth. Kopf blau und grün getupft.

Fam. Cichlidae.

Gatt. **Petenia** Gthr.

42. **Petenia Kraussi** Steind.

Ein Exemplar, 17·5 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija, einem östlichen Nebenflusse des mittleren Rio Magdalena; bei Santander (Nr. 27).

D. 16/10. A. 6/9. L. l. 19/11 (+ 2 auf d. C.).

Rücken dunkel, Seiten gelb und grünlich mit silberblau. Rückenflosse grau, Bauch- und Brustflossen grünlich mit etwas gelb. Anale grüngrau, Augen gelb.

Gatt. **Acara** Heck.

43. **Acara coeruleopunctata** Kn. Steind.

(*Aequidens coeruleopunctatus* Jord. et Everm.)

6 Exemplare, 4·3—11·6 *cm* lang, aus einer Ciénaga (d. i. Sumpf- oder Altwasser) bei Baranquilla (Nr. 21) und 2 Exemplare, 7·6 und 6·6 *cm* lang aus dem Rio de Bodegas bei Babahoyo (Nr. 57, 58).

Vulgärname: Vieja.

D. 15/10. A. 3/8.

Augendiameter bei Exemplaren bis zu 7·6 *cm* Länge 3—$3^1/_4$ mal, bei größeren $3^1/_2$—4 mal, Stirnbreite mehr als 3—$2^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten; bei älteren Exemplaren ist die Schnauze länger als das Auge.

Grundfarbe des Rückens gelbgrün oder grüngelb; Bauch grau mit braunen, in Längsstreifen geordneten Flecken. An den Seiten 3—4 graue Längsstreifen. Unterlippe hell blaugrün. Wangen mit glänzend hellgrünen Streifen gezeichnet. Augen röthlich bronzefarbig.

Bei den beiden Exemplaren aus dem Rio de Bodegas war die Grundfarbe glänzend blau und silbern. Querstreifen dunkel. Kopf grünglänzend gestreift und gefleckt.

Gatt. **Geophagus** Heck.

44. **Geophagus (Satanoperca) crassilabris** Steind.

Taf. III, Fig. 2, 2 *a*.

Mehrere Exemplare, 5—16 *cm* lang, aus der Quebrada cabuial, einem kleinen Flüsschen bei Ibagué im Magdalenengebiete, Columbien (Nr. 37—40).

Vulgärname: Mojarita.

Bei dem größten Exemplare, einem Männchen von 16 *cm* Länge, welches in Körperform und Zeichnung mit dem typischen Exemplare des Wiener Museums genau übereinstimmt, ist die Kopflänge fast $2^2/_3$mal in der Körperlänge, der Augendiameter circa 5mal, die Stirnbreite 4mal, die Schnauzenlänge $1^3/_4$mal, der postorbitale Theil des Kopfes etwas mehr als 3mal in der Kopflänge enthalten. Die Leibeshöhe gleicht der Kopflänge. 6 Schuppenreihen auf den Wangen unter dem Auge.

Die Kopflinie steigt steil an, ist in und hinter der Augengegend schwach concav und bildet mit der Rückenlinie einen scharf ausgeprägten, stumpfen Winkel. Kieferzähne sehr klein, zahlreich, goldbraun, unter sich von ziemlich gleicher Größe. Der gliederstrahlige Theil der Dorsale wie der Anale ist nach hinten stark zugespitzt und die Spitze des längsten Gliederstrahles der Dorsale reicht weiter über den Beginn der Caudale zurück als die des entsprechenden Strahles der Anale.

An der Basis sämmtlicher Gliederstrahlen der Dorsale mit Einschluss des letzten Stachels liegt eine zusammenhängende Reihe von Schuppen (im theilweisen Wiederspruche zu Dr. Günther's Charakteristik der Gattung *Satanoperca*), an die sich noch einige Schuppen anschließen, welche längs dem hinteren Rande der einzelnen Strahlen hinanziehen.

Ebenso verhält es sich z. B. bei *Geophagus brasiliensis* G. Gaim.

Unterlippe vorne unterbrochen, seitlich lappenförmig stark entwickelt.

Der obere vordere Ast der Seitenlinie durchbohrt am Rumpfe 20, der hintere untere Ast 11 Schuppen bis zur Caudale. Querbinden des Rumpfes kaum angedeutet. Bei 4 Exemplaren von 9—$10^1/_2$ *cm* Länge ist gleichfalls die Kopflänge wie die größte Rumpfhöhe circa $2^2/_3$mal in der Körperlänge, der Augendiameter dagegen etwas mehr als 4mal, die Länge der Schnauze ein wenig mehr als 2mal, der postorbitale Theil des Kopfes mehr als $2^2/_3$—$2^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die Kieferzähne der Außenreihe sind merklich länger und stärker als die der übrigen Reihen. Form des Kopfes und der Nackengegend, starke Lippenentwicklung wie bei dem großen Exemplare. 6 Schuppenreihen auf den Wangen. Längs dem hinteren Rande des letzten Dorsalstachels und jedes der folgenden Gliederstrahlen zieht sich eine Reihe von 3—5 Schuppen hinan. Stacheliger Theil der Dorsale breit hell gerandet. Violette Fleckchen auf den Gliederstrahlen der Dorsale in schrägen, auf der Caudale in quer gestellten Reihen.

Ein großer verschwommener dunkler Fleck am basalen Theile der Schwanzflosse, mit helleren Punkten auf demselben; ein scharf ausgeprägter brauner Längsfleck, vom hinteren Augenrande bis zum oberen Ende der Kiemenspalte reichend; 5—6 braune Querbinden am Rumpfe, im unteren Theile desselben erlöschend. Zuweilen zieht auch eine nicht scharf abgegrenzte dunkle Binde vom Nacken schräge zum hinteren Augenrande. Zuweilen sind einzelne Schuppen zumeist längs der Höhenmitte der Rumpfseiten und im obersten Theile des Rumpfes tief schwarzbraun (s. Taf. III, Fig. 2 ♂) und bei eben diesen Exemplaren ist auch der Schwanzfleck intensiver gefärbt als bei den übrigen.

Bei 3 noch jüngeren Exemplaren von 5—6 *cm* langen Individuen (Nr. 40) erhebt sich die obere Kopflinie in mäßiger Steigung und ohne Krümmung bis zur Stirngegend, hierauf aber mit der Nackenlinie

unter gleichmäßiger Bogenkrümmung bis zur Dorsale. Die Länge der Schnauze ist etwas mehr oder weniger als $2^1/_2$ mal bis mehr als $2^1/_3$ mal, die Länge des postorbitalen Kopftheiles fast 3—$2^2/_3$ bis unbedeutend mehr als $2^1/_2$ mal in der Kopflänge enthalten und das Augencentrum fällt fast ganz genau in oder nur wenig hinter die Mitte der Kopflänge wie bei *Mesops*.

Färbung: die Seiten, namentlich gegen den Schwanz zu, prachtvoll hellblau und grünlich schimmernd, die einzelnen Schuppen goldroth umsäumt. Vom Rücken bis zur, bezw. über die Hälfte der Seiten hinab 5—6 dunkelgrüngraue breite Querstreifen. Bauch weiß. Kopf bei einigen Exemplaren grünlich, bei anderen mehr röthlich grau, Flossen gelbgrau.

Fam. Pomacentridae.

Gatt. **Glyphisodon** Lac.

45. **Glyphisodon saxatilis** (L.) C. V.

(*Abudelduf saxatilis* J. et Everm.)

Ein Exemplar von Point-à-Pitre, Guadeloupe.

Caudale ohne dunklen Längsstreif auf beiden Lappen.

Fam. Labridae.

Gatt. **Clepticus** Cuv.

46. **Clepticus genizara** (Parra) Cuv.

(*Clepticus parrae* [Bl. Sch.] J. et Everm.)

Ein Exemplar, 24 *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 6 pt.).

Kopflänge $3^1/_2$ mal, Rumpfhöhe fast $3^1/_7$ mal in der Körperlänge, Augendiameter $5^1/_2$ mal, Schnauzenlänge $3^1/_2$ mal, Stirnbreite etwas mehr als $2^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Vordeckelwinkel gerundet, aufsteigender Rand des Vordeckels fast vertical gestellt, schwach eingebuchtet. 6—7 Schuppenreihen auf den Wangen. L. l. 33 (+ 2 auf d. C.).

Kopf und vordere Rumpfhälfte bis zu einer schrägen Linie, circa von der Basis der Ventrale zum hinteren Basisende der Dorsale gezogen, schwärzlichviolett, doch etwas heller im mittleren Theile der einzelnen Rumpfschuppen. Pectorale mit Ausschluss eines breiten, fast wasserhellen Streifes am hinteren Flossenrande gleichfalls schwärzlich violett.

Hintere Rumpfhälfte größtentheils tief smaragdgrün.

Die 4 letzten Gliederstrahlen der Dorsale und der Anale, ferner ein großer halbmondförmiger Fleck im mittleren Höhendrittel der Caudale orangegelb, der übrige obere und untere Theil der Flosse dunkelbraun.

Ein rostrother Fleck an der hinteren Spitze des Kiemendeckels.

Fam. Scaridae.

Gatt. **Sparisoma** Swains. (**Scarus** Blkr.

47. **Sparisoma chrysopterum** (Bl. Schn.) J. et Swains.

Scarus chrysopterus Bl. Schn.

Ein Exemplar, 22·2 *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 6 pt.).

Kopflänge $3^1/_4$ mal, Rumpfhöhe 3 mal in der Körperlänge enthalten.

48. **Sparisoma hoplomystax** (Cope) Jord.

[illegible] Gthr.

Ein Exemplar, 9·1 *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 9).

3 Hundszähne jederseits vor der Zahnplatte des Oberkiefers, der hinterste derselben mit der Spitze stark nach hinten umgebogen; der mittlere etwas kleinere mit der Spitze ein wenig nach vorne geneigt; der vorderste sehr klein, wenig vorspringend und mit dem sehr nahe gelegenen Zahne der anderen Kieferseite stark convergierend.

Unterkieferzähne in schrägen Reihen angeordnet, einzeln deutlich abgegrenzt.

Seitenlinie unvollständig unterbrochen, in ihrem oberen oder vorderen Abschnitte auf den einzelnen Schuppen stark fächer- oder fingerförmig verästelt, während im hinteren Abschnitte derselben von dem langen horizontalen Aste nur kurze Nebenästchen nach oben und unten abzweigen.

Caudale am hinteren Rande gerundet. Obere Profillinie des Kopfes bis zum niedrigen Schnauzenabfalle fast gerade verlaufend. Schnauze circa $1^2/_5$ mal länger als ein Augendiameter, letzterer 4 mal, Stirnbreite $4^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Fam. Pleuronectidae.

Gatt. **Citharichthys** Blkr.

49. **Citharichthys gilberti** Jenk. et Everm.

Ein Exemplar, 16·8 *cm* lang, von Guayaquil, Ecuador (Nr. 48).

D. 84. A. 63. L. l. 40 (bis z. C.). L. tr. 17/1/17.

Leibeshöhe $2^1/_{16}$ mal in der Körper-, $2^5/_8$ mal in der Totallänge, Kopflänge etwas mehr als $2^2/_3$ mal in der Körper-, circa $4^4/_7$ mal in der Totallänge, Augendiameter circa 7 mal in der Kopflänge enthalten.

Nach Jordan und Evermann wären die Rechenzähne bei *C. Gilberti* ein wenig kürzer und minder schlank als bei *C. spilopterus* (aus dem atlantischen Ocean); wir finden nach Untersuchung einiger Exemplare letzterer Art aus Rio Janeiro gerade das entgegengesetzte Verhältnis zwischen beiden Arten; glauben daher auf dieses, mindestens nicht allgemein giltige Unterscheidungsmerkmal keinen Wert legen zu sollen. Anderseits unterscheiden sich beide Arten (wenigstens nach den uns vorliegenden Exemplaren) in der Körperform. Bei *Cith. gilberti* ist nämlich die Körperhöhe bedeutender und die Mundspalte steiler ansteigend, länger als bei *C. spilopterus*. Die Zahl der Schuppen längs der Seitenlinie variiert bei beiden Arten. Wir zählen bei den untersuchten 2 Exemplaren von *C. spilopterus* längs der Seitenlinie 45—48, bei 2 Exemplaren von *C. gilberti* 40 und 44 Schuppen.

Färbung: Oberseite dunkelgrau; Flossen dunkler gesprenkelt; 2 größere, sehr stark verschwommene (wolkige) vertical gestellte dunkelbraune Flecken im mittleren Theile der Rumpfhöhe.

Gatt. **Paralichthys** Gir. (**Pseudorhombus** Blkr.).

50. **Paralichthys brasiliensis** (Ranz.) Jord. et Goss.

Pseudorhombus vorax Gthr., Cat. IV, 429.
Pseudorhombus brasiliensis Gthr., Fish. Centr. Amer. 473.

Ein Exemplar, 32·5 *cm* lang, von Montevideo (Nr. 73).
Vulgärname: Lenguado.

D. 77. A. 56. P. 11. L. lat. c. 110—112.

Kopflänge circa $4^1/_2$ mal in der Totallänge, $3^3/_4$ mal in der Körperlänge, größte Rumpfhöhe fast 3 mal in der Totallänge, circa $3^1/_2$ mal in der Körperlänge, Auge $7^2/_5$ mal, Länge der linken Pectorale etwas weniger als $2^1/_2$ mal. Länge der Caudale weniger als $1^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten. Die Dorsale beginnt nur wenig vor dem vorderen Rande des oberen Auges. Vordere sehr starke Krümmung der Seitenlinie stumpf dreieckig.

Die geringste Rumpfhöhe am Beginn des Schwanzstieles ist circa $3^2/_5$ mal in der größten enthalten.

Fam. Ophidiidae.

Gatt. **Genypterus** Phil.

51. **Genypterus blacodes** (Forst. pt., J. Müll.) Gthr.

= *Conger chilensis* Guich. und *Genypt. nigricans* Philippi.

2 Exemplare, 38 und 45 *cm* lang, von Callao, Peru, und Caldera, Nordchile (Nr. 71 und II, 8).

Vulgärname: Congrio.

Kopflänge $4^3/_{11}$ bis mehr als $4^1/_2$ mal, Leibeshöhe etwas mehr als 7 mal in der Totallänge, Augendiameter nahezu 8 mal, Schnauzenlänge circa 5 mal, Länge der Mundspalte bis zum hinteren Ende des Oberkiefers circa $2^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die Länge des Hinterkinncirrhen übertrifft ein wenig die der Mundspalte. Zwei, bei noch größeren Exemplaren von gleichem Fundorte, drei Reihen kleiner Zähne hinter den stärkeren Zähnen der Außenreihe. Die Länge der Pectorale erreicht circa $^3/_7$ der Kopflänge.

Rücken goldbraun, gelbgrau getigert mit Goldglanz. Bauch salmroth, weiß getigert. Flossen dunkelbraun, hell gerandet.

Fam. Gadidae.

Gatt. **Urophycis** Gill. (= **Phycis** Bl., Schn.).

52. **Urophycis brasiliensis** (Kaup.) Steind.

Ein Exemplar, 24·4 *cm* lang, von Montevideo (Nr. 74).

Vulgärname: Brotola.

D. 8/57. A. 49—50.

Kopflänge 4 mal, Leibeshöhe 5 mal in der Körperlänge, Augendiameter $5^3/_4$ mal, Schnauzenlänge $3^2/_5$ mal, Stirnbreite etwas mehr als 4 mal, 3. Strahl der 1. Dorsale $1^2/_3$ mal in der Kopflänge enthalten. Der fadenförmig verlängerte Ventralstrahl ist bedeutend mehr als 2 mal so lang wie der Kopf, die oval gerundete Caudale ebenso lang wie der Kopf von der Augenmitte bis zum hinteren Deckelrande, die Pectorale ebenso lang wie der Kopf mit Ausschluss der Schnauze.

Die Schnauze springt über den vorderen Mundrand stumpfconisch vor, der Unterkiefer reicht nicht so weit nach vorne als der Oberkiefer.

Das hintere Ende des Oberkiefers fällt unbedeutend vor den hinteren Augenrand.

Zahnbinde am Vomer bogenförmig, in der Mitte am schmälsten.

Kinnbartel von Augenlänge.

Der Kiemendeckel endigt in einen zarten Stachel, der unter der Haut verborgen liegt und von dem häutigen Randlappen des Deckels überragt wird.

Körperseiten bräunlich, Bauch silberfarben, mehr minder dicht violett punktiert. 2. Dorsale und Analflosse dunkelsilbergrau, zunächst dem freien Rande schwärzlich.

Fam. Siluridae.

Gatt. **Ailurichthys** Baird et Gir.

53. **Ailurichthys pinnimaculatus** Steind.

Ein Exemplar, 49·5 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 51).

Vulgärname: Plumero.

Rücken grünlich, Seiten bläulich, Bauch weiß. Obere Hälfte der Schwanzflosse blau, untere roth. Analflosse blau und roth gemischt.

Gatt. **Tachysurus** Lac., Eigenm. (**Bagrus**, **Arius** C. V.).

54. **Tachysurus kessleri** (Steind.) Eigenm.

(*Arius kessleri* Steind.)

Ein Exemplar, 26·6 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 49).

Silberweiß.

Gatt. **Pseudopimelodus** Blkr.

55. **Pseudopimelodus zungaro** (Humb.) Eigenm.

(*Pimelodus bufonius* C. V.)

Ein Exemplar aus dem mittleren Laufe des Rio Magdalena bei Honda.

Vulgärname: Sapo.

Färbung: Rücken und Seiten röthlich gelbgrau mit schwarzen Tupfen und kleineren Strichen. Bauch graurosa. Unterseite des Kopfes röthlich. Flossen röthlich mit schwarzen Punkten, nur Bauchflossen nicht schwarz punktiert.

Gatt. **Pimelodus** Lac.

56. **Pimelodus clarias** (Bl.) Lac.

Ein Exemplar, 19·3 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Masango (Nr. 25).

Vulgärname: Barbudo.

Die Maxillarbarteln reichen über die Basis der Caudale zurück. Vomerzähne fehlen. Rumpfseiten ungefleckt.

Färbung: Rücken grau, Unterseite silberweiß. Anale, Bauch- und Brustflossen weiß mit röthlichem Stiche. Rücken- und Schwanzflosse grau.

Ein Exemplar, circa 23·5 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija bei Santander (Nr. 29), mit Spuren kleiner Flecken am Nacken.

Gatt. **Pimelodella** Eigenm.

57. **Pimelodella yuncensis** n. sp.

2 Exemplare aus einem Bache in Pacasmayo, Nordperu, 4·4 und 4·8 *cm* lang.

Körperform schlank. Kopf mäßig comprimiert, oben in der Hinterhauptsgegend querüber gewölbt, vorne quer abgestutzt, fast zweimal länger als hoch. Die Stirnfontanelle reicht bis zur Basis des sehr schmalen Occipitalfortsatzes und dieser bis zur dreieckigen Stützplatte der Dorsale. Auge klein. Stachel der Pectorale am Innenrande mit 6—7 verhältnismäßig stark entwickelten Zähnen, die gegen den drittletzten allmählich an Länge zunehmen.

Kopflänge nahezu 4mal in der Körperlänge, Schnauze etwas mehr als 3mal, Augendiameter nahezu 5mal, Stirnbreite 4mal, Länge der Caudale circa $1^1/_5$ mal, Höhe des Schwanzstieles $2^3/_5$ mal, größte Rumpfhöhe circa $1^3/_5$ mal in der Kopflänge bis zum hinteren Deckelrande enthalten.

Die Länge der Fettflosse gleicht $^1/_3$ der Körperlänge.

Kopfseiten ziemlich steil abfallend. Die Kieferzähne bilden eine lange schmale Binde. Die längsten Kieferbarteln reichen kaum bis zur Spitze der Pectorale zurück. Die Länge des schlanken Occipitalfortsatzes gleicht der des Auges.

Der Schnauzenrand überragt ein wenig den Rand des Unterkiefers. Kopf glatt überhäutet.

Pectoralstachel comprimiert, geradlinig, etwas länger und stärker als der Dorsalstachel. Die Länge der Pectorale gleicht der Höhe der Dorsale und erreicht circa $^3/_4$ der Kopflänge. Die Spitze der Brustflossen fällt weit vor die Einlenkungsstelle der Ventralen, die fast genau in der Mitte der Körperlänge gelegen ist.

Ein dunkler, nicht scharf abgegrenzter Längsstreif längs der Höhenmitte des Rumpfes und an der Seiten des Kopfes.

D. 1/6. A. 11.

Nahe verwandt, wie es scheint, mit *Pimelodus (Rhamdia) parvus* Blgr. aus den Flüssen Santiago, Zamora und Bomboiza in Ecuador.

Gatt. **Pseudoplatystoma** Blkr.

58. **Pseudoplatystoma fasciatum** (L.) Blkr.

(*Platystoma fasciatum* [L.] C. V.)

Ein Exemplar, 33·5 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija bei Santander (Nr. 28).

Vulgärname; Bagre.

Rücken: dunkelgraubraun, Unterseite weiß. Schwarze Querstreifen vom Rücken die Seiten hinunter.

Gatt. **Trachycoristes** Blkr.

59. **Trachycoristes magdalenae** (Steind.) Eigenm.

(*Auchenipterus magdalenae* Steind.)

Ein Exemplar aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla (Nr. 11).

Vulgärname: Cachega.

Rücken dunkelbraun, Seiten hellbraun, grünlich gezeichnet, gegen den Schwanz zu etwas röthlich. Unterseite bis zur Anale weiß. Flossen graugrün, dunkel gezeichnet.

Fam. Pygidiae.

Cetopsinae.

Gatt. **Cetopsis** Agass.

60. **Cetopsis (Pseudocetopsis) occidentalis** Steind.

Ein Exemplar, 21·3 *cm* lang, aus dem Rio de Bodegas bei Guayaquil (Nr. II, 3).

Vulgärname: Ciego.

Kopflänge 5, Leibeshöhe unter der Dorsale 4·2 *cm*.

Färbung: Rücken rothviolett mit goldgelbem Schimmer. Seiten goldgelbgrün. Bauch weiß. Brust-, Bauch- und Analflossen roth, Rücken- und Schwanzflosse rothviolett.

Gatt. **Pygidium** Meyen (= **Trichomycterus** Val.).

61. **Pygidium** (**Trichomycterus** Val.) **quechuorum** nob.

Taf. IV, Fig. 3, 3a.

Fünf Exemplare, 5·1—6·4 *cm* lang, aus dem Rio Chile bei Arequipa, Südperu (Nr. 67).

Vulgärname: Bagre.

D. 8. A. 6—7. V. 5.

Die Kopflänge ist etwas weniger oder mehr als 5mal in der Körperlänge, $5^2/_3$—$5^3/_4$mal in der Totallänge enthalten.

Kopf deprimiert, an der breiten Oberseite querüber schwach gewölbt, vorne nahezu quer abgestutzt oder schwach gerundet. Die Kopfbreite gleicht der Kopflänge oder steht ihr ein wenig nach.

Augen winzig klein, ganz an der Oberseite des Kopfes gelegen. Stirnbreite circa 3mal, Schnauzenlänge 3mal, größte Kopfhöhe circa $1^2/_3$mal, Länge der Pectorale $1^1/_2$mal, der Ventrale 2mal, der Caudale circa $1^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten.

Die größte Rumpfhöhe (hinter dem Kopfende) steht nur bei den größeren Exemplaren unserer Sammlung wenig, bei den kleinen aber etwas bedeutender der Länge des Kopfes nach.

Die Spitze der zurückgelegten Maxillarbarteln fällt auf das Dornenbündel am Vordeckel.

Nacken ziemlich breit, querüber mäßig gewölbt, Schwanzstiel sehr stark comprimiert.

Der obere Pectoralstrahl ist bei keinem der uns vorliegenden Exemplare mit seiner Spitze über den hinteren Flossenrand vorgezogen.

Die Einlenkungsstelle der Ventralen fällt fast ganz genau in die Mitte der Totallänge; der Beginn der Dorsale liegt ziemlich weit hinter dem der Ventralen und ist circa ebenso weit von der Basis der Caudale wie von der der Pectorale entfernt. Das hintere Basisende der Dorsale endlich fällt ein wenig vor das der Anale.

Die Caudale ist am hinteren Rande schwach gerundet, bei 2 Exemplaren nahezu vertical abgestutzt.

Grundfarbe grüngrau, obere Rumpfhälfte dunkler grüngrau marmoriert oder verschwommen gefleckt; ein schmaler dunkler Streif längs der Höhenmitte des Rumpfes, zuweilen durch minder dunkle Stellen hie und da wie unterbrochen.

Was den Gattungsnamen *Trichomycterus*, der von Valenciennes vorgeschlagen wurde, anbelangt, so wird derselbe von Karl H. und Rosa Eigenmann (1890) verworfen, da Al. v. Humboldt denselben, wenngleich in ein wenig veränderter Schreibweise *(Thrichomycterus)* als Alternativum für *Eremophilus* gebrauchte, während Dr. Boulenger sich für Beibehaltung des Namens *Trichomycterus* entschieden zu haben scheint.

62. **Pygidium dispar** Tschudi var. **punctulatum** (C. V.).

(*Trichomycterus punctulatus* C. V.)

Ein Exemplar, 24 *cm* lang, aus dem Rio Chillon bei Lima (Nr. II, 20).

Vulgärname: Bagre.

D. 9.

Kopflänge ein wenig mehr als 5mal, Leibeshöhe zwischen der V. und D. etwas mehr als 7mal in der Körperlänge enthalten. Die Kopfbreite steht um circa eine Augenlänge der Kopflänge nach.

Die Dorsale liegt vor der Anale und beginnt in verticaler Richtung ein wenig hinter der Einlenkungsstelle der Ventrale, ebensoweit von dem hinteren Rande der Ventrale als vom Auge entfernt. Die Einlenkungsstelle liegt dagegen um mehr als $1/2$ Schnauzenlänge näher zum hinteren Caudalrande als zum vorderen Kopfende. Die Caudale ist, völlig ausgebreitet, vertical am hinteren Rande abgestutzt, sonst sehr schwach concav.

Flecken, kleiner als das Auge, nur am Rücken des Schwanzstieles, ferner vor und zunächst unter dem vorderen Theile der Dorsale bemerkbar. Im Leben von dunkler Grundfärbung.

Gatt. **Eremophilus** Humb.

63. **Eremophilus mutisi** Humb.

Zwei Exemplare, *a)* circa 21·2 *cm* lang, aus dem Rio Funza oder Bogotá, auf der Hochebene von Bogotá, am Markte gekauft (Nr. 35).

Vulgärname: Capitan

Kopflänge circa $5^4/_5$mal, Leibeshöhe vor der Dorsale fast 7mal in der Körperlänge, Kopfbreite $1^1/_3$mal, Kopfhöhe 2mal, Schnauzenlänge $2^1/_4$mal, Stirnbreite 3mal in der Kopflänge enthalten. Augen sehr klein, fast punktförmig. Der Beginn der Dorsale fällt nicht bedeutend vor den Beginn des letzten Längendrittels des Rumpfes.

Mundspalte bogenförmig, ihre Breite gleicht $^1/_3$ der Kopflänge.

Zähne im Unterkiefer ein wenig stärker entwickelt als im Zwischenkiefer. Zahnbinde auf ersterem in der Mitte eingeschnürt und im ganzen breiter als auf letzterem.

Maxillarbarteln kürzer als die Nasalbarteln, letztere länger als die Hälfte des Kopfes.

Unterlippen nächst den Mundwinkeln frei überhängend.

Interoperkel mit 3 Längsreihen, Deckel mit 4 Querreihen stachelartiger Borsten.

Färbung: Rücken hellbraun, Seiten graublau. Bauch hellgrau. Rücken, Seiten und Bauch dunkelmoosgrün gefleckt und gebändert, der Bauch am hellsten. Kopf oben gelblich, unten röthlich, ferner oben hellmoosgrün gefleckt. Flossen graublau, moosgrün gefleckt.

Fam. Argiidae.

Gatt. **Arges** C. V.

64. **Arges prenadilla** (C. V.) Steind.

2 Exemplare aus dem Rio Chimbo bei Guaranda, Ecuador.

Vulgärname: Prenadillo.

Fam. Loricariidae.

Subfam. *Loricariinae.*

Gatt. **Loricaria** L.

65. **Loricaria aurea** nob.

Taf. V, Fig. 1, 1 *a.*

Ein Exemplar, bis zur Basis der Caudale gemessen, 16·9 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Bodega Central (Nr. 23).

Vulgärname: Capitanejo.

D. 8. V. 6. Sc. lat. 31.

Von der nahe verwandten *Lor. rostrata* Sp. unterscheidet sich die hier zu beschreibende, nur in einem Exemplare (♀ ?) vorliegende Art durch die geringere Länge der minder zugespitzten Schnauze, die etwas geringere Zahl der Seitenschilder des Rumpfes, sowie durch die fadenförmige starke Verlängerung des oberen und unteren Randstrahles der Caudale. Letztere Eigenthümlichkeit fehlt bei *Loric. rostrata* beiden Geschlechtern.

Kopflänge circa 5mal, Höhe der fahnenartigen Dorsale circa $3^1/_6$ mal, Höhe der Anale 5mal, Länge der Pectorale circa $4^3/_5$ mal in der Körperlänge, größte Rumpfhöhe etwas weniger als 2mal, Kopfhöhe $2^1/_2$ mal, Kopfbreite $1^3/_5$ mal, Stirnbreite $3^2/_3$ mal, Augenlänge fast 10mal, Schnauzenlänge etwas mehr als $1^3/_5$ mal, Länge der Ventralen circa $1^1/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Die obere Profillinie der Schnauze ist schwach concav und fällt rascher nach vorne ab, als die Profillinie der Stirn- und Hinterhauptsgegend zur Dorsale, und zwar gerade ansteigt.

Stirne querüber sehr schwach convex, Hinterhaupt stärker gebogen. Der Abstand der hinteren Narine vom vorderen Augenrande ist nur unbedeutend größer als die Hälfte einer Augenlänge.

Augen seitlich gelegen, klein, ohne hinteren Ausschnitt; ihre Länge ist etwas mehr als $2^1/_2$ mal in der Breite des Interorbitalraumes und 6mal in der Schnauzenlänge enthalten.

Der mittlere Theil der Schnauzenoberseite springt breit, stumpfkielig über den theilweise concaven Seitenabfall der Schnauze vor. Das vordere schmale Mundsegel ist außen rauh beschuppt, das hintere breit, halbkreisförmig gestaltet und an der Unterseite papillös gleich den Eckbarteln, deren frei vorspringende Theil an Länge circa der Hälfte eines Augendiameters gleicht.

Kieferzähne klein, zahlreich, mit nach innen umgebogener Spitze von goldiger Färbung.

Occipitale nach hinten breit elliptisch gerundet; das nach hinten sich anschließende erste Nuchale ist paarig wie das folgende zweite.

Seiten des Kopfes ohne Borsten oder Zähne.

Hinter der Unterlippe liegen zahlreiche kleine Schildchen in vielen Quer- und mehreren Längsreihen dicht nebeneinander, zwischen den Pectoralen und Ventralen auf der Bauchseite 5 Querreihen von Schildern, von denen die der Außenreihe weitaus am größten sind und auf die Seiten des Rumpfes übergreifen.

Der Beginn der fahnenartigen Dorsale liegt circa $3^1/_2$ mal näher zur Schnauzenspitze als zur Basis der Caudale. Der vordere erste Strahl derselben ist wie bei allen übrigen Flossen mäßig verdickt und in verticaler Richtung ein wenig hinter dem ersten Ventralstrahle eingelenkt. Der letzte, 8. Dorsalstrahl ist mindestens $3^2/_3$ mal kürzer als der erste. Der fadenförmig verlängerte obere und untere Randstrahl der Caudale gleicht an Länge dem ganzen übrigen Körper, während die beiden mittleren kürzesten Strahlen nur eine halbe Schnauzenlänge erreichen. Die beiden Pectoralen und Ventralen sind etwas stärker säbelförmig gebogen als die Dorsale und Anale. Die größte Rumpfhöhe liegt zwischen dem Beginne der Dorsale und der Ventralen. Längs der Basis der Dorsale senkt sich die Rückenlinie rasch, hinter dieser etwas schwächer; die hintere Hälfte des Rumpfes ist vollkommen plattgedrückt.

5 Schilder längs der Basis der Dorsale und 20 Platten hinter letzterer bis zur Basis der Caudale. Die Kiele auf den Nackenplatten treten nur wenig hervor. Die Seitenkiele im vordersten Theile des Rumpfes sind schwach entwickelt und vereinigen sich an der rechten Körperseite am 13., auf der linken am 15. Schilde zu einer einfachen schneidigen Seitenkante.

Nach dem über den ganzen Körper verbreiteten Goldschimmer ist der Artname gewählt.

Das Museum zu Göttingen besitzt ein kleineres Exemplar derselben Art aus dem Rio Meta (Coll. Bürger).

Subfam. *Plecostominae.*

Gatt. **Plecostomus** Gron.

66. **Plecostomus spinosissimus** Steind.

Ein Exemplar, 31·5 *cm* lang, ♀, aus dem Rio das Bodegas bei Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 59).

Vulgärname: Rapabalsa.

Die Stacheln auf den Schuppen des Vorderrumpfes (bis zur Analgegend) sind viel schwächer entwickelt als bei dem typischen Exemplare (♂) des Wiener Museums, im minderen Grade auch die

Schuppenstacheln an dem langen Schwanzstiele. Die langen Borsten am Innenrande des Pectoralstachels fehlen.

Färbung: grau mit dunkleren Flecken.

Gatt. **Pterygoplichthys** Gill.

67. **Pterygoplichthys undecimalis** (Steind.) Eigenm.

Zwei Exemplare, das eine derselben 24·4 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija, Columbien.

Vulgärname: Coroncoro.

Ganz einfärbig dunkelgrau Beide Exemplare erhielten sich über eine Stunde lebend außer Wasser in dem Canou und krochen mit Hilfe ihrer Bauchflossen rasch auf dem Schiffsboden herum, wobei sie zugleich merkwürdige, vermuthlich durch die Bewegung der Flossen verursachte Laute von sich gaben. Sie hätten sicher noch länger außer Wasser gelebt, da sie sogar der Weingeist erst nach einiger Zeit zu tödten vermochte.

Dunklere Flecken sind nur am Kopfe und auf der Dorsale entwickelt, Columbien.

Fam. Characinidae.

Subfam. *Erythrininae.*

Gatt. **Macrodon** Müll.

68. **Macrodon malabaricus** Bloch.

(*Macrodon trahira* M. Tr., Gthr.)

Ein Exemplar, 29·3 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija, Columbien (Nr. 31).

Vulgärname: Moncholo.

L. l. 39 (+ 2 auf d. C.). L. tr. $5^1/_2$/1/5. D. 14. A. 11.

13 Schuppen vor und 9 Schuppen hinter der Dorsale von der Seitenlinie einer Körperseite zu der der anderen Seite über den Rücken gezählt.

Gesammtfarbe gelblich; Flossen gelblich mit schwarzen Flecken.

69. **Macrodon microlepis** Gthr.

Ein Exemplar aus dem Rio de Bodegas bei Babahoyo, West-Ecuador (Nr. 60).

Vulgärname: Huanchiche.

L. l. 41 (+ 2 auf d. C.).

14 Schuppen vor, 11 hinter der Dorsale von der Seitenlinie einer Körperseite zu der der anderen Seite, über den Rücken gezählt.

Kopflänge 3mal, Leibeshöhe 5mal in der Körperlänge.

Rücken grünlich; auf den Seiten schwarze Querstreifen oder Flecken. Brust- und Bauchflossen röthlich.

Gatt. **Lebiasina** C. V.

70. **Lebiasina bimaculata** C. V.

2 Exemplare, 7·6 und 15·9 *cm* lang, aus dem Rio de Bodegas bei Babahoyo, West-Ecuador.

Vulgärname: Hueja.

D. 10. A. 11. L. l. 25 (+ 2 auf d. C.). L. tr. $^{1}/_{2}/6/^{1}/_{2}$ zw. D. u. V., $^{1}/_{2}/8/^{1}/_{2}$ zw. Rücken- und Bauchlinie unmittelbar vor der D. u. V.

Leibeshöhe $3^{2}/_{3}$ mal in der Körper-, circa $4^{2}/_{5}$ mal in der Totallänge, Kopflänge unbedeutend mehr als 4 mal in ersterer, kaum mehr als 5 mal in letzterer enthalten.

Rücken grau, Bauch silberweiß. Flossen röthlich.

Subfam. *Curimatinae* C. V.

Gatt. **Curimatus** Cuv.

71. **Curimatus mivarti** Steind.

Ein Exemplar, 19·9 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija bei Santander, Columbien (Nr. 33).

Vulgärname: Bicaina.

L. l. 70—71. L. tr. 17/1/14.

Am Rücken blauer Schimmer. Bauch silberweiß. Brustflossen gelblich. Bauchflossen mennigroth.

72. **Curimatus magdalenae** Steind.

Zwei Exemplare aus einem Ciénaga bei Baranquilla (Nr. 20 pt.).

D. 3/9. A. 3/8. L. l. 37. L. tr. $6—6^{1}/_{2}/1/6^{1}/_{2}$.

Im ganzen silberglänzend, Rücken und Flossen hell gelblichgrün. Augen weiß.

Leibeshöhe $2^{3}/_{5}$ mal, Kopflänge unbedeutend mehr als $3^{1}/_{2}$ mal in der Körperlänge, Augendiameter $3^{1}/_{2}$ mal, Schnauzenlänge mehr als $3^{2}/_{3}$ mal, Stirnbreite circa $2^{1}/_{4}$ mal, größte Höhe der Dorsale unbedeutend mehr als 1 mal in der Kopflänge enthalten.

73. **Curimatus troscheli** Gthr.

Zwei Exemplare, 18·9 und 19·1 *cm* lang, aus dem Rio de Bodegas bei Babahoyo (Nr. 61).

Vulgärname: Dama.

L. l. 46—47. L. tr. $6^{1}/_{2}/1/5^{1}/_{2}$.

Rücken silberblau, Bauchseite silberweiß. Ein dunkler Fleck auf der Schwanzflosse.

Gatt. **Prochilodus** Agass.

74. **Prochilodus asper** Ltk.

Ein Exemplar, circa 18·5 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija bei Santander, Columbien (Nr. 32).

Vulgärname: Boca chico.

D. 12. A. 3/8. L. lat. 42 (+ 4 auf d. C.). L. tr. $8^{1}/_{2}/1/7$.

Leibeshöhe unbedeutend weniger als 3 mal in der Körperlänge enthalten.

Färbung: Rücken hellstahlblau, Bauch silberweiß. Brust- und Bauchflossen grau mit etwas roth. Rückenflosse grau mit dunkelgrauen, in Streifen geordneten Flecken (zwischen den letzten 9 Strahlen).

Anostomatinae.

Gatt. **Leporinus** Spix.

75. **Leporinus muyscorum** nob.

Taf. II, Fig. 2.

Ein Exemplar, 18·8 *cm* lang, aus dem Rio Lebrija, einem östlichen Nebenflusse des mittleren Rio Magdalena, bei Santander, Columbien (Nr. 34).

Vulgärname: Venton.

Körperform gestreckt, Schwanzstiel stark comprimiert, Schnauze vorne stumpfconisch gerundet, obere Profillinie des Kopfes sehr schwach concav; Nackenlinie bis zum Beginne der Dorsale ansteigend, im vorderen Theile mäßig convex, weiter zurück gerade verlaufend. Rückenlinie längs der Basis der Dorsale rascher abfallend als in ihrem weiteren Verlaufe bis zur Caudale. Kopf an der Oberseite querüber gewölbt.

Die größte Höhe des Rumpfes unmittelbar vor dem Beginne der Dorsale steht der Kopflänge mit Einschluss des häutigen Deckellappens ganz unbedeutend nach und ist $3^2/_5$ mal in der Körper-, $4^2/_3$ mal in der Totallänge, die Kopflänge mit Ausnahme des häutigen Deckellappens etwas weniger als 4 mal in der Körperlänge, die Schnauzenlänge circa 3 mal, der Augendiameter etwas mehr als $4^1/_2$ mal, die Stirnbreite $2^1/_3$ mal, die Länge der Pectorale etwas weniger als $1^1/_2$ mal, die der Ventrale etwas mehr als $1^2/_5$ mal, die Höhe der Dorsale etwas mehr als $1^1/_5$ mal in der Kopflänge mit Ausschluss des Deckellappens, die geringste Rumpfhöhe am Schwanzstiele circa $2^1/_2$ mal in der größten Rumpfhöhe enthalten. Der obere längere Caudallappen übertrifft die Kopflänge nahezu um die Länge eines Auges.

Die Narinen sind einander genähert; die vordere kleinere ist am Vorderrande gelappt und liegt nahezu in der Mitte der Schnauzenlänge.

6 Zähne im Zwischen- sowie im Unterkiefer; die beiden Mittelzähne im Zwischenkiefer am freien abgestutzten Rande einmal eingekerbt und viel kürzer als die Mittelzähne des Unterkiefers, die schräge gestellt und zugespitzt sind. Die Augenmitte liegt ein wenig näher zum vorderen als zum hinteren Kopfende. Vordeckelwinkel gerundet, hinterer Rand des Vordeckels nach hinten und unten geneigt. Noch schräger gestellt ist der obere hintere Deckelrand, der mit dem unteren Rande unter einem stumpfen Winkel zusammentrifft.

Der hintere Rand der Postorbitalia ist durch einen sehr schmalen Zwischenraum vom aufsteigenden Vordeckelrande getrennt.

Der Beginn der Dorsale fällt nur unbedeutend näher zum vorderen Augenrande als zur Fettflosse, die Einlenkungsstelle der Ventrale unbedeutend vor die Mitte der Körperlänge.

Die Dorsale ist circa $1^3/_4$ mal höher als lang, am schräge gestellten hinteren Rande schwach gerundet.

Die Spitze der angelegten Brustflossen fällt um 2 Schuppenlängen vor die Einlenkungsstelle der Ventralen, und die Spitze der letzteren circa um 5 Schuppenlängen vor den Beginn der Anale. Die höchsten der vorderen Analstrahlen sind fast genau so lang wie die Pectoralen; hinterer Rand der Anale schwach concav. Die Basislänge der Anale ist circa $1^3/_5$ mal in der höchsten Flossenhöhe enthalten.

Die Seitenlinie verläuft fast genau in der Mitte der Rumfhöhe und durchbohrt 37—38 Schuppen am Rumpfe und circa 4 auf der Caudale.

Die Schuppen zeigen an der Außenfläche 3—7 Radien und sehr zahlreiche, zarte, concentrische Streifen.

Längs der Seitenlinie 3 große, nicht scharf hervortretende graue Flecken, von denen der erste unterhalb der Mitte der Dorsale, der 2. näher zur Fettflosse als zum hinteren Ende der Dorsale, der 3. am Ende des Schwanzstieles und zum Theile auf der Caudale liegt. Über diesen 3 großen Flecken eine

2. Reihe viel kleinerer, rundlicher, gleichfalls verschwommener Flecken, nächst unter der Seitenlinie und zwischen den Flecken derselben 2—3 stark verschwommene Flecken, eine 3. Reihe bildend.

Überdies ziehen noch circa 12—14 graue, schwach ausgeprägte Binden schräge bis zur Höhe der oberen Fleckenreihe herab und nehmen in der Regel nur die Breite einer Querschuppenreihe ein.

Rücken silbergrau, Bauch weiß, Flecken grau. Bauchflossen gelb.

D. 11. A. 10. P. 17. L. l. 37—38 (+ 4 auf d. C.). L. tr. $5^1/_2/1/5$(z. V., $7^1/_2$ zur Bauchlinie).

Tetragonopterinae.

Gatt. **Tetragonopterus** Cuv.

76. **Tetragonopterus peruvianus** M. Tr.

10 Exemplare von Pacasmayo, Nord-Peru (Nr. 65), 5 aus dem Rio Rimac bei Lima (Nr. II, 21).

Vulgärname: Carachita.

A. 3/26—28. L. l. 36—37 (+ 2 auf d. C.). L. tr. + $6^1/_2/1/5^1/_2$—6 (z. V., $7^1/_2$—8 z. Bauchlinie).

Kopflänge $3^4/_5$—4mal in der Körperlänge oder mehr als $4^3/_4$—5mal in der Totallänge, Leibeshöhe $2^3/_4$- bis nahezu 3mal in der Körper-, $3^1/_2$- bis fast $3^2/_3$mal in der Totallänge, Augendiameter stets ein wenig länger als die Schnauze und etwas mehr als 3—$3^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die Länge des Auges steht der Breite der Stirne nach.

Caudale in der vorderen Längenhälfte und ein Streif längs über der Basis der Anale röthlich. Rücken bläulich, Bauch weiß.

Es unterliegt keinem Zweifel, dass wenigstens die im britischen Museum befindlichen, von Dr. Günther zu *T. microphthalmus* Gthr. (Cat. V, p. 324) bezogenen Exemplare aus dem Rio Rimac als *T. peruvianus* M. Tr. zu deuten sind. Höchst wahrscheinlich dürften die Unterschiede in der Zahl der Schuppenreihen unterhalb der Seitenlinie zwischen *T. peruvianus* und *T. microphthalmus* (6 und 8) nur auf ungleicher Art der Zählung beruhen; Müller und Troschel zählten nämlich die Schuppenreihen unter der Seitenlinie bis zur Basis der Ventrale, Dr. Günther wahrscheinlich aber bis zur Bauchlinie (8). Wenigstens bei größeren Exemplaren von *T. peruvianus* liegt stets eine sogenannte halbe Schuppenreihe längs der Basis der Dorsale, diese mag vielleicht von Dr. Günther in seiner Beschreibung von *T. microphthalmus* als eine ganze Reihe in der Schuppenformel angeführt worden sein, während sie von Müller und Troschel in der Beschreibung von *T. peruvianus* nach Exemplaren aus dem Rio Rimac übersehen wurde.

Gatt. **Brycon** M. et Tr.

77. **Brycon labiatus** Steind.

Ein Exemplar, 25·1 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla, ein zweites größeres Exemplar von Barrancas am Rio Lebrija, einem Nebenflusse des Rio Magdalena (Nr. 19).

Vulgärname: Dorado.

D. 2/9. A. 26—27 (bei dem typ. Ex. 28). L. l. 54 (+ 7 auf d. C.). L. tr. 12/1/6—7.

Das kleine Exemplar, welches der nachfolgenden kurzen Beschreibung zugrunde liegt, stimmt in der Körperform, Bezahnung der Kiefer, Zahl der Flossenstrahlen und der Rumpfschuppenreihen im wesentlichen mit dem typischen Exemplare des Wiener Museums überein, doch ist die Unterlippe schmal, scharfrandig, hängt daher nicht breit lappenförmig über den Unterkieferrand herab.

Leider sind beide Exemplare entweidet, daher nicht constatiert werden kann, ob der höhere oder geringere Grad der Unterlippenentwicklung mit dem Geschlechte überhaupt im Zusammenhange stehe

oder ob etwa nur zur Laichzeit bei den Männchen die Unterlippe sich zu einem überhängenden Lappen ausbilde und etwa als Schutzvorrichtung während der Eierentwicklung oder für die junge Brut dienen möge.

Die größte Rumpfhöhe über den Ventralen ist ein wenig mehr als 3mal in der Körperlänge enthalten.

Rücken silberlila, Unterseite weiß. Kopf- und Schwanzende mit Goldschimmer, Bauch- und Schwanzflosse roth, die übrigen Flossen grüngrau.

Gatt. **Chalcinus** C. V.

78. **Chalcinus magdalenae** Steind.

2 Exemplare, 21 und 23 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla (Nr. 12 und 13).

Vulgärname: Aranca.

Leibeshöhe etwas mehr als $3^1/_3 - 3^2/_5$ mal, Kopflänge $3^2/_5$ bis nahezu 4mal, Pectorale unbedeutend weniger als 3mal in der Körperlänge enthalten. Die Dorsale beginnt über der Anale.

Rücken silberblau, Seiten und Bauch silberweiß. Sämmtliche Flossen goldigroth.

Subfam. *Hydrocioninae.*

Gatt. **Cynopotamus** Kn.

79. **Cynopotamus magdalenae** Steind.

Ein Exemplar, 19·8 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla (Nr. 17).

Vulgärname: Chango.

A. 3/45. L. l. c. 112.

Kopflänge mehr als $3^2/_3$ mal in der Körperlänge, Schnauze fast $3^2/_3$ mal, Augendiameter circa $4^3/_5$ mal in der Kopflänge enthalten.

Färbung: Rücken silberblau, Seiten und Bauch silberweiß. Flossen grünlichgrau.

Fam. **Exocoetidae.**

Gatt. **Exocoetus** L.

80. **Exocoetus volitans** L.

(= *Ex. evolans* L., sec. Lönnb.)

Ein Exemplar, circa 19·2 *cm* lang, aus der Nähe von Guadeloupe (Nr. 3).

Leibeshöhe $5^3/_5$ mal, Kopflänge weniger als 4mal in der Körperlänge, Augendiameter $3^3/_5$ mal, Schnauze 5mal in der Kopflänge enthalten.

17 Schuppen zwischen Hinterhaupt und Dorsale, 6 zwischen letzterer und der Seitenlinie.

81. **Exocoetus (Exonautes) affinis** Gthr.

(*Exonautes affinis* Jord. et Everm.)

Ein Exemplar, circa 25·5 *cm* lang, in der Nähe der columbischen Küste zwischen La Vela und Sabanilla gefangen (Nr. 10).

D. 11. A. 11. L. l. c. 50.

Kopflänge 4mal, Leibeshöhe weniger als 6mal in der Körperlänge, Augendiameter gleich der Schnauzenlänge etwas mehr als $3^1/_3$ mal in der Kopflänge enthalten.

Dorsale und Anale gegenständig. Die Einlenkungsstelle der Ventrale fällt etwas näher zur Basis der mittleren Caudalstrahlen als zum hinteren Augenrande, und die Länge der Ventrale gleicht dem Abstande der Basis des obersten Pectoralstrahles von dem vorderen Kopfende, übertrifft somit nur wenig die Kopflänge. Die Pectorale ist ein wenig mehr als $1^1/_2$mal in der Körperlänge enthalten; ihre Spitze fällt unbedeutend hinter das Basisende der Dorsale.

Der helle, schräge, keilförmige Streif auf dem mittleren Theile der Pectorale ist nur sehr schwach angedeutet.

Fam. Hemirhamphidae.

Gatt. **Hemirhamphus** Cuv.

82. **Hemirhamphus brasiliensis** (L.) Gthr.

Ein Exemplar, 26 *cm* lang, von Fort de France, Martinique (Nr. 7).

Kopflänge $2^1/_2$mal, größte Rumpfhöhe $8^1/_2$mal, Unterkieferlänge, vom Ende des Oberkiefers gemessen, mehr als $4^3/_5$mal in der Körperlänge, Auge $4^1/_3$mal in der Kopflänge bis zur Spitze des Oberkiefers. Stirnbreite der Augenlänge gleich.

Die Pectorale übertrifft die Rumpfhöhe um $^1/_5$ ihrer Länge (wie bei *H. balao* Les., einer zweifelhaften Art). Beide Caudallappen von gleicher, wässerig grauer Färbung.

L. l. 53. D. 14. A. 12.

Insertionsstelle der Ventralen ebenso weit von der Basis der Caudale wie von der Längenmitte der Pectorale entfernt. Der innere längste Ventralstrahl ist kaum kürzer als der postorbitale Theil des Kopfes, oder circa 6mal in der Länge des ganzen Kopfes enthalten.

Fam. Cyprinodontidae.

Poecilinae.

Gatt. **Poecilia** Bl., Schn.

83. **Poecilia reticulata** Pet.

Mehrere Exemplare von Cartagena, im Brackwasser gesammelt, 2—4 *cm* lang. ♀ (Nr. 20 und 41).

P. 15. V. 6. D. 8. A. 10. L. l. 26—27. L. tr. 8.

Bei dem größten, 4 *cm* langen Exemplare ist die Kopflänge circa $3^1/_4$mal, die Körperhöhe circa in der Körperlänge, der Augendiameter etwas mehr als 3mal, die Schnauzenlänge 3mal, die Stirnbreite $1^2/_3$mal, die Höhe des comprimierten Schwanzstieles circa $1^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Die Länge des Schwanzstieles übertrifft nur unbedeutend die des Kopfes und die Länge der am hinteren Rande schwach gerundeten Caudale gleicht einer Kopflänge.

Der Beginn der Dorsale fällt circa um eine Augenlänge näher zur Basis der Caudale als zum hinteren Augenrande oder fast genau in die Mitte der Totallänge, und der Beginn der Anale unter den der Dorsale.

8 Schuppen zwischen der Dorsale und der Anale in einer verticalen Reihe. Die Spitze der zurückgelegten Ventralen erreicht nicht ganz den Beginn der Anale.

Kiefer weit vorstreckbar, mit 2 Zahnreihen besetzt. Zähne der Außenreihe hakenförmig gebogen, viel länger als die nur unter der Lupe unterscheidbaren Zähne der Innenreihe.

Bei kleinen Exemplaren von circa 2 *cm* Länge ist die Höhe des Schwanzstieles verhältnismäßig viel geringer als bei dem soeben beschriebenen 4 *cm* langen Exemplare und beträgt nur die Hälfte einer Kopflänge. Auch zeigen sich bei denselben zum mindesten am Vorderrumpfe Andeutungen schmaler dunkelbläulicher Querbinden. Schuppenränder äußerst zart dunkel punktiert.

Gatt. **Girardinus** Poey.

84. **Girardinus caucanus** Steind.

Ein Exemplar, ♀, 3·2 *cm* lang, aus einem Tümpel bei Baranquilla, dessen Temperatur 26° R. betrug (im August).

Zähne in beiden Kiefern einreihig.

Orestiasinae.

Gatt. **Orestias** Val.

85. **Orestias pentlandi** Val.

Taf. IV, Fig. 4.

Zwei Exemplare, erwachsen, aus dem Titicaca-See, Bolivien (Nr. II, 24).

Vulgärname: Boga.

Br. 5. D. 13. A. 15. P. 19. L. l. c. 58—60. L. tr. $19^1/_2$ (z. Analmündung und Rückenlinie.

Kopflänge bei einem Exemplare von 21·2 *cm* Länge circa um $^1/_2$ Augenlänge weniger als 4mal in der Körperlänge, Schnauzenlänge unbedeutend mehr als 4mal, Augendiameter circa $4^3/_4$mal, mittlere Stirnbreite $2^3/_4$mal, Länge der Pectorale $1^1/_2$mal, geringste Höhe des Schwanzstieles circa $3^1/_6$mal in der Kopflänge enthalten. 3 Schuppenreihen auf den Wangen.

Zur selben Art glauben wir auch 5 kleine, leider beschädigte und etwas gequetschte Exemplare (Nr. II, 25) beziehen zu sollen, welche mit Ausschluss der Caudale 5·1—5·5 *cm* lang sind. Der Rumpf ist wohl infolge der Quetschung unnatürlich stark comprimiert, die Kopflänge weniger als 4mal in der Körperlänge, der Augendiameter 3mal, die Schnauzenlänge 4mal, die Stirnbreite etwas mehr als $3^1/_2$mal in der Kopflänge enthalten. Der Unterkiefer ist vollkommen vertical gestellt (s. Taf. IV, Fig. 4), seine Höhe beträgt circa $^2/_7$ der Kopflänge und sein oberes Ende fällt fast in eine horizontale Linie mit dem oberen Augenrande. Wangen niedrig, nur 2 Längsschuppenreihen auf derselben. Zwischen dem hinteren Deckelende und der Basis der Caudale zählen wir 42, 46, 48 Schuppen in einer Längsreihe.

Die geringste Höhe des Schwanzstieles ist circa 2mal, die Länge der Pectorale, die nur 17 Strahlen enthält, etwas mehr als $1^1/_3$mal in der Kopflänge enthalten. Hellbraun, etwas dunkler am Rücken als in der unteren Rumpfhälfte und ungefleckt Längs der Höhenmitte des Rumpfes silberglänzend.

86. **Orestias agassizi** Val.

Taf. III, Fig. 3.

Neun Exemplare, 1·9—3·5 *cm* lang, gefangen in einem Tümpel bei Machacamac auf der Puna zwischen Chililaya und La Paz in Bolivien (Nr. 68).

Rücken grünlich grau mit dunkleren Flecken und Punkten gezeichnet.

Rücken-, After- und Schwanzflosse in gleicher Weise gezeichnet.

Längs der Höhenmitte des Rumpfes circa eine dunkle zarte Linie, auf der häufig zahlreiche Querfleckchen liegen.

Bei etwas größeren Exemplaren im Besitze des Wiener Museums aus dem See Junin fehlt bereits die dunkle seitliche Linie und die dunklen Flecken der obersten Reihe vereinigen sich zuweilen am Nacken mit jenen der entgegengesetzten Körperseite zu kurzen Querbinden, die kleineren Flecken der 2 folgenden Längsreihen zu nur wenig, unterbrochenen Längsbinden.

Fam. Clupeidae.

Gatt. **Clupea.**

87. **Clupea sagax** Jen.

Ein Exemplar, ohne Caudale circa 23·5 *cm* lang, von Antofagasta, Nord-Chile (Nr. 69).

Vulgärname: Forel (?).

D. 18. L. l. c. 55. L. tr. $12^1/_2$.

Kopflänge fast $3^2/_3$ mal, Leibeshöhe circa 5 mal in der Körperlänge enthalten. Die Einlenkungsstelle der Ventralen ist ebenso weit von der Basis der mittleren Caudalstrahlen wie vom Augencentrum entfernt.

Rücken silberblau, Bauch silberweiß, Kopf theilweise gelblich grün, Bauchflossen und Anale weiß, die übrigen Flossen grau.

Fam. Elopidae.

Gatt. **Elops** L.

88. **Elops saurus** L.

Ein Exemplar, 29·5 *cm* lang, von Guayaquil (Nr. 55).

Vulgärname: Inguiaule.

L. l. c. 104 (+ 4 auf d. C.). L. tr. 12/1/12.

Augendiameter circa $4^1/_7$ mal, Schnauzenlänge $4^1/_7$ mal, Länge der Mundspalte circa $1^3/_4$ mal in der Kopflänge, letztere fast $4^3/_4$ mal in der Totallänge enthalten.

Rücken silbergrau, Bauchseite silberweiß.

Fam. Gymnotidae.

Gatt. **Sternopygus** M. et Tr.

89. **Sternopygus humboldti** Steind.

(*Eigenmannia humboldti* J. et Everm.)

Zwei Exemplare, das vollständig erhaltene derselben 38·6 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla (Nr. 14 und 15).

Vulgärname: Raton blanco.

Kopflänge circa $10^1/_4$ mal in der Totallänge enthalten, die größte Rumpfhöhe circa $1^1/_3$ Kopflänge gleich. Schnauze etwas mehr als 3 mal in der Kopflänge, Auge $2^1/_3$ mal in der Schnauzenlänge.

Färbung: Grundfarbe weißlich, Rücken schwärzlich grün gezeichnet, unter anderem durch 2 breite Querstreifen. Kopf oben mit gelbgrünem und röthlichem Schimmer, unten fleischfarbig. Flossen hellgrau.

90. **Sternopygus aequilabiatus** Humb.

Ein erwachsenes Exemplar aus dem Rio Magdalena bei Baranquilla (Nr. 16).

Vulgärname: Raton negro.

Färbung: Gesammteindruck grau. Grundfarbe weißlich grau, über und über schwärzlich punktiert, am Nacken dichter, so dass derselbe dunkler erscheint. Punkte am Rücken schwarzbraun, am übrigen Körper mehr schwarz. An den Seiten herunter ein weißlicher Streifen. Flossen dunkelgrau.

Ein zweites Exemplar, circa 65 *cm* lang, aus dem Rio de Bodegas, West-Ecuador.

Vulgärname: Bio.

Fam. Tetrodontidae.

Gatt. **Tetrodon** L. (pt.).

91. **Tetrodon annulatus** Jen.

= *Tetr. heraldi* Gthr., *Spheroides annulatus* J. et Everm.

Ein junges Exemplar von Guayaquil (Nr. 56).

Rücken und Seiten grünlich gelb, dunkelgrünbraun getigert. Bauch weiß. Gilt als giftig.

Fam. Trygonidae.

Gatt. **Potamotrygon** Garm.

92. **Potamotrygon magdalenae** (Dum.) Steind.

Ein Exemplar, ♀, 42 *cm* lang, aus dem Rio Magdalena bei Bodega central (Nr. 24).

Vulgärname: Raia.

Der Vorderrand der Scheibe ist in der Mitte in eine kurze Spitze vorgezogen, während er bei *Potamotr. hystrix* nach Müller et Henle vollkommen abgerundet ist. Sehr kleine nadelartige Dornen liegen an den Seitenkanten des Schwanzes in dem zunächst vor der Basis der großen Schwanzstacheln gelegenen Theile.

Scheibe oval, länger als breit (21·5 *cm* gegen 18·5 *cm*). Fünf Zapfen am Boden der Mundhöhle. Mundspalte klein, ihre Breite $1^1/_2$ mal in der Entfernung der äußeren Narinenwinkeln von einander enthalten und ein wenig geringer als die doppelte Länge eines Auges.

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. *Phyllodactylus nigrofasciatus*, Cope. 2 mal vergrößert.

» 1 *a*. » » Untere Ansicht des Kopfes bei zweimaliger Vergrößerung.

» 2. *Tropidurus theresiae*, nob. In natürlicher Größe.

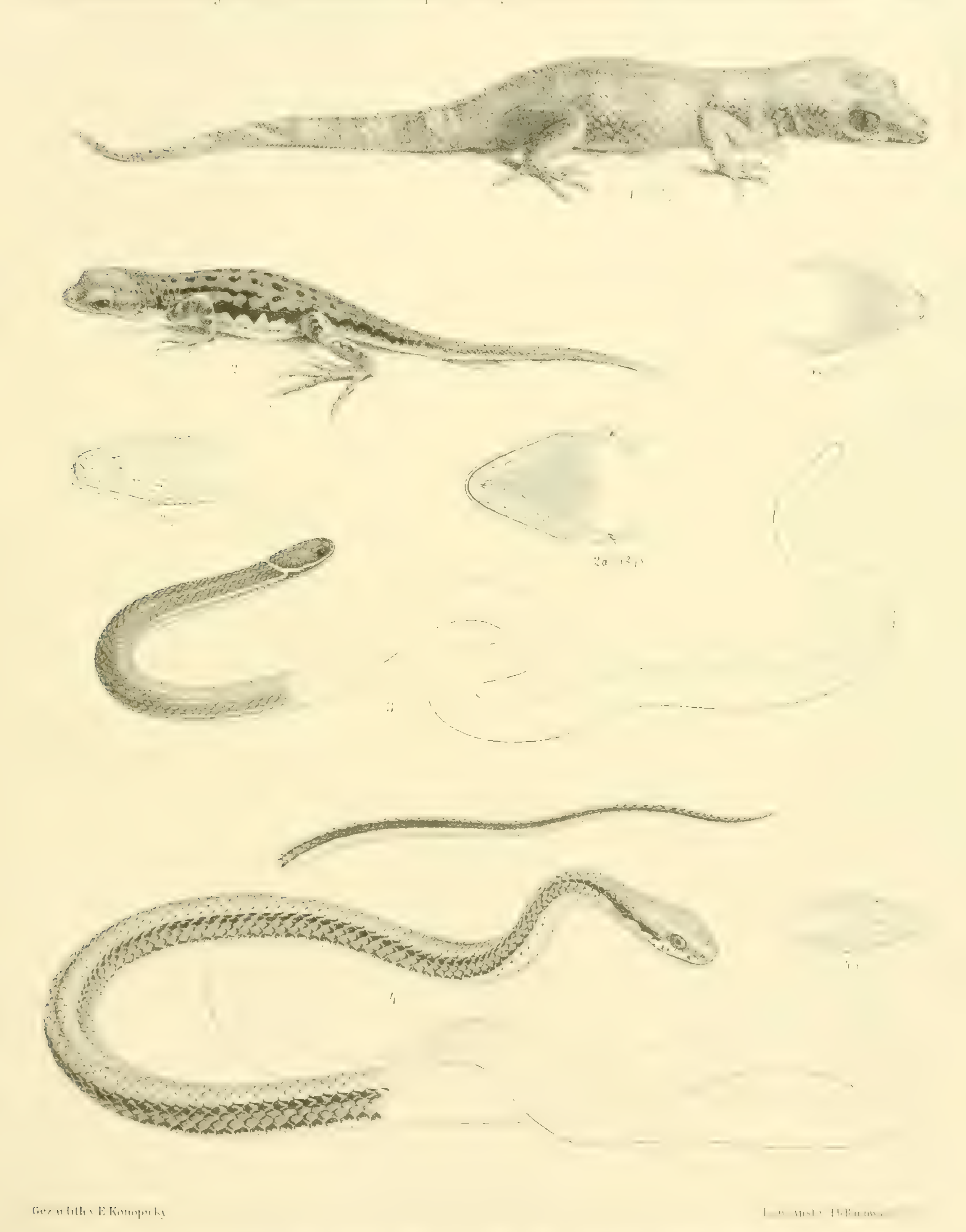
» 2 *a*. » » Unterseite des Kopfes zweimal vergrößert.

» 3. *Urotheca coronata*. nob. In natürlicher Größe.

» 3 *a*. » » Unterseite des Kopfes, zweimal vergrößert.

» 4. *Liophis atahuallpae*, nob. In natürlicher Größe.

» 4 *a*. » » Unterseite des Kopfes, zweimal vergrößert.



Gez. u lith. v. E. Konopicky

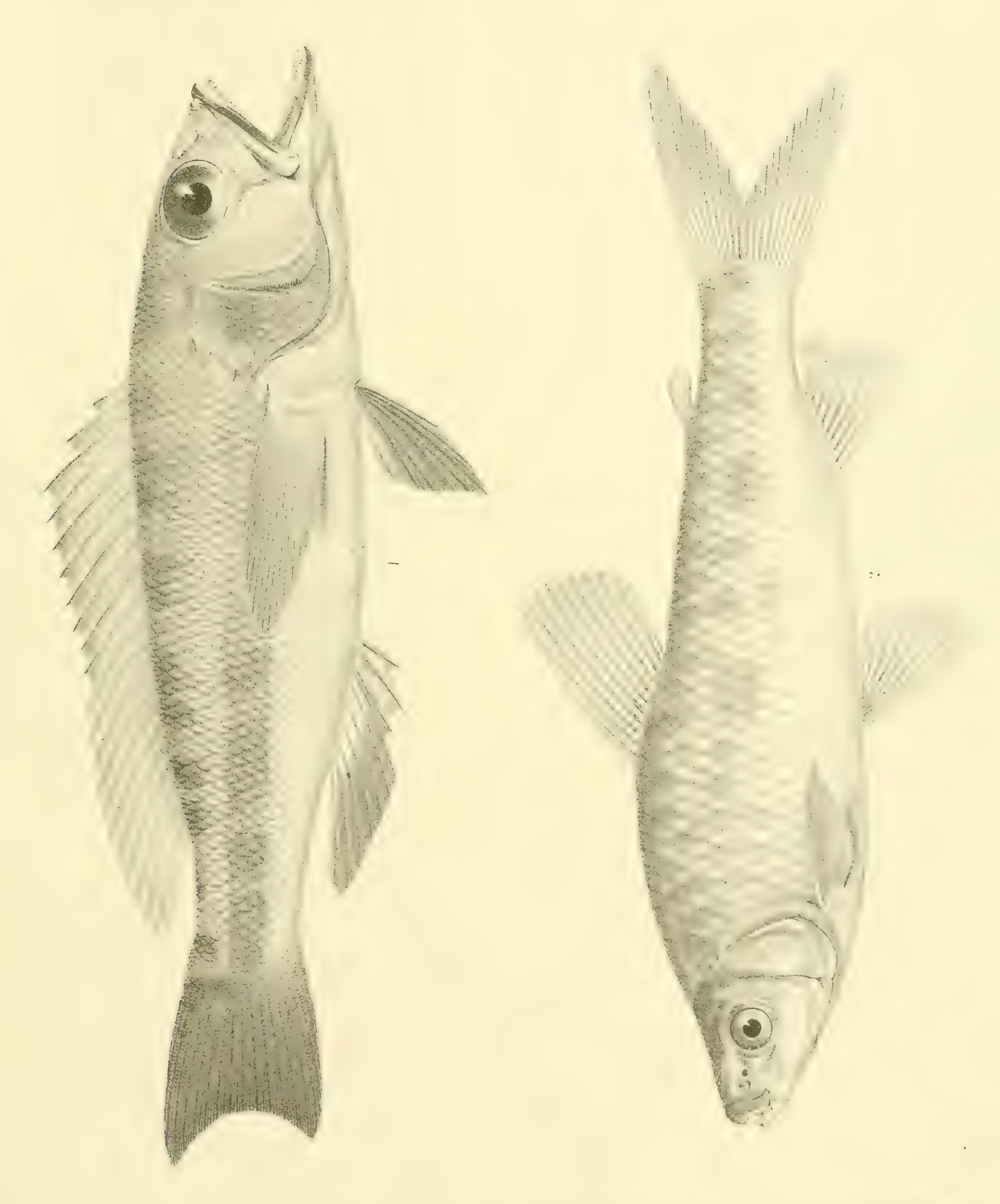


Tafel II.

Tafel II.

Fig. 1. *Serranus huascarii*, nob.

„ 2. *Leporinus muyscorum*, nob.



Gez. u. lith. v. E. Konopicky

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien



Tafel III.

Tafel III.

Fig. 1. *Pontinus dubius*, nob. in $^6/_7$ natürlicher Größe.

» 1 *a*. » » » Obere Ansicht des Kopfes in $^6/_7$ natürlicher Größe.

» 2 und 2 *a*. *Geophagus (Satanoperca) crassilabris*, Steind. jun.

» 3. *Orestias agassizi*, Val. juv.



Gez. u. lith. v. E. Konopicky

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien



Tafel IV.

Tafel IV.

Fig. 1. *Pomadasys schyri*, nob.

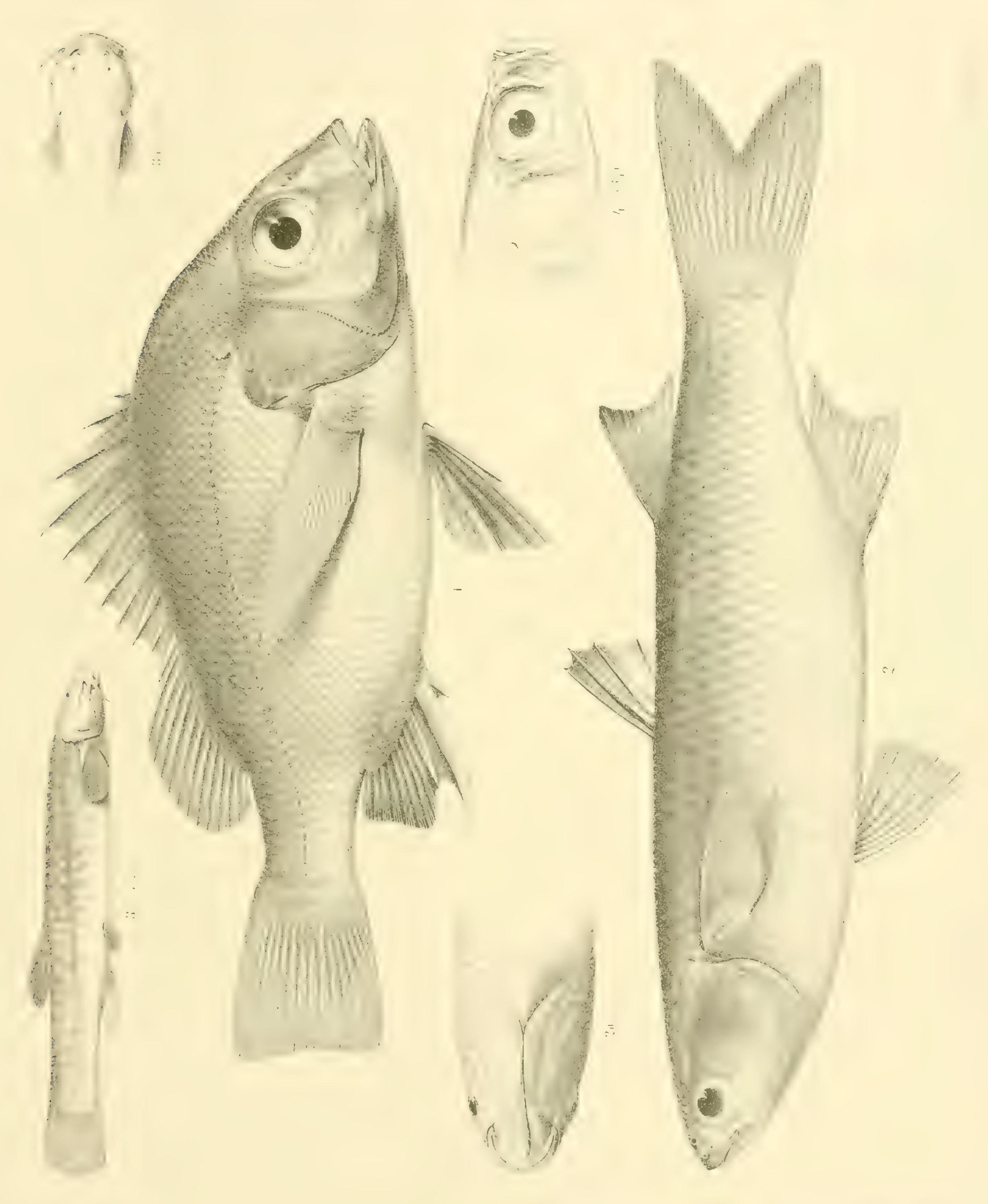
» 2. *Mugil charlottae*, nob.

2 *a*. » » » Untere Ansicht des Kopfes.

» 3. *Pygidium quechuorum*, nob., $1^1/_2$ mal vergrößert.

3 *a*. » » Obere Ansicht des Kopfes, $1^1/_2$ mal vergrößert.

» 4. *Orestias pentlandi*, Val., juv., dreimal vergrößert.



Gez. u. lith. v. E. Konopicky. Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.

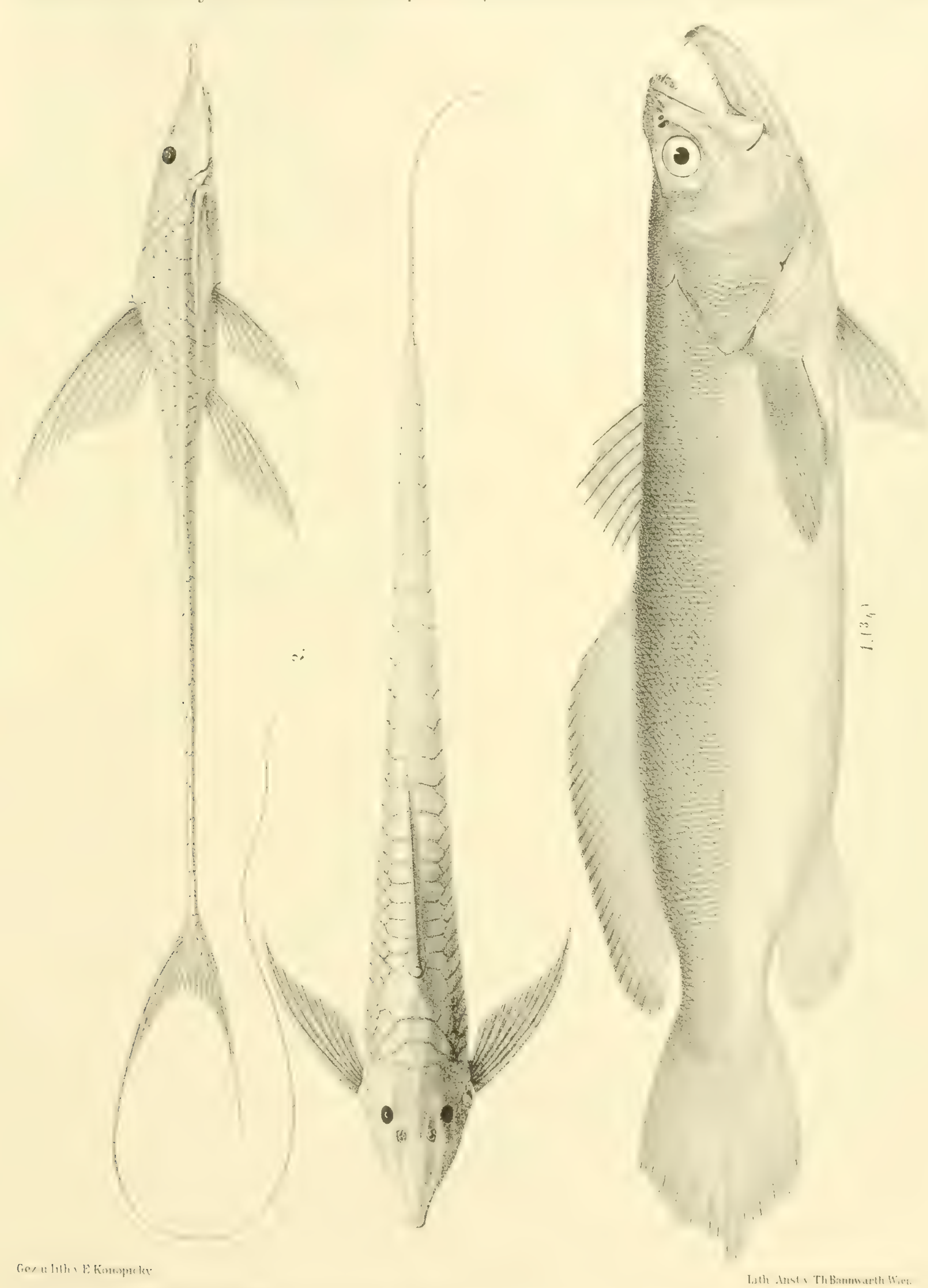


Tafel V.

Tafel V.

Fig. 1, 1 *a*. *Loricaria aurea*, nob.

» 2. *Sagenichthys ancylodon*, (Bl. Schn.) J. et Everm.



Gez. u. lith. v. E. Konopicky.

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.



DINOSAURIERRESTE AUS SIEBENBÜRGEN II

(SCHÄDELRESTE VON MOCHLODON)

MIT EINEM ANHANGE:

ZUR PHYLOGENIE DER ORNITHOPODIDEN

VON

FRANZ BARON NOPCSA JUN.

Mit 11 Textfiguren und 2 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG VOM 7. MÄRZ 1901.

Weitere Aufnahmen in der Gegend von Szentpéterfalva haben neues Material zutage gefördert, das geeignet ist, über die systematische Stellung von *Mochlodon* etwas Licht zu verbreiten.

Im Jahre 1871 beschrieb Bunzel unter dem Namen *Iguanodon Suessi* einen iguanodontiden Unterkiefer aus der Gosau der Neuen Welt von Wiener-Neustadt [1]; im Jahre 1881 creierte Seeley für diesen das Genus *Mochlodon* [2]; 1887 betont Seeley den proiguanodontiden Habitus von *Mochlodon* [3] und stellt ihn in die Nähe von *Camptosaurus (Cunmoria) Prestwichi*; 1897 wurde das Vorkommen von *Mochlodon Suessi* bei Szentpéterfalva erwähnt [4] und 1899 stellte ich für einen besonders starken *Mochlodon*-Unterkiefer die Species *Mochlodon (?) robustum* auf [5]. Genaue Vergleiche des typischen Wiener-Neustädter Exemplares mit den Resten aus Siebenbürgen haben zum Resultate geführt, dass *Mochlodon Suessi* Seeley und *Mochlodon robustum* identisch sind, und zwar, dass das Wiener-Neustädter Exemplar von *Mochlodon Suessi* nichts anderes als die Jugendform dieses Dinosauriers repräsentiert. Da der Name *Mochlodon Suessi* bereits 1881 gegeben wurde, gehört diesem die Priorität und die Reste sollen im folgenden unter diesem Namen beschrieben werden.

Für die Systematik der Ornithopodiden war das Studium des primitiven *Mochlodon* nicht ohne Belang. Auf Grund dieser hiebei gesammelten Erfahrungen wurden nämlich alle Ornithopodiden mit Ausschluss der Hadrosauriden in eine Gruppe die Kalodontiden zusammengefasst und den Hadrosauriden als gleichwertig gegenübergestellt.

[1] Bunzel, Abhandl. d. k. k. geol. Reichsanstalt Wien, 1871, p. 8.

[2] Seeley, Quart Journ. Geol. Soc. 1881, p. 624.

[3] » Rep. brit. Ass. Adv. Science 1887, p. . .

[4] Nopcsa, Verhandl. k. k. geol. Reichsanstalt Wien, 1897 p. 274.

[5] » Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 579.

Die Schädelreste von *Mochlodon*, die im folgenden beschrieben werden sollen, entstammen fast alle demselben Neste, das die Schädelreste von *Limnosaurus* und außerdem bis jetzt gegen 170 verschiedene Knochen[1] geliefert hat, dessen Reichthum aber trotz ausgiebiger Nachgrabungen noch immer nicht ganz erschöpft zu sein scheint.

Mochlodon war scheinbar einer der häufigsten Dinosaurier der Gegend von Szentpéterfalva. Es sind mir im ganzen Zahnreste von wenigstens fünf verschiedenen Thieren bekannt.

Analog wie bei voriger Arbeit ist dieser ein Verzeichnis der Kalodontiden beigegeben. Eine Synopsis sämmtlicher Dinosaurier soll demnächst im »Földtani közlöny« (Budapest) erscheinen.

Die Literatur ist aus dem 1899 gegebenen Verzeichnisse ersichtlich, außerdem sind noch folgende Arbeiten in Betracht gezogen worden:

Burckhardt, On *Hyperodapedon Gordoni*; Geolog. Magazine 1900;

Case, Significance of certain changes in the temporal region; American Naturalist 1898.

Credner, Die Stegoceph. des Rothliegenden *(Kadaliosaurus)*; Zeitschrift der deut. geol. Gesell. 1887;

Cope, Credner on Palaeohatteria; American Naturalist, 1889;

Gervais, Zoologie et Paléontologie générale; Paris 1869—1876;

Osborn, Reconsideration of the evidence for a common Dinosaur-Avian stem in the permian; American Naturalist, 1900;

Osawa Gakutaro, Beiträge zur Anatomie der *Hatteria punctata*; Archiv f. mikroskopische Anatomie 1898;

Halaváts, A hunyadmegyei Uj Gredistye, Lunkány, Hátszeg környékének földtani viszonyai. Magy. kir. földtani intéz. évi jelentése, Budapest 1900.

Nopcsa, Jegyzetek Hátszeg vidéke geologiájához; Földtani Közlöny, Budapest 1899.

Übersicht der Kalodontiden.

1. *Iguanodon Mantelli* Owen.

Mantell, Phil. Transact. Roy. Soc. 1825, 1841, 1848, 1849.

Owen, Rep. Brit. ass. adv. of Science 1841; Foss. Rept. cretac. form.; Foss. rept. wealden form. (Palaeontogr. soc. 1851,1855); Odontography 1840/5.

Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1871, 1874, 1878, 1885, 1886.

Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1875.

Boulenger, Bull. Ac. roy. belg. 1881.

Dollo, Bull. Musée roy. belg. 1882—1884.

Huxley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1886.

Struckmann, Zeitschrift d. deut. geol. Gesell. 1894.

Sauvage, Direction des traveaux géolog. de Portugal 1897/8; Bull. soc. géol. France 1898, 1896.

Andrews, Annals a. Mag. nat. hist. 1897.

Schädelfragmente (1871, 1897), Maxilla; Zähne; vertebr. axis, cervic., dors., lumb., sacr., caud; Sternum; Coracoid, Humerus, Radius, Ulna, Femur, Tibia, Fibula, Phalanges, Astragalus. Ganze Skelette bei Bernissart.

2. *Iguanodon bernissartensis* Boulg.

Syn. *Iguanodon Seeleyi* Hulke.
Cetiosaurus brevis Owen (partim).
Pelorosaurus Owen (partim).

Owen, Report Brit. ass. adv. science 1841.

Melville, Phil. Transact. Roy. Soc. 1849.

[1] Gegen 85 im Vorjahre (Nopcsa, Denkschr. d. k. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 555).

Dupont, Bull. Ac. roy. belg. 1878.
Boulenger, Bull. Ac. roy. belg. 1881.
Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1881—1883.
Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1882.
Baur, Zoolog. Anzeiger 1885.
Marsh, Amer. journ. of Science 1895.
Lydekker, Catalogue of foss. rept. Brit. Mus.

Ganzes Skelet bekannt.

3. *Iguanodon Exogyrarum* (?) Fritsch.

Fritsch, Fische und Reptilien der böhm. Kreide, Prag 1878.

Ausguss einer Tibiamarkröhre!

4. *Iguanodon Dawsoni* Lydekker.

Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1888; catalogue of foss. rept. Brit. Mus.

Vertebrae dorsales, Sacrum, Hämapophysenfragment, Scapula, Rippenfragmente, Ilium, Ischium, Pubis (acetabulares Ende), Tibia, Metatarsalia.

5. *Iguanodon Fittoni* Seeley.

Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1890 und Catalogue foss. rept. Brit. Mus.

Sacrum, Ilium, Ischium.

6. *Iguanodon Hollingtonensis* Seeley.

Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1890 und Catalogue foss. rept. Brit. Mus.

Vertebrae dorsales sacrales caudales; Scapula, Ulna, Radius, Polex, Femur, Tibia, Fibula, Metatarsalia.

7. *Rhabdodon priscum* Matheron.

Matheron, Mémoir. Ac. imp. Marseille 1869.
Gervais, Zool. et Paléontol. général. Paris 1869—1876.

Dentale, Humerus, Tibia, Vertebrae dorsales caudales, Femur.

8. *Mochlodon Suessi* Bunzel sp.[1].

Syn. *Iguanodon Suessi* Bunzel.
Mochlodon robustum Nopcsa.

Bunzel, Abhandl. d. k. k. geol. Reichsanst. Wien 1871.
Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881.
Nopcsa, Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanst. Wien 1897.
Nopcsa, Denkschriften d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899.

Parietale (?), Squamosum, Quadratum, Maxillare, Articulare, Dentale, Scapula fragment (?).

9. *Hypsilophodon Foxii* Huxley.

Syn. *Iguanodon Foxii* Owen.
Iguanodon Mantelli Owen (partim).

Huxley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1870.
Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, 1874, 1876.
Owen, Foss. Rept. Weald. form. 1874.
Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882.

Mehrere Schädel, Vertebrae cervicales, dorsales, lumbares, caudales; Scapula, Coracoid, Humerus, Radius, Ulna, Manus, Rippen, Ilium, Ischium, Pubis, Femur, Tibia, Fibula, Metatarsalia, Pes.

10. *Camptosaurus Leedsi* Lydekker.

Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1889.

Femur.

[1] Gewisse Dinosaurierreste (ein Oberkieferfragment und einige Zähne), von denen mir Professor Depéret noch unbeschriebene Abgüsse schickte, zeigen so große Ähnlichkeit mit *Mochlodon*-Resten, dass sie jedenfalls mit diesem Genus zu vereinigen sind.

11. *Camptosaurus dispar* Marsh.
    Syn. *Camptonotus dispar* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1879, 1894. Dinosaurs of N. America 1895.
  Ganzes Skelet bekannt.

12. *Camptosaurus amplus* Marsh.
    Syn. *Camptonotus amplus* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1879. Dinosaurs of N. America 1895.
  Linker Fuß.

13. *Camptosaurus medius* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1894; Dinosaurs of N. America 1895.
  Die erhaltenen Reste nicht genauer angegeben.

14. *Camptosaurus nanus* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1894; Dinosaurs of N. America 1895.
  Die erhaltenen Reste nicht genauer angegeben.

15. *Camptosaurus Prestwichi* Lydekker.
    Syn. *Iguanodon Prestwichi* Hulke.
    Cumnoria Prestwichi Seeley.
    Iguanodon Hoggii Owen.
  Owen, Foss. rept. wealden form., 1874.
  Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1880, 1888.
  Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1882.
  Seeley, Rep. Brit. ass. adv. Science 1887.
  Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1889.
  Williston, American Naturalist 1890.
  Sauvage, Bull. soc. geol. de France 1894, 1897; Direct. des travaux géol. de Portugal 1897/8.
  Schädelfragmente, Zähne, Vertebrae cervicales, dorsales, lumbales, sacrales, caudales; Scapula, Coracoid, Humerus (proximales Ende), Tibia, Fibula, Ilium, Ischium, Pubes, Femur, Tarsus, Metatarsus.

16. *Camptosaurus valdensis* Lydekker.
  Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1889.
  Unterkieferfragment, Femur.

17. *Camptosaurus Inkeyi* Nopcsa.
  Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899.
  Unterkieferfragment.

18. *Nanosaurus agilis* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1877; Dinosaurs of N. Amerika 1895.
  Unterkiefer, Zähne, Tibia, Femur.

19. *Nanosaurus victor* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1877.
  Skelettheile (Tibia, Metatarsale), keine genaue Angabe.

20. *Nanosaurus rex* Marsh.
  Marsh, Dinosaurs of N. America 1895.
  Keine genaue Angabe.

21. *Dryosaurus altus* Marsh.
    Syn. *Laosaurus altus* Marsh.
  Marsh, Amer. journ. of Science 1878, 1894; Dinosaurs of N. America 1895.
  Ganzes Skelet.

22. *Laosaurus celer* Marsh.
   Marsh, Amer. journ. of Science 1878; Dinosaurs of N. America 1895.
   Wirbel und Extremitätenreste.

23. *Laosaurus gracilis* Marsh, ebendaselbst.
   Vertebrae lumbares, caudales, Tibia.

24. *Laosaurus consors* Marsh, ebendaselbst.
   Keine genauere Angabe.

25. *Craspedodon louzéensis* Dollo.
   Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883.
   Zahn.

Mochlodon Suessi Bunzel.

Vom Schädel von *Mochlodon* liegen bisher folgende Reste vor:

A. Von einem großen, fast ausgewachsenen Exemplare von Szentpéterfalva: ein Dentale *(Mochlodon robustum antea*[1]*)* (tab. II, fig. 17, 18), ein rechtes Articulare (tab. I, fig. 9—11), ein rechtes Quadratum (tab. I. fig. 4—7) und zwei Oberkieferzähne (ein größerer, tab. II, fig. 1—3 und ein kleinerer).

B. Von einem mittelgroßen Exemplare von ebenda: das Fragment des linken Squamosums, ein rechtes Dentale und ein Zahn des Unterkiefers (tab. II, fig. 13).

C. Von einem kleineren Individuum von ebenda: das rechte (tab. I, fig. 1—3) sowie ein Fragment des linken Squamosums, ein rechtes Quadratum, ein linkes Dentale (tab. II, fig. 19), mehrere Ober-, Zwischen- und Unterkieferzähne (tab. II, fig. 4—9, 14—16).

D. Zwei isolierte Unterkieferzähne, von denen der eine in der k. ung. geol. Landesanstalt, der andere (tab. II, fig. 10—12) in meiner Sammlung ist; von zwei verschiedenen Individuen. Fundort: Szentpéterfalva.

E. Ein junges Exemplar von Wiener-Neustadt, von dem ein fragliches Parietale (Beschreibung siehe Seeley, Quart. Journ. geol. Soc. 1881), ein Dentale[2], Ober-, Unter- und Zwischenkieferzähne (?).

Im folgenden sollen die einzelnen Individuen wie oben mit den laufenden Buchstaben *A*—*E* bezeichnet werden.

Das vorliegende Material, obzwar spärlich, genügte indes doch, um die wesentlichsten Grundzüge des Schädelbaues bei *Mochlodon* erkennen und seine systematische Stellung feststellen zu können.

Bruchstück des Parietale.

Eine genaue Beschreibung dieses Knochenfragmentes hat Seeley 1881 gegeben[3], der Knochenrest selbst ist von Bunzel abgebildet[4], und da seither diesbezüglich kein neues Material vorliegt, kann man von einer neuen Beschreibung füglich absehen.

Bruchstück eines Maxillare aus Südfrankreich.

Ein interessantes Maxillarfragment, das, wie schon erwähnt, dem Genus *Mochlodon* angehört, wurde von Professor Depéret in den »argilles rutillants« der Montagne noire gefunden. Es zeigt dieses Stück, dass sich das Jugale nur sehr weit hinten an das Maxillare ansetzte, dass es vom Schädel weniger weit abstand als bei *Iguanodon* oder *Limnosaurus* und dass die maxillare Apophyse des Intermaxillare

[1] Nopcsa, l. c. 1899, p. 579.
[2] Seeley, l. c. 1881, p. 624.
[3] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, p. 627.
[4] Bunzel, Abhandl. d. k. k. geol. Reichsanstalt 1871, tab. V, Fig. 11.

gegen hinten nicht so weit wie bei *Camptosaurus* aber weiter als bei *Hypsilophodon* (daher ungefähr so weit wie bei *Iguanodon*) reichte. Die Alveolen sind verhältnismäßig seichter als bei *Limnosaurus*. Im allgemeinen zeigt es primitive Eigenschaften. Sonst ist vom Oberkiefer von *Mochlodon* nichts bekannt.

Squamosum.

Das Squamosum (tab. I, fig. 1—3) zeigt im allgemeinen ähnliche Gestalt wie bei *Iguanodon*[1] und unterscheidet sich auf den ersten Blick durch die längere Entwicklung der parietalen Apophyse von dem bei *Camptosaurus*[2]. Der folgenden Detailbeschreibung ist das rechte Squamosum des Individuums *C* zugrunde gelegen (tab. I, fig. 1—3).

Von oben betrachtet, kann man drei Partien unterscheiden: die vorspringende Gelenksgrube für das Quadratum, ferner einen vorderen, gegen das Postfrontale, und einen einwärts und rückwärts gegen das Parietale gerichteten Ast.

In der Mitte, sowie auf der parietalen Apophyse ist das Squamosum glatt, dabei gegen vorne und rückwärts etwas gewölbt, und nur die postfrontale Apophyse zeigt weit vorne eine flache, scharf begrenzte Ausnehmung.

Eine zweite, rinnenartige, gegen vorne breiter werdende Vertiefung ist bei *Mochlodon* ganz am vorderen Ende der postfrontalen Apophyse, auf deren Innenrand bemerkbar. Da der obere Schläfenbogen bei *Limnosaurus* an dieser Stelle fehlt, konnte dieses Detail hier nicht beobachtet werden. Beide Ausnehmungen scheinen aber nichts anderes als Eindrücke des Postfrontale zu sein, das sich in diesem Falle ähnlich wie bei *Hatteria* über das Squamosum gelegt haben muss.

Der Innenrand der postfrontalen Apophyse, der die obere Schläfenöffnung gegen außen begrenzte, ist stark beschädigt, und nur auf der Außenseite ist die ursprüngliche Begrenzung des Squamosum von vorne bis hinter die quadratische Gelenksgrube vollständig erhalten geblieben, der äußere (resp. hintere) Rand der parietalen Apophyse ist ziemlich beschädigt aber doch zu erkennen, und dasselbe gilt auch vom inneren (resp. vorderen) Rande des genannten Fortsatzes.

Indem sich der Außenrand der postfrontalen Apophyse erst gegen rückwärts, dann gegen außen und hierauf schräge vor und auswärts krümmt, springt der dahinter gelegene Theil des Squamosums vor und dieses selbst ist daher bei der Articulationsfläche des Quadratum bedeutend breiter, als dies etwas weiter gegen die Mittellinie des Schädels der Fall ist. Dies ist ein großer Unterschied von *Limnosaurus*, wo die Gelenksgrube fast gleich breit ist, wie die weiter innen gelegenen Partie. Ferner kann bei *Limnosaurus* kein Vorspringen der quadratischen Gelenksgrube beobachtet werden, und in diesem Punkte erinnert *Mochlodon* eher an *Iguanodon bernissartensis*[3].

Die Gelenksgrube für das Quadratum selbst ist auch anders als bei *Limnosaurus* gestaltet. Bei *Limnosaurus* hat sie die Gestalt einer horizontal liegenden Ellipse, bei *Mochlodon* hingegen die eines stumpfen, gleichschenkligen Dreieckes mit abwärts gekehrter Spitze. Bei *Iguanodon* ist sie gegen unten, bei *Limnosaurus* gerade gegen außen gerichtet, während sie bei *Mochlodon* schräge aus- und abwärts gerichtet gewesen sein dürfte. Die obere Schläfenöffnung war daher wahrscheinlich zum Theile auch von der Seite sichtbar.

Eine schwache, präquadratische und eine stärkere, unten hinter der Mitte der Gelenksgrube abwärts gerichtete, postquadratische Apophyse scheinen das Quadratum unbeweglich festgehalten zu haben. Von diesen beiden Apophysen ist aber fast nicht einmal die Ansatzstelle erhalten und nur eine geringe Wölbung des Knochens an der betreffenden Stelle zeigt ihre ehemalige Existenz.

---

[1] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 2.

[2] Marsh, Dinos. of N. America, tab. 53, fig. 2.

[3] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 2.

Das Quadratum war, nach der Gestalt der Gelenksgrube zu urtheilen, mit dem distalen Condylus ähnlich wie bei *Hypsilophodon*[1], *Camptosaurus*[2] und *Iguanodon*[3] gegen vorne und unten gerichtet: Seine obere Gelenksgrube im Squamosum ist nämlich nicht wie bei *Limnosaurus* überall gleich tief, sondern ihr tiefster Punkt fällt bedeutend hinter die Mitte, so dass der rückwärtige Rand der Gelenksgrube gegen den tiefsten Punkt bedeutend steiler abfällt als der vordere; das Quadratum stemmte sich scheinbar gegen hinten und seine oben erwähnte Neigung wird daher sehr wahrscheinlich.

Diese Lage des Quadratbeines lässt nun wieder auf eine kurze Entwicklung der postcoronoidalen Partie des Unterkiefers schließen, was sich mit dem, was von *Iguanodon*[4] bekannt ist, deckt und in Gegensatz steht zu *Limnosaurus*[5] und *Camptosaurus medius*[6].

Für die schräge Stellung des Quadratum spricht übrigens noch ein Umstand, nämlich die Neigung jener Leiste, die wie bei *Hatteria* den oberen Rand der pterygoidalen Apophyse des Quadratum mit der Basis des Squamosum verbindet. An der unteren Spitze der mehrfach erwähnten Gelenksgrube beginnend und bis an den vorderen Rand der parietalen Apophyse verlaufend, bemerkt man an der unteren Seite des Squamosum einen starken Kiel, der bei *Limnosaurus* fehlt[7], bei *Mochlodon* jedoch, wenn auch sehr beschädigt, gut beobachtet werden kann.

Da sich bei *Hatteria* die Verbindung des Squamosum mit dem Quadratum in der Höhe des Foramen magnum vollzieht, das Squamosum von da aus noch bis an das Parietale emporsteigt und hiedurch eine große Fossa hyperparotica bildet, trennen sich gleich anfangs der aufsteigende parietale und der horizontale quadratische Fortsatz des Squamosum. Es erscheint auf diese Weise das, was wir bei *Hatteria* als horizontalen Fortsatz sehen, bei *Mochlodon* wegen der hinaufgerückten Lage der quadratischen Gelenksgrube als Leiste an der Basis des Squamosum.

Der Verlauf der das Squamosum durchbohrenden Gefäßcanäle (?) zeigt genau denselben Verlauf wie bei *Hatteria*. Sie durchbohren die quadratische Leiste des Squamosum so wie bei *Hatteria* von hinten und außen gegen vorne und innen, und ein Ast dringt in die Gelenksgrube des Quadratum hinein.

Um sich auf die pterygoidale Apophyse des Quadratum anlegen zu können, muss die quadratische Leiste des Squamosum dieselbe Neigung wie das Quadratum (resp. seine pterygoidale Apophyse) selbst gehabt haben, und da sie schräge unten und vorne gerichtet ist, müssen wir für das Quadratum nothgedrungen gegen dieselbe schräge vor und abwärts geneigte Lage annehmen.

Der gänzliche Mangel einer quadratischen Apophyse bildet einen der wesentlichsten Unterschiede zwischen dem Squamosum von *Limnosaurus* und *Mochlodon*. *Mochlodon* zeigt hiebei Verhältnisse, die mehr an *Hatteria* erinnern, daher primitiver sind, während das Verschwinden dieser Leiste bei *Limnosaurus* wohl mit der Beweglichkeit des Quadratum zusammenhängt. Bei *Iguanodon* und den übrigen Ornithopodiden finden sich über dieses Detail keine Angaben, wohl deshalb, weil diese Verhältnisse nur an isolierten Squamosen constatiert werden können.

Während die postfrontale Apophyse und die Wand der das Squamosum durchbohrenden Gefäßeindrücke auf der Unterseite, und wie schon erwähnt, die ganze Oberseite des Squamosum mit Ausnahme jener Stelle, wo es mit dem Postfrontale in Berührung trat, glatt sind, ist die parietale Apophyse auf ihrer Unterseite rauh, und diese Rauheit erstreckt sich, eine länglich rhomboidale Fläche bildend, bis fast unmittelbar an die Gelenksgrube des Quadratum. Diese rauhe Fläche wird durch einen schräge vor- und einwärts verlaufenden Rücken in zwei ungleiche Theile zerlegt, die nur als Ansatzstellen fürs Parietale

---

[1] Marsh, Dinos. of N. America 1895, tab. 84.

[2] Marsh, Dinos. of N. America 1895, tab. 53, fig. 1.

[3] Dollo, Bull. mus. roy. belg. tab. IX, fig. 1.

[4] Dollo, Bull. mus. roy, belg. 1883, tab. IX, fig. 3, 4.

[5] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 578.

[6] Marsh, Dinos. of N. America 1895, tab. 53, fig. 1.

[7] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. 3, fig. 1.

und Paroticum gedeutet werden können, und zwar müssen sich an der medianwärts gelegenen Fläche das Parietale, an der weiter außen gelegenen jedoch das Paroticum angelegt haben.

Das Paroticum scheint so wie bei *Hatteria* nahe an die Gelenksgrube des Quadratum herangereicht zu haben, während die lange squamose Apophyse des Parietale, die fast bis an das Paroticum reichte, an *Varanus niloticus* erinnert.

Ist diese Deutung der beiden rauhen Flächen richtig, so beweist dies, dass Parietale und Paroticum weiter von einander entfernt waren, als es bei *Limnosaurus* der Fall gewesen zu sein scheint, und dass eine ausgesprochene hypoparotische Öffnung vorhanden gewesen sein muss.

Wie wir sehen, unterscheidet sich das Squamosum von *Mochlodon* in vielen Punkten von dem bei *Limnosaurus*, erinnert stärker an *Hatteria* und zeigt viele primitive Merkmale.

Quadratum

Das Quadratum (tab. 1, fig. 4—8) erinnert ganz an den entsprechenden, von Hulke 1882 abgebildetem Knochen von *Hypsilophodon Foxii*[1], ist daher völlig von dem bei *Limnosaurus* verschieden und nur mit Mühe lassen sich seine einzelnen Theile mit denen von letzteren identificieren.

Wo nicht besonders hervorgehoben, bezieht sich die Beschreibung auf das rechte Quadratum des fast ausgewachsenen Exemplares *A*.

Sein Querschnitt ist knapp oberhalb des Gelenkkopfes querelliptisch. Weiter oben dreht sich der Knochen etwas, vorne bekommt er eine gegen oben immer stärker werdende tiefe Einbuchtung und erhält so einen **U**-förmigen Querschnitt. Einen ähnlichen Querschnitt zeigt auch das Quadratum + Quadratojugale von *Hatteria*[2], bei *Mochlodon* nimmt jedoch an dieser Bildung das Quadratojugale, das nicht bis an den distalen Condylus gereicht haben dürfte, nicht theil.

So wie bei *Hatteria* und im Gegensatze zu *Limnosaurus* senkt sich der distale Gelenkskopf auf der Innenseite bedeutend tiefer als auf der Außenseite, das Supraangulare scheint daher nicht auf die gleiche Höhe wie das Articulare gereicht zu haben.

Von hinten betrachtet, verdünnt sich der Gelenkskopf gegen oben zu einem flachen geraden Schaft, der von beiden Kanten (der inneren und der äußeren) je einen Flügel entsendet. Der Schaft selbst, in seinem oberen Theile etwas gegen rückwärts gebogen (Exemplar *D*), ist weder wie bei *Hatteria* von vorne nach hinten noch wie bei *Iguanodon* von außen nach innen durchbohrt[3], sondern so wie bei *Limnosaurus* homogen und erinnert an die Lacertilier, obzwar auch hier eine anteroposteriore Verdünnung bemerkbar ist, die bei *Mochlodon* völlig fehlt.

Von den beiden früher erwähnten Flügeln, die auch bei *Hatteria* vorhanden sind, entspricht der innere der pterygoidalen, der äußere der jugalen Apophyse des Quadratum; letzterer wurde wahrscheinlich vom Quadratojugale belegt. Beide reichen bis an den distalen Condylus herab, und zwar entspringt die pterygoidale an dem tiefer gelegenen inneren, die jugale an dem äußeren Scheitel des elliptischen Gelenkskopfes.

Während der jugale Flügel von der Basis beim Condylus bis hinauf auf den Schaft des Quadratum von letzterem deutlich zu trennen ist, geht der pterygoidale gegen unten durch eine sanfte Wölbung allmählich in den unteren inneren Theil des Quadratumschaftes über. Ungleich bei *Limnosaurus*, wo die pterygoidale Apophyse senkrecht auf die Längsaxe des Schädels gestellt ist[4], ist sie bei *Mochlodon* schräge ein- und vorwärts gerichtet, und nur in der halben Höhe der pterygoidalen Apophyse bemerkt man eine flache, muldenförmige Vertiefung, die dadurch entsteht, dass hier der Flügel eine etwas senkrechtere Lage gegen den Schädel einnimmt.

---

[1] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1882. tab. 72, fig. 1.

[2] Brühl, Zootomie, Wien, tab. 148, fig. 8.

[3] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 1, p. 238.

[4] Nopcsa, Denkschrift. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 574.

Diese im allgemeinen schräge Stellung des pterygoidalen Flügels erinnert an *Hatteria*, an die Iguanodontiden[1] und einige Hadrosauriden[2] und scheint mir darauf zu weisen, dass das Hinterhaupt bei *Mochlodon* bei weitem nicht so verkürzt, die Kiefer daher lange nicht so gegen hinten verlängert waren, wie bei dem hoch specialisierten *Limnosaurus*[3]. Eine Folge dieser Verlängerung der Kiefer, resp. der Verkürzung des Craniums dürfte auch die Reduction des Hirnes sein, die bei *Claosaurus* und *Limnosaurus* bemerkbar ist. *Camptosaurus*, der noch primitivere Kiefergestaltung aufweist, hat ein relativ viel größeres Hirn als der specialisierte *Claosaurus*, und dasselbe dürfte auch nach der Reconstructionsfigur von Marsh zu urtheilen, für *Hypsilophodon* gelten.

Sehr stark ist bei *Mochlodon* die jugale Apophyse des Quadratum entwickelt (Exemplar *D*). Innen an ihrem unteren dicken Theile ist eine kleine Gefäßöffnung wie bei *Hatteria* bemerkbar, weiter oben erhebt sie sich zu einem breiten, dünnen, gerade nach vorne gerichteten, flügelartigen Fortsatz, der keine Einwärtskrümmung aufweist, und an den sich, wahrscheinlich wie bei *Hatteria*, vorne das Jugale und höher oben wie bei *Iguanodon*[4] das Quadratojugale anlegten, was wieder für die unbewegliche Stellung des Quadratum sprechen würde. Die starke Entwicklung dieser Apophyse zeugt wieder, wenn man sie mit dem Rudimente, das wir bei *Limnosaurus* mit diesem Namen bezeichneten[5], vergleicht, für die primitive Natur von *Mochlodon Suessi*.

Alles zusammengefasst, sehen wir, dass das Quadratum von *Mochlodon* von den aberranten schlanken Quadratum von *Limnosaurus* verschieden, stark an den primitiven *Hypsilophodon* erinnert und sich von dem sämmtlicher lebender Reptilien, *Hatteria* mit einbegriffen, auffallend unterscheidet.

Unterkiefer.

Obzwar gerade das Dentale von *Mochlodon* von Seeley schon sehr ausführlich beschrieben wurde[6], so glaube ich, ist jetzt, da um soviel mehr Material vorliegt, eine neuerliche Beschreibung, bei der besonders auf etwaige Altersunterschiede Gewicht gelegt werden soll, doch nicht überflüssig. Zum Vergleiche wurden speciell die Unterkiefer ven *Hypsilophodon*, *Rhabdodon*, *Iguanodon* und *Limnosaurus* herbeigezogen.

Dentale.

Der Beschreibung des Dentale (tab. II, fig. 17—19) wurden der Unterkiefer vom Exemplare *A* (antea *Mochlodon (?) robustum* Nopcsa) zugrunde gelegt. Wie aus der Betrachtung des ganzen vorhandenen Materials hervorgeht, ist eine der wesentlichsten Veränderungen, die mit zunehmendem Alter stattfinden, die Verdickung des Dentale. Bei jungen Exemplaren, lang und schmal (Exemplar *E*), nimmt der Knochen mit der Zeit an Dicke und Stärke zu (Exemplar *C*), bis er schließlich ein derber und robuster Knochen wird (Exemplar *A*). Das Dentale ist ein wie bei *Hypsilophodon*[7] und *Rhabdodon*[8] schwach S-förmig gekrümmter Knochen mit parallelen Ober- und Unterrand, der auf der Außenseite durch einen etwas über der halben Höhe verlaufenden, gerundeten, gegen vorne abfallenden Rücken wie bei allen Ornithopodiden in zwei Flächen zerlegt wird; auf der Innenseite ist er durch die Alveolen und die operculare Rinne unregelmäßig geformt.

Der obere Rand des Dentale ist so wie bei allen Ornithopodiden durch die Alveolen gekerbt und fällt knapp vor der ersten Alveole wie bei *Camptosaurus*[9] steil, jedoch ohne sich einwärts zu krümmen, ab. Da auch

[1] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 238.

[2] Marsh, Amer. journ. of Science 1895, p. 85. Cope, Amer. Naturalist 1883, tab. 18.

[3] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 574.

[4] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 1.

[5] Nopcsa, Denkschrift. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 574, tab. VI, fig. 1, 2.

[6] Seeley. Quart. Journ. Geol. Soc. 1881.

[7] Owen, Foss. rept. wealden form Suppl. V, tab. 2, fig. 8—11 *(Iguanodon foxii)*.

[8] Matheron, Mem. Ac. imp., 1869, tab. III, fig. 2 *a*.

[9] Marsh, Amer. journ. of Science 1894, tab. IV.

der Unterrand des Kiefers sich bei der Symphyse nicht einwärts krümmt, bilden beide Kieferäste zusammen nicht wie bei den Iguanodontiden[1] oder Hadrosauriden[2] eine vorne abgerundete, U-förmige, sondern eine spitze, V-förmige Schnauze[3]. Dies erinnert an *Camptosaurus*[4] aber auch an *Hypsilophodon*[5], da auch bei diesem die Einwärtskrümmung des Symphysentheiles schwächer entwickelt gewesen zu sein scheint als bei *Iguanodon*[6] oder *Limnosaurus*[7].

Infolge der V-förmigen Schnauze sind auch die beiden Unterkieferäste nicht parallel, sondern divergieren gegen hinten ganz bedeutend, und ähnliches muss, wenn man die gegenseitige Lage der Maxillaren in Betracht zieht, auch bei *Hypsilophodon* stattgefunden haben[8]. Da die runde Symphyse unter allen Ornithopodiden demnach nur bei jenen vorhanden ist, die gleichzeitig durch die Gestalt ihrer Zähne als ganz besonders specialisierte Pflanzenfresser kenntlich sind[9], so scheint mir die spitze Symphyse bei *Mochlodon* ein primitives Merkmal zu repräsentieren.

Vom oberen gekerbten Außenrande des Kiefers und von dem anfangs erwähnten gerundeten Rücken wird die obere äußere Fläche des Dentale begrenzt. Sie ist fast horizontal gelegen, gegen hinten etwas concav, und geht noch weiter rückwärts sammt dem gerundeten Rücken allmählich in die coronoidale Apophyse über. Letzterer bildet auf diese Weise den vorderen Rand des Coronoideum. Dieses allmähliche Ansteigen gegen hinten bildet einen großen Unterschied zwischen *Mochlodon* einerseits, den Iguanodontiden[10] und Hadrosauriden[11] anderseits und erinnert ganz an die Hypsilophodontiden[12], ja sogar an den scheinbar noch primitiveren *Nanosaurus agilis* Marsh (Dinosaurs of N. America p. 200, fig. 42). Aber nicht nur das schräge Ansteigen des coronoidalen Fortsatzes, sondern auch dessen relative Lage ist von der, wie sie bei den specialisierten Ornithopoden bekannt ist, ganz verschieden. Bei *Iguanodon*[13] und *Limnosaurus*[14] ist das Coronoideum verhältnismäßig weit gegen vorne gerückt, so dass es seitlich der letzten Alveolen zu stehen kommt, und dies ist wohl theils durch eine gegen rückwärts erfolgte Verlängerung der zahntragenden Partie des Unterkiefers, theils vielleicht aber auch durch ein wirkliches Vorrücken des Coronoideum, das durch das Verlangen nach einer möglichst günstigen Inseration des Musculus temporalis bedingt wurde[15], entstanden zu denken.

Mochlodon zeigt auch hierin primitivere Verhältnisse, da hier nämlich das Coronoideum schräge hinter der letzten (10.) Alveole steht, und auf diese Weise der Angriffspunkt des Musculus temporalis ungünstiger gelegen ist als bei *Limnosaurus* oder *Iguanodon*.

Ich halte diese relative Lage des Coronoideum im Verein mit anderen, später zu besprechenden Eigenschaften gleichzeitig aber auch für ein Anzeichen dafür, dass der höher gelegene Theil des Coronoideums, der bei keinem Exemplare erhalten ist, überhaupt schwächer entwickelt gewesen ist als bei den anderen erwähnten Ornithopodiden.

---

[1] Mantell, Phil. trans. roy. soc. 1848, tab. 17, fig. 1, 2.

[2] Cope, American naturalist, 1883, tab. 18.

[3] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, p. 624.

[4] Marsh, Amer. journ. of Science 1894, Appendix Ars. XXIII.

[5] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, tab. 18, fig. 1 *a*.

[6] Owen, Foss. rept. weald. form II, tab. 12, fig. 3 (mit vorigem zu vergleichen).

[7] Nopcsa, Denkschr. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. I.

[8] Hulke, Phil. Trans. Roy. Soc. 1882, tab. 71, fig. 1; Quart. journ. geol. soc. 1874, p. 20.

[9] Siehe unter Abschnitt »Zähne«, p. 14.

[10] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 4, Owen, foss. rept. weald form II, tab. XI, fig. 1, 2, p. 21.

[11] Cope, Amer. Naturalist 1883, tab. 16. Marsh, Amer. journ. of Sc. 1893, tab. 4, fig. 1. Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 580.

[12] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, p. 523. Huxley, Quart. journ. geol. soc. 1870, p. 7.

[13] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 225.

[14] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 580.

[15] Owen, Foss. rept. weald. form II, p. 29—30.

Gegen vorne etwa knapp vor dem Abfalle zur Symphyse verschwindet der coronoidale Rücken (als solcher ist die früher erwähnte Wölbung der Externseite, welche die obere und seitliche Fläche trennt, aufzufassen) vollkommen und der Kiefer zeigt hier auf der Außenseite eine einzige, von oben nach unten schwach concave Fläche.

Über den coronoidalen Rücken findet sich bei *Mochlodon*, ähnlich wie bei den übrigen Ornithopodiden, eine Reihe schräge gegen vorne gerichteter Öffnungen. Bei *Iguanodon* sind sie knapp unter dem oberen Kieferrande[1], bei *Mochlodon, Rhabdodon*[2] und *Hypsilophodon*[3] hingegen bedeutend tiefer gelegen. Ihre Zahl und antero-posteriore Lage variiert sehr bedeutend und zuweilen (Exemplar *A*) geschieht es, dass statt der weiter hinten gelegenen Öffnungen ein einziges größeres Foramen auftritt. Exemplar *A* hat 3, Exemplar *B* 6, Exemplar *C* nur 5, Exemplar *E* 9 Foramina auf der Externseite. Ein solches Zusammenfließen der hinteren Foramina konnte bisher meines Wissens nach bei *Iguanodon* nicht beobachtet werden, scheint auch bei *Limnosaurus* zu fehlen und könnte daher, da es bei *Mochlodon* häufiger vorzukommen scheint, als generisches, primitiveres (?) Merkmal von Bedeutung sein.

Weiter vorne, in der Symphysenregion, nehmen die Öffnungen der nervi cutanei an Größe ab, an Zahl aber zu, und bilden eine (manchmal zwei) Reihe, die sich parallel mit dem oberen Kieferrande senkt. Ein größeres Foramen in dieser Reihe, das den Namen foramen mentale verdient, konnte nur bei dem bereits ausgewachsenen Exemplare *A* constatiert werden.

Über der Stelle des Foramen mentale ist auf der Außenseite des Kiefers knapp unter dem Rande, so wie bei *Iguanodon*[4] und *Limnosaurus*[5] eine lange, schmale, ziemlich tiefe Rinne sichtbar, deren Natur an einem *Mochlodon*-Exemplare (*B*) gut studiert werden konnte: sie ist nichts anderes als der Eindruck eines fast parallel mit dem Kieferrande verlaufenden Gefäßes (?), das aus dem Canalis dentale stammend, bei der Symphysenregion auf die Oberfläche des Dentale tritt und mit dem darüber befindlichen Praedentale in näherem Zusammenhange gewesen sein dürfte. Unter dem Foramen mentale ist eine flache Ausnehmung zum Ansatze der Zungenmuskeln, wie sie Mantell auch bei *Iguanodon* abbildet[6].

Von der hinter der Symphyse gelegenen Außenfläche des Dentalknochens lässt sich nichts bemerkenswertes sagen.

Auf der Innenseite des Dentale fällt vor allem wieder zuoberst das dünne Accessorium[7] und die darunter befindliche Rinne des Nervus maxillaris internus auf. Das flache dünne Accessorium bildet wie immer die innere Begrenzung der unvollkommen getrennten Alveolen und zeigt auf seiner inneren, gegen die Zähne gewendeten Fläche stumpfe Leisten, die mit ähnlichen, vom Dentale vorspringenden Bildungen die Alveolen nur unvollkommen von einander trennen. Diese Reduction der alveolaren Scheidewände darf jedoch kaum als primitive Eigenschaft betrachtet werden, sondern sie dürfte auf eine bloße Raumvergrößerung der Alveolen zurückzuführen sein, zumal bei dem specialisierten *Limnosaurus* die Scheidewände nicht im oberen Theile der Alveolen, sondern an der Basis (also dort, wo der rapideste Stoffumsatz stattfand) am stärksten reduciert sind.

Alveolen sind so wie bei manchem *Hypsilophodon*[8] zehn vorhanden, und dies scheint mir wieder gegenüber der bedeutend größeren Anzahl bei *Iguanodon*[9] (15—21), *Limnosaurus* (27)[10] und *Hadrosaurus*[11] ein primitives Merkmal im Unterkiefer unseres Dinosauriers zu sein. Die erste Alveole ist sehr klein, die übrigen

[1] Mantell, Philos. Trans. Roy. Soc. 1848, tab. 17, fig. 4.

[2] Matheron, Mem. Ac. imp. Marseille, p. 33.

[3] Owen, Foss. rept. weald form. Suppl. V, p. 11.

[4] Owen, Foss. rept. weald form. II, tab. IX, fig. 1.

[5] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 578.

[6] Mantell, Philos. Transact. Roy. Soc. 1848, tab. XVII, fig. 2, p. 189.

[7] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. V, fig. 1, p. 579.

[8] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, p. 524.

[9] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 230. Owen, foss. rept. weald form. Suppl. III, p. 20.

[10] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 583.

[11] Cope, Proc. Acad. Philad. 1883, p. 106.

nehmen, ähnlich wie bei *Hypsilophodon*[1] gegen rückwärts bis zur 6. an Größe zu und von da bis zur 10. wieder ab. Sie sind dabei sehr breit aber verhältnismäßig seicht, das heißt nicht so tief wie bei *Iguanodon* und bedeutend seichter als bei den Hadrosauriden. Infolge dessen reicht der Zahnsockel auf der Innenseite bis über die Hälfte des Kiefers hinauf. Die geringe Tiefe der Alveolen ist wieder ein primitives Merkmal und mit dem Nachwachsen der Zähne und der Entwicklung des Canalis operculare und dentale in engem Zusammenhang.

Der Gestalt des Coronoideum folgend, senkt sich bei *Limnosaurus* der operculare Canal hinter dem Coronoideum senkrecht herab, in der Mitte des Dentale zweigt in einen fast rechten Winkel von ihm der große Canalis dentale ab und er selbst biegt sich erst am Unterrande des Kiefers in einem rechten Winkel gegen vorne. Nicht so bei *Mochlodon*: hier senkt sich, entsprechend der geringen Steilheit des Coronoideum, der große Canalis operculare nur allmählich vor- und abwärts, und der sehr enge Canalis dentale zweigt von diesem in einem spitzen Winkel ab. Diese Art der Abzweigung erinnert stark daran, was man bei gewissen Lacertiliern sieht. Die verhältnismäßig große Entwicklung des den Mekel'schen Knorpel beherbergenden Canalis operculare dürfte bei *Mochlodon Limnosaurus* gegenüber[2] ein primitives Merkmal repräsentieren. Bei sehr jungen Exemplaren, zum Beispiel Exemplar *E*, reicht dieser Canal bis an die Symphyse, während er bei zunehmendem Alter (Exemplar *A*) bereits unter der zweiten Alveole aufhört.

In welchem Zusammenhange nun die Tiefe der Alveolen mit der Entwicklung der beiden besprochenen Canäle stehen, sieht man am besten, wenn man die beiliegenden, schematisierten Querschnitte der Unterkiefer von *Mochlodon* und *Limnosaurus* vergleicht.

Fig. 1. Schematischer Querschnitt des Dentale von *Mochlodon*

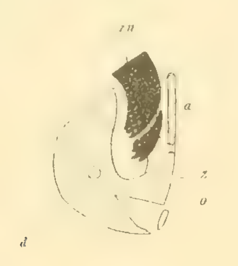
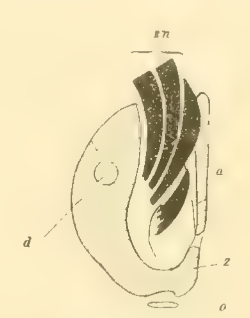


Fig. 2. Schematischer Querschnitt des Dentale von *Limnosaurus*.



Beim Querschnitte von *Limnosaurus* (Fig. 2) fällt vor allem der große Basalraum der Alveolen, der mit dem rapiden Zahnnachwuchse im Zusammenhange steht, auf. Bei *Mochlodon* (Fig. 1), wo gleichzeitig weniger Zähne *(zn)* in Anspruch genommen wurden, ist dieser Theil der Alveolen entsprechend primitiver, das heißt kleiner, entwickelt. Bei *Limnosaurus* erfordert nun die Specialisierung dieses Theiles ein Hinaufrücken und Vergrößern des Canalis dentale *(d)*, ein Hinabsenken des Accessorium *(a)*, ein Hinabsinken des Canalis operculare *(o)* und endlich eine Verringerung des als Zahnsockel functionierenden Knochentheiles *(z)*, während bei *Mochlodon* noch gerade das entgegengesetzte, primitivere Verhältnis stattfindet.

Wie schon Seeley erwähnt, muss *Mochlodon* ein spitzschnautziger Ornithopode gewesen sein.

Dort, wo sich der Oberrand des Kiefers vor den Alveolen senkt, steigt der Unterrand etwas aufwärts, und so entsteht eine spornartige verticale Schneide. Beide Flächen, die äußere und die innere, werden von tiefen, unregelmäßigen, annähernd horizontalen Furchen durchzogen, eine eigentliche Symphysenfläche fehlt vollständig, beide Unterkieferäste scheinen daher einander nirgends unmittelbar berührt zu haben, sondern dürften nur durch ein starkes Ligament, das sie völlig einhüllte, verbunden gewesen sein. Dies ist wieder ein Unterschied von *Iguanodon*[3] und *Limnosaurus*[4], wo eine ausgesprochene Symphysen-

---

[1] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, p. 524.

[2] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 580.

[3] Mantell, Phil. Transact. Roy. Soc., tab. XVII, fig. 1, 2.

[4] Nopcsa, Denkschriften d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. V, fig. 1.

fläche bemerkbar ist. Wie sich dieses Detail bei *Hypsilophodon* und *Camptosaurus* verhält, darüber liegen keine Angaben vor.

Da der Kiefer spitz endete, muss das Prädentale von *Mochlodon* keil-, nicht aber diademförmige[1] Gestalt gehabt haben, was wieder an den dreieckigen (?) Knochen erinnert, den Hulke bei *Hypsilophodon* erwähnt[2], und den Dollo[3] mit dem Prädentale identificiert. Es scheint, als ob bei den Ornithopodiden in der Reihe *Hypsilophodon, Camptosaurus, Iguanodon, Limnosaurus, Claosaurus, Hadrosaurus* eine stete Größenzunahme des Prädentale bemerkbar wäre.

So sehen wir im Dentale von *Mochlodon,* das stark an *Hypsilophodon* erinnert, viele primitive Merkmale vereint, die erst bei anderen Ornithopodiden zur vollen Ausbildung gelangen, und diesen dann eine ganz eigenthümliche und abweichende Physiognomie verleihen.

Articulare.

Vom rechten Articulare (tab. I, fig. 9—11) ist nur vom Exemplare *A* der hintere Theil bis zu der Stelle, wo sich wie bei *Limnosaurus* die Dentalschuppe über dasselbe legt, erhalten. Es ist nach demselben Typus wie das von *Limnosaurus* gebaut, unterscheidet sich jedoch von letzterem in den Einzelheiten ganz bedeutend.

Die coronoidale Apophyse erhebt sich, im Gegensatze zu *Iguanodon*[4] und *Hypsilophodon*[5] nur langsam und unmerkbar als dicker, sanft gerundeter Rücken vorne aus der Articulationsfläche des Quadratum. Auf der Seite wird letztere wie bei *Iguanodon*[6] und *Limnosaurus*[7] durch einen ziemlich hohen Rücken begrenzt, der sich seitwärts am ihren hinteren Rande allmählich erhebend, weiter vorne plötzlich steil abfällt und sich so von der gleichen Bildung bei *Iguanodon* und *Limnosaurus* unterscheidet. Bei ersterem ist dieser Rücken viel weiter gegen vorne gelegen[8], bei letzterem hingegen erfolgt auch der vordere Abfall nur allmählich[9], und daher nicht so steil wie bei *Mochlodon Suessi.*

Die auf diese Weise begrenzte Gelenksfläche des Quadratum ist lang, schmal und erstreckt sich, ähnlich wie bei *Iguanodon*[10] auf der Außenseite der coronoidalen Apophyse noch etwas gegen vorne, wodurch sie eine einwärts gekehrte, halbmondförmige Gestalt erhält.

Schräge vor und unter ihr, knapp hinter dem Ende der Dentalschuppe im Articulare ist ein großes, gegen innen und hinten gerichtetes Foramen bemerkbar, dessen Verlauf auf der Innenseite dieses Knochens gut beobachtet werden kann. Schräge gegen hinten gerichtet, durchbohrt es das Articulare vollständig und entsendet hierauf eine Abzweigung gegen hinten, die eine Weile als tiefe Rinne auf der Innenseite des Articulare verläuft und sich hierauf unter der quadratischen Gelenksfläche wieder in denselben Knochen senkt. Es dürfte den Verlauf des Nervus cutaneus recurrens maxillae inferioris (Ast des dritten Trigeminusastes) bezeichnen[11].

Ich weiß nicht, ob dieses Foramen mit dem von Hulke[12] und Dollo[13] bei *Iguanodon* abgebildeten Foramen identificiert werden darf, da die Lage des letzteren eine völlig andere ist, und es außerdem, bei

---

[1] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 236.
[2] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1883, p. 1040.
[3] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 228.
[4] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1878, p. 746, fig. 3.
[5] Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1040.
[6] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 4.
[7] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. 1899, tab. V, fig. 2.
[8] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1878, p. 745, fig. 1, p. 746, fig. 3.
[9] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. V, fig. 2.
[10] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1878, p. 745, fig. 2.
[11] Gakutaro Osawa, Archiv f. mikrosk. Anatomie 1898, p. 521, fig. 10.
[12] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1878, p. 745.
[13] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. XI, fig. 4.

Iguanodon wenigstens nach den Abbildungen von Hulke zu urtheilen, auf der Innenseite über der Articulationsfläche zu münden scheint, während sich unser Foramen tief unter derselben öffnet.

Jedenfalls entspricht dieses Foramen bei *Mochlodon* sowohl seiner Lage als auch seinem Verlaufe nach ganz dem Foramen, das man bei *Hatteria* an der Grenze zwischen Dentale und Articulare findet und das Brühl mit dem Foramen ectomandibulare (= For. inframaxillare bei den Krokodiliern) identificiert[1]. Genau auf gleiche Weise wie bei *Mochlodon* kann man nämlich auch bei *Hatteria* hinter diesem Foramen inframaxillare eine kleine, gegen hinten gerichtete Gefäßöffnung im Articulare bemerken. Das Foramen inframaxillare bei *Mochlodon* dürfte mit dem Foramen des Unterkiefers von *Ceratosaurus nasicornis* identisch sein (?)[2]. Auch hiedurch, dass nämlich der primitive *Mochlodon* noch ein Foramen inframaxillare besitzt, das den specialisierten Ornithopoden, zum Beispiel *Limnosaurus* fehlt (?)[3], sehe ich meine Annahme, dass bei hoch specialisierten phytophagen Dinosauriern der coronoidale Muskel stärker entwickelt gewesen sei, bestätigt. Dies lässt sich auch mit der früher erwähnten, muthmaßlichen geringeren Entwicklung der coronoidalen Apophyse bei *Mochlodon* gut in Einklang bringen. Es scheinen hingegen die creophagen Theropoden, ähnlich wie die Krokodilier die pterygoidalen Muskeln stärker entwickelt zu haben, da bei *Anchisaurus* kleine obere Schläfenöffnungen und keine (?) Inframaxillaröffnung vorhanden sind, bei *Ceratosaurus* hingegen ebenfalls nur kleine Schläfenöffnungen aber ein großer inframaxillarer Durchbruch bemerkbar sind[4].

So wie bei *Limnosaurus*[5] erhebt sich auch bei *Mochlodon* hinter der Articulationsfläche ein starker, jedoch wie bei *Hadrosaurus*[6] schräge gegen hinten gerichteter, postarticularer Fortsatz.

Dieser wird durch eine von seinem hinteren Rande bogenförmig gegen vorne und unten verlaufende Kante in zwei Flächen, in eine obere vordere und eine untere hintere zerlegt. Diese Kante, die dem Articulare eine charakteristische Gestalt verleiht, fehlt bei Articulare von *Limnosaurus*[7] vollkommen, und ist, da *Iguanodon* überhaupt keinen markierten postarticularen Fortsatz aufweist[8], auch bei diesem nicht vorhanden.

Auf der Innenseite zeigt das Articulare von *Mochlodon* bis auf das bereits erwähnte Foramen inframaxillare nichts bemerkenswertes, und es ist die bei *Iguanodon* erwähnte horizontale Knochenlamelle[9] hier nur durch eine Verdickung an der betreffenden Stelle angezeigt.

Zähne.

Von großer Wichtigkeit für die systematische Stellung von *Mochlodon* schienen mir dessen Zähne (tab. II, fig. 1—16, 19 *e*) zu sein, zum Vergleiche wurden daher sämmtliche Ornithopodiden, soweit ihre Bezahnung bekannt ist, herangezogen.

In situ, das heißt im Kieferknochen steckend, wurden in Siebenbürgen nur Zähne des Unterkiefers gefunden, daher zuerst diese, hierauf die Zähne des Oberkiefers und zum Schlusse die fraglichen Zähne des Zwischenkiefers besprochen werden sollen.

Im Unterkiefer steckt in der kleinen ersten Alveole des jugendlichen Exemplares *E* ein Zahn, der, nur von der Innenseite sichtbar, außer einem starken, medianen Kiel keine weitere Verzierung zeigt[10], also ähnlich wie die Oberkieferzähne sämmtlicher Hadrosauriden gebaut ist. In der zweiten Alveole ist

---

[1] Brühl, Zootomie, Wien 1886, Lieferung 37, tab. 148, fig. 12, 13 (fow.).

[2] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. VIII.

[3] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad d. Wiss. Wien 1899, p. 582.

[4] Marsh, Dinosaurs of N. America, tab. II, fig. 1, tab. III, fig. 1, tab. VIII, fig. 1, 3.

[5] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 582.

[6] Cope, American naturalist 1883, tab. 16.

[7] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien 1899, tab. V, fig. 2.

[8] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 224.

[9] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1878, p. 747.

[10] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, p. 625.

bei einem anderen, älteren Exemplare *(A)* ein Adventivzahn erhalten, der ebenfalls einen medianen Kiel, außerdem einige parallele Nebenleisten aufweist. Von den Nebenleisten scheinen einige bis an die Basis der Krone herabzureichen, während andere augenscheinlich bedeutend höher oben aufhören. Überhaupt macht es den Eindruck, als ob diese Nebenleisten nur stark verlängerte Randkerben wären. Auch bei *Hypsilophodon* finden wir ähnliche Zähne. Hulke erwähnt nämlich, dass einer der vorderen Unterkieferzähne bei diesem Dinosaurier einen medianen Kiel und je eine parallele Nebenleiste aufweist[1]. Alle folgenden Zähne zeigen denselben Typus, erinnern ebenfalls an Zähne von *Hypsilophodon*[2] und noch mehr an *Dryosaurus altus* aus Nordamerika[3], nur zeigen die Zähne der Exemplare *A—C* vielmehr Nebenleisten als die von dem jungen Exemplare *E*. Es macht den Eindruck, als ob sich die Zahl der Nebenleisten an den Zähnen mit zunehmendem Alter vermehrt hätte.

In jedem Dentale nehmen die Zähne wie bei *Hypsilophodon*[4] bis zum sechsten an Größe ganz bedeutend zu und von da bis zum zehnten wieder unbedeutend ab.

Gegen unten und seitwärts wird die innere Kronenfläche von einem Emailwulst, der in gleicher Entwicklung nur bei *Hypsilophodon*[5] und *Laosaurus*[6] vorzukommen scheint und bei unserem Dinosaurier am vorderen und hinteren Zahnrande aufwärts gebogene Äste entsendet, begrenzt.

Auf diese Weise entstehen vor und hinter dem medianen Kiel zwei U-förmig begrenzte Flächen, von denen die eine durch rund 8, die andere durch 10—12 feine verticale Rinnen, resp. Leisten caneliert wird. Dies sind die bereits mehrfach erwähnten Nebenleisten, deren erste Anlage wir beim zweiten Zahne des Exemplares *A* beobachten konnten. Dadurch, dass die rückwärtige U-Fläche stets mehr Nebenleisten aufweist als die vordere, wird eine Orientierung isoliert gefundener Zähne ermöglicht, und eine ähnliche Asymmetrie scheint auch bei *Hypsilophodon* stattzufinden[7].

Der Vorder- und Hinterrand des Unterkieferzahnes bei *Mochlodon* ist fast glatt und nur im oberen Theile sind Anzeichen einer schwachen Kerbung, die der bei *Hypsilophodon*-Zähnen ähnlich ist, bemerkbar.

Auf der Außenseite des Zahnes sieht man auf der Krone zahlreiche, gleich starke, schwach bogenförmige, gegen oben etwas divergierende Leisten, die gegen unten allmählich verschwinden. Die mittlere Leiste zeichnet sich durch geraden Verlauf vor den anderen zwar aus, jedoch kommt es nicht zur Entwicklung eines eigentlichen Mediankieles. Nicht alle Leisten reichen hier bis auf die Basis der Krone, sondern die meisten sind nur auf den obersten Theil des Zahnes beschränkt (tab. II, Fig. 19 *e*).

Die rundliche Wurzel des Zahnes ist gegen außen gekrümmt, so dass die Innenseite stark convex erscheint. Durch Gebrauch entstand an den Unterkieferzähnen unseres Dinosauriers eine schräge, gegen außen und unten gerichtete Kaufläche. Da diese gegenüber der Bewegungsrichtung des Kiefers stets dieselbe Neigung beibehielt, der Zahn selbst aber nicht bogenförmig gegen außen, sondern gerade aufwärts geschoben wurde, so bildet die Kaufläche mit der Innenfläche der Zahnkrone bei zunehmender Abreibung einen immer spitzeren (mit der Außenfläche einen immer stumpferen Winkel), wodurch es bei isolierten Zähnen oft den Anschein gewinnt, als ob die Kaufläche vertical gerichtet gewesen wäre, und die Kiefer wie die Schenkel einer Schere gegen einander gegriffen hätten[8].

Wenn wir die Zähne von *Mochlodon* mit den übrigen bekannten Ornithopodiden vergleichen, so sehen wir, dass sie unter den europäischen Dinosauriern am meisten an *Hypsilophodon*, unter den amerikanischen hingegen an *Dryosaurus* erinnern.

---

[1] Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1042.
[2] Owen, Foss. rept. weald form. Suppl. V, p. 12, tab. II, fig. 11 *(d)*.
[3] Marsh, Amer. journ. of Science 1878, tab. IX, fig. 1, 2.
[4] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, p. 524.
[5] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1874, p. 23 (Discussion).
[6] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. 55, fig. 1.
[7] Owen, Foss. rept. weald form. Suppl. V, tab. I, fig. 10.
[8] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, p. 626.

Da sich bei den Ornithopodiden die Zähne vorzüglich zum Bestimmen der Genera eignen, so scheint es mir bei *Mochlodon* folgendes von großer phylogenetischer Wichtigkeit zu sein. Seiner physiologischen Wichtigkeit und größeren Entwicklung entsprechend, zeigt der 6. Zahn mehr Nebenleisten und ausgesprochenere Randkerbung als alle übrigen Zähne, der erste Zahn hingegen, der nach seiner Größe zu schließen am wenigsten im Gebrauch stand, hat außer dem medianen Kiel gar keine Emailverstärkungen, und ebenso zeigt auch der schwächere 10. Zahn weniger Randkerbungen. Auch bei *Hypsilophodon* scheinen die vorderen Zähne weniger Nebenleisten als die weiter hinten gelegenen aufzuweisen. Dies lässt darauf schließen, dass der einfach gekielte Zahn das primitivere Stadium darstellt und Nebenleisten nur secundäre Erscheinungen sind[1]. Denselben einfach gekielten Zahn finden wir, wie schon erwähnt, bei sämmtlichen Hadrosauriern wieder, nur dass hier die Zähne viel zahlreicher (oft in mehreren Reihen) auftreten.

Ein Theil der Ornithopodiden, die Kalodontiden[2], specialisierte sein Gebiss, wie es scheint, durch die Anlage von Nebenleisten, einfachen und doppelten Kerben *(Nanosaurus?, Hypsilophodon, Mochlodon, Rhabdodon, Laosaurus, Camptosaurus, Iguanodon, Craspedodon*[3]*)*, während ein Theil, die Hadrosaurier, später durch Vermehren der Zähne dieselbe Arbeit zu leisten versuchte *(Claosaurus, Hadrosaurus, Cionodon*[4]*, Limnosaurus)*. Ob sich unter den Kalodontiden die rundschnauzigen *(Iguanodontidae)* aus den spitzschnauzigen *(Hypsilophodontidae, Camptosauridae*[5]*)* entwickelten — was ja das wahrscheinlichere ist — oder ob bei beiden die Anlage von Nebenleisten nur parallel laufende Veränderungen sind, soll nicht hier, sondern im »Anhange« eingehender besprochen werden.

Oberkieferzähne von *Mochlodon* sind bisher in Siebenbürgen in situ noch nicht gefunden[6]; doch liegt immerhin genug Material vor, um sich ein ziemlich wahrscheinliches Bild von seiner Bezahnung zu entwerfen. Außer den südfranzösischen Resten sind bisher folgende Oberkieferzähne vorhanden:

1. der Zahn, der bei Wiener-Neustadt gefunden und von Seeley beschrieben wurde (Exemplar *E*);
2. ein sehr großer Zahn von Szentpéterfalva (Exemplar *A*, tab. II, fig. 1—3);
3. ein kleinerer Zahn von gleichem Habitus (Exemplar *A*);
4. ein Zahn wie voriger, nur bedeutend kleiner (Exemplar *C*, tab. II, fig. 6);
5. ein Zahn, der bis auf die größere Anzahl von Leisten ganz an den vom Exemplare *E* erinnert (Exemplar *C*, tab. II, fig. 5);
6. zwei Exemplare, die auffallend an gewisse Zähne von *Hypsilophodon* und *Rhabdodon* erinnern (Exemplar *C*, tab. II, fig. 4);
7. kegelförmige Zähne der Prämaxillaren (?) (Exemplar *C*?, tab. II, fig. 14—16);
8. gleiche kegelförmige Zähne, die auf der Universität unter der von Seeley herrührenden Bezeichnung »*Rhadinosaurus alcimus*« aufbewahrt werden.

2—7 entstammen von Szentpéterfalva, 1 und 8 aus der Gosau der Neuen Welt bei Wiener-Neustadt.

[1] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 220.

[2] Kalodontidae, so genannt wegen der schönen typischen Verzierung ihrer Zahnkronen.

[3] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, p. 215.

[4] Cope, Report U. S. geol. surv. of territor. 1875, p. 59.

[5] Diese Dreitheilung der Kalodontidae in Hypsilopodontidae, Camptosauridae und Iguanodontidae nach Dollo (Comptes rendus Ac. Sciences Paris 1888, p. 777) mit der Correctur, dass die Camptosauridae unbezahnt sind (Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, p. 243), daher von den Hypsilophodontiden getrennt werden müssen. Bei den Hadrosauriden ist die Vereinfachung, die die Zahnkrone erfahren hat, wohl als Reduction infolge des rapiden Nachwuchses der Zähne aufzufassen, und es dürften sich die Hadrosauriden aus rundschnauzigen Kalodontiden entwickelt haben.

[6] Im Maxillarefragment von Professor Depéret stecken einige Zähne, die vollkommen den siebenbürgischen Oberkieferzähnen von *Mochlodon* entsprechen, ebenso erhielt ich auch Gypsabgüsse von solchen isolierten Zähnen in liebenswürdigster Weise von genanntem Herrn zugeschickt; leider ist ihre Erhaltung eine recht schlechte.

Noch mehr als die Unterkieferzähne erinnern im allgemeinen Habitus die Oberkieferzähne von *Mochlodon* an *Hypsilophodon Foxii*[1] (obzwar hier ein Mediankiel erwähnt wird). So wie *Hypsilophodon* scheint *Mochlodon* kegelförmige Zwischenkieferzähne und eine kleinere und größere Art Zähne in den Maxillaren gehabt zu haben[2].

Alle bei Szentpéterfalva gefundenen Oberkieferzähne weisen auch, wie es den Kieferresten und Unterkieferzähnen entspricht, auf ältere Individuen und haben bedeutend mehr Nebenleisten als der Zahn von Wiener-Neustadt.

Der folgenden Beschreibung eines maxillaren Zahnes wurde der Zahn Nr. 2, da nur dieser einem ausgewachsenen Individuum *(A)* entspricht, zugrunde gelegt.

Der Querschnitt der Wurzel ist ein ungleichseitiges Trapez, das so orientiert werden muss, dass die längere der paralellen Seiten der Außenseite, die kürzere, etwas gewölbte der Innenseite entspricht und der spitze Winkel gegen hinten zu liegen kommt.

Auf der aufrecht-rechteckigen Innenfläche sind sieben etwas gerundete, gut ausgeprägte Kanten bemerkbar, die mit den starken horizontalen Zuwachsstreifen eine gitterartige Verzierung erzeugen. Gegen die Krone hin wird diese Fläche der Wurzel durch eine bedeutende Verdickung des Vasodentins (?), in welche die Kanten spurlos verlaufen, begrenzt.

Die lateralen Flächen sind etwas concav und gehen oben etwas divergierend in die seitliche Kronenpartie über. Sie werden von starken Zuwachsstreifen quer durchzogen und erhalten so eine gewellte Oberfläche.

Die ebenfalls rechteckige Außenfläche der Wurzel wird gegen die Krone hin durch einen horizontalen Emailwulst begrenzt.

In jeder Beziehung schwächer und primitiver ist die Wurzel des jungen Exemplares Nr. 1 *(E)* gebaut. Sie ist noch von elliptischem Querschnitt, und die sieben gerundeten Kanten der Innenseite sowie die Zuwachsstreifen sind bei diesem Jugendexemplare eben erst angedeutet[3]. Ein ähnlicher Unterschied ist auch in der Krone anzutreffen. Beim Exemplare Nr. 2 *(A)* entspringen auf der Innenseite der Krone vom basalen Wulste vier Paare stumpfer Kanten, die als eine directe Fortsetzung der auf der Wurzel bemerkten Kanten erscheinen. Dadurch aber, dass sich oberhalb dem basalen Wulste die sieben Wurzelkanten plötzlich in acht gleich starke theilen, wird bereits die Innenseite der Krone bedeutend breiter als der darunter befindliche Theil der Wurzel.

Auf der Außenseite der Krone treten unter der früher erwähnten Emailverdickung, die sich gegen oben faltenartig umlegt, 19 Paralelleisten hervor, die weiter gegen oben durch eine kleinere Leiste, die sich zwischen der achten und neunten Leiste einschiebt, in zwei Bündel paralleler Leisten getheilt werden. Übrigens variiert die Zahl (6—29) und Entwicklung dieser Leisten ziemlich beträchtlich, und bei einigen (Nr. 1, 3) ist sogar eine Gabelung der Leisten an der Basis der Krone bemerkbar[4]. Bei allen Zähnen ist aber die Vertheilung der Leisten auf der Krone dennoch eine constante, indem auf der einen Seite zwischen der ersten und zweiten Leiste stets ein breiterer Zwischenraum als zwischen den übrigen bemerkbar ist, und diese wie bei *Hypsilophodon*[5] constant auftretende Eigenschaft ermöglicht, da hiedurch im sonst symmetrischen Zahn eine Assymmetrie entsteht, die Orientierung eines jeden einzelnen Zahnes: bei jedem Oberkieferzahn von *Mochlodon* muss seine Emailfläche gegen außen, der leistenfreie Raum gegen hinten gerichtet sein.

Sehr variabel ist auch die Entwicklung des basalen Emailwulstes. Bei Nr. 2, 3 und 4 gerade bei den Exemplaren 1 und 5 gegen oben concav, ist er bei Nr. 6 wellenförmig gestaltet.

---

[1] Owen, Foss. rept. weald. formation, Suppl. V, tab. I, fig. 9.

[2] Huxley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1870, p. 5.

[3] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, p. 626.

[4] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881, tab. 27, fig. 3.

[5] Huxley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1870, tab. I, fig. 2.

Individuum *A*, Zahn Nr. 3 hat 29 Leisten	}	untere Begrenzung der Emailfläche gerade.
» *A*, » » 2 » 19 »		
» *C*, » » 4 » 16 »		
» *C*, » » 5 » 6 »	}	» » » » concav.
» *C*, » » 6 » 9 »		
» *E*, » » 1 » 11 »		

Es scheint, wie aus beiliegender Übersicht hervorgeht, dass so wie bei *Hypsilophodon*[1] zwischen den vorderen und rückwärtigen Zähnen eine ziemliche Differenzierung bestanden hat. Die vorderen Zähne mit concaver, resp. gewellter unterer Begrenzung der Emailfläche scheinen nach Nr. 1, die rückwärtigen mit geradem unteren Rand nach dem Typus Nr. 3 gebaut gewesen zu sein, und auch dies erinnert daran, was von *Hypsilophodon* bekannt ist[2].

Die Kaufläche der Oberkieferzähne ist zweiseitig abgedacht, was auf eine ausschließlich verticale Bewegung des Kiefers deutet.

Ganz nach dem Typus von *Hypsilophodon* sind auch jene Zähne gebaut, die ich, allerdings mit Vorbehalt, für prämaxillare Zähne von *Mochlodon* halte. Es sind dies einige Zähne, die ich im Gosaumateriale von Wiener-Neustadt unter der Bezeichnung von *Rhadinosaurus alcimus* Seeley vorfand, und etliche, die bei Szentpéterfalva zusammen mit den hier beschriebenen *Mochlodon*-Resten gefunden wurden.

Hauptsächlich der Umstand, dass sie sowohl bei Wiener-Neustadt als auch in Siebenbürgen mit *Mochlodon*-Resten zusammen vorkamen, ferner ihre Ähnlichkeit mit den entsprechenden Zähnen bei *Hypsilophodon*[3], haben mich bewogen, sie für intermaxillare Zähne unseres Dinosauriers zu halten. In diesen Zwischenkieferzähnen tritt uns der ursprüngliche Typus der Ornithopoden Bezahnung entgegen. Diese Zähne werden im Laufe der Entwicklung nicht verändert, sondern giengen spurlos verloren[4]. Auf einer langen, im Innern hohlen, querelliptischen Wurzel erhebt sich eine compacte, von außen nach innen flach comprimierte kegelförmige Krone mit etwas einwärts gebogener Spitze. Von dieser Spitze verläuft nun auf jeder Seite ein flügelartiger, schmaler Kiel bis an die Basis der Krone, wo er in einer unvermittelten Rundung plötzlich aufhört und so dem Zahne hier ein eingeschnürtes Aussehen verleiht[5]. Er scheint an seinem Rande von oben bis unten durch feine, knopfartige Emailverdickungen (6 auf 1 *mm*) einfach und fein gekerbt[6]. Genau nach demselben Typus scheint der kegelförmige, etwas löffelartige Zwischenkieferzahn von *Hypsilophodon* gebaut zu sein, und dies erinnert nicht unbeträchtlich an die löffelartigen Zähne von *Brontosaurus excelsus*[7], ja sogar an gewisse Zähne von *Belodon Kappfi* Meyer[8]. (Gewisse Zähne von *Ornithopsis*[9] hielt Owen seinerzeit direct für Zwischenkieferzähne von *Iguanodon*[10], was allerdings durch die belgischen Funde widerlegt ist.) Ebenso ist die Ähnlichkeit mit Zähnen von *Caulodon praecursor* Sauvage sehr bemerkenswert[11].

---

[1] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, p. 525.
[2] Hulke, Quart. Journ. Geol. Soc. 1873, tab. 18, fig. 4 und 6 *a*.
[3] Hulke, Phil. Transact. Roy Soc. 1882, tab. 72, fig. 3, 4.
[4] Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1041.
[5] Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1041.
[6] Hulke, Phil. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1041.
[7] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. XX, fig. 1
[8] Meyer, Palaeontographica 1877, tab. 37, fig. 6.
[9] Wright, Ann. a Mag. nat. hist., p. 90, fig. *a*—*e*.
[10] Owen, Foss. rept. weald. form. suppl. II, p. 43; suppl V, tab. II, fig. 19, 20, p. 8.
[11] Sauvage, Bull. soc. geol. france. 1888, tab. XII, fig. 1.

Schluss.

Es erübrigt noch zu beweisen, dass alle hier beschriebenen Reste wirklich zu *Mochlodon* gehören und sich nicht auf verschiedene andere Thiere, die in demselben Neste gefunden wurden, vertheilen. Da sie alle sicher Ornithopodiden angehören, können sie weder mit den an derselben Stelle gefundenen Schildkrötenresten noch mit denen jenes Reptils zusammengeworfen werden, von den sich an Ort und Stelle bisher nichts anderes als über 14 große, kegelförmige Zähne vorfanden, noch können sie jenem dort vorkommenden Dinosaurier (Stegosaurier oder Ceratopsiden) angehören, von dem sich bisher einige Panzerplatten, ferner Rippen (?) und ein aus acht coosificierten Wirbeln bestehendes Sacrum bekannt sind.

Von Ornithopodiden fanden sich in jenem Neste außer *Mochlodon* die Genera *Camptosaurus* in einem und *Limnosaurus* in zwei Exemplaren.

Von *Limnosaurus* ist ein fast vollkommener Schädel bekannt, und daher ist ein Zusammenwerfen von *Limnosaurus*-Resten mit Schädelresten anderer Ornithopodiden von vorne herein ausgeschlossen; es könnten also höchstens *Camptosaurus*-Reste (von *Camptosaurus Inkeyi*) sein, die hier unter dem Namen *Mochlodon* beschrieben wurden; jedoch auch diese Möglichkeit ist, wie wir gleich sehen werden, ausgeschlossen. Um dies zu beweisen, sollen die Reste alle der Reihe nach durchgenommen werden.

1. Das Squamosum unterscheidet sich von dem bei *Camptosaurus* durch die lange parietale Apophyse, ferner liegen zwei linke Fragmente vor, ein größeres und ein kleineres, die an Größe den beiden Unterkiefern *B* und *C* gut entsprechen, während von *Camptosaurus* nur ein Individuum bekannt ist. Höchstens das größere Squamosum könnte diesen entsprechen, wir müssten aber in diesem Falle für das kleinere Squamosum noch die Existenz eines zweiten kleineren *Camptosaurus* voraussetzen, von dem dann aber eben nur dieses Squamosum übrig geblieben wäre.

2. Das Quadratum. Auch von diesem Knochen liegen zwei (rechte) Stücke vor, von denen das eine das andere an Größe ganz beträchltlich übertrifft. Das größere entspricht nur dem *Mochlodon*-Unterkiefer *A*, das kleinere kann dem *Mochlodon*-Exemplare *C*, könnte aber allenfalls auch dem *Camptosaurus Inkeyi* angehören.

Wenn man nun aber letzteres annimmt, so muss man unbedingt für das größere Quadratum, das ihm genau gleicht, die Existenz eines dritten größeren *Camptosaurus*-Exemplares an Ort und Stelle annehmen, und von dem wäre dann wieder nichts als eben dieses Quadratum erhalten geblieben. Ich halte daher beide Quadrata für Reste der *Mochlodon*-Exemplare *A* und *C*.

3. Das Articulare kann wegen seiner Größe und Stärke nur dem *Mochlodon*-Exemplare *A* oder dem hypothetischen *Camptosaurus* Nr. 3 zugeschrieben werden, und ich halte es infolge dessen eher für ein Stück des Unterkiefers von *Mochlodon A*.

Unter allen bekannten Ornithopoden ist es *Hypsilophodon*, der am meisten an unseren Dinosaurier erinnert. Die Bezahnung von *Mochlodon* ist ganz nach dem Muster des eben genannten Wealdendinosauriers gebaut und der Unterkiefer erinnert in der Gestalt des Coronoideum ebenfalls so sehr an diesen Dinosaurier, dass wir im *Mochlodon* geradezu einen mittelcretacischen [1] Verwandten von *Hypsilophodon* oder *Laosaurus* erblicken müssen. Unter den übrigen besser bekannten Dinosauriern dürfte ihm *Rhabdodon priscum* sehr nahe kommen.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, am Schlusse dieser Abhandlung den Herren Professoren E. Suess, Depéret in Lyon und Hatschek für die gewährte Unterstützung zu danken. Herr Professor Depéret sandte mir Gypsabgüsse von noch nicht beschriebenen südfranzösischen Dinosaurierresten, und gestattete mir, von denselben ausgedehnten Gebrauch zu machen, Objecte, die mir das Studium der siebenbürgischen Reste wesentlich erleichterten, und Herr Prof. Hatschek ertheilte mir stets bereitwilligst Aufschlüsse über die recenten Reptilien. Ebenso danke ich Herrn Professor Uhlig, Herrn Director

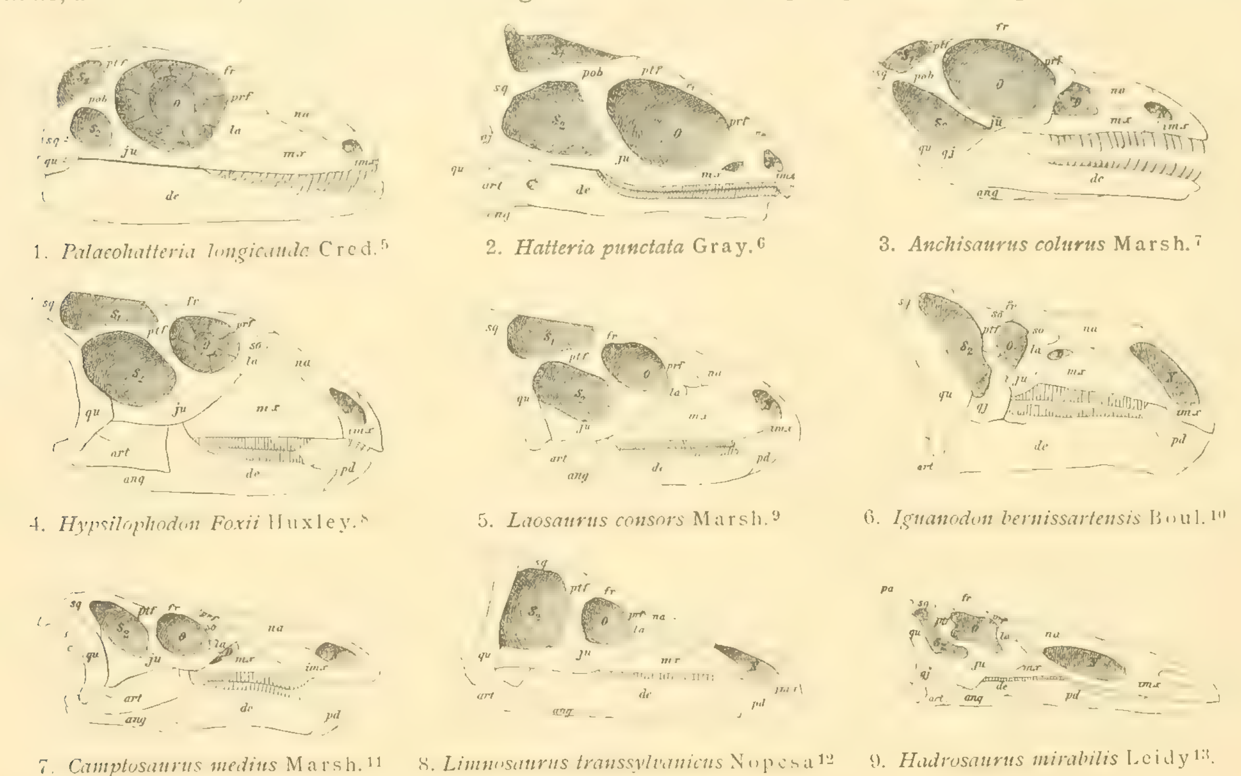
[1] Halaváts, Magyar. kir. földtani intézet évi jelentése 1898-ról Budapest, p. 105.

Th. Fuchs, ferner den Herren Dr. Arthaber und Dr. Böhm für die Liebenswürdigkeit, mit der sie mir die einschlägige Literatur überließen.

Anhang.

Zur Phylogenie der Ornithopodiden.

Der Zweck des folgenden Anhanges ist die 1899[1] erwähnte Ähnlichkeit zwischen den Ornithopodiden *(Iguanodon)* und Rhynchocephalen *(Hatteria)* weiter auszuführen und jene Behauptung fester zu begründen. Da Baur bei der Aussage, die Ornithopodiden stünden isoliert da[2], das Hauptgewicht auf den Schädel gelegt zu haben scheint[3], so ist auch hier vorläufig nur dieser in Betracht gezogen, und zwar soll hier hauptsächlich der Schädel von *Hypsilophodon* mit dem von *Palaeohatteria*[4] verglichen werden. Zum besseren Erkennen der Veränderungen, die der Schädeltypus der Ornithopodiden im Laufe der Zeit durchgemacht hat, wurden aber auch die Schädel von *Hatteria, Laosaurus, Camptosaurus, Iguanodon, Limnosaurus, Hadrosaurus, Anchiosaurus* und *Stegosaurus* in Betracht gezogen. Die beiliegenden Zeichnungen



1. *Palaeohatteria longicaude* Cred.[5] 2. *Hatteria punctata* Gray.[6] 3. *Anchisaurus colurus* Marsh.[7]

4. *Hypsilophodon Foxii* Huxley.[8] 5. *Laosaurus consors* Marsh.[9] 6. *Iguanodon bernissartensis* Boul.[10]

7. *Camptosaurus medius* Marsh.[11] 8. *Limnosaurus transsylvanicus* Nopcsa[12] 9. *Hadrosaurus mirabilis* Leidy[13].

---

[1] Nopcsa, Denkschr. d. k. Akad. d. Wiss. Wien, 1899, p. 560.

[2] Baur, American. Naturalist 1891, p. 452.

[3] Baur, Amer. Naturalist 1891, p. 447. »From the study of the skulls alone it is evident, that *Iguanodon* has to be separated entirely from *Diplodocus* and *Ceratosaurus*«.

[4] Credner, Zeitschrift d. deut. geol. Gesell. 1888, pag. 506.

[5] Credner, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesell. 1888, pag. 510, fig. 11, tab. XXV, fig. 4.

[6] Nach einem Schädel, den ich der Güte des Herrn Professor E. Suess verdanke, wofür ihm mein wärmster Dank ausgesprochen sei. Bemerkenswert ist, dass die Zähne nicht isoliert erscheinen.

[7] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. II (verkleinert).

[8] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895. tab. 84. Hulke, Phil. trans. 1882, tab. 82 (vergrößert).

[9] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. 57 (vergrößert).

[10] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX (verkleinert).

[11] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. 53 (verkleinert).

[12] Nach einer selbst vorgenommenen Reconstruction (verkleinert).

[13] Cope, American Naturalist 1883, tab. XVI (verkleinert).

sind alle Reproductionen verschiedener Zeichnungen von Marsh, Cope, Credner, Dollo und einer Reconstruction von *Limnosaurus*, die der Übersicht halber alle auf gleiche Größe gebracht und gleich orientiert wurden.

Zuerst sollen im folgenden die einzelnen Knochen, hierauf die Schädelöffnungen besprochen werden.

A. Knochenelemente.

1. Das Intermaxillare *(imx)* von *Hypsilophodon* erinnert infolge der sehr schwachen maxillaren Apophyse ziemlich an *Palaeohatteria*, bei der das Maxillare auch nur wenig an der Begrenzung der Nasenöffnung theilnimmt, ferner in gewisser Beziehung auch an *Hatteria*, da auch hier an der Innenfläche des Maxillare eine Art Apophyse des Intermaxillare bemerkbar ist. Eine echte maxillare Apophyse des Intermaxillare ist bei den Rhynchocephalen bei *Hyperodapedon Gordoni*[1] zu erkennen. Durch den Mangel einer maxillaren Apophyse des Intermaxillare erinnern sowohl *Palaeohatteria* als auch *Hatteria* an *Anchiosaurus* und die übrigen Theropoden. In der Reihe *Hypsilophodon, Iguanodon, Camptosaurus, Limnosaurus, Hadrosaurus* ist eine stete Größenzunahme der maxillaren Apophyse des Intermaxillare bemerkbar. Bei *Laosaurus* reicht diese Apophyse nicht über die Nasenhöhle hinaus, bei *Iguanodon* drängt sie sich bereits zwischen das Maxillare und Nasale, bei *Camptosaurus* erreicht sie über dem Lacrymale eben das Präfrontale, noch etwas weiter reicht sie bei *Limnosaurus*, bei *Hadrosaurus*, endlich erscheint sie zum Theile schon zwischen das Lacrymale und Präfrontale eingekeilt. Wahrscheinlich nimmt bei der Entstehung dieser Apophyse auch das Maxillo turbinale Antheil[2].

Gleichzeitig hat sich in derselben Reihenfolge das Prämaxillare, das bei *Hypsilophodon* noch bezahnt, bei *Laosaurus* aber schon unbezahnt ist, vergrößert. Es ist bei den primitiven Ornithopodiden spitz *(Mochlodon)*, bei weiter specialisierten rund *(Iguanodon, Limnosaurus)*, bei *Hadrosaurus* endlich löffelförmig.

2. Das Maxillare *(mx)* ist bei *Hypsilophodon* so wie bei *Palaeohatteria* ein hoch bogenförmig geschwungener Knochen, nimmt jedoch in der Reihe *Hypsilophodon, Laosaurus, Camptosaurus, Hadrosaurus* an Höhe allmählich ab und erstreckt sich immer weiter gegen hinten; bei primitiveren Formen bis vorne bezahnt, ist es bei dem hochspecialisierten *Hadrosaurus* vorne bereits unbezahnt.

3. Das große Lacrymale *(la)* von *Hypsilophodon* erinnert vollkommen an *Palaeohatteria*, und es ist hierauf in der Reihe *Laosaurus, Camptosaurus, Limnosaurus (?), Hadrosaurus* eine constante Größenabnahme dieses Elementes bemerkbar, was vielleicht eine Folge der Vergrößerung des Maxillare ist.

4. Das Präfrontale *(prf)* wird bei *Hypsilophodon* so wie bei *Palaeohatteria* gegen vorne nur vom Lacrymale und Nasale begrenzt, bei *Laosaurus* erreicht es das Maxillare, bei *Camptosaurus* und *Hadrosaurus* wird es von letzterem durch die maxillare Apophyse des Intermaxillare wieder getrennt. Es zeigt also, im Grunde genommen, ähnliche Verhältnisse wie bei *Laosaurus*, denn auch bei diesem würde eine bloße Verlängerung des Prämaxillare dasselbe bewirken.

5. Die Nasalia *(na)* werden bei *Hypsilophodon*[3] so wie bei *Hatteria* durch die nasalen Apophysen des Prämaxillare getrennt, erinnern infolge ihrer Breite[4] ebenfalls nicht unbeträchtlich an die neuseeländische Echse und nehmen innerhalb der Ornithopodiden in der Reihe *Hypsilophodon, Camptosaurus*[5], *Hadrosaurus*[6], dem darunter befindlichen Maxillare entsprechend, an Länge zu.

6. Die Frontalia *(fr)* sind bei den Rhynchocephalen und Ornithopodiden verschieden gebaut. Bei *Hatteria* werden sie wie bei einigen Theropoden *(Ceratosaurus)*[7] von den Nasalia umfasst, während sie bei

---

[1] Burkhardt, Geol. Magazine 1900.

[2] Cope, Proc. phil. soc. Philad. 1883.

[3] Hulke, Philosoph. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1038.

[4] Hulke, Philosoph. Transact. Roy. Soc. 1882, p. 1038.

[5] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. LIII.

[6] Cope, American Naturalist 1883, tab. XVII.

[7] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. VIII.

Claosaurus[1] eher ihrerseits die Nasalia umfassen. *Anchisaurus*[2] und *Camptosaurus*[3] nehmen diesbezüglich eine Art Mittelstellung ein. Bemerkenswert ist nur, dass sie bei *Hypsilophodon* lang und schmal[4], also ähnlich wie bei *Hatteria* gestaltet sind, bei den specialisierten Ornithopodiden *(Camptosaurus, Limnosaurus*[5], *Hadrosaurus*[6]*)* jedoch infolge der Längsausdehnung der Nasalia und Prämaxillaren eine mehr quadratische Gestalt annehmen.

7. Postfrontalia *(Ptf)* und Postorbitalia *(Pob)*. Bei *Hatteria* wird die Verbindung des Jugale mit dem Frontale durch zwei Knochen: einem tiefer gelegenen Postorbitale und einem höher gelegenen Postfrontale bewirkt.

Dasselbe ist unter den Dinosauriern bei *Anchisaurus* und *Stegosaurus* der Fall.

Bei den Ornithopodiden fehlt schon bei *Hypsilophodon* einer der beiden Knochen, und die Verbindung erfolgt nur durch ein Element, das wir Postfrontale bezeichnen. Dieser Knochen verhält sich zum Theile ganz wie das Postorbitale, zum Theile aber ganz wie das Postfrontale der Proterosauriden. Wie das Postorbitale von *Hatteria* oder *Palaeohatteria* entsendet nämlich auch das Postfrontale der Dinosaurier an seinem unteren Theile zwei Äste, einen auf das Squamosum und einen auf die Vorderseite des aufliegenden Jugalastes (ausgenommen *Claosaurus*[7], wo sich dieser Ast, soferne die Zeichnung richtig ist, auf die Rückseite des Jugale legt[8]), während der obere Theil des Postfrontale bei den Dinosauriern und *Hatteria* den oberen hinteren Theil der Augenhöhle begrenzt. Infolge dieser Umstände halte ich das Postfrontale der Dinosaurier für das Product einer, bei primitiveren Formen als *Hypsilophodon* erfolgten Verschmelzung des Postfrontale und Postorbitale von *Palaeohatteria*-ähnlichen Rhynchocephalen. Zu bemerken ist noch, dass bei *Proterosaurus*[9] ein eigenes Postorbitale ebenfalls gefehlt zu haben scheint.

8. Das Jugale *(ju)* von *Hypsilophodon* erinnert nicht unbedeutend an *Palaeohatteria*. In der Reihe *Hypsilophodon, Laosaurus, Camptosaurus, Iguanodon, Limnosaurus* und *Hadrosaurus* nimmt dieser Knochen an Größe stetig zu, und dieses Anwachsen erfolgt durch nichts anderes als durch ein Vorwärtsverlegen seiner Ansatzstelle am Maxillare[10], das durch das Vorwärtsrücken des Coronoideum und durch ein Verlängern des Maxillare hinter und unter dem Jugale bedingt wird. Bei *Hypsilophodon* ist die jugale Apophyse des Maxillare über der letzten Alveole gelegen[11], bei *Iguanodon* ist bereits ein Vorrücken desselben bemerkbar (allerdings wird hier die Länge des Jugale durch die Lage des Quadratums etwas verkürzt), bei *Limnosaurus* ist die Ansatzstelle im zweiten Drittel des Maxillare[12] und bei *Hadrosaurus* endlich fast in die Mitte dieses Knochens gerückt[13]. Sein Vorwärtsrücken bedingt ebenfalls zum Theile ein Verkleinern des Lacrymale.

Wie bei den Theropoden fehlt auch bei *Palaeohatteria* eine eigens laterale jugale Apophyse des Maxillare[14], ist aber so wie bei *Hypsilophodon* auch bei *Hatteria* entwickelt. Ihre Entstehung dürfte in dem Seitwärtsrücken des Coronoideums ihre Erklärung finden.

9. Das Squamosum *(sq)* ist bei *Palaeohatteria* und *Hatteria* relativ tief gelegen und berührt noch das Jugale. Bei *Hypsilophodon* ist es infolge der Längsausdehnung des Quadratum etwas höher gerückt,

---

[1] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. LXXII.

[2] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. III.

[3] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. LIII.

[4] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1882, tab. 72.

[5] Nopcsa, Denkschr. d. Akad. Wiss. Wien 1899, tab. II.

[6] Cope, American Naturalist 1883, tab. XVII.

[7] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. XLIII.

[8] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. LXXII, fig. 1.

[9] Seeley, Philosoph. Transact. Roy. Soc. 1887, p. 193 (wenigstens wird keines erwähnt).

[10] Nopcsa, Denkschr. d. Akad. Wiss. Wien 1899, p. 573.

[11] Hulke, Philosoph. Transact. Roy. Soc. 1882, tab. 71, fig. 1.

[12] Nopcsa, Denkschr. d. Akad. Wiss. Wien 1899, tab. III.

[13] Cope, American Naturalist 1883, tab. XVIII.

[14] Credner, Zeitschr. deut. geol. Gesell. 1888, p. 509, fig. 9.

jedoch liegt die Articulationsfläche des Quadratum auch hier und auch bei *Laosaurus* auch noch unter dem Niveau des Parietale, und infolge dessen sind die oberen Schläfenöffnungen auch noch von der Seite sichtbar. Erst bei *Camptosaurus* ist die Articulationsfläche des Quadratum in gleicher Höhe mit dem Parietale gelegen, und daher sind bei diesem sowie bei allen folgenden Dinosauriern die oberen Schläfenöffnungen, von der Seite betrachtet, unsichtbar. Eine Berührung zwischen dem Jugale und dem Squamosum findet unter allen Ornithopodiden nur bei *Camptosaurus* statt.

10. Die Entwicklung und Lage des Quadratum *(qu)* ist, wie ich dies schon 1899 erwähnte [1], bei den Dinosauriern sehr variabl, und kann daher hier nicht in Betracht gezogen werden. Als Beispiele der verschiedenen Lage des Quadratum seien hier als Vertreter der Theropoden *Anchisaurus* [2] und *Ceratosaurus* [3] als Vertreter der Ornithopodiden *Hypsilophodon*, *Iguanodon* und *Limnosaurus* erwähnt. Die verschiedene Gestalt wird am besten durch das Quadratum von *Mochlodon* und durch das von *Limnosaurus* ersichtlich gemacht. Auch *Palaeohatteria* soll übrigens (so wie *Proterosaurus*) ein langes Quadratum besessen haben [4], was allerdings aus der Abbildung von Credner nicht bemerkbar wird.

11. Am Unterkiefer von *Palaeohatteria* ist kein Coronoideum entwickelt [5], sondern die postcoronoidale Partie des Kiefers ist nur höher als die weiter vorne gelegene zahntragende Partie gebaut. Genau dasselbe können wir bei *Anchisaurus* beobachten. Bei den Stegosauriern sind starke coronoidale Apophysen, sowohl des Articulare als auch des Dentale entwickelt [6], jedoch kommt es auch bei diesen Dinosauriern, bei denen dementsprechend auch noch die Zähne primitiver gebaut sind, nicht zur Entwicklung eines eigenen aufragenden Coronoideum. Bei *Stegosaurus* scheint geradezu eine Vergrößerung der pterygoidalen Muskeln stattgefunden zu haben, weshalb sich hier auch kein Coronoideum entwickelte.

Auch bei *Hypsilophodon* und *Mochlodon* erfolgt das Ansteigen des Dentale zum aufragenden Coronoideum nur sehr allmählich, und erst bei den specialisierten Ornithopodiden *(Camptosaurus-Hadrosaurus)* erhebt sich ein steiles Coronoideum.

Ein gut entwickeltes Coronoideum finden wir auch bei *Hatteria*, während aber bei dieser das Coronoideum zum größten Theile aus dem Coronoidale besteht, nimmt bei den höheren Ornithopodiden letzteres nur im geringsten Maße an der Bildung des Kronfortsatzes Theil, so dass es bei *Limnosaurus* nur mehr auf der Innenseite des Coronoideum eine kleine längliche Schuppe bildet [7].

Während sich so das Coronoidale scheinbar allmählich verkleinert (das Coronoidale von *Iguanodon* [8] ist noch bedeutend größer als das von *Limnosaurus*), entwickelt sich ein immer höheres Coronoideum, und gleichzeitig nimmt in der Reihenfolge *Hypsilophodon-Laosaurus-Camptosaurus-Limnosaurus-Hadrosaurus* die postcoronoidale Partie des Unterkiefes allmählich an Höhe ab. Es ist in der Reihe *Hypsilophodon-Iguanodon-Limnosaurus* ein Vorwärtsrücken des Coronoideums bemerkbar.

12. Das Prädentale *(pd)*, das den Rhynchocephalen, den Sauropoden und Theropoden fehlt, ist bei den primitiven Ornihopoden, zum Beispiel den Stegosauriern [9], ferner bei den primitiven spitzschnauzigen Ornithopodiden *Hypsilophodon*, *Laosaurus* und *Camptosaurus* zum Theile noch wirklich zwischen die beiden

[1] Nopcsa, Denkschr. d. Akad. Wiss. Wien 1899, p. 560.

[2] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. II.

[3] Marsh, Dinosaurs of N. America 1899, tab. VIII.

[4] Case, Amer. Naturalist 1898, p. 70.

[5] Credner, Zeitschr. d. deutsch. geol. Gesell. 1888, p. 515.

[6] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. XLIII.

[7] Nopcsa, Denkschriften d. kais. Akad. d. Wiss. Wien 1899, p. 581 steht unter dem Abschnitte Coronoidale Folgendes: »Vom Coronoidale lässt sich, da davon nur ein Splitter auf der Innenseite der coronoidalen Apophyse vorhanden ist, nicht viel sagen«. An einem später gefundenen Unterkiefer von *Limnosaurus* (dem Gegenstücke zu Nr. II, p. 561 loc. cit.) kann man deutlich sehen, dass das loc. cit. , tab. V, fig. 3 (»cor«) abgebildete Stück nicht einem Theile, sondern dem ganzen Coronoidale entspricht, dass es daher fast rudimentär, also viel kleiner als das Coronoidale bei *Iguanodon* ist, und der oben hervorgehobene Satz muss daher in diesem Sinne umgeändert werden.

[8] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. IX, fig. 3, 4.

[9] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. XLIII.

Unterkieferäste eingeschoben, rückt aber in der Reihe *Camptosaurus-Claosaurus-Limnosaurus*[1] und *Hadrosaurus* allmählich auf den oberen vorderen Rand des Unterkiefers und nimmt dabei an Größe ganz bedeutend zu. Diese Größenzunahme kann in der Reihe *Camptosaurus-Iguanodon-Limnosaurus-Hadrosaurus* gut verfolgt werden.

13. Unter den Dinosauriern zeichnen sich die Orthopoden ganz besonders durch den Besitz eines Hornschnabels aus. Dieser fehlt bei *Palaeohatteria* und *Hatteria*, kann jedoch bei einem anderen Rhynchocephalen, *Hyperodapedon Gordoni*[2], beobachtet werden. Ich halte es sogar infolge der Gabelung der Unterkieferspitze[3] für eine offene Frage, ob *Hyperodapedon* nicht ein Prädentale besessen haben kann.

14. In der Reihe *Hypsilophodon - Laosaurus - Camptosaurus - Hadrosaurus* ist eine allmähliche Abnahme der Höhe des Schädels bemerkbar, und auch hierin erinnert *Hypsilophodon* noch am meisten an *Palaeohatteria*.

B. Schädelöffnungen.

15. Die Nasenöffnung *(N)* bei *Laosaurus* so wie bei *Palaeohatteria*, am Ende des Kiefers gelegen, ist bei *Laosaurus* sowie bei den Rhynchocephalen ziemlich klein und nimmt hierauf in der Reihe *Camptosaurus-Limnosaurus-Claosaurus-Hadrosaurus* an Größe allmählich zu, reicht daher immer weiter gegen hinten. Ob dies eine bloße Folge der Vergrößerung des Prämaxillare ist, lässt sich nicht entscheiden.

16. Eine präorbitale Öffnung *(D)* ist bei *Hatteria*, den Theropoden und den Ornithopodiden vorhanden. Ihre Größe hängt von der Entwicklung der pterygoidalen Muskeln ab[4].

17. In der Augenhöhle *(O)* ist bei *Proterosaurus Speneri*[5] und bei *Palaeohatteria*[6] so wie bei dem primitiven *Hypsilophodon*[7] ein wohl entwickelter Scleroticalring bemerkbar, der bei allen höheren Ornithopodiden fehlt. Es ist in der Reihe *Hypsilophodon-Camptosaurus-Limnosaurus-Hadrosaurus* ein allmähliches Zurückweichen der Augenhöhle bemerkbar, und dies wird höchstwahrscheinlich durch die Vergrößerung der Nasenöffnung und

18. Verkleinerung der unteren Schläfenöffnung *(S_2)* bewirkt, hängt vielleicht aber auch mit der Rückwärtsverlegung des Maxillare zusammen.

19. Ein Foramen inframaxillare ist bei *Hatteria*, *Anchisaurus* und *Mochlodon* vorhanden.

Wenn wir das Resultat dieser neunzehn Punkte zusammenfassen, so sehen wir, dass sie bei den Ornithopodiden fast alle (mit Ausnahme von 7, 9 und 10, 14) durch ein Anwachsen der Kieferelemente und durch eine Vergrößerung der temporalen Muskeln erklärlich sind. Beides sind aber Veränderungen, die bei phytophagen Thieren fast selbstverständlich erscheinen: Der Musculus temporalis suchte nämlich möglichst günstige Angriffspunkte, daher das Verlängern der Kiefer gegen die obere Schläfenöffnung, daher das Vorrücken des Coronoideum und das dadurch bewirkte Vor- und Seitwärtsrücken des Jugale, daher die Entwicklung jener Zähne, die möglichst günstig (hinten) gelegen waren, und die Reduction jener (vorderen), die keine so günstige Lage innehatten[8]. Die Vergrößerung des Prämaxillare und des correspondierenden Prädentale erfolgte wohl, um möglichst viel Nährstoff auf einmal ergreifen zu können (?) und die maxillare Apophyse des Prämaxillare dürfte als verstärkte Befestigung (?) dieses Knochens aufzufassen

[1] Das Praedentale von *Limnosaurus* dürfte etwas größer gewesen sein als dies Autor in 1899 (loc. cit. p. 578) vermuthete. Diese Möglichkeit stellte sich aber erst bei der Reconstruction des Stückes heraus (siehe Fig. Nr. 7).

[2] Burkhardt, Geolog. Magazine (4) 1900, p. 491.

[3] Burkhardt, Geolog. Magazine (4) 1900, p. 489, fig. V. Zittel, Grundzüge d. Paläontolog., p. 638, fig. 1616 C.

[4] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1884/5, p. 146.

[5] Seeley, Philos. Transact. Roy. Soc. 1887, tab. 16, p. 195.

[6] Credner, Zeitschr. d. deut. geol. Gesell. 1888, p. 512.

[7] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1882, tab. 82, p. 1036.

[8] Dass diese Zahnreduction bei den pflanzenfressenden Säugethieren ihr Analogon findet, braucht wohl nicht besonders hervorgehoben zu werden.

sein. Dass die basale Hinterhaupt- und Hirnreduction[1] auch mit diesen Vorgängen in Causalzusammenhang steht, wurde schon wiederholt betont. Weshalb mir die Heranziehung von *Iguanodon* zu diesen phylogenetischen Untersuchungen nicht geeignet schien, ersehen wir am besten, wenn wir *Iguanodon* von den oben festgesetzten 19 Punkten aus betrachten.

ad Punkt 2. Sein Maxillare ist außergewöhnlich hoch.
» » 5. Seine Nasalia sind mehr breit, aber steil abwärts gebogen.
» » 6. Seine Frontalia eher breit als lang.
» 7. Sein Postfrontale ist groß, dessen postorbitaler Theil auffallend steil gestellt.
» » 8. Sein Jugale unverhältnismäßig kurz. Das Quadratojugale abnormal groß.
» » 9. Squamosum mit sehr starker postquadratischer Apophyse.
» » 12. Sein Schädel ist nicht vertical, sondern lateral comprimiert.
» » 13. Nasenöffnung sehr groß.
» » 15. Die Augenöffnung auffällig weit zurückgerückt.
» » 16. Die untere Schläfenöffnung enorm vergrößert.

Wie wir sehen, vereinigt *Iguanodon* zahlreiche primitive und specialisierte Merkmale, und nimmt daher, wie ich dies bereits 1899 erwähnte, eine isolierte Stellung ein. Allerdings scheint diese außer der phytophagen Specialisation auch auf andere Factoren (seine aquatische Lebensweise?) zurückgeführt werden zu müssen.

Wenn wir noch vor allgemeinen Betrachtungen *Anchisaurus* mit *Hatteria* und *Hypsilophodon* vergleichen, fallen wieder einige Punkte auf, wodurch diese drei Repräsentanten bedeutend näher zueinander gebracht werden.

Anchisaurus[2] hat mit *Hatteria* die Anordnung der Knochen um die präorbitale Öffnung und die ganze Hinterhauptregion (Basioccipitale, Basisphenoidale, Parotica, Supraoccipitale, Parietale und Squamosum) gemeinsam, und erinnert, was Parotica, Parietale und Supraoccipitale anbelangt, gleichzeitig auch stark an *Hypsilophodon*[3], während diese bei *Iguanodon* ganz anders gestaltet sind.

Es wäre hier die Stelle zu erwähnen, dass die Stegosaurier, was den Schädelbau anbelangt, nicht als Vorfahren der Ornithopodiden gelten können, sie specialisierten sich vielmehr durch Entwicklung der pterygoidalen Muskeln (in phytophager Richtung), die Gestalt des Prämaxillare, des Prädentale, des Lacrymale und der Bau der Zähne sind bei ihnen noch primitive Merkmale.

Bei seinem Versuche, die *Dinosauria* in drei verschiedene Gruppen zu trennen, findet Baur gerade in dem zuvor erwähnten *Iguanodon* einen typischen Vertreter der Ornithopodiden, und dies ist der Grund, warum er einige scheinbar tiefgreifende Unterschiede zwischen seinen *Iguanodontia*, *Megalosauria* und *Cetiosauria* findet. Es sind 12 Punkte, in denen Baur seine Bemerkungen über den Schädel zusammenfasst, und diese Punkte sollen daher im folgenden eingehend erörtert werden[6].

1. Die Ornithopoden haben, wie aus Baurs Arbeit hervorgeht, die vollkommen knöcherne Umgrenzung der Hirnhöhle sowie den Besitz des Alisphenoids mit den Sauropoden gemeinsam, unterscheiden sich also hierin von den Theropoden.

2. Nur bei den Orthopoden ist eine maxillare Apophyse des Intermaxillare bemerkbar.

---

[1] Vergl. Marsh, Dinosaurs of N. America 1896, tab. 76, fig. 2, 3.

[2] Marsh, Dinosaurs of N. America 1895, tab. III, fig. 2.

[3] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1882, tab. 71, fig. 3.

[4] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883, tab. X, fig. 1.

[5] Baur, American naturalist 1891, p. 444—446.

[6] Leider muss in Ermangelung einer Beschreibung eines primitiveren Sauropoden doch wieder auf den hochspecialisierten *Diplodocus* zurückgegriffen werden. Es ist gewiss, dass ein Vergleich mit *Brontosaurus* zum Beispiel noch viel mehr gemeinsame Punkte mit den Orthopoden aufweisen würde; es liegt jedoch, soviel ich weiss, eine Beschreibung eines Schädels von *Brontosaurus* oder *Morosaurus* noch nicht vor.

3. Mangel einer Columella vereint die Orthopoden mit den Sauropoden und trennt sie von den Theropoden.

4. Außer bei Sauropoden und Theropoden ist auch bei einigen *Ornithopodidae (Hypsilophodon*[1]*)* kein Hinausragen der zahntragenden Partie des Maxillare hinter das Jugale bemerkbar. In diesem Punkte wäre daher bei den Orthopoden nur eventuell die laterale Befestigung des Jugale an einer eigenen Apophyse des Maxillare bemerkenswert.

5. Lage des Quadratojugale ist bei Ornithopodiden und Theropoden dieselbe, bei den Sauropoden hingegen eine andere.

Eine Berührung des Squamosum mit dem Quadratojugale fehlt den Ornithopodiden, Sauropoden und auch einigen Theropoden *(Anchisaurus)*.

6. Eine quadratojugale Apophyse des Squamosum ist zwar bei den Theropoden vorhanden, fehlt aber sowohl den Ornithopodiden als auch den Sauropoden.

7. In diesem Punkte kann ich mit Baur bei Betrachtung von *Anchisaurus* und *Mochlodon* nicht übereinstimmen: weder die Entwicklung, noch, wie schon erwähnt, Lage des Quadratum scheinen mir maßgebend. Dass die Ornithopodiden im allgemeinen ein längeres Quadratum haben als die Theropoden, dürfte zwar außer Zweifel sein, jedoch ist dies wohl nur als Folge der Entwicklung der Unterkiefermusculatur und der Bewegung des Unterkiefers selbst aufzufassen.

8. Ein Prädentale ist nur bei den Orthopoden entwickelt.

9. Baur behauptet, nur die Orthopoden besässen ein Coronoideum; dem gegenüber muss bemerkt werden, dass das Coronoideum einigen Orthopoden (Stegosaurier) fehlt, daher für die Gruppe der Orthopoden nicht charakteristisch sein kann.

10. Der Ausschluss des Maxillare von der Nasenöffnung ist identisch mit Punkt 2 der Unterscheidungspunkte von Baur, darf daher hier nicht noch einmal erwähnt werden.

11. Die Größe der präorbitalen Öffnung hängt nur von der Entwicklung der Unterkiefermusculatur ab, entspricht also im Wesen dem Punkte 9.

12. Die Begrenzung der Augenhöhle durch ein Supraorbitale scheint bei *Hadrosaurus* und *Claosaurus*[2] zu fehlen, und dann erinnern einige Orthopoden genau an die Theropoden. Es darf auch dann diesem Punkte kein großes Gewicht beigelegt werden.

In den eben aufgezählten 12 Punkten zeigen alle drei Unterordnungen der Dinosaurier gemeinsame Merkmale so innig vermengt, dass eine gemeinsame Abstammung sehr wahrscheinlich gemacht wird. Es können aber weder die Theropoden noch die Sauropoden als Vorfahren der Orthopoden gelten, sondern alle drei Äste haben sich, von gemeinsamem Stamme entsprungen, bald ganz selbständig specialisiert, es zeigen aber die Ornithopodiden im Schädel eine größere Ähnlichkeit mit den Sauropoden als mit den noch sehr primitiven Theropoden. Wirklich eigenthümliche Merkmale im Schädelbau der Ornithopodiden sind, wie wir gesehen haben, nur die Entwicklung der maxillaren Apophysen, die Gestalt der Zähne und der Besitz eines knöchernen, gut entwickelten Prädentale. Gerade diese neuen Erwerbungen der Ornithopodiden sind aber bei ihnen großen Veränderungen unterworfen. Alle anderen Eigenthümlichkeiten, die Baur im Schädel der Ornithopodiden findet, weisen zum Theile auf die Sauropoden, größtentheils aber direct auf die *Proterosauridae* zurück.

Unter letzteren kommen dabei, was den Schädelbau und das Becken anbelangt, *Palaeohatteria*[3] in Bezug auf die Extremitäten aber in erster Linie *Kadaliosaurus priscus* und *Proterosaurus*[4] in Betracht.

---

[1] Hulke, Philos. Transact. Roy. Soc. 1882, tab. 71, fig. 1.

[2] Marsh. Dinosaurs of N. Amer. 1895, p. 220.

[3] Credner, Zeitschrift d. deut. geol. Gesell. 1888, p. 523—526, 549.

[4] Seeley, Philos. Transact. Roy. Soc. 1887, p. 210. Osborn, Amer. naturalist 1900, p. 794.

Von primitiven Formen *(Hypsilophodon*[1], *Mochlodon*[2]*)* ausgehend, entwickelten sich im Laufe des Mesozoicums mannigfache Formen *(Laosaurus*[3], *Dryosaurus*[4], *Camptosaurus*[5], *Rhabdodon*[6], *Proiguanodonta*[7], *Eniguanodonta*[8], *Craspedodon*[9], *Orthomerus*[10], *Sphenospondylus*[11], *Ornithotarsus*[12], *Hypsibema*[13], *Claosaurus*[14], *Limnosaurus*[15], *Cionodon*[16]*)*, die endlich in den abenteuerlichen *Hadrosaurus*[17] ausarten. Die hier angeführte Reihe von *Hypsilophodon* bis *Hadrosaurus* ist aber keineswegs eine gerade Entwicklungsreihe, sondern stellt nur einzelne Genera dar, die zum größten Theile wieder ihren eigenen Entwicklungsgang wandelten[18].

Es wäre noch zu erwähnen, dass *Limnosaurus*, wie aus obiger Übersicht hervorgeht, infolge mancher Ähnlichkeit mit den Iguanodontiden doch eine primitivere Stellung unter den Hadrosauriden einnimmt[19] als dies Autor 1899 vermuthete.

---

[1] Huxley. Quart. Journ. Geol. Soc. 1870.
[2] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1881.
[3] Marsh, Amer. journ. of Science 1878.
[4] Marsh, Amer. journ. of Science 1878.
[5] Marsh, Amer. journ. of Science 1879.
[6] Mathéron, Mém. Ac. imp. Marseille 1869.
[7] Lydekker, Quart. Journ. Geol. Soc. 1888, p. 51.
[8] Lydekker, Quart. Journ. Geol. Poc. 1888, p. 51.
[9] Dollo, Bull. mus. roy. belg. 1883.
[10] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1883.
[11] Seeley, Quart. Journ. Geol. Soc. 1883.
[12] Cope, Trans. Amer. Phil. Soc. 1870.
[13] Cope, Trans. Amer. Phil. Soc. 1870.
[14] Marsh, Amer. journ. of Science 1872.
[15] Nopcsa, Denkschr. d. Akad. d. Wiss. Wien 1899.
[16] Cope, U. S. geol. surv. of territ. 1874.
[17] Leidy, Proc. Ac. Philadelphia 1856.
[18] Dollo, Comptes rendus Ac. Sciences, Paris 1888.
[19] Sauvage, Revue critique de palaeozoologie 1901, pag. 79.





Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. Rechtes Squamosum von *Mochlodon Suessi* Seeley (Exemplar *C*) von oben:

ptf postfrontale Apophyse,
pa parietale Apophyse,
a Articulationsfläche für das Quadratum,
fo Gefäßöffnung (?),
por Ansatzstelle für das Paroticum,
par » » » Parietale,
ap prae- und postquadrate Apophysen.

Fig. 2. Dasselbe Squamosum von außen.

Fig. 3. » » » unten:

qu. ap. Verbindungsleiste des Squamosum und der pterygoidalen Quadratum-Apophyse.

Fig. 4. Rechtes Quadratum von *Mochlodon Suessi* Seeley (Exemplar *A*) von vorne:

ju jugale Apophyse,
pt pterygoidale Apophyse,
c distaler Condylus,
for Gefäßöffnung,
S Schaft des Quadratum.

Fig. 5. Dasselbe Quadratum von außen.

Fig. 6. » » » innen.

Fig. 7. » » » hinten.

Fig. 8. Querschnitt desselben Knochens bei *A—B* von Fig. 5.

Fig. 9. Rechtes Articulare von *Mochlodon Suessi* von oben (Exemplar *A*):

art Articulationsfläche des Quadratum,
proc postarticularer Fortsatz,
cor coronoidaler Forsatz,
fl äußere ebene Fläche,
fi Foramen inframaxillare,
de Ansatzstelle des Dentale,
v Stelle der horizontalen Platte.

Fig. 10. Dasselbe Articulare von außen.

Fig. 11. » » » innen.



J. Fleischmann n. d. Nat. lith. Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.



Tafel II.

Tafel II.

Fig. 1. Oberkieferzahn von *Mochlodon Suessi* Seeley (Exemplar *A*) von außen.

Fig. 2. Derselbe von vorne.

Fig. 3. » » innen.

Fig. 4—6. Oberkieferzähne von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *C*).

Fig. 7—9. Unterkieferzähne von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *C*), 7 von hinten, 8 von innen, 9 von außen.

Fig. 10–12. Abgekauter Unterkieferzahn von *Mochlodon Suessi*, (10 von vorne, 11 von außen, 12 von innen).

Fig. 13. Abgekauter Unterkieferzahn von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *B*).

Fig. 14–16. Zwischenkieferzahn von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *B* oder *C*), 14 von innen, 15 von außen, 16 von einer Seite.

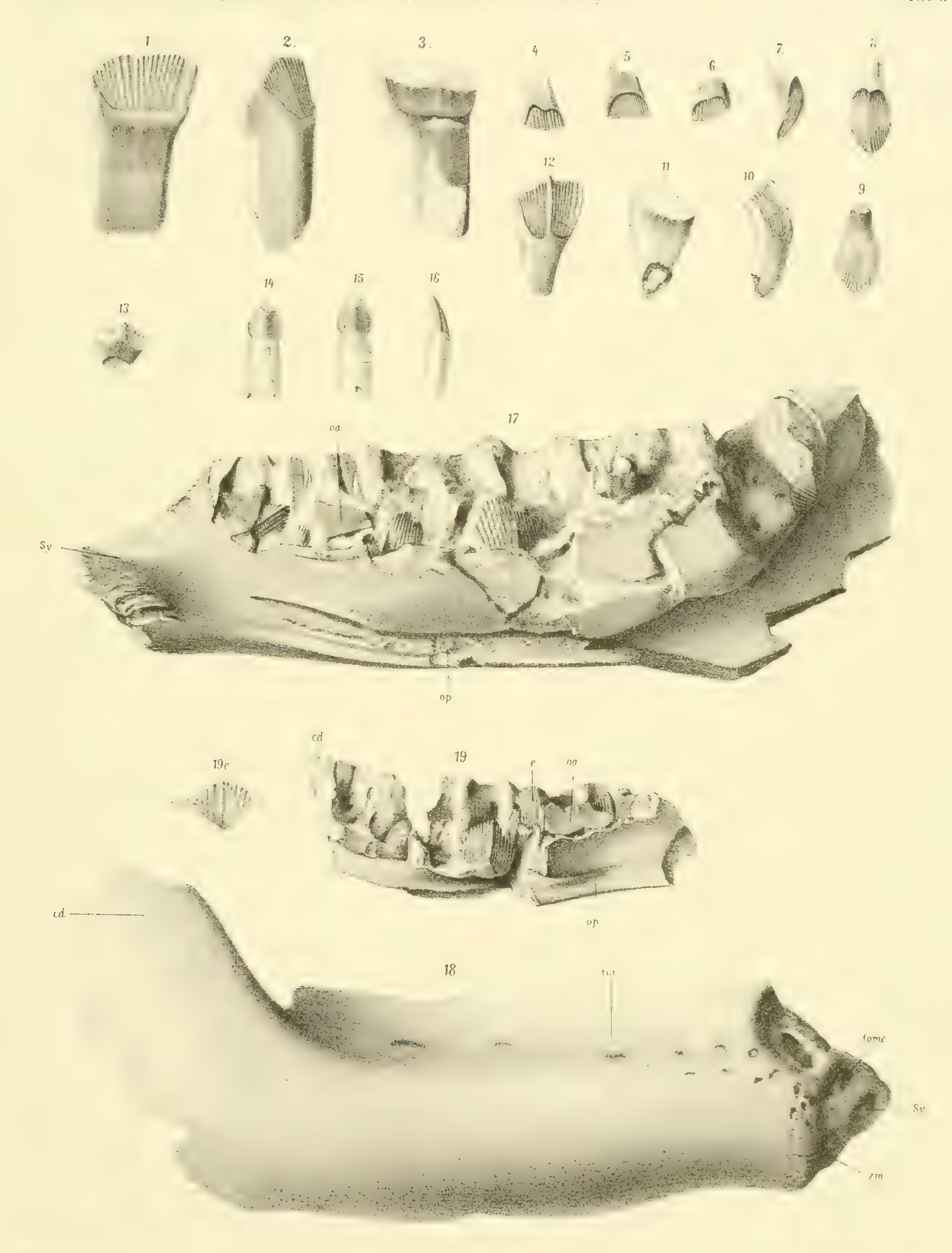
Fig. 17. Rechtes Dentale von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *A*):

Sy Symphysenregion,
zm Ansatz für den Zungenmuskel (?),
op Canalis operculare,
oa Os accessorium,
cd Coronoidale Apophyse des Dentale,
for Austrittöffnungen der Rami cutanei,
fome Foramen mentale.

Fig. 18. Dasselbe Dentale von außen.

Fig. 19. Linkes Dentale von *Mochlodon Suessi* (Exemplar *C*), Bezeichnung wie bei Fig. 17.

Fig. 19 *e* Vergrößerte Ansicht des Zahnes *e* (Fig. 19) von außen.



J. Fleischmann n. d. Nat. lith.

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.



UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

BEWEGUNGSVERHÄLTNISSE DES SYSTEMS 70 OPHIUCHI

VON

DR. ADALBERT PREY,

ADJUNCT AM K. K. GRADMESSUNGSBUREAU.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 11. JULI 1901.

Das System 70 Ophiuchi, welches nun schon seit mehr als hundert Jahren bekannt ist, hat allen Versuchen einer Bahnbestimmung seit jeher die größten Hindernisse in den Weg gelegt. Die bedeutende Helligkeit der beiden Componenten (4^m und 6^m), sowie die rasche Eigenbewegung von 1"2 im Jahre ließ auf eine geringe Entfernung des Systems schließen, was auch durch die Parallaxenmessungen bestätigt wurde, und so hatte man die Hoffnung gehegt, gerade bei diesem System eine besonders genaue Bahnbestimmung durchführen zu können. Diese Hoffnung wurde aber getäuscht, und keine der vielen berechneten Bahnen reichte hin, die Bewegungsverhältnisse dieses interessanten Sternpaares darzustellen. Als Schur seine ersten Untersuchungen darüber durchführte, konnte er bereits ein Verzeichnis von 14 Bahnbestimmungen zusammenstellen (Astron. Nachr., Bd. 71). Seither hat sich diese Zahl noch bedeutend vermehrt. Ich lasse hier ein Verzeichnis folgen, welches aus dem von Schur und dem von See (Astron. Journal, vol. XV) publicierten combiniert ist. Es wurde nur noch die letzte Bahnbestimmung von Doolittle hinzugefügt. (Verzeichnis der Bahnbestimmungen siehe nächste Seite.)

Der Vergleich der einzelnen Elemente lässt sofort erkennen, was für bedeutende Unterschiede sich namentlich bei den älteren Bahnen finden. Die Beobachtungen der Jahre 1818 bis 1823 und 1823 bis 1827 zeigen ein so verschiedenes Verhalten, dass, je nachdem auf die ersteren oder die letzteren das größere Gewicht gelegt wird, die Elemente sehr verschieden ausfallen. Mit dem Hinzukommen der späteren Beobachtungen tritt natürlich das Gewicht der früheren mehr und mehr zurück, und die Elementensysteme werden ähnlicher. In den Umlaufszeiten aber bleibt ein auffallender Gang.

Da infolge dieser merkwürdigen Erscheinungen 70 Ophiuchi ein Gegenstand der aufmerksamsten ununterbrochenen Beobachtung war, so konnte Schur, als er seine zweiten Untersuchungen begann, über die stattliche Anzahl von 333 Jahresmitteln verschiedener Beobachter verfügen. Unter diesen Umständen

Verzeichnis der Bahnbestimmung.

U	T	e	a	Ω	i	λ	Berechner	Publication	
73·802	1806·877	0·430	4″284	147°2	40°42	125·37	Encke	1830	B. J. 1832 pag. 297.
70·601	1814·155	0·34737	5·5538	128·15	64·2	110·89		1830	dto.
80·340	1807·06	0·4007	4·302	138·52	48·1	145·77	Herschel	1833	Mem. R. A. S. vol. VII, p. 217
80·61	1806·740	0·47715	4·3150	133·8	42·87	145·73	Mädler	1835	A. N. 289
90·739	1805·104	0·0402		112·27	18·44	181·37		1842	A. N. 444
92·809	1812·73	0·4438	5·4291 5·3162	120·91	64·80	129·68		1842	dto.
98·140	1806·92	0·540	4·48	110·5	49·93	172·52	Bader. Powell	1855	M. N. XV, p. 42
87·52	1807·06	0·4820	4·075	128·55	51·5	150·32	Jacob		Historical and descript. notes Bishop's observ. 1839–1851
88·48	1807·48	0·4973		122·23	47·33	168·10	Hind	1849	M. N. IX, p. 14
92·875	1811·105	0·44955	4·9917 5·0032	128·41	62·17	143·48	Villarceau	1851	C. R. XXXII, p. 51
92·338	1810·071	0·44449	4·9957	127·30	61·88	147·03		1851	Me[illegible] t. XLI
91·937	1810·367	0·44873	5·070	128·2	61·92	148·43		1851	dto.
93·10	1808·12	0·4894		124·53	55·27	159·53	Jacob	1857	M. N. XV, p. 228
95·906	1808·270	0·49353		123·14	57·35	166·54	Klinkerfues	1858	A. N. 1135
94·370	1808·791	0·49149	4·7939	125·30	57·93	155·74	Schur	1868	A. N. 1682
92·77	1807·9	0·3859	4·88	122·0	62·0	163·0	Flammarion	1874	C. R. LXXXIX, p. 1248
94·93	1809·64	0·47286	4·770	127·37	60·0	169·72	Tisserand	1870	Flam. Cat. ét. doubl., p. 166
94·44	1808·90	0·4072	4·790	127·38	58·08	151·92	Pritchard	1878	Oxf. Obs. I, p. 63
87·84	1807·65	0·4012	4·50	120·08	58·47	171·75	Gore	1888	M. N. XLVIII, Nr. 5
88·04	1807·24	0·4994	4·45	120·8	57·0	174·92	Mann	1890	Sid. Mess. Nov. 1890
88·3054	1808·0707	0·4751	4·00	121·31	60·08	168·3	Schur	1893	A. N. 3220–21
87·75	1807·85	0·550	4·56	123·5	58·3	169·2	Burnham	1893	Astron. u. Astroph. Jan. 1893
78·70	1807·88	0·50	4·548	125·7	58·42	161·75	See	1895	A. J. vol. XVI, p. 18.
86·0600	1808·851	0·4998	4·5227	120·65	56·72	166·58	Doolittle	1896	A. J. vol. XVII, p. 121.

musste es natürlich Wunder nehmen, dass auch diese Bahnbestimmung, welche auf ein so umfassendes Material gegründet war, schon nach wenigen Jahren bedeutende und unerklärliche Abweichungen im Positionswinkel zeigte.

Es war daher sehr naheliegend, hier den störenden Einfluss einer dritten, unsichtbaren Masse zu vermuthen, worüber sich schon bei Mädler eine Äußerung findet (Astron. Nachr., Bd. XIX). Wenn es auch nicht bezweifelt werden kann, dass eine neue Bahnbestimmung nach dem Kepler'schen Gesetze wieder die großen Differenzen verschwinden lassen würde, so ist doch damit nicht erklärt, warum die früheren Bestimmungen, speciell die Schur'sche, dies nicht auch leistet, nachdem doch das Beobachtungsmaterial nach gewöhnlichem Maßstabe weitaus ausreichend wäre.

Der erste, der den Versuch machte, die Bewegungsverhältnisse einer dritten Masse in diesem System festzustellen, war Jacob (Monthly not., vol. XV), doch wurde damals wenig Gewicht darauf gelegt. Erst in neuester Zeit, als sich die Abweichungen von der Schur'schen Bahn gezeigt hatten, griff See wieder auf diese Hypothese zurück. Danach soll die dritte Masse in einer engen Bahn um den Hauptstern kreisen mit einer Umlaufszeit von 36 Jahren.

Die osculierenden Elemente, von denen See ausging, waren durch einen Anschluss an die Distanzen allein gewonnen worden (Astron. Journal, vol. XVI). Doolittle, der die nöthigen numerischen Rechnungen durchführte, machte einen zweiten Versuch, indem er die osculierenden Elemente aus Distanzen und Positionswinkel gleichmäßig herleitete. Er fand so für den dritten Körper eine etwas längere Periode.

Nach den Untersuchungen von Moulton (Astron. Journal. vol. XX) ist aber die Stabilität dieses Systems stark in Frage gestellt, da sich die lange Umlaufszeit mit der großen Masse, die der dritte Körper haben muss, nicht vereinbaren lässt.

Burnham hat auch bei seinen Nachforschungen mit dem 18zölligen Dearborn- und dem großen Lick-Refractor von einem dritten Stern in der Nähe der beiden anderen nichts entdecken können.

Es soll nun im Folgenden abermals versucht werden, die Anomalien der Bewegung an diesem System durch den Einfluss einer dritten Masse zu erklären, doch soll eine andere Configuration des Systems vorausgesetzt werden.

Die dritte Masse soll nicht um eine der Componenten, sondern um den Schwerpunkt beider eine Bahn von sehr großem Radius beschreiben. Wir wollen die Distanz sogar so groß voraussetzen, dass die Ortsveränderung des Körpers weiter nicht in Betracht kommt; die obige Periode, welche ungefähr die Hälfte der Hauptperiode ist, wäre dann als eine periodische Störung abhängig von der doppelten und mehrfachen mittleren Anomalie aufzufassen, während die Periode des dritten Körpers gar nicht in die Rechnung eintritt, weil sie zu lang ist.

Wir haben es also hier mit einem ähnlichen Störungsproblem zu thun, wie es bei ζ Cancri aufgetreten ist (Seeliger: Densksch. der kais. Akad. der Wiss., mathem.-naturw. Cl., Wien, 1882 und Abhandl. der kön. bayr. Akad. der Wiss., mathem.-naturw. Cl. 1888), nur ist es noch complicierter, da die 3. Componente nicht sichtbar ist.

Nachdem dort festgestellt war, dass man ohne Nachtheil die Bahn des dritten Sternes in die Projectionsebene legen kann und sich gleichzeitig ein Massenwert für denselben ergeben hatte, war es möglich, die Störungen vollständig zu berechnen, dieselben von den Beobachtungen abzuziehen und die Reste nach dem Kepler'schen Gesetze auszugleichen. Hier aber, wo von der dritten Masse gar nichts bekannt ist, bleibt nichts übrig als die Elemente desselben gleichzeitig mit denen der sichtbaren Componenten in die Gleichungen aufzunehmen, wodurch die Rechnungen bedeutend umfangreicher werden.

Natürlich werden auch die erhaltenen Resultate nicht sehr sicher sein, da, um die Rechnung überhaupt bewältigen zu können, vereinfachende Bedingungen eingeführt werden mussten, von denen es schließlich zweifelhaft erschien, ob sie für die in Betracht kommenden Zeiträume aufrecht erhalten werden können. Es kann daher das folgende nur zu einer Orientierung dienen, ob die durch die Beobachtungen constatierten Abweichungen von dem Kepler'schen Gesetze von der Art sind, dass sie sich durch ähnliche

Störungen, wie die hier betrachteten erklären lassen. Diese Frage muss auf Grund der folgenden Untersuchungen entschieden bejaht werden und ich halte in dieser Hinsicht die Übereinstimmung der für das Verhältnis zur Masse zur dritten Potenz der Entfernung des unbekannten Körpers gefundenen Werte für wichtiger als die Darstellung.

Eine wichtige Stütze erhielt die Hypothese aber dadurch, dass es gelungen ist, das Vorhandensein eines Sternes elfter Größe zu constatieren, der der Größe und Richtung nach dieselbe Eigenbewegung besitzt, wie 70 Ophiuchi.

Es ist kein Zweifel, dass unter den so gewonnenen Gesichtspunkten die Rechnungen zu wiederholen wären. Dazu ist jedoch der Zeitpunkt jetzt nicht günstig. Die Bewegung in Positionswinkel ist gerade jetzt auffällig groß und daher gerade jetzt die Zeit, wo sich die Anomalien der Bewegung am deutlichsten äußern, weil der Positionswinkel für jede kleine Änderung in den Elementen ungeheuer empfindlich ist. Es soll daher mit weiteren Untersuchungen dieser Art gewartet werden, bis diese kritische Zeit vorüber ist.

Aufstellung der Differentialgleichungen.

Wir gehen von der Annahme aus, dass das System der beiden sichtbaren Componenten, deren Massen m_1 und m_2 sein sollen, in einer bestimmten Richtung eine Beschleunigung erfahre, welche von einer dritten, unbekannten Masse m_3 herrühre.

Auf Grund der Voraussetzung, dass dieser dritte Körper sehr weit von den beiden anderen entfernt ist, können wir annehmen, dass die Richtung der Beschleunigung für m_1 und m_2 annähernd dieselbe ist.

Legen wir den Anfangspunkt eines sonst beliebigen rechtwinkeligen Coordinatensystems in den gemeinsamen Schwerpunkt von m_1 und m_2 und bezeichnen die Entfernung von m_3 vom Anfangspunkte mit D, die Richtungswinkel der durch m_3 erzeugten Beschleunigung $\lambda\ \mu\ \nu$, so sind nach unserer Voraussetzung die Größen $\lambda\ \mu\ \nu$ und D als constant zu betrachten. Es kommt dies darauf hinaus, dass M ein sehr kleines Stück einer Kreisbahn beschreibt.

Bezeichnen wir ferner mit r_1 und r_2 die Entfernung von m_1, respective m_2 vom Anfangspunkte, mit r die gegenseitige Entfernung der beiden, so ist

$$r = r_1 + r_2 \qquad r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\, r = \mu_1\, r \qquad r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\, r = \mu_2\, r \tag{1}$$

und

$$m_1\, \mu_1 - m_2\, \mu_2 = 0. \tag{2}$$

Ist endlich ϑ der Winkel zwischen D und r, so erhalten wir für die Beschleunigung von m_1 und m_2 in der Richtung λ, μ, ν die Werte

$$\frac{k^2\, m_1\, m_3}{(D - r_1 \cos\vartheta)^2} \quad \text{und} \quad \frac{k^2\, m_2\, m_3}{(D + r_2 \cos\vartheta)^2}.$$

Diese Beschleunigungen charakterisieren den störenden Einfluss von m_3. Es entspricht ihnen eine Störungsfunction von der Form

$$R = \frac{k^2\, m_1\, m_3}{D - r_1 \cos\vartheta} + \frac{k^2\, m_2\, m_3}{D + r_2 \cos\vartheta}.$$

Wir wollen nun im folgenden genau der Jacobi'schen Integrationsmethode folgen, welche nach Integration der ungestörten Bewegung sofort die Differentialgleichungen der gestörten hinzuschreiben erlaubt. (Über diejenigen Probleme der Mechanik, in welchen eine Kräftefunction existiert und über die Theorie der Störungen: C. G. J. Jacobis gesammelte Werke, Bd. V, S. 355 A.N., Bd. 114.) Daselbst findet sich für das Integral der Hamilton-Jacobischen Differentialgleichung der Ausdruck:

$$W = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \left[\int \sqrt{\frac{2k^2 m_1 m_2}{r} - 2\alpha - \frac{2\beta}{r^2}}\, dr + \int \sqrt{2\beta - \frac{2\gamma}{\sin^2\varphi}}\, d\varphi + \sqrt{2\gamma}\,\psi \right]. \tag{3}$$

r, φ und ψ sind die Polarcoordinaten der einen Masse in Bezug auf die andere, so dass

$$x = r \sin\varphi \cos\psi \qquad y = r \sin\varphi \sin\psi \qquad z = r \cos\varphi$$

ist

α, β und γ sind die Integrationsconstanten.

Daraus ergeben sich die Integralgleichungen

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = \alpha' \qquad \frac{\partial W}{\partial \beta} = \beta' \qquad \frac{\partial W}{\partial \gamma} = \gamma',$$

wo $\alpha'\ \beta'\ \gamma'$ drei neue Constante sind.

Die Bedeutung dieser sechs Größen ist nach Jacobi

$$\alpha = -\frac{k^2 m_1 m_2}{2a} \qquad \alpha' = t_0$$

$$\beta = \frac{k^2 m_1 m_2}{2} a(1-e^2) \qquad \beta' = -\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \frac{1}{\sqrt{2\beta}}(\omega - 90) \tag{5}$$

$$\gamma = \frac{k^2 m_1 m_2}{2} a(1-e^2)\cos^2 i \qquad \gamma' = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \frac{1}{\sqrt{2\gamma}}(\Omega + 90),$$

oder umgekehrt:

Die halbe große Achse der Bahn:

$$a = -\frac{k^2 m_1 m_2}{2\alpha},$$

die Excentricität:

$$e = \sqrt{1 - \frac{4\alpha\beta}{k^4 m_1^2 m_2^2}},$$

der Cosinus der Neigung:

$$\cos i = \sqrt{\frac{\gamma}{\beta}}, \tag{6}$$

der Winkel zwischen Perihel (Periastron) und dem Knoten:

$$\omega = -\sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}}\beta'\sqrt{2\beta} + 90,$$

die Länge des Knotens:

$$\Omega = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}}\gamma'\sqrt{2\gamma} - 90,$$

die Epoche:

$$t_0 = \alpha'.$$

Mit Hilfe unserer Störungsfunction R erhalten wir nun sofort die Differentialgleichungen für die gestörte Bewegung

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \alpha'} \qquad \frac{d\alpha'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \alpha}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \beta'} \qquad \frac{d\beta'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \beta} \tag{7}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \gamma'} \qquad \frac{\partial \gamma'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \gamma}.$$

Diese Differentialgleichungen sind nun zu integrieren. Zu diesem Zwecke muss die Störungsfunction R in eine entsprechende Form gesetzt werden.

Entwicklung der Störungsfunction.

Wir haben gefunden

$$R = \frac{k^2 m_1 m_3}{D - r_1 \cos\vartheta} + \frac{k^2 m_2 m_3}{D + r_2 \cos\vartheta}$$

$$= \frac{k^2 m_1 m_3}{D}\left|1 + \frac{r_1}{D}\cos\vartheta + \left(\frac{r_1}{D}\right)^2 \cos^2\vartheta + \ldots\right|$$

$$+ \frac{k^2 m_2 m_3}{D}\left|1 - \frac{r_2}{D}\cos\vartheta + \left(\frac{r_2}{D}\right)^2 \cos^2\vartheta + \ldots\right|.$$

Da R immer nur nach den Größen $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$ differentiiert erscheint, so können wir das constante Glied

$$\frac{k^2 m_3}{D}(m_1 + m_2)$$

von vornherein weglassen.

Da nach Gleichung 2

$$m_1 r_1 - m_2 r_2 = (m_1 \mu_1 - m_2 \mu_2)\, r = 0$$

ist, so fallen die zweiten Glieder der beiden Ausdrücke ebenfalls weg. Die Entwicklung beginnt daher mit Gliedern, welche den Factor $\frac{m_3}{D^3}$ enthalten. Wir wollen uns mit diesen begnügen und die weiteren Glieder, welche $\frac{m_3}{D^4}$ u. s. w. enthalten, vernachlässigen.

Es verbleibt somit der Ausdruck

$$R = \frac{k^2 m_3}{D^3}\left|m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2\right| \cos^2\vartheta = \frac{k^2 m_3}{D^3}(m_1 \mu_1^2 + m_2 \mu_2^2)\, r^2 \cos^2\vartheta,$$

in welchen wir de Bahnelemente einzuführen haben.

Bezeichnen wir mit l, m, n die Richtungswinkel von r, so ist:

$$\cos l = \cos\Omega \cos(\omega + v) - \sin\Omega \sin(\omega + v)\cos i$$
$$\cos m = \sin\Omega \cos(\omega + v) + \cos\Omega \sin(\omega + v)\cos i$$
$$\cos n = \sin(\omega + v)\sin i,$$

wo v die wahre Anomalie bedeutet, oder wenn wir

$$r\cos v = \xi \qquad\qquad r\sin v = \eta$$

setzen

$$r\cos l = \xi(\cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos i) + \eta(-\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos i) = \xi p_1 + \eta q_1$$
$$r\cos m = \xi(\sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos i) + \eta(-\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos i) = \xi p_1 + \eta q_2$$
$$r\cos n = \xi\sin\omega\sin i + \eta\cos\omega\sin i \qquad = \xi p_3 + \eta q_3.$$

Da nun

$$\cos\vartheta = \cos l\cos\lambda + \cos m\cos\mu + \cos n\cos\nu$$

ist, so folgt für $r\cos\vartheta$ der Ausdruck

$$r\cos\vartheta = \xi(p_1\cos\lambda + p_2\cos\mu + p_3\cos\nu) + \eta(q_1\cos\lambda + q_2\cos\mu + q_3\cos\nu).$$

Führen wir zur Abkürzung für die Klammerausdrücke die Bezeichnung A und B ein, so lautet nun die Störungsfunction:

$$R = \frac{k^2 m_3}{D^3}(m_1 \rho_1^2 + m_2 \rho_2^2)(\xi A + \eta B)^2 - \frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\xi A + \eta B)^2. \qquad 8)$$

Wir führen nun noch eine Vereinfachung durch: Wir setzen voraus, dass die drei Massen m_1 m_2 und m_3 sich in derselben Ebene bewegen. Dann ist gleichzeitig

$$i = 0 \qquad \nu = 90° \text{ und } \mu = 90 - \lambda,$$

und es wird

$$p_1 = \cos(\Omega + \omega) \qquad q_1 = -\sin(\Omega + \omega)$$
$$p_2 = \sin(\Omega + \omega) \qquad q_2 = \cos(\Omega + \omega)$$
$$p_3 = 0 \qquad q_3 = 0.$$

Das Element Ω verliert seine Bedeutung und wir können $\Omega + \omega = \pi$ setzen, indem wir unter π die Länge des Periastrons von einem beliebigen Nullpunkt gezählt verstehen.

Dann folgt

$$A = \cos(\lambda - \pi)$$
$$B = \sin(\lambda - \pi)$$

und

$$R = \frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} [\xi \cos(\lambda - \pi) + \eta \sin(\lambda - \pi)]^2. \qquad 9)$$

Die säcularen Störungen.

Indem wir den Entwicklungen von ξ und η nach Potenzen der Excentricität nur jene Glieder entnehmen, welche die mittlere Anomalie nicht enthalten, ergeben sich aus 7) die Differentialgleichungen für die säcularen Störungen.

Es ist also:

$$\xi^2 = \frac{a^2}{2}(1 + 4e^2) \qquad \xi\eta = 0 \qquad \eta^2 = \frac{a^2}{2}(1 - e^2)$$

zu nehmen und daher

$$R = \frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{a^2}{2} [(1 + 4e^2)\cos^2(\lambda - \pi) + (1 - e^2)\sin^2(\lambda - \pi)], \qquad 10)$$

welcher Ausdruck in 7) einzuführen ist.

Da R die Zeit nicht enthält, somit

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha'} = \frac{\partial R}{\partial t_0} = 0$$

ist, so folgt unmittelbar

$$\alpha = \text{const.},$$

und da α nur von dem einzigen Element a abhängt, so ist auch

$$a = \text{const.} \qquad \text{I)}$$

Wir behandeln nun zunächst die beiden Gleichungen für β und β' welche eine Beziehung zwischen e und π liefern

Bezeichnen wir den Ausdruck:

$$(1+4e^2)\cos^2(\lambda-\pi)+(1-e^2)\sin^2(\lambda-\pi)$$

mit S, so folgt aus den Gleichungen

$$\frac{d\beta}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \beta'} \quad \text{und} \quad \frac{\partial \beta'}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \beta}$$

unter Benützung von 5, wo jetzt ω durch π ersetzt ist:

$$\frac{d\beta}{dt} = -k^2 m_1 m_2 a e \cdot \frac{de}{dt} = -\frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\partial S}{\partial \beta'}$$

$$\frac{d\beta'}{dt} = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \frac{d\pi}{dt} - \frac{1}{(\sqrt{2\beta})^3} \cdot \beta' \sqrt{2\beta} \cdot \frac{d\beta}{dt} = \frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\partial S}{\partial \beta} \tag{11}$$

S ist nur Function der Größen e und π; daher

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = \frac{\partial S}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial \beta} + \frac{\partial S}{\partial \pi} \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta}$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta'} = \frac{\partial S}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial \beta'} + \frac{\partial S}{\partial \pi} \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta'} \tag{12}$$

Ferner ist

$$\frac{\partial e}{\partial \beta} = -\frac{2\alpha}{k^4 m_1^2 m_2^2} \cdot \frac{1}{e}$$

$$\frac{\partial e}{\partial \beta'} = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \beta} = -\sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \frac{\beta'}{\sqrt{2\beta}}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial \beta'} = \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \sqrt{2\beta}\,. \tag{13}$$

Werden nun 12 und 13 in 11 substituiert, so folgt:

$$\frac{d\beta}{dt} = -k^2 m_1 m_2 a e \frac{de}{dt} = -\frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \frac{a^2}{2} \cdot \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \sqrt{2\beta} \cdot \frac{\partial S}{\partial \pi}$$

$$\frac{d\beta'}{dt} = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \cdot \frac{d\pi}{dt} - \frac{\beta'}{2\beta} \cdot \frac{d\beta}{dt} = -\frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \frac{a^2}{2} \left| -\frac{2\alpha}{k^4 m_1^2 m_2^2} \cdot \frac{1}{e} \cdot \frac{\partial S}{\partial e} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \cdot \frac{\beta'}{\sqrt{2\beta}} \cdot \frac{\partial S}{\partial \pi} \right| \tag{14}$$

In der zweiten Gleichung 14 fällt das zweite Glied rechts und links vom Gleichheitszeichen zufolge der ersten Gleichung weg, und es folgt nun unter Beiziehung von 5:

$$\frac{de}{dt} = -\frac{k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{2} \frac{\partial S}{\partial \pi}$$

$$\frac{d\pi}{dt} = +\frac{k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{2} \frac{\partial S}{\partial e}\,. \tag{15}$$

so dass die Factoren, mit welchen $\frac{\partial S}{\partial \pi}$ und $\frac{\partial S}{\partial e}$ multipliciert erscheinen, sich nur durch das Vorzeichen voneinander unterscheiden.

Bilden wir das totale Differential $\frac{dS}{dt}$, so ergibt sich

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial e} \cdot \frac{de}{dt} + \frac{\partial S}{\partial \pi} \cdot \frac{\partial \pi}{dt} = 0,$$

daher

$$S = \text{const.} = c$$

oder

$$(1+4e^2)\cos^2(\lambda-\pi)+(1-e^2)\sin^2(\lambda-\pi) = c. \tag{16}$$

Aus dieser Gleichung können wir e als Function von π bestimmen und in die zweite Gleichung 15 einsetzen.

Es wird

$$e^2 = \frac{1-c}{1-5\cos^2(\lambda-\pi)}$$

$$1-e^2 = \frac{c-5\cos^2(\lambda-\pi)}{1-5\cos^2(\lambda-\pi)}$$

$$\frac{\sqrt{1-e^2}}{e} = \sqrt{\frac{c-5\cos^2(\lambda-\pi)}{1-c}}$$

und

$$\frac{\partial S}{\partial e} = 2e[5\cos^2(\lambda-\pi)-1],$$

daher

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{km_3}{D^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \sqrt{[c-5\cos^2(\lambda-\pi)][1-5\cos^2(\lambda-\pi)]}.$$

Da wir $e = \sin\varphi$ setzen können, wo φ einen Winkel bedeutet, der für elliptische Bahnen immer im ersten Quadranten liegt, so ist bei den auftretenden Wurzeln überall das positive Vorzeichen zu nehmen.

$$\frac{km_3}{D^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot a^{\frac{3}{2}}$$

ist eine Constante gleich q, so dass wir setzen können

$$\frac{d(\lambda-\pi)}{\sqrt{[c-5\cos^2(\lambda-\pi)][1-5\cos^2(\lambda-\pi)]}} = q\,dt. \tag{17}$$

Führen wir $y = tg\,(\lambda-\pi)$ ein, so geht 17 über in:

$$\frac{dy}{\sqrt{4(5-c)}\sqrt{\left(1-\frac{c}{5-c}y^2\right)\left(1-\frac{1}{4}y^2\right)}} = q\,dt.$$

Wir müssen nun zwei Fälle unterscheiden:

Ist

$$c > 1$$

so substituieren wir

$$z = \sqrt{\frac{c}{5-c}}\cdot y \tag{18}$$

und erhalten:

$$q\,dt = \frac{dz}{\sqrt{4c}\sqrt{(1-z^2)\left(1-\frac{5-c}{4c}\,.\,z^2\right)}}.$$

Dabei ist

$$\frac{5-c}{4c} < 1.$$

Ist dagegen

$$c < 1$$

so substituieren wir

$$z = \frac{y}{2}$$

und erhalten

$$q\,.\,dt = \frac{dz}{\sqrt{5-c}\sqrt{\left(1-\frac{4c}{5-c}\,z^2\right)(1-z^2)}},$$

in welchem Falle nun $\frac{4c}{5-c} < 1$ ist.

Setzen wir für den ersten Fall

$$\frac{5-c}{4c} = k^2 \quad \text{und} \quad \sqrt{4c}\,.\,q = q' \tag{20}$$

und für den zweiten Fall

$$\frac{4c}{5-c} = k^2 \quad \text{und} \quad \sqrt{5-c}\,.\,q = q', \tag{21}$$

so erhalten wir in beiden Fällen die Form:

$$q'dt = \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}}$$

oder das elliptische Integral

$$q'(t-t_0) = \int_{z_0}^{z}\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

welches zusammen mit 18 und 20 oder 19 und 21 die Beziehung zwischen π und t darstellt.

Bezeichnen wir das Integral zwischen den Grenzen 0 und z_0, welches eine Constante ist, mit A, so ist

$$q'(t-t_0) = \int_0^z\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} - \int_0^{z_0}\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} = \int_0^z\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} - A,$$

mithin:

$$z = \sin am\,[A + q'(t-t_0)]$$

oder

1\. Fall: $$\sqrt{\frac{c}{5-c}}\,\mathrm{tg}\,(\lambda-\pi) = \sin am\left[A + \frac{km_3}{D^3}\cdot\sqrt{\frac{4c}{m_1+m_2}}\,a^{\frac{3}{2}}(t-t_0)\right],$$

2\. Fall: $$\frac{1}{2}\,\mathrm{tg}\,(\lambda-\pi) = \sin am\left[A + \frac{km_3}{D^3}\sqrt{\frac{5-c}{m_1+m_2}}\,.\,a^{\frac{3}{2}}(t-t_0)\right]. \tag{II}$$

Jedem Wert von π entspricht ein Wert von e, der sich aus Gleichung 16 ergibt

$$e = \sqrt{\frac{1-c}{1-5\cos^2(\lambda-\pi)}}. \qquad \text{III)}$$

Die Integration der beiden Gleichungen für β und β' ist damit beendet.

Es sei hier auf eine besondere Eigenschaft der Bewegung des Periastrons hingewiesen, welche sich aus Gleichung 17 ergibt.

Es war

$$\frac{d(\lambda-\pi)}{dt} = q\sqrt{[c-5\cos^2(\lambda-\pi)][1-5\cos^2(\lambda-\pi)]}$$

und

$$(1+4e^2)\cos^2(\lambda-\pi)+(1-e^2)\sin^2(\lambda-\pi) = c$$

$\lambda-\pi$ oder der Winkel zwischen dem Periastron und der Richtung nach m_3 ändert sich periodisch mit der Zeit. Es kann nämlich der Fall eintreten, dass $\frac{d(\lambda-\pi)}{dt} = 0$ wird, und zwar sowohl für

$$c = 5\cos^2(\lambda-\pi) \text{ als für } 1 = 5\cos^2(\lambda-\pi)$$

oder

$$\cos(\lambda-\pi) = \pm\sqrt{\frac{c}{5}} \qquad\qquad \cos(\lambda-\pi) = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}.$$

Es sei

I. zur Zeit

$$t = t_0 \qquad \lambda = \pi \qquad \text{und } \cos^2(\lambda-\pi) = 1,\ \sin^2(\lambda-\pi) = 0,$$

dann ist

$$c = 1+4e^2 \text{ und}$$
$$5 > c > 1$$

daher

$$\begin{array}{l} c-5\cos^2(\lambda-\pi) = c-5 < 0 \\ 1-5\cos^2(\lambda-\pi) = 1-5 < 0 \end{array} \qquad \frac{d(\lambda-\pi)}{dt} \text{ reell.}$$

Das Maximum von $\lambda-\pi$ tritt ein für

$$\cos(\lambda-\pi) = \pm\sqrt{\frac{c}{5}},$$

da $\sqrt{\frac{c}{5}} > \sqrt{\frac{1}{5}}$ ist und $\cos(\lambda-\pi)$ zu Beginn seinen größten Wert hatte und abnehmen musste.

II. Es sei für

$$t = t_0 \qquad \lambda-\pi = 90 \qquad \cos^2(\lambda-\pi) = 0,\ \sin^2(\lambda-\pi) = 1,$$

dann ist

$$c = 1-e^2$$
$$1 > c > 0.$$

daher

$$\begin{array}{l} c-5\cos^2(\lambda-\pi) = c > 0 \\ 1-5\cos^2(\lambda-\pi) = 1 > 0 \end{array} \qquad \frac{d(\lambda-\pi)}{dt} \text{ reell.}$$

Das Minimum von $\lambda-\pi$ tritt wieder ein für

$$\cos(\lambda-\pi) = \pm\sqrt{\frac{c}{5}},$$

da jetzt $\sqrt{\frac{c}{5}} < \sqrt{\frac{1}{5}}$ ist und $\cos(\lambda-\pi)$ von seinem kleinsten Werte an zunimmt.

Es folgt daher: Hat die Größe $\lambda-\pi$ einen derartigen Wert, dass $\cos(\lambda-\pi) > \sqrt{\frac{c}{5}}$ ist, so vollführt das Periastron eine schwingende Bewegung um die Richtung nach m_3; ist dagegen $\cos(\lambda-\pi) < \sqrt{\frac{c}{5}}$, so erfolgt die Schwingung um die darauf senkrechte Richtung.

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass gleichzeitig mit

$$\frac{d(\lambda-\pi)}{dt} = 0$$

immer auch $e = 1$ werden muss, so dass die Bahn für diesen Augenblick in eine Gerade übergeht. Die Quadratwurzel ändert nun das Vorzeichen und die Excentricität ist dann im zweiten Quadranten zu nehmen.

Für 70 Ophiuchi ergibt sich aus dem später folgenden Zahlenmateriale:

Für

$$t_0 = 1807\cdot93 \text{ ist } \lambda-\pi = 74°692$$
$$\varphi = 29°372$$
$$\log e = \log\sin\varphi = 9\cdot6909$$

findet man

$$c = 0\cdot8691 < 1$$
$$\frac{c}{5} = 0\cdot1738$$

und $\log\sqrt{\frac{c}{5}} = 9\cdot6200$, während $\log\cos(\lambda-\pi) = 9\cdot4216$ ist.

Es ist also

$$\cos(\lambda-\pi) < \sqrt{\frac{c}{5}}$$

und wir haben den zweiten Fall vor uns:

$$k^2 = \frac{4c}{5-c} = 0\cdot8414,$$

$$q' = \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}\sqrt{5-c} = 0\cdot0008714.$$

Die Schwingungsdauer ergibt sich aus der Periode der sinam.

Wenn

$$K = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}} = 2\cdot3633$$

ist, so finden wir für die Periode eine Dauer von

$$4K = 10850 \text{ Jahre.}$$

Die größte Elongation dieser Schwingung, welche für $\cos(\lambda-\pi) = \sqrt{\frac{c}{5}}$, d. i. für $\lambda-\pi = 65°36$ eintritt, während jetzt $\lambda-\pi = 74°69$ ist, findet statt für

$$t-t_0 = \frac{1}{q'}\int_{65\cdot 36}^{74\cdot 69}\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2 z^2)}} = 370 \text{ Jahre.}$$

Kommt der Masse m_3 eine Bewegung um den Schwerpunkt von m_1 und m_2 in der Richtung der Zählung der Positionswinkel zu, so kann der Eintritt der größten Elongation sich verzögern, eventuell ganz unterbleiben; ist jedoch m_3 rückläufig wie m_2, so verfrüht sich dieser Moment. Es wäre dann schon im nächsten Apastron ein bedeutendes Anwachsen der Distanzen zu erwarten.

Es erübrigt noch die Integration der Differentialgleichung für t_0. Wenn wir bedenken, dass nur die Elemente a und e von α abhängig sind, so geht die Gleichung

$$\frac{dt_0}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \alpha}$$

über in

$$\frac{dt_0}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha} - \frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha}. \tag{23}$$

Bezeichnen wir die mittlere Anomalie zur Zeit t_0 mit M_0 und die mittlere Bewegung mit μ

$$\mu = \sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}},$$

so ist

$$\frac{dM_0}{dt} = -\mu\frac{dt_0}{dt} = \mu\frac{\partial R}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha} + \mu\frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha}$$

$$= -\frac{2km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}c + \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\, a^{\frac{3}{2}}\,[c-5\cos^2(\lambda-\pi)], \tag{24}$$

wo c die frühere Bedeutung hat:

$$c = (1+4e^2)\cos^2(\lambda-\pi)+(1-e^2)\sin^2(\lambda-\pi).$$

Schließlich

$$\frac{dM_0}{dt} = -\frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}c - \frac{5km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}\cos^2(\lambda-\pi)$$

und M_0 (für eine beliebige Zeit t) $-M_0$ (für die Zeit t_0)

$$= -\frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}c(t-t_0) - \frac{5km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot a^{\frac{3}{2}}\int_{t_0}^{t}\cos^2(\lambda-\pi)\,dt. \tag{IV}$$

Damit ist die Integration der Differentialgleichungen 7 durchgeführt.

Für kleinere Zeiträume ist es praktischer, statt mit den complicierten Integralen nur mit den Differentialen zu rechnen. Wir gehen zu diesem Zwecke auf die Gleichungen 15 und 24 zurück.

Nach 16 ist, wenn wir den Cosinus des doppelten Winkels einführen:

$$S = e = \frac{2+3e^2}{2} + \frac{5e^2}{2} \cos 2(\lambda - \pi)$$

und

$$\frac{\partial S}{\partial e} = e[3+5\cos 2(\lambda-\pi)]$$

$$\frac{\partial S}{\partial \pi} = 5e^2 \sin 2(\lambda - \pi).$$

Führen wir diese Relationen in 15 und 24 ein, so stellen sich die säcularen Änderungen der Elemente während der Zeit $t-t_0$ in folgender Form dar:

$$\Delta a = 0$$

$$\Delta e = -\frac{5}{2}\frac{km_3}{D^3}\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} e \sqrt{1-e^2} \sin 2(\lambda-\pi) \cdot (t-t_0)$$

$$\Delta \pi = \frac{km_3}{D^3}\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot a^{\frac{3}{2}} \sqrt{1-e^2} \left[\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\cos 2(\lambda-\pi)\right](t-t_0)$$

$$\Delta M_0 = \frac{km_3}{D^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} a^{\frac{3}{2}} \left[-\frac{1}{2}(7+3e^2) - \frac{5}{2}(1+e^2)\cos 2(\lambda-\pi)\right](t-t_0). \qquad \text{V)}$$

Die periodischen Störungen.

Um die Ausdrücke für die periodischen Störungen zu erhalten, haben wir in R (Gl. 8) für ξ und η jene Glieder ihrer Entwicklungen nach Potenzen von e und Vielfachen der mittleren Anomalie einzuführen welche von der letzteren abhängig sind.

Setzen wir zur Abkürzung

$$\left(\frac{\xi}{a} A + \frac{\eta}{a} \cdot B\right)^2 = F,$$

wo für ξ und η bereits die Reihen gesetzt sein sollen, und

$$\frac{k^2 m_3}{D^3} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = g,$$

so ist jetzt

$$R = ga^2 F. \qquad 25)$$

Die zu integrierenden Differentialgleichungen lauten:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \alpha'} = \frac{\partial R}{\partial t_0} \qquad \frac{d\alpha'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \alpha} = -\frac{\partial R}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial \alpha} - \frac{\partial R}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial \alpha}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{\partial R}{\partial \beta'} = \frac{\partial R}{\partial \pi} \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta'} \qquad \frac{d\beta'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \beta} = -\frac{\partial R}{\partial e} \cdot \frac{\partial e}{\partial \beta} - \frac{\partial R}{\partial \pi} \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta}. \qquad 26)$$

Es ist

$$\frac{d\alpha}{dt} = ga^2 \cdot \frac{\partial F}{\partial t_0}$$

oder

$$\frac{da}{dt} = \frac{2ga^4}{k^2 m_1 m_2} \cdot \frac{\partial F}{\partial t_0}$$

und die Störung der großen Achse, wenn wir wieder für kleine Zeitintervalle die Elemente als constant voraussetzen

$$\Delta a = -2\frac{k^2 m_3}{D^3} \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} \cdot \frac{a^4}{k^2 m_1 m_2} \int_{t_0}^{t} \frac{\partial F}{\partial t_0} . dt = -\frac{2 m_3 a^4}{D^3 (m_1+m_2)} . F. \tag{VI}$$

Die Integrationscontanten vereinigen sich hinlänglich genau mit den Ausgangselementen.

Die Gleichungen für β und β′ werden wieder gemeinsam behandelt. Mit Rücksicht auf die Gleichungen 5, 6 und 13 findet sich

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{k^2 m_1 m_2}{2} \left| (1-e^2)\frac{da}{dt} - 2ea\frac{de}{dt} \right| = ga^2 \frac{\partial F}{\partial \pi} \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \sqrt{2\beta}$$

$$\frac{d\beta'}{dt} = \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \cdot \frac{d\pi}{dt} - \frac{\beta'}{2\beta} \cdot \frac{d\beta}{dt} = -ga^2 \cdot \frac{\partial F}{\partial \pi} \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \frac{\beta'}{\sqrt{2\beta}} + ga^2 \frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{2\alpha}{k^4 m_1^2 m_2^2} \cdot \frac{1}{e}.$$

Bildet man mit Hilfe der ersten Gleichung den Ausdruck

$$-\frac{\beta'}{2\beta} \cdot \frac{d\beta}{dt},$$

so ist

$$-\frac{\beta'}{2\beta} \cdot \frac{d\beta}{dt} = -ga^2 \frac{\partial F}{\partial \pi} \cdot \sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}} \cdot \frac{\beta'}{\sqrt{2\beta}}.$$

Mithin fallen diese beiden Glieder in der zweiten Gleichung fort und es bleibt

$$\frac{1}{\sqrt{2\beta}} \cdot \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}} \cdot \frac{d\pi}{dt} = ga^2 \frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{2\alpha}{k^4 m_1^2 m_2^2} \cdot \frac{1}{e}.$$

Wir bestimmen nun $\frac{de}{dt}$ und $\frac{d\pi}{dt}$, indem wir gleichzeitig α und β nach 5 durch die Elemente ersetzen und finden

$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{2ea} \cdot \frac{da}{dt} - \frac{k^2 m_3}{D^3} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} . a^2 . \frac{\partial F}{\partial \pi} \cdot \sqrt{k^2 (m_1+m_2) a (1-e^2)} \cdot \frac{1}{k^2 m_1 m_2 e a}$$

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{k^2 m_3}{D^3} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} a^2 . \frac{\partial F}{\partial e} \cdot \frac{1}{k^2 m_1 m_2 ae} \cdot \sqrt{k^2 (m_1+m_2) a (1-e^2)}$$

und schließlich nach Durchführung der einfachen Reductionen

$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{2ea} \cdot \frac{da}{dt} - \frac{k m_3}{D^3} \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \frac{\partial F}{\partial \pi}$$

$$\frac{d\pi}{dt} = \frac{k m_3}{D^3} \cdot \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m_1+m_2}} \cdot \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \frac{\partial F}{\partial e}.$$

Daraus erhält man durch Integration unter Anwendung der Gleichung VI

$$\Delta e = -\frac{1-e^2}{e}\cdot\frac{a^3}{D^3}\cdot\frac{m_3}{m_1+m_3}\cdot F - \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial F}{\partial \pi}.dt$$

$$\Delta \pi = \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m_1+m_2}}\cdot\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial F}{\partial e}.dt. \qquad \text{VII.}$$

Nun ist noch ΔM_0 zu berechnen; die entsprechende Gleichung lautet:

$$\frac{d\alpha'}{dt} = -\frac{\partial R}{\partial \alpha} = -\frac{\partial R}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha} - \frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha},$$

wobei zu berücksichtigen ist, dass a in R sowohl explicit, als implicit in der mittleren Bewegung μ enthalten ist.

Daher:

$$\frac{dM_0}{dt} = -\mu\frac{dt_0}{dt} = \mu\frac{\partial R}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha} + \mu\frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha}$$

$$= \mu\,.\,2gaF.\frac{\partial a}{\partial \alpha} + \mu g a^2.\frac{\partial F}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha} + \mu\frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha}$$

$$= \mu\,.\,2gaF.\frac{\partial a}{\partial \alpha} + \mu g a^2.\frac{\partial F}{\partial M}\cdot\frac{\partial \mu}{\partial a}\cdot\frac{\partial a}{\partial \alpha}.(t-t_0) + \mu.\frac{\partial R}{\partial e}\cdot\frac{\partial e}{\partial \alpha},$$

da

$$M = \mu(t-t_0)$$

und

$$\frac{\partial F}{\partial \mu} = \frac{\partial F}{\partial M}\cdot\frac{\partial M}{\partial \mu} = \frac{\partial F}{\partial M}(t-t_0)$$

ist.

Mit Hilfe von

$$\mu = \sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}}$$

folgt:

$$\frac{dM_0}{dt} = -2\frac{k^2m_3}{D^3}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}}.a.F.\frac{2a^2}{k^2m_1m_2}$$

$$+\frac{k^2m_3}{D^3}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}}.a^2\frac{\partial F}{\partial M}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^5}}\cdot\frac{2a^2}{k^2m_1m_2}(t-t_0)$$

$$-\frac{k^2m_3}{D^3}\cdot\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\cdot\sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}}\cdot\frac{\partial F}{\partial e}\cdot\frac{1}{2e}\cdot\frac{4}{k^4m_1^2m_2^2}\cdot\frac{k^2m_1m_2}{2}a(1-e^2),$$

oder nach einfacher Reduction:

$$\frac{dM_0}{dt} = -\frac{4km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}a^{\frac{3}{2}}F + \frac{3k^2m_3}{D^3}\frac{\partial F}{\partial M}(t-t_0) - \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}.a^{\frac{3}{2}}\frac{1-e^2}{e}\cdot\frac{\partial F}{\partial e}$$

und

$$\Delta M_0 = -\frac{4km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}.a^{\frac{3}{2}}\int_{t_0}^{t}F\,dt + \frac{3k^2m_3}{D^3}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial F}{\partial M}(t-t_0)\,dt - \frac{km_3}{D^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}.a^{\frac{3}{2}}\frac{1-e^2}{e}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial F}{\partial e}.dt. \quad \text{VIII.}$$

Es erübrigt nun nur noch die Größen

$$F \qquad \int F\,dt \qquad \int \frac{\partial F}{\partial M}(t-t_0)\,dt \qquad \int \frac{\partial F}{\partial e}\,dt \qquad \int \frac{\partial F}{\partial \pi}\,dt$$

zu berechnen: ξ und η lassen sich in folgender Form schreiben:

$$\frac{\xi}{a} = c_0 + 2c_1 \cos M + 2c_2 \cos 2M + \ldots.$$

$$\frac{\eta}{a} = 2s_1 \sin M + 2s_2 \sin 2M + \ldots.$$

Die Coefficienten $c_1\, c_2 \ldots. s_1\, s_2 \ldots..$ sind dann durch Bessel'sche Functionen darzustellen, welche von der Excentricität und ihren Vielfachen abhängen. Es ist

$$c_i = \frac{1}{ie} I_{ie}^{i} - \frac{1}{i} I_{ie}^{i+1} = \frac{1}{ie}\left(I_{ie}^{i} - e I_{ie}^{i+1}\right)$$

$$s_i = \frac{\sqrt{1-e^2}}{ie} I_{ie}^{i}. \tag{27}$$

(Bessel: Untersuchung desjenigen Theiles der planetarischen Störungen, welcher aus der Bewegung der Sonne entsteht.)

Es wurde diese Form der Darstellung gewählt, weil sie F in einer Form liefert, welche die Integration nach der Zeit bedeutend vereinfacht.

Bildet man die Größen

$$\xi^2 \quad \xi\eta \quad \text{und } \eta^2$$

und setzt die gefundenen Ausdrücke in

$$F = \frac{\xi^2}{a^2}\cos^2(\lambda-\pi) + 2\frac{\xi\eta}{a^2}\cos(\lambda-\pi)\sin(\lambda-\pi) + \frac{\eta^2}{a^2}\sin^2(\lambda-\pi) \tag{28}$$

ein, so ergibt sich F in der Form:

$$\begin{aligned} F = {} & a_0 + a_1 \cos M + a_2 \cos 2M + \ldots \\ & + [b_0 + b_{11} \cos M + b_{12} \cos 2M + \ldots] \cos 2(\lambda-\pi) \\ & + [\quad b_{21} \sin M + b_{22} \sin 2M + \ldots] \sin 2(\lambda-\pi). \end{aligned}$$

a_0 und b_0 brauchen nicht weiter berücksichtigt zu werden, da sie den säcularen Theil darstellen, der für sich betrachtet wurde.

Bei den nun auszuführenden Integrationen nach der Zeit tritt in jedem Gliede der Factor $\frac{1}{\nu}$ auf, welchen wir gleich voraussetzen können.

Es findet sich

$$\begin{aligned} \int F\,dt = \frac{1}{\nu}\Big[& a_1 \sin M + \frac{1}{2} a_2 \sin 2M + \frac{1}{3} a_3 \sin 3M + \ldots \\ & + (b_{11} \sin M + \frac{1}{2} b_{12} \sin 2M + \frac{1}{3} b_{13} \sin 3M + \ldots) \cos 2(\lambda-\pi) \\ & - (b_{21} \cos M + \frac{1}{2} b_{22} \cos 2M + \frac{1}{3} b_{23} \cos 3M + \ldots) \sin 2(\lambda-\pi)\Big] = \frac{1}{\nu}.F_1. \end{aligned} \tag{29}$$

$$\frac{\partial F}{\partial M} = -a_1 \sin M - 2a_2 \sin 2M - 3a_3 \sin 3M - \ldots$$
$$-(b_{11} \sin M + 2b_{12} \sin 2M + 3b_{13} \sin 3M + \ldots) \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$+(b_{21} \cos M + 2b_{22} \cos 2M + 3b_{23} \cos 3M + \ldots) \sin 2(\lambda - \pi) \tag{29}$$

Die Integration

$$\int \frac{\partial F}{\partial M}(t - t_0)\, dt$$

geschieht nach der Formel:

$$\int \sin ax . x dx = -\frac{x}{a} \cos ax + \frac{1}{a^2} \sin ax$$

$$\int \cos ax . x dx = +\frac{x}{a} \sin ax + \frac{1}{a^2} \cos ax$$

$$\int \frac{\partial F}{\partial M}(t - t_0)\, dt = (t - t_0) \frac{1}{\mu} [a_1 \cos M + a_2 \cos 2M + a_3 \cos 3M + \ldots$$
$$+(b_{11} \cos M + b_{12} \cos 2M + b_{13} \cos 3M + \ldots) \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$+(b_{21} \sin M + b_{22} \sin 2M + b_{23} \sin 3M + \ldots) \sin 2(\lambda - \pi)]$$
$$+\frac{1}{\mu^2} \Big[-a_1 \sin M - \frac{a_2}{2} \sin 2M - \frac{a_3}{3} \sin 3M - \ldots$$
$$-(b_{11} \sin M + \frac{1}{2} b_{12} \sin 2M + \frac{1}{3} b_{13} \sin 3M + \ldots) \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$+(b_{21} \cos M + \frac{1}{2} b_{22} \cos 2M + \frac{1}{3} b_{23} \cos 3M + \ldots) \sin 2(\lambda - \pi) \Big]. \tag{30}$$

$$\frac{1}{\mu} F_2 = \frac{1}{\mu} F(t - t_0) - \frac{1}{\mu^2} . F_1.$$

$$\int \frac{\partial F}{\partial \pi} . dt = \frac{2}{\mu} \Big[(b_{11} \sin M + \frac{1}{2} b_{12} \sin 2M + \frac{1}{3} b_{13} \cos 3M + \ldots) \sin 2(\lambda - \pi)$$
$$+ (b_{21} \cos M + \frac{1}{2} b_{22} \cos 2M + \frac{1}{3} b_{23} \sin 3M + \ldots) \cos 2(\lambda - \pi) \Big] = \frac{1}{\mu} F_1'. \tag{31}$$

Schließlich

$$\frac{\partial F}{\partial e} = \frac{\partial a_1}{\partial e} \cos M + \frac{\partial a_2}{\partial e} \cos 2M + \frac{\partial a_3}{\partial e} \cos 3M + \ldots$$
$$+ \left(\frac{\partial b_{11}}{\partial e} \cos M + \frac{\partial b_{12}}{\partial e} \cos 2M + \frac{\partial b_{13}}{\partial e} \cos 3M + \ldots \right) \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$+ \left(\frac{\partial b_{21}}{\partial e} \sin M + \frac{\partial b_{22}}{\partial e} \sin 2M + \frac{\partial b_{23}}{\partial e} \sin 3M + \ldots \right) \sin 2(\lambda - \pi)$$

$$\int \frac{\partial F}{\partial e} dt = \frac{1}{\mu} \Big[\frac{\partial a_1}{\partial e} \sin M + \frac{1}{2} \frac{\partial a_2}{\partial e} \sin 2M + \frac{1}{3} \frac{\partial a_3}{\partial e} \sin 3M + \ldots$$
$$+ \left(\frac{\partial b_{11}}{\partial e} \sin M + \frac{1}{2} \frac{\partial b_{12}}{\partial e} \sin 2M + \frac{1}{3} \frac{\partial b_{13}}{\partial e} \sin 3M + \ldots \right) \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$- \left(\frac{\partial b_{21}}{\partial e} \cos M + \frac{1}{2} \frac{\partial b_{22}}{\partial e} \cos 2M + \frac{1}{3} \frac{\partial b_{23}}{\partial e} \sin 3M + \ldots \right) \sin 2(\lambda - \pi) \Big] = \frac{1}{\mu} F_3. \tag{32}$$

Die Coefficienten von $\frac{\partial F}{\partial e}$ verlangen die Kenntnis der Ausdrücke für $\frac{\partial \xi}{\partial e}$ und $\frac{\partial \eta}{\partial e}$

$$\frac{\partial \xi}{\partial e} = \frac{\partial c_0}{\partial e} + \frac{\partial c_1}{\partial e}\cos M + \frac{\partial c_2}{\partial e}\cos 2M + \dots$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial e} = \qquad \frac{\partial s_1}{\partial e}\sin M + \frac{\partial s_2}{\partial e}\sin 2M + \dots$$

Die Coefficienten dieser Reihen werden berechnet mit den Formeln

$$\frac{\partial s_i}{\partial e} = -\frac{1}{e(1-e^2)}\, s_i + \frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\,\frac{\partial I_n^i}{\partial (ie)}$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial e} = -\frac{e}{\sqrt{(1-e^2)^3}}\, s_i + \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\cdot\frac{\partial s_i}{\partial e} - \frac{\partial I_n^{i+1}}{\partial (ie)}$$

und

$$\frac{\partial I_n^i}{\partial (ei)} = \frac{1}{e}\, I_n^i - I_n^{i+1}.$$

Sind auf diese Weise $\frac{\partial \xi}{\partial e}$ und $\frac{\partial \eta}{\partial e}$ bestimmt, so ist weiter

$$\frac{\partial F}{\partial e} = \frac{\partial}{\partial e}\left[\xi\cos(\lambda-\pi)+\eta\sin(\lambda-\pi)\right]^2$$

$$= 2\left[\xi\cos(\lambda-\pi)+\eta\sin(\lambda-\pi)\right]\left[\frac{\partial \xi}{\partial e}\cos(\lambda-\pi)+\frac{\partial \eta}{\partial e}\cos(\lambda-\pi)\right]$$

$$= 2\left[\xi\frac{\partial \xi}{\partial e}\cos^2(\lambda-\pi)+\eta\frac{\partial \eta}{\partial e}\sin^2(\lambda-\pi)+\left(\xi\frac{\partial \eta}{\partial e}+\eta\frac{\partial \xi}{\partial e}\right)\sin(\lambda-\pi)\cos(\lambda-\pi)\right]$$

$$= \left[\xi\frac{\partial \xi}{\partial e}+\eta\frac{\partial \eta}{\partial e}\right]+\left[\xi\frac{\partial \xi}{\partial e}-\eta\frac{\partial \eta}{\partial e}\right]\cos 2(\lambda-\pi)+\left[\xi\frac{\partial \eta}{\partial e}-\eta\frac{\partial \xi}{\partial e}\right]\sin 2(\lambda-\pi), \tag{33}$$

wodurch $\frac{\partial F}{\partial e}$ auf die verlangte Form gebracht ist.

Nun haben wir noch die Größen F_1, F_3 und F_4 in die Ausdrücke für die Störungen einzuführen, wobei wir gleichzeitig μ durch $\sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}}$ ersetzen.

Wir kommen dann zu den Ausdrücken:

$$\Delta a = \frac{2m_3 \cdot a^4}{D^3(m_1+m_2)}\cdot F$$

$$\Delta e = \frac{m_3}{D^3}\cdot\frac{1}{m_1+m_2}\cdot\frac{1-e^2}{e}\,a^3 F - \frac{m_3}{D^3}\cdot\frac{1}{m_1+m_2}\cdot\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\cdot a^3 . F_1$$

$$\Delta \pi = \qquad \frac{m_3}{D^3}\cdot\frac{1}{m_1+m_2}\cdot\frac{\sqrt{1-e^2}}{e}\cdot a^3 . F_3$$

$$\Delta M_0 = -7\frac{m_3}{D^3}\cdot\frac{1}{m_1+m_2}\,a^3 F_1 - \frac{m_3}{D^3}\frac{1}{m_1+m_2}\frac{1-e^2}{e}\cdot a^3 . F_3 + 3k\frac{m_3}{D^3}\frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}}\,a^{\frac{3}{2}}F(t-t_0). \tag{X}$$

Fügen wir diese Ausdrücke zu denen hinzu, welche wir für die säcularen Störungen erhalten haben, und ersetzen überdies die Größe Δe durch das in der Rechnung bequemere $\Delta \varphi$ nach der Relation

$$de = \cos \varphi \, d\varphi$$
$$d\varphi = \frac{de}{\cos \varphi}$$

so erhalten wir schließlich die vollständigen Ausdrücke für die Störungen:

$$\Delta a = 2 \frac{m_3}{D^3} \cdot \frac{1}{m_1+m_2} a^4 . F$$

$$\Delta \varphi = -\frac{5}{2} \frac{k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} a^{\frac{3}{2}} . e \sin 2 (\lambda - \pi) (t - t_0)$$
$$+ \frac{m_3}{D^3} \cdot \frac{1}{m_1+m_2} a^3 \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} . F - \frac{m_3}{D^3} \cdot \frac{1}{m_1+m_2} a^3 . \frac{1}{e} . F_1$$

$$\Delta \pi = \frac{k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} a^{\frac{3}{2}} \sqrt{1-e^2} \left| \frac{3}{2} + \frac{5}{2} \cos 2 (\lambda - \pi) \right| (t - t_0)$$
$$+ \frac{m_3}{D^3} \cdot \frac{1}{m_1+m_2} a^3 \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} . F_3$$

$$\Delta M_0 = \frac{k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} a^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{1}{2} (7+3e^2) - \frac{5}{2} (1+e^2) \cos 2 (\lambda - \pi) \right] (t - t_0) + \frac{3 k m_3}{D^3} \frac{1}{\sqrt{m_1+m_2}} . a^{\frac{3}{2}} F (t - t_0)$$
$$- 7 \frac{m_3}{D^3} \cdot \frac{1}{m_1+m_2} a F_1 - \frac{m_3}{D^3} \frac{1}{m_1+m_2} a^3 \frac{1-e^2}{e} F_3. \qquad \text{(X)}$$

Auf Grund dieser Formeln soll nun eine Bahnbestimmung des Systems 70 Ophiuchi versucht werden.

Zusammenstellung der Beobachtungen.

Das von Schur (Astr. Nachr. Bd. 135) gegebene Verzeichnis der Beobachtungen des Systems 70 Ophiuchi, welches 333 Jahresmittel enthält, ist auch den hier folgenden Rechnungen zugrunde gelegt, und wurde nur durch Beobachtungen, welche seither publiciert wurden, ergänzt, so dass jetzt 410 Jahresmittel zur Verfügung stehen.

Ich lasse hier ein Verzeichnis der von mir gesammelten Beobachtungen folgen:

Epoche	Beob. Positions Winkel	Präcession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
			Bigourdan.			
			Bull. Astr. 1895, p. 306.			
1890·71	335°58	0·23	335°81	10	2"102	18
91·60					2·254	8
91·07	326·69	0·23	326·92	9		
92·01					2·300	3
92·62	319·01	0·24	319·25	5		
94·78					2·323	5
94·79	302·11	0·25	302·36	5		
			Paris. Refractor von 305 *mm*.			
			Wellmann.			
			Astr.. Nachr., B. 135.			
1890·61	330°65	0·22	330°87	1	2"10	1
			Berlin. Doppelbildmikrometer			
			Knorre.			
			A. N. Bd. 135, 138, 140			
1891·59	325°98	0·23	326°21	7	2"328	6
92·42	319·64	0·23	319·87	9	2·420	5
93·62	311·28	0·24	311·52	1	—	
94·59			—	—	2·383	11
95·00	304·65	0·25	304·90	12	-	
			Wellmann's Doppelbildmikrometer am großen Refractor in Berlin			
			Collins.			
			Astron. Journal vol. XII, XIII, XVI			
1891·56	329°10	0·23	329°33	2	2"435	2
92·41	320·5	0·23	320·73	2	2·36	2
93·50	313·50	0·24	313·74	2	2·310	2
95·58	295·8	0·20	296·00	2	2·54	2
			Haverford College Observ., 10 zöll. Equatoreal.			

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende

Searle.

Astron. Journal vol. XIII.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1892·41	321°5	0·23	321°73	3	2″51	3

Washington, cathol. univers., Doppelbildmikrometer.

Maw.

Astron. Journal vol. XVI. The observatory XIII—XIX.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1892·40	321°7	0·23	321°93	1	2″23	1
93·47	313·8	0·24	314·04	3	2·22	3
94·54	307·4	0·25	307·65	3	2·20	3
95·58	296·9	0·26	297·16	4	2·20	4

6 inch Refractor v. Cooke & Sons. Privatsternwarte London.

Comstock.

Publ. of the Washburn Observ. of the univers. of Wisconsin vol. X, part I.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1892·57	321°28	0·24	321°52	4	2″195	4
93·62	312·66	0·24	312·90	5	2·344	5
94·75	302·48	0·25	302·73	4	2·303	4
95·61	296·50	0·26	296·76	3	2·190	3
96·03	287·72	0·26	287·98	4	2·223	4

40 *cm* Clark-Refractor.

Gledhill.

Astr. Nachr. Bd. 135, p. 103.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1893·45	311°8	0·24	312°04	7	2″25	4

Sternwarte zu Bermerside, Halifax. Refractor von Cooke 9½ inch.

Lewis.

Monthly Not. Bd. 1894, 1896, Astron. Journ. vol. XVII.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1893·00	308°9	0·24	309°14	1	2″34	1
95·00	295·9	0·26	296·16	1	2·05	1
96·05	290·08	0·26	290·34	5	2·080	5

Greenwich, 28 inch Refractor.

Wilson.

Astron. Journal Bd. XVI.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positionswinkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1893·09	309°2	0·24	309°44	1	2″22	1

Goodsell Obs. Northfield Minn.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
Schiaparelli. Astr. Jour. vol. XVI.						
1893·70	312°3	0·24	312°54	11	2"21	11
94·77	303·2	0·25	303·45	6	2·21	6
Osserv. di Brera. 18 zöll Refractor						
Ebell. Astron. Nachr. Bd. 135.						
1894·40	309°27	0·24	309°51	5	2"550	5
94·51	311·27	0·25	311·52	3	2·320	3
Berlin, Refractor von 244 *mm*.						
Glasenapp. Beob. in Abastouman Petersburg 1894. Beob. in St. Petersburg und Domkino (Petersburg 1895); (Petersburg 1897).						
1894·51	300°15	0·25	300°40	6	2"672	4
95·50	298·20	0·26	298·46	2	2·535	2
97·55	281·04	0·26	281·30	1	2·035	1
98·51	272·01	0·27	271·28	1	2·120	1
Refractoren von 240, 160 und 107 *mm*.						
Schur. Astron. Nachr. Bd. 139, 142, 145, 148.						
1894·60	300°35	0·25	300°60	4	2"263	4
95·51	301·62	0·26	301·88	5	2·308	5
96·60	287·14	0·26	287·40	6	2·121	6
97·58	283·72	0·27	283·99	13	2·069	13
98·56	272·14	0·27	272·41	6	1·916	6
99·57	263·17	0·28	263·45	6	1·775	6
Göttingen, Heliometer von 162 *mm* Öffnung.						
Callandreau. Bull. Astron. 1895.						
1894·78	301°28	0·25	301°53	5	2"450	5
Paris, Refractor von 38 cm.						

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende

See.

Astron. Journal vol. XV, XVI, XVII.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1895·32	298°03	0·25	298°28	3	2″223	3
95·70	296·0	0·26	296·26	5	2·01	5
95·72	295·85	[illegible]	296·11	4	2·028	4
96·01	287·94	0·26	288·20	8	2·133	8
97·41	283·15	0·26	283·41	6	2·022	6

1895. 40 cm Refractor des Washburn Observ.
1896 und 1897. Lowell Observ., 24 inch.

Hough.

Astron. Journal vol. XVI. Astron. Nachr. Bd. 149.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1895·02	295°02	0·26	295°28	5	2″238	5

Dearbon. Observ. 18½ zöll. Refractor.

Moulton.

Astron. Journal vol. XV.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1895·72	296°2	0·26	296°46	3	2″21	1

40 *cm* Refractor des Washburn Observ.

Hussey.

Astr. Journ. vol. XVII, XVIII.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1896·39	292°27	0·26	292°53	6	2″190	6
97·67	280·36	0·27	280·63	8	2·050	8

Lick Observ. 36 inch und 12 inch Refractor.

Aitken.

Astr. Nachr. Bd. 142, 145, 150. Astron. Journal vol. XVIII.

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
1896·51	291°27	0·26	291°53	3	2″397	3
96·86	289·43	0·26	289·69	1	2·052	1
97·46	283·52	0·26	283·78	3	2·057	3
97·83	276·67	0·27	276·94	3	1·930	3
98·44	273·22	0·27	273·49	3	1·893	3

Lick Observ. 36 und 12 inch Refractor.

Epoch	Beob. Positions-Winkel	Praecession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
Pritschett.						
Astron. Journ. vol. XVII, XVIII.						
1896·58	289°24	0·26	289°50	5	2"186	5
97·59	276·58	0·27	276·85	4	2·025	4
Morrison Observ. 12½ inch Refractor.						
Bowyer.						
Astron. Journal vol. XVII.						
1896·59	288°08	0·26	288°34	6	2"333	6
Greenwich. 28 inch Refractor.						
Wagner.						
Astron. Journ. vol. XVIII.						
1896·59	289°87	0·26	290°13	3	2"327	3
Observ. of the univ. of Minnesota. 10½ inch Refractor.						
Soulé.						
Astron. Journal vol. XVIII.						
1896·59	288°07	0·26	288°33	3	2"423	3
Observ. of the univ. of Minnesota. 10½ inch Refractor.						
Dyson.						
Astron. Journal vol. XVII.						
1896·61	289°5	0·20	289°70	1	2"23	1
Greenwich. 28 inch Refractor.						
Cogshall.						
Astron. Journal vol. XVI, XVII.						
1896·62	288°17	0·26	288°43	3	2"130	3
97·1[illegible]	283·22	0·26	283·48	4	2·095	4
Lowell Observ. 24 inch Refractor.						

Epoche	Beob. Positions-Winkel	Präcession	Positions-winkel für 1850·0	Zahl der Abende	Distanz	Zahl der Abende
			Niblett.			
			Astron. Journal vol. XVII.			
1896·62	290°9	0·20	291°10	1	2"18	1
			Greenwich. 28 inch Refractor.			
			Morgan.			
			Astron. Journal vol. XIX.			
1896·08	287°40	0·20	287°60	3	2"263	3
			Leander Mc. Cormick. Observ. 26 inch Refractor.			
			Leavenworth.			
			Astron. Journal vol. XVII.			
1896·74	288°56	0·20	288°82	6	2"188	6
			Observ. of the univ. of Minnesotta. 10½ inch Refractor.			
			Doolittle.			
			Astron. Journal vol. XVIII.			
1897·54	277°41	0·27	277°68	13	2"05	[illegible]
			Flower Observ. 18 inch Equatoreal			
			Solà.			
			Astron. Nachr. Bd. 148.			
1898·47	270°32	0·27	270°59	[illegible]	2"2[illegible]	[illegible]
			Observ. Catalá. Equatoreal double de 22 m			

Als Näherungswerte für die Elemente wurde dasselbe System gewählt, welches Schur benützt hat (Astr. Nachr., Bd. 135, S. 65) und welches lautet:

Durchgangszeit durch das Periastron	T_0 = 1867·93.
Positionswinkel der Knotenlinie	Ω = 122° 35'5.
Neigung der Bahn gegen die Himmelskugel	i = 61° 14'4.
Winkel zwischen der Apsiden- und der Knotenlinie . . .	π = 166° 21'7.
Excentricitätswinkel	φ = 28° 41'0.
Excentricität	e = 0·47996.
Mittlere jährliche Bewegung	μ = —4° 0744.
Umlaufszeit in Jahren	U = 88·356 Jahre
Halbe große Achse	a = 4"6870.

Die Annahme dieses Systems bietet den Vortheil, dass die von **Schur** aufgestellten Bedingungsgleichungen unmittelbar benützt werden konnten, was eine erhebliche Rechenersparnis bedeutet. Von den Schur'schen Normalorten wurden die mit 1 bis 20 bezeichneten, welche die Beobachtungen bis 1889 enthalten, direct herüber genommen (abgesehen von den Orten 7 und 9; siehe a. a. O. S. 69). Die dem Orte 21 zugrunde liegenden Beobachtungen wurden durch andere ergänzt, und die sämmtlichen neu hinzugekommenen Jahresmittel mit dem obigen Elementensystem verglichen. Das Resultat dieses Vergleiches findet sich in der folgenden Tabelle:

Nr.	Epoche	Beob.	Rechn.	B.-R.	Beob.	Rechn.	B.-R.	Gew.	Beobachter
324	1890·42	338·76	335·04	+ 3·72	2"400	2·167	+ 0·233	1	Glasenapp
325	50	336·03	333·92	+ 2·11	2·134	2·182	— 0·048	2	Hall.
326	61	336·75	333·52	+ 3·23	2·01	2·187	— 0·177	1	Maw.
327	61	336·87	333·52	+ 3·35	2·16	2·187	— 0·027	1	Wellmann.
328	66	334·36	333·13	+ 1·23	2·22	2·193	+ 0·027	1	Tarrant.
329	70	334·80	332·82	+ 1·98	2·023	2·198	— 0·175	2	Schur.
330	71	335·81	332·74	+ 3·07	2·192	2·199	— 0·007	4	Bigourdan
331	1891·50	328·75	326·81	+ 1·94	2"671	2·287	+ 0·384	3	See.
332	53	328·05	326·59	+ 1·46	2·26	2·291	— 0·031	1	Tarrant.
333	54	328·58	326·52	+ 2·06	2·11	2·292	— 0·182	1	Maw.
334	56	329·33	326·37	+ 2·96	2·435	2·294	+ 0·141	1	Collins
335	56	327·78	326·37	+ 1·41	2·228	2·294	— 0·066	2	Hall.
336	58	329·10	326·23	+ 2·87	2·165	2·296	— 0·131	2	Schur.
337	59	326·21	326·16	+ 0·05	2·328	2·297	+ 0·031	2	Knorre
338	64	327·47	325·80	+ 1·67	2·375	2·302	+ 0·073	1	See.
339	67	326·92	325·59	+ 1·33	2·254	2·304	— 0·050	2	Bigourdan
340	1892·37	322·16	320·76	+ 1·40	—	—		1	Burnham.
341	41	321·73	320·49	+ 1·24	2·51	2·377	+ 0·133	1	Searle.
342	41	320·73	320·49	+ 0·24	2·36	2·377	— 0·017	1	Collins.
343	42	319·87	320.42	— 0·55	2·426	2·378	+ 0·048	2	Knorre.
344	49	321·93	319·96	+ 1·97	2·23	2·384	— 0·154	1	Maw.
345	57	321·52	319·43	+ 2·09	2·195	2·391	— 0·196	1	Comstock.
346	61				2·300	2·394	— 0·094	1	Bigourdan.
	62	319·25	319·10	+ 0·15				2	Bigourdan.
347	63	321·41	319·03	+ 2·38	2·36	2·395	— 0·035	1	Tarrant.
348	64	320·99	318·96	+ 2·03	2·237	2·396	— 0·159	2	Schur.
349	68	317·77	318·70	— 0·93	1·955	2·400	— 0·445	1	Glasenapp.

Nr.	Epoche	Beob.	Rechn.	B.-R.	Beob.	Rechn.	B.-R.	Gew.	Beobachter
350	1893·45	312·04	313·77	— 1·73	2·25	2·450	— 0·200	2, 1	Gledhill.
351	47	314·02	313·63	+ 0·39	2·22	2·451	— 0·231	1	Maw.
352	50	313·74	313·67	+ 0·07	2·310	2·455	— 0·145	1	Collins.
353	58	313·04	312·34	+ 0·70	2·41	2·456	— 0·046	1	Tucker.
354	62	312·00	312 69	— 0·21	2·344	2·458	— 0·114	2	Comstock.
355	62	313·62	312·69	+ 0·93	2·253	2·458	— 0·205	1	Schur.
356	62	311·52	312·66	— 1·17				1	Knorre.
357	66	309·14	312·20	— 3·12	2·34	2·461	— 0·121	1	Lewis.
358	69	309·44	312·26	— 2·82	2·22	2·461	— 0·241	1	Wilson.
359	70	312·54	312·10	+ 0·35	2·21	2·461	— 0·251	3	Schiaparelli.
360	1894·49	309·51	307·31	+ 2·20	2·556	2·476	+ 0·080	2	Ebell.
361	51	306·40	307·18	— 0·78	2·072	2·476	— 0·404	2, 1	Glasenapp.
362	51	311·52	307·18	+ 4·34	2·320	2·470	— 0·150	1	Ebell.
363	54	307·65	307·00	+ 0·65	2·29	2·476	— 0·186	1	Maw.
364	59				2·383	2·476	— 0·093	3	Knorre.
	66	304·90	306·63	— 1·73		—	—	3	Knorre.
365	66	306·60	306·63	— 0·03	2·263	2·476	— 0·213	1	Schur.
366	75	302·73	305·70	— 2·97	2·303	2·474	— 0·171	1	Comstock.
367	77	303·45	305·58	— 2·13	2·21	2·474	— 0·264	2	Schiaparelli.
368	78				2·323	2·474	— 0·151	2	Bigourdan.
369	78	301·53	305·52	— 3·99	2·450	2·474	— 0·024	2	Callandreau.
	79	302·30	305·40	— 3·10		—	—	2	Bigourdan.
370	1895·32	298·88	302·17	— 3·29	2·223	2·457	— 0·234	1	See.
371	50	298·46	301·03	— 2·57	2·535	2·448	+ 0·087	1	Glasenapp.
372	51	301·88	300·97	+ 0·91	2·308	2·447	— 0·139	2	Schur.
373	58	297·16	300·53	— 3·37	2·26	2·443	— 0·183	1	Maw.
374	58	296·06	300·53	— 4·47	2·54	2·443	+ 0·097	1	Collins.
375	61	296·76	300·34	— 3·58	2·190	2·441	— 0·251	1	Comstock.
376	62	295·28	300·28	— 5·00	2·238	2·440	— 0·202	2	Hough.
377	69	296·16	299·83	— 3·67	2·65	2·436	+ 0·214	1	Lewis.
378	70	296·26	299·77	— 3·51	2·01	2·434	— 0·424	2	See.
379	72	296·11	299·64	— 3·53	2·028	2·434	— 0·406	1	See.
380	72	296·46	299·64	— 3·18	2·21	2·434	— 0·224	1	Moulton.
381	1896·39	292·53	295·27	— 2·74	2·190	2·375	— 0·185	2	Hussey.
382	51	291·53	294·46	— 2·93	2·397	2·361	+ 0·036	1	Aitken.
383	58	289·50	293·98	— 4·48	2·186	2·353	— 0·167	2	Pritchett.
384	59	288·34	293·91	— 5·57	2·333	2·352	— 0·019	2	Bowyer.
385	59	290·13	293·91	— 3·78	2·327	2·352	— 0·025	1	Wagner
386	59	288·33	293·91	— 5·58	2·423	2·352	+ 0·071	1	Soule.
387	61	288·20	293·78	— 5·58	2·133	2·350	— 0·217	2	See.
388	61	289·76	293·78	— 4·02	2·23	2·350	— 0·120	1	Dyson.
389	62	288·43	293·71	— 5·28	2·130	2·340	— 0·210	1	Cogshall.

Nr.	Epoche	Beob.	Rechn.	B.-R.	Beob.	Rechn.	B.-R.	Gew.	Beobachter
390	1896·62	291·16	293·71	— 2·55	2·18	2·349	— 0·169	1	Niblett.
391	63	287·98	293·64	— 5·66	2·223	2·347	— 0·124	1	Comstock.
392	65	290·34	293·50	— 3·16	2·080	2·345	— 0·265	2	Lewis.
393	66	287·40	293·43	— 6·03	2·121	2·345	— 0·224	2	Schur.
394	68	287·66	293·30	— 5·64	2·263	2·341	— 0·078	1	Morgan.
395	74	288·82	292·88	— 4·06	2·188	2·334	— 0·146	2	Leavenworth.
396	80	289·69	292·46	— 2·77	2·052	2·326	— 0·274	1	Aitken.
397	1897·40	283·48	288·12	— 4·64	2·095	2·242	— 0·147	1	Cogshall.
398	41	283·41	288·05	— 4·64	2·022	2·240	— 0·218	2	See.
399	46	283·76	287·67	— 3·91	2·057	2·232	— 0·175	1	Aitken.
400	54	277·68	287·06	— 9·38	2·055	2·220	— 0·165	3	Doolittle.
401	55	281·30	286·98	— 5·68	2·035	2·218	— 0·183	1	Glasenapp.
402	58	283·99	286·75	— 2·76	2·069	2·214	— 0·145	3	Schur.
403	59	276·85	286·67	— 9·82	2·025	2·212	— 0·187	1	Pritchett.
404	67	280·63	286·05	— 5·42	2·050	2·199	— 0·149	2	Hussey.
405	83	276·94	284·79	— 7·85	1·930	2·172	— 0·242	1	Aitken.
406	1898·44	273·49	279·65	— 6·16	1·803	2·004	— 0·171	2	Aitken.
407	47	270·59	279·38	— 8·79	2·230	2·059	+ 0·171	1	Solá.
408	51	271·28	279·03	— 7·75	2·120	2·051	+ 0·069	1	Glasenapp.
409	56	272·41	278·57	— 6·16	1·916	2·042	— 0·126	2	Schur.
410	1899·57	263·45	268·48	— 5·03	1·775	1·852	— 0·077	2	Schur.

Aus den hier gegebenen Unterschieden $B—R$ wurden 7 neue Normalorte mit den Nummern 21 bis 27 gebildet.

Die Gewichtsbestimmung erfolgte ebenfalls genau wie bei Schur nach dem Schema:

Mittel für 1— 4 Abende	Gewicht 1	
» » 5— 9 »	» 2	
» » 10 »	» 3 u. s. w.	

Auf die Weise wurde für jedes Jahr ein Mittel gebildet und diese, wenn nöthig, nach demselben Gesetze weiter vereinigt.

Das System der Normalorte lautet nun:

	Epoche	Zeitraum	Δp	Gew.	$\Delta \rho$	Gew.
1.	1780·75	—	—12°91	1	—	—
2.	1802·26	—	+ 2·36	1	—	—
3.	1804·42	—	+ 0·57	1	—	—
4.	1821·88	1820—23	+ 1·89	1	+0·66	1
5.	1827·25	1825—29	+ 2·70	2	+0·10	2
6.	1832·47	1830—34	+ 0·38	2	+0·21	2
7.	1837·44	1835—39	— 0·10	2	+0·16	2
8.	1842·28	1840—44	— 0·26	3	—0·10	2
9.	1847·27	1845—49	— 0·30	2	—0·14	2

	Epoche	Zeitraum	Δp	Gew.	$\Delta \rho$	Gew.
10.	1852·77	1850—54	— 0·47	3	—0·23	2
11.	1857·43	1855—59	— 0·54	3	—0·17	2
12	1862·73	1860—64	— 0·75	2	—0·04	2
13.	1867·42	1865—69	— 0·37	3	—0·04	2
14.	1872·45	1870—74	— 0·61	2	—0·06	2
15.	1877·51	1875—79	+ 0·44	3	+0·04	3
16.	1880·81	1880—81	+ 1·04	1	+0·10	1
17.	1883·11	1882—83	+ 1·90	2	+0·16	1
18.	1885·00	1884—85	+ 3·38	2	+0·21	1
19.	1886·96	1886—87	+ 2·80	1	+0·06	1
20.	1889·16	1888—89	+ 3·05	2	—0·07	1
21.	1891·57	1890—91	+ 2·67	2	+0·01	2
22.	1892·53 (54)	1892	+ 0·90	1	—0·09	1
23.	1893·61 (62)	1893	— 0·46	1	—0·18	1
24.	1894·64 (65)	1894	— 1·11	1	—0·10	1
25.	1895·60	1895	— 3·06	1	—0·17	1
26.	1896·61	1896	— 4·42	2	—0·15	2
27.	1898·11	1897—99	— 6·07	2	—0·13	2

Die bei den Orten 22 bis 24 in Klammern beigesetzten Zahlen bedeuten, dass der Normalort aus den Distanzen für eine um 0·01 Jahr spätere Zeit gilt, worauf bei der Rechnung Rücksicht genommen wurde.

Wegen der raschen Änderung der Positionswinkel konnten von 1892 abnur immer die Beobachtungen eines Jahres zu einem Normalorte vereinigt werden. Eine Ausnahme macht nur der letzte, was in der geringen Zahl der zur Verfügung stehenden Beobachtungen begründet ist: aus dem Jahre 1898 stammen nämlich nur 4, aus 1899 nur 1 Jahresmittel.

Die für diese Normalorte abzuleitenden Bedingungsgleichungen werden nun außer den Correctionen für die Elemente noch die Größen $\frac{m_3}{D^3}$ und $\lambda-\pi$ als Unbekannte enthalten, und zwar werden diese nur in den Verbindungen

$$\frac{m_3}{D_3};\ \frac{m_3}{D_3}\cos 2(\lambda-\pi) \text{ und } \frac{m_3}{D_3}\sin 2(\lambda-\pi)$$

auftreten. Wir erhalten somit drei Größen, die aber nicht unabhängig voneinander sind. Bestimmen wir also diese drei Größen, die alle sehr klein sein werden, als unabhängige Variable, so wird es als Stütze für unsere Hypothese gelten können, wenn der direct gefundene mit dem aus

$$\frac{m_3}{D_3}\sin 2(\lambda-\pi) \text{ und } \frac{m_3}{D_3}\cos 2(\lambda-\pi) \text{ folgenden Wert von } \frac{m_3}{D^3}$$

wenigstens der Größenclasse nach übereinstimmt.

Es soll auch hier wieder das Hauptgewicht auf die Darstellung der Positionswinkel gelegt und die Distanzen nur insoweit berücksichtigt werden, als es unumgänglich nöthig ist. Sind doch gerade bei dem in Rede stehenden Doppelstern systematische Unterschiede in der Distanzmessung constatiert worden, welche bereits jene Grenzen übersteigen, die für eine gute Darstellung erlaubt sind. (Bessel: Über den Doppelstern 70 Ophiuchi, Astr. Nachr., Bd. XV.)

Wir betrachten also vorerst die Bedingungsgleichungen für die Positionswinkel allein.

Vor allem mussten die Coefficientenreihen der Correctionen der Elemente für die neuen Normalorte ergänzt werden. Hierauf wurde an die Berechnung der Störungen gegangen. Der große Wert der Excentricität ($e = 0\cdot5$) hat eine äußerst langsame Convergenz aller auftretenden Reihenentwicklungen zur Folge. Um daher eine ausreichende Genauigkeit zu erhalten, musste bei den Reihen für ξ und η bis zu Gliedern gegangen werden, welche die sechsfache mittlere Anomalie enthalten.

Die zur Bestimmung der Coefficienten in ξ und η und ihrer Differentialquotienten nach e nöthigen Bessels'chen Functionen haben folgende Werte.

$$\begin{array}{llllll} I_1^1 = 0\cdot23313 & I_2^2 = 0\cdot10659 & I_3^3 = 0\cdot05454 & I_4^4 = 0\cdot02933 & I_5^5 = 0\cdot01623 & I_6^6 = 0\cdot00915 \\ I_1^2 = 0\cdot02825 & I_2^3 = 0\cdot01741 & I_3^4 = 0\cdot01009 & I_4^5 = 0\cdot00579 & I_5^6 = 0\cdot00334 & I_6^7 = 0\cdot00193 \\ I_1^3 = 0\cdot00227 & I_2^4 = 0\cdot00211 & I_3^5 = 0\cdot00148 & I_4^6 = 0\cdot00095 & I_5^7 = 0\cdot00059 & I_6^8 = 0\cdot00036. \end{array} \quad 34)$$

Damit finden sich folgende Reihen für $\xi, \eta, \frac{\partial \xi}{\partial e}$ und $\frac{\partial \eta}{\partial e}$, in welchen die Coefficienten logarithmisch angesetzt sind:

$$\frac{\xi}{a} = 9_n85729 + 2[9\cdot66037 \cos M + 9\cdot01005 \cos 2M + 8\cdot53807 \cos 3M + 8\cdot14051 \cos 4M +$$
$$+ 7\cdot78462 \cos 5M + 7\cdot45637 \cos 6M]$$

$$\frac{\eta}{a} \qquad + 2[9\cdot62955 \sin M + 8\cdot98865 \sin 2M + 8\cdot52153 \sin 3M + 8\cdot12710 \sin 4M +$$
$$+ 7\cdot77305 \sin 5M + 7\cdot44560 \sin 6M]$$

$$\frac{1}{a}\frac{\partial \xi}{\partial e} = 0_n17609 + 2[9_n24138 \cos M + 9\cdot15467 \cos 2M + 9\cdot04250 \cos 3M + 8\cdot84073 \cos 4M +$$
$$+ 8\cdot61972 \cos 5M + 8\cdot39287 \cos 6M]$$

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial \eta}{\partial e} = \qquad 2[9_n50160 \sin M + 9\cdot04293 \sin 2M + 8\cdot99704 \sin 3M + 8\cdot81184 \sin 4M +$$
$$+ 8\cdot59824 \sin 5M + 8\cdot37548 \sin 6M]. \qquad 35)$$

Durch Multiplication dieser Reihen sind die Ausdrücke

$$\frac{\xi^2}{a^2}, \quad \frac{\eta^2}{a^2}, \quad \frac{\xi\eta}{a^2},$$

sowie

$$\frac{1}{a^2}\left(\xi\frac{\partial \xi}{\partial e} + \eta\frac{\partial \eta}{\partial e}\right), \qquad \frac{1}{a^2}\left(\xi\frac{\partial \xi}{\partial e} - \eta\frac{\partial \eta}{\partial e}\right) \quad \text{und} \quad \frac{1}{a^2}\left(\xi\frac{\partial \eta}{\partial e} + \eta\frac{\partial \xi}{\partial e}\right)$$

zu bilden, durch deren Substitution in 28) und 33) sich die Reihen für F und $\frac{\partial F}{\partial e}$ ergeben.

$$F = 0\cdot67275 - 0\cdot46624 \cos M - 0\cdot05334 \cos 2M - 0\cdot01224 \cos 3M - 0\cdot00390 \cos 4M - 0\cdot00196 \cos 5M$$
$$- 0\cdot00331 \cos 6M + [0\cdot28793 - 0\cdot64744 \cos M + 0\cdot24700 \cos 2M + 0\cdot12828 \cos 3M +$$
$$+ 0\cdot06052 \cos 4M + 0\cdot02908 \cos 5M + 0\cdot01425 \cos 6M] \cos 2(\lambda - \pi)$$
$$+ [-0\cdot61158 \sin M + 0\cdot25064 \sin 2M + 0\cdot12904 \sin 3M + 0\cdot06070 \sin 4M +$$
$$+ 0\cdot02914 \sin 5M + 0\cdot01434 \sin 6M] \sin 2(\lambda - \pi)$$
$$= c + a_0 + a_1 \cos 2(\lambda - \pi) + a_1 \cos 2(\lambda - \pi), \qquad 36)$$

wo a_0, a_1, a_2 Abkürzungen für obige Reihen sind und c seine frühere Bedeutung hat. Es stellt den säcularen Theil vor, der selbständig berechnet wird.

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \quad 0\cdot91542 \cos M \quad 0\cdot20536 \cos 2M \quad 0\cdot07052 \cos 3M \quad 0\cdot03101 \cos 4M \quad 0\cdot02064 \cos 5M$$
$$0\cdot03466 \cos 6M$$
$$+[\quad 1\cdot05190 \cos M \quad 0\cdot91428 \cos 2M \quad 0\cdot12188 \cos 3M+0\cdot06848 \cos 4M+0\cdot08936 \cos 5M+$$
$$+0\cdot06982 \cos 6M] \cos 2(\lambda-\pi)$$
$$+\quad 0\cdot81024 \sin M \quad 0\cdot88232 \sin 2M \quad 0\cdot11414 \sin 3M+0\cdot07160 \sin 4M+0\cdot09044 \sin 5M+$$
$$+0\cdot07176 \sin 6M] \sin 2(\lambda-\pi)$$

Daraus folgt durch Integration:

$$F_1 \quad 0\cdot46624 \sin M \quad 0\cdot02667 \sin 2M \quad 0\cdot00408 \sin 3M \quad 0\cdot00098 \sin 4M \quad 0\cdot00039 \sin 5M$$
$$-0\cdot00055 \sin 6M$$
$$+[\quad 64744 \sin M+0\cdot12350 \sin 2M+0\cdot04276 \sin 3M+0\cdot01513 \sin 4M+0\cdot00582 \sin 5M+$$
$$+0\cdot00238 \sin 6M] \cos (\lambda-\pi)$$
$$+[0\cdot61158 \cos M \quad 0\cdot12532 \cos 2M \quad 0\cdot04301 \cos 3M \quad 0\cdot01518 \cos 4M \quad 0\cdot00583 \cos 5M$$
$$0\cdot00239 \cos 6M] \sin 2(\lambda-\pi)$$
$$= b_0+b_1 \cos 2(\lambda-\pi)+b_2 \sin 2(\lambda-\pi) \qquad 37)$$

$$F_3 = -0\cdot91542 \sin M-0\cdot10268 \sin 2M-0\cdot02351 \sin 3M-0\cdot00776 \sin 4M-0\cdot00413 \sin 5M-$$
$$-0\cdot00578 \sin 6M$$
$$+[-1\cdot05190 \sin M-0\cdot45714 \sin 2M-0\cdot04063 \sin 3M+0\cdot01712 \sin 4M+0\cdot01787 \sin 5M+$$
$$+0\cdot01164 \sin 6M] \cos 2(\lambda-\pi)$$
$$+[0\cdot81024 \cos M+0\cdot44116 \cos 2M+0\cdot03805 \cos 3M-0\cdot01790 \cos 4M-0\cdot01809 \cos 5M-$$
$$-0\cdot01196 \cos 6M] \sin 2(\lambda-\pi)$$
$$= c_0+c_1 \cos 2(\lambda-\pi)+c_2 \sin 2(\lambda-\pi) \qquad 38)$$

$$F_4 = 2[-0\cdot64744 \sin M+0\cdot12350 \sin 2M+0\cdot04276 \sin 3M+0\cdot01513 \sin 4M+0\cdot00582 \sin 5M+$$
$$+0\cdot00238 \sin 6M] \sin 2(\lambda-\pi)$$
$$-2[0\cdot61158 \cos M-0\cdot12532 \cos 2M-0\cdot04301 \cos 3M-0\cdot01518 \cos 4M-0\cdot00583 \cos 5M-$$
$$-0\cdot00239 \cos 6M] \cos 2(\lambda-\pi).$$
$$= \quad 2b_2 \cos 2(\lambda-\pi)+2b_1 \sin 2(\lambda-\pi). \qquad 39)$$

Noch mehr Glieder zu entwickeln würde wohl dem Charakter unseres Problems nicht entsprechen Es erscheint unter allen Umständen die zweite Decimale als vollständig gesichert. Dass die Rechnung in der Folge mehrstellig (vierstellig) geführt wurde, hat den Zweck, Fehleranhäufungen zu vermeiden.

Durch Einsetzen der Werte von M für die einzelnen Normalorte unter Anwendung von $\mu = -4°0741$ ergeben sich die folgenden Werte von a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, c_0, c_1 und c_2

	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	c_0	c_1	c_2
1	+0·1938	+0·1449	0·7506	0·4168	−0·6955	0·1584	−0·7789	0·0588	0·5751
2	0·4605	0·4050	+0·1580	−0·2078	0·1030	+0·4655	0·4706	0·7307	1·0815
3	0·5105	0·2734	+0·1490	0·1325	0·0511	+0·4407	−0·3075	0·4034	1·1846
4	0·2220	−0·0003	+0·3388	+0·4141	0·4304	+0·4339	+0·8520	1·3300	+0·2249
5	−0·0382	0·3646	+0·6244	+0·4640	+0·0283	+0·2447	+0·0190	1·1740	−0·2933
6	+0·1251	−0·0388	+0·7545	+0·4470	+0·7050	0·0157	+0·8488	[illegible]	0·5301
7	+0·2485	+0·3018	+0·7170	+0·3802	+0·6584	0·2810	+0·7040	+0·5123	0·5514

	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2	c_0	c_1	c_2
8	+ 0·3451	+ 0·5000	+ 0·5471	+ 0·2773	+ 0·5063	− 0·5015	+ 0·5001	+ 0·2636	0·5195
9	+ 0·4045	+ 0·7439	+ 0·2880	+ 0·1430	+ 0·2687	0·0533	+ 0·2564	+ 0·1060	0·4420
10	+ 0·4196	+ 0·8104	− 0·0430	− 0·0198	0·0384	− 0·7047	0·0348	− 0·0145	0·4193
11	+ 0·4010	+ 0·7307	0·3249	− 0·1568	0·2900	0·6426	− 0·2808	− 0·1205	0·4473
12	0·3313	+ 0·5290	0·5809	0·2963	0·5373	− 0·4695	0·5453	− 0·2974	0·5330
13	+ 0·2339	+ 0·2598	− 0·7324	0·3912	− 0·6711	0·2478	− 0·7268	− 0·5519	0·5825
14	+ 0·1051	0·0867	0·7459	0·4526	0·7023	+ 0·0219	− 0·8042	− 0·8787	0·5105
15	0·0571	− 0·3942	0·0027	0·4421	0·6135	+ 0·2085	− 0·9197	− 1·1949	0·2539
16	− 0·1711	0·5400	0·4372	0·4354	0·5018	+ 0·3917	0·8860	− 1·[illegible]258	+ 0·0506
17	0·2479	0·0178	0·2843	0·4012	0·4058	+ 0·4511	0·8311	1·3318	+ 0·3178
18	0·3082	− 0·6313	0·1437	0·3638	0·3215	+ 0·4800	0·7072	− 1·2070	+ 0·5478
19	− 0·3678	0·5940	− 0·0027	− 0·3166	− 0·2353	+ 0·4899	− 0·6832	1·1320	+ 0·7712
20	0·4297	0·4938	+ 0·1173	0·2542	0·1497	+ 0·4801	− 0·5650	− 0·0124	+ 0·9781
21	0·4791	0·3699	+ 0·1638	0·1891	0·0879	+ 0·4593	− 0·4314	0·0768	+ 1·1134
22	0·5064	0·2872	+ 0·1547	− 0·1414	0·0560	+ 0·4435	− 0·3275	− 0·4958	+ 1·1752
23	0·5229	0·2319	+ 0·1258	0·1018	0·0363	+ 0·4320	− 0·2383	0·3540	+ 1·2080
24	0·5340	0·1932	+ 0·0839	0·0031	0·0208	+ 0·4249	− 0·1484	− 0·2179	+ 1·2292
25	0·5398	0·1728	+ 0·0364	0·0265	0·0083	+ 0·4208	0·0023	0·0930	+ 1·2302
26	0·539[illegible]	0·1718	0·0330	+ 0·0239	+ 0·0075	0·4207	+ 0·0564	+ 0·0822	1·2398
27	0·5320	0·1980	0·0910	+ 0·0696	+ 0·0231	+ 0·4258	+ 0·1638	+ 0·2409	+ 1·2264

Für die weiteren Berechnungen ist die Kenntnis der Größen k und m_1+m_2 nothwendig. Da für das System 70 Ophiuchi Parallaxenbestimmungen existieren (Krueger und Schur, Astr. Nachr., Bd. 51, 59, 135), so könnte man sich unter Einführung der Gauß'schen Constante für unser Sonnensystem einen Wert von m_1+m_2 ableiten. Allein, abgesehen von der Unsicherheit, die solchen Parallaxenmessungen anhaftet, ist es jedenfalls besser, von den Verhältnissen in unserem Sonnensystem unabhängig zu bleiben und die Constante k aus dem Sternsystem selbst abzuleiten, indem man die Masseneinheit gleich m_1+m_2 nimmt.

Mit den gegebenen Werten von μ und a findet sich dann, aus

$$\mu = \sqrt{\frac{k^2(m_1+m_2)}{a^3}} = \sqrt{\frac{k^2}{a^3}}$$

$$\lg k = 9_n\,8584$$

Wir finden weiter:

$$\log \frac{5}{2} e k a^{\frac{3}{2}} = 0_n 9440 \qquad \log \frac{1-e^2}{e} a^3 = 2\cdot2178$$

$$\log \frac{3}{2} \sqrt{1-e^2}\, k a^{\frac{3}{2}} = 0_n 9841 \qquad \log \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} a^3 = 2\cdot2747$$

$$\log \frac{5}{2} \sqrt{1-e^2}\, k a^{\frac{3}{2}} = 1_n 2060 \qquad \log 3 k a^{\frac{3}{2}} = 1_n 3419$$

$$\log \frac{1}{2} (7+e^2) k a^{\frac{3}{2}} = 1_n 4498 \qquad \log 7 a^3 = 2\cdot8578$$

$$\log \frac{5}{2} (1+e^2) k a^{\frac{3}{2}} = 1_n 3529 \qquad \log \frac{2a^3}{e} = 2\cdot6325.$$

Damit erhalten nun $\Delta\varphi$, $\Delta\pi$ und ΔM die folgenden Werte, wobei wir von nun an die Größen $\frac{m_3}{D^3}$, $\frac{m_3}{D^3}\cos 2(\lambda-\pi)$ und $\frac{m_3}{D^3}\sin 2(\lambda-\pi)$ mit x, y und z bezeichnen.

	$\Delta\varphi$ = x	y	z	$\Delta\pi$ = x	y	z
1.	+ 36·183 x	— 40·692 y	82·933 z	+115·13 x	+ 312·77 y	—108·275 z
2.	87·820	+123·510	+ 24·089	— 33·92	— 48·105	+203·57
3.	96·100	+137·587	+ 19·245	— 24·05	— 30·840	+222·89
4.	41·900	+ 73·167	2·146	+ 25·97	+ 27·980	+ 42·336
5.	7·192	+ 36·371	+ 17·823	13·15	— 89·330	— 55·213
6.	+ 23·550	14·039	+ 54·953	— 76·84	— 237·73	— 99·800
7.	+ 46·789	— 63·754	+112·010	—151·85	— 377·79	—109·450
8.	64·957	—108·650	+187·800	—235·40	— 502·51	— 97·800
9.	+ 76·150	—140·237	+284·68	—330·98	— 612·19	— 83·200
10.	+ 78·980	—149·827	+402·56	—438·85	— 723·40	— 78·920
11.	+ 75·480	—138·157	+501·20	—530·08	— 818·08	— 84·200
12.	+ 62·357	—101·870	+602·96	—630·97	— 936·59	—100·440
13.	+ 44·022	57·414	+672·96	—710·23	—1059·67	—109·650
14.	+ 19·785	— 6·925	+728·03	—784·67	—1202·18	— 96·100
15.	10·748	+ 41·000	+761·43	—843·98	—1343·20	— 47·789
16.	32·208	+ 64·547	+773·56	—869·44	—1420·53	+ 9·526
17.	46·667	+ 77·250	+781·45	—881·30	—1458·67	+ 59·814
18.	58·025	+ 87·075	+788·38	—887·40	—1477·00	+103·100
19.	69·233	+ 98·365	+795·11	—890·37	—1483·05	+145·167
20.	80·900	+113·010	+800·48	—889·85	—1477·42	+184·100
21.	90·180	+127·417	+800·22	—883·60	—1463·77	+209·62
22.	95·325	+136·237	+796·82	—877·24	—1453·00	+221·20
23.	98·425	+141·950	+792·43	—870·86	—1443·63	+227·53
24.	100·500	+145·933	+786·92	—863·93	—1434·35	+231·42
25.	101·600	+148·027	+781·08	—856·93	1426·11	+233·28
26.	101·625	+148·162	+770·07	—844·18	—1409·53	+233·33
27.	100·250	+145·317	+765·16	—838·57	—1403·66	+230·84

	ΔM_0 = x	y	z
1.	221·03 x	+ 84·120 y	242·85 z
2.	+ 9·638	+ 18·091	494·50
3.	+ 8·030	— 176·607	501·62
4.	+ 21·996	39·447	453·76
5.	+ 74·174	56·683	— 393·09
6.	+ 161·546	71·976	— 308·05
7.	+ 279·86	89·700	— 166·92
8.	+ 423·34	61·420	+ 34·28
9.	+ 613·16	+ 32·397	+ 294·93
10.	+ 869·95	+ 242·07	+ 619·50
11.	+1117·60	+ 554·53	+ 890·39
12.	+1448·73	+1034·24	+1126·06
13.	+1771·96	+1575·95	+1231·98
14.	+2137·43	+2228·13	+1126·02
15.	+2517·81	+2810·69	+ 769·87
16.	+2787·16	+3103·66	+ 409·43

17. $\Delta M_0 =$	$+2953\cdot91\,x$	$+3227\cdot45\,y$	$+\ 92\cdot053\,z$
18.	$+3081\cdot92$	$+3246\cdot98$	$192\cdot980$
19.	$+3206\cdot02$	$+3169\cdot00$	$-\ 475\cdot74$
20.	$+3332\cdot55$	$+2970\cdot97$	$716\cdot93$
21.	$+3428\cdot43$	$+2726\cdot70$	$-\ 814\cdot52$
22.	$+3480\cdot68$	$+2562\cdot89$	$801\cdot34$
23.	$+3511\cdot11$	$+2452\cdot22$	$748\cdot25$
24.	$+3530\cdot28$	$+2373\cdot65$	$-\ 669\cdot19$
25.	$+3539\cdot29$	$+2329\cdot91$	$-\ 578\cdot10$
26.	$+3523\cdot66$	$+2314\cdot29$	$-\ 443\cdot65$
27.	$+3518\cdot64$	$+2369\cdot53$	$327\cdot31$

Multipliciert man diese Ausdrücke mit den Coefficienten von $d\varphi$, $d\pi$ und dM_0 der Bedingungsgleichungen, um den Einfluss der Störungen auf die Positionswinkel zu erhalten und zieht die Glieder mit x, y, z respective zusammen, so resultieren schließlich die Coefficienten für x, y und z in den Bedingungsgleichungen.

Diese lauten nun vollständig

1. $12\cdot91 = +0\cdot838\,d\varphi + 0\cdot677\,di + 1\cdot000\,d\chi + 0\cdot635\,d\pi + 0\cdot405\,dM_0 - 0\cdot110.100\,d\mu + 14\cdot3\,x + 198\cdot6\,y\ \ 236\cdot6\,z$

		$d\varphi$	di	$d\chi$	$d\pi$	dM_0	$d\mu$	x	y	z	Summe der Störungen
2.	$+\ 2\cdot36$	$+2\cdot210$	$0\cdot836$		$+0\cdot962$	$+1\cdot999$	$0\cdot113$	$207\cdot4$	$262\cdot8$	$739\cdot2$	$-\ 2\cdot067$
3.	$+\ 0\cdot57$	$+1\cdot123$	$0\cdot481$		$+0\cdot602$	$+1\cdot608$	$0\cdot056$	$109\cdot5$	$148\cdot0$	$-\ 650\cdot9$	$+\ 0\cdot177$
4.	$+\ 1\cdot89$	$1\cdot915$	$0\cdot849$		$+0\cdot990$	$+0\cdot996$	$+0\cdot139$	$+\ 127\cdot9$	$151\cdot7$	$-\ 406\cdot1$	$+\ 1\cdot322$
5.	$+\ 2\cdot70$	$1\cdot076$	$0\cdot619$		$+0\cdot694$	$+0\cdot517$	$+0\cdot100$	$+\ 37\cdot0$	$130\cdot5$	$260\cdot7$	$+\ 0\cdot747$
6.	$+\ 0\cdot38$	$0\cdot593$	$0\cdot353$		$+0\cdot554$	$+0\cdot303$	$+0\cdot074$	$6\cdot8$	$132\cdot8$	$180\cdot2$	$+\ 0\cdot557$
7.	$0\cdot10$	$0\cdot357$	$0\cdot159$		$+0\cdot493$	$+0\cdot230$	$+0\cdot068$	$27\cdot2$	$184\cdot1$	$132\cdot3$	$+\ 0\cdot693$
8.	$0\cdot26$	$0\cdot231$	$0\cdot035$		$+0\cdot482$	$+0\cdot207$	$+0\cdot071$	$40\cdot8$	$229\cdot8$	$83\cdot4$	$+\ 0\cdot834$
9.	$0\cdot30$	$0\cdot111$	$+0\cdot093$		$+0\cdot485$	$+0\cdot198$	$+0\cdot077$	$-\ 47\cdot5$	$274\cdot9$	$13\cdot5$	$+\ 1\cdot003$
10.	$0\cdot47$	$+0\cdot031$	$+0\cdot241$		$+0\cdot510$	$+0\cdot204$	$+0\cdot092$	$44\cdot0$	$324\cdot2$	$+\ 98\cdot6$	$+\ 1\cdot235$
11.	$0\cdot54$	$+0\cdot161$	$+0\cdot363$		$+0\cdot547$	$+0\cdot225$	$+0\cdot111$	$26\cdot4$	$-\ 345\cdot0$	$+\ 235\cdot0$	$+\ 1\cdot403$
12.	$0\cdot75$	$+0\cdot357$	$+0\cdot513$		$+0\cdot620$	$+0\cdot274$	$+0\cdot150$	$+\ 28\cdot1$	$333\cdot6$	$+\ 461\cdot5$	$+\ 1\cdot591$
13.	$0\cdot37$	$+0\cdot584$	$+0\cdot644$		$+0\cdot715$	$+0\cdot347$	$+0\cdot207$	$+\ 132\cdot8$	$244\cdot3$	$+\ 742\cdot1$	$+\ 1\cdot656$
14.	$-\ 0\cdot61$	$+1\cdot090$	$+0\cdot822$		$+0\cdot935$	$+0\cdot544$	$+0\cdot351$	$+\ 450\cdot7$	$+\ 80\cdot5$	$+1316\cdot0$	$+\ 1\cdot620$
15.	$+\ 0\cdot44$	$+1\cdot849$	$+0\cdot910$		$+1\cdot253$	$+0\cdot887$	$+0\cdot617$	$+1155\cdot8$	$+\ 885\cdot2$	$+2030\cdot6$	$+\ 1\cdot175$
16.	$+\ 1\cdot04$	$+2\cdot890$	$+0\cdot807$		$+1\cdot659$	$+1\cdot424$	$+1\cdot038$	$+2433\cdot1$	$+2249\cdot9$	$+2834\cdot6$	$+\ 0\cdot782$
17.	$+\ 1\cdot90$	$+3\cdot808$	$+0\cdot471$		$+1\cdot963$	$+1\cdot983$	$+1\cdot491$	$+3949\cdot4$	$+3830\cdot9$	$+3275\cdot7$	$+\ 0\cdot490$

		$d\varphi$	di	d_{ω}	$d\pi$	dM	$100\,d\mu$	x	y	z	
18.	+ 3·38 =	+4·330 $d\varphi$	0·018 di	+1·000 d_{ω}	+2·067 $d\pi$	+2·420 dM	+1·865 . 100 $d\mu$	+5374·3 x	+5181·5 y	+3159·5 z	+ 0·714
19.	+ 2·80	+4·185	0·631		+1·859	+2·629	+2·078	+6483·0	+5988·1	+3347·6	+ 2·163
20.	+ 3·05	+3·080	0·912		+1·316	+2·325	+1·888	+6328·1	+5312·2	+1040·6	+ 4·467
21.	+ 2·11	+1·771	0·913		+0·802	+1·832	+1·524	+5410·4	+4044·6	+ 93·6	+ 6·019
22.	+ 0·90	+1·189	0·561		+0·619	+1·628	+1·377	+5009·5	+3433·6	219·5	+ 6·949
23.	0·46	+0·812	0·326		+0·531	+1·535	+1·316	+4848·0	+3114·6	384·7	+ 7·646
24.	1·11	+0·498	0·120		+0·488	+1·514	+1·313	+4871·6	+2965·5	507·6	+ 8·409
25.	3·06	+0·216	+0·070		+0·484	+1·555	+1·364	+5067·5	+2966·6	617·8	+ 9·268
26.	4·42	0·108	+0·283		+0·519	+1·680	+1·490	+5494·6	+3141·3	707·9	+10·386
27.	6·07	0·746	+0·667		+0·670	+2·055	+1·853	+6743·4	+3820·5	1088·9	+12·900

Nach Multiplication mit den Quadratwurzeln der Gewichte wurde jede Colonne durch den größten darin enthaltenen Coefficienten dividiert.

Hierauf ergaben sich folgende Normalgleichungen:

$d\varphi$	di	d_{ω}	$d\pi$	dM	$100\,d\mu$	x	y	z	
3·9545 $d\varphi$	+ 0·1987 di	+ 3·8998 d_{ω}	+ 3·6760 $d\pi$	+ 3·9373 dM	+ 3·7108 . 100 $d\mu$	+ 3·0555 x	+ 3·4997 y	+3·2801 z	= +1·7050
0·1987	+ 6·1006	+ 1·0851	+ 0·7039	0·7629	0·2166	— 0·6569	0·9572	+1·6505	2·0787
3·8998	+ 1·0851	+ 15·6539	+ 7·9789	+ 8·0161	+ 6·9428	+ 5·6883	+ 5·0270	+3·1613	+0·5581
3·6760	+ 0·7039	+ 7·9789	+ 5·3175	+ 5·2776	+ 4·7488	+ 3·8276	+ 3·8970	+3·3716	= +1·3047
3·9573	0·7629	+ 8·0161	+ 5·2776	+ 6·7762	+ 6·2673	+ 5·5883	+ 5·4575	+2·5231	+0·8808
3·7108	0·2166	+ 6·9428	+ 4·7488	+ 6·2673	+ 6·5381	+ 5·9116	+ 5·7110	+2·5497	= +0·3965
3·0555	0·6569	+ 5·6883	+ 3·8276	+ 5·5883	+ 5·9116	+ 5·4877	+ 5·2315	+1·7608	= +0·1161
3·4997	0·9572	+ 5·0270	+ 3·8970	+ 5·4575	+ 5·7110	+ 5·2315	+ 5·2302	+2·2672	= +0·7730
3·2801	+ 1·6505	+ 3·1613	+ 3·3716	+ 2·5231	+ 2·5497	+ 1·7608	+ 2·2672	+3·7463	+1·5980

Hiebei wurde so wie auch fernerhin der erste Normalort weggelassen, da er die sehr zweifelhafte Beobachtung von 1781 enthält.

Die Auflösung dieser Gleichungen gibt folgendes Resultat

für x, y und z:

$$x = \frac{m_3}{D^3} = +0\cdot002906$$

$$y = \frac{m_3}{D^3}\cos 2\lambda \quad \pi = \quad 0\cdot005913$$

$$z = \frac{m_3}{D^3}\sin 2\lambda \quad \pi = \quad 0\cdot000012$$

Aus y und z folgt

$$2(\lambda - \pi) = 180°119$$

und

$$\frac{m_3}{D^3} = 0\cdot005913$$

Die beiden Werte von $\frac{m_3}{D^3}$ sind zwar dem absoluten Betrage nach stark verschieden, aber doch von derselben Größenordnung. Eine bessere Übereinstimmung war wohl nach der Natur des Problems nicht zu erwarten. Es könnte den Anschein haben, dass die Größen x, y und z nur Rechnungsgrößen ohne reelle Bedeutung sind, allein es wäre doch ein unwahrscheinlicher Zufall, dass für $\frac{m_3}{D^3}$ ein positiver Wert folgt, der überdies mit einem zweiten Werte vergleichbar ist.

Es wurde nun aus den beiden Werten von $\frac{m_3}{D^3}$ das Mittel genommen, die so erhaltenen Werte

$$\lg x = \lg \frac{m_3}{D^3} = 7\cdot6444 \quad 10$$

$$\lg y = \lg \frac{m_3}{D^3} \cos 2(\lambda - \pi) = 7_n 6444 - 10$$

$$\lg z = \lg \frac{m_3}{D^3} \sin 2(\lambda - \pi) = 4_n 9624 - 10$$

in die Bedingungsgleichungen zurücksubstituiert und für jeden Normalort die Summe der von den Störungen abhängigen Glieder gebildet. Da die Coefficienten alle reine Zahlen sind, während die rechte Seite der Gleichungen in Graden ausgedrückt ist, so sind schließlich alle Unbekannten und die oben erwähnten, von den Störungen abhängigen Summen in Graden ausgedrückt. Um den richtigen Wert von $\frac{m_3}{D^3}$ zu erhalten, wäre der oben gefundene daher noch durch 57·296 zu dividieren.

Die so gebildeten Summen stellen den Gesammtbetrag der Störungen im Positionswinkel dar; sie bilden die letzte Colonne auf S. 36 u. 37 [212 u. 213]. Dieselben mit den linken Seiten der Bedingungsgleichungen vereinigt, liefern neue Bedingungsgleichungen, welche nur mehr die Correctionen der Elemente als Unbekannte enthalten.

Es ist interessant, zu bemerken, welche riesigen Werte die Störungen annehmen; sie erreichen mehr als 13° im Positionswinkel, also bedeutend mehr, als die auszugleichenden Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung betragen. Sie sind aber viel kleiner als bei ξ Cancri.

Die Auflösung der neuen Bedingungsgleichungen führt zu folgendem Resultate:

$$d\varphi = +1°574$$
$$di = 4\cdot801$$
$$d\Omega = 3\cdot495$$
$$d\lambda = +8\cdot068$$
$$dM_0 = 3\cdot686$$
$$d\mu = 0\cdot04829$$

Damit folgt das neue Elementensystem:

$$\varphi = 30°259$$
$$i = 56\cdot439$$
$$\Omega = 119\cdot097$$
$$\lambda = 174\cdot430$$
$$M_0 = 3\cdot686$$
$$\mu = -4\cdot12269. \qquad \text{XI)}$$

Substituiert man die obigen Correctionen in die Bedingungsgleichungen, so bleiben folgende Reste:

1	[illegible]	8	0·10	15	0·35	22	0·04
2	0·51	9	0·00	16	0·04	23	+ 0·28
3	— 0·74	10	0·02	17	0·15	24	0·59
4	0·50	11	— 0·01	18	+ 0·42	25	0·42
5	+ 0·90	12	0·19	19	0·70	26	0·58
6	0·30	13	+ 0·15	20	— 0·08	27	+ 0·12
7	0·30	14	0·31	21	+ 0·00		

Es ist somit gelungen, den Bedingungsgleichungen in ausreichender Weise genügezuleisten. Anders stellt sich aber die Sache, wenn wir die Positionswinkel nach der Formel aus den neuen Elementen zurückberechnen. Die Correctionen der Elemente sind nämlich zu groß, als dass die linearen Gleichungen schon eine hinreichende Näherung vorstellen könnten.

Um die neuen Reste im Sinne Beobachtung — Rechnung zu finden, müssen vor allem die Störungen der Elemente bestimmt werden, da es nothwendig ist, wegen der großen Werte derselben für jeden einzelnen Normalort bereits die gestörten Elemente einzuführen. Zu diesem Zwecke setzen wir die gefundenen Werte von x, y und z in die Gleichungen S. 35, 211. In der folgenden Zusammenstellung finden sich die Werte der Störungen für φ, π und M_0, sowie die für die einzelnen Normalorte geltenden Elemente.

	$\Delta\varphi$	$\Delta\pi$	ΔM_0	φ	π	M_0	dp
1	+ 0·341	0·809	1·343	30°000	173·501	— 5·029	+ 11·77
2	0·932	+ 0·061	— 0·033	29·327	174·491	3·719	— 0·45
3	1·031	+ 0·029	+ 0·810	29·228	174·459	2·807[1]	— 0·82
4	0·507	— 0·000	+ 0·275	29·752	174·421	— 3·411	0·70
5	0·192	+ 0·330	+ 0·581	30·007	174·700	— 3·105	0·78
6	+ 0·165	+ 0·710	+ 1·033	30·424	175·140	— 2·653	+ 1·80
7	+ 0·486	+ 0·997	1·031	30·745	175·427	— 2·055	0·93
8	+ 0·764	+ 1·170	+ 2·137	31·023	175·609	— 1·549	0·80
9	+ 0·952	+ 1·241	+ 2·558	31·211	175·671	— 1·128	+ 0·01
10	+ 1·005	+ 1·250	+ 2·703	31·264	175·686	— 0·923	+ 0·60
11	+ 0·937	+ 1·271	+ 2·475	31·196	175·701	1·211	0·55
12	+ 0·719	+ 1·349	+ 1·817	30·978	175·779	1·809	0·04
13	+ 0·441	+ 1·542	+ 0·853	30·700	175·972	2·833	+ 0·18
14	+ 0·111	+ 1·842	0·410	30·370	176·272	— 4·096	0·07
15	0·235	+ 2·202	— 1·268	30·024	176·632	— 4·984	— 0·73
16	0·434	+ 2·431	1·400	29·825	176·861	— 5·086	0·94
17	0·554	+ 2·546	— 1·200	29·705	176·976	— 4·892	— 1·59
18	— 0·647	+ 2·599	— 0·726	29·612	177·029	— 4·412	2·81
19	0·747	+ 2·612	+ 0·108	29·512	177·042	3·518	3·51
20	0·862	+ 2·589	+ 1·661	29·397	177·019	2·085	3·42
21	— 0·967	+ 2·556	+ 3·102	29·292	176·986	0·584	1·00
22	1·029	+ 2·537	+ 4·054	29·230	176·967	+ 0·368	1·30
23	1·067	+ 2·524	4·077	29·192	176·954	0·661	0·62
24	1·092	+ 2·514	5·100	29·167	176·944	1·420	— 0·73
25	1·108	+ 2·508	5·335	29·151	176·938	1·049	0·44
26	— 1·109	+ 2·491	+ 5·338	29·150	176·921	+ 1·652	0·67
27	1·090	+ 2·489	+ 5·070	29·169	176·919	1·384	1·58

[1] Hier wurde ein Fehler gefunden, der aber in den späteren Rechnungen corrigiert wurde.

Werden mit diesen die Positionswinkel zurückberechnet, so bleiben die in der letzten Columne stehenden Reste im Sinne Beobachtung — Rechnung. Die großen Differenzen gegen Ende der Beobachtungreihe sind nun zwar verschwunden, doch sind die starken Abweichungen der Normalorte 17 bis 21 ziemlich unverändert geblieben, und es zeigt sich ein sehr stark ausgesprochener Gang der Differenzen.

Da diese schlechte Darstellung auf die großen Correctionen der Elemente geschoben werden muss, weil die Bedingungsgleichungen gut dargestellt sind, so steht zu erwarten, dass ein zweiter Ausgleich ein besseres Resultat liefern wird.

Anlässlich dieser Neurechnung mussten aber einige Änderungen im Rechnnngsmechanismus vorgenommen werden, wie sich überhaupt auch im folgenden mancher Schritt, der gemacht wurde, im Laufe der späteren Rechnungen als unzweckmäßig oder überflüssig herausgestellt hat.

Die Rechnung begann wieder mit der Berechnung der Störungen unter Zugrundelegung der neuen Elemente. Die mit der neuen Excentricität berechneten Bessel'schen Functionen führten nun auf folgende Reihen für ξ und η und ihre Differentialquotienten:

$$\xi = 9_{,}87852+2[9{\cdot}65630\cos M+9{\cdot}02387\cos 2M+8{\cdot}57019\cos 9M+8{\cdot}19117\cos 4M+$$
$$+7{\cdot}85309\cos 5M+7{\cdot}54238\cos 6M]$$

$$\eta = 2[9{\cdot}62148\sin M+8{\cdot}99957\sin 2M+8{\cdot}55133\sin 3M+8{\cdot}17580\sin 4M+$$
$$+7{\cdot}84011\sin 5M+7{\cdot}52148\sin 6M]$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial e} = 0_{,}17609+2[9{\cdot}26104\cos M+9{\cdot}12304\cos 2M+9{\cdot}03838\cos 3M+8{\cdot}85661\cos 4M+$$
$$+8{\cdot}65485\cos 5M+8{\cdot}44700\cos 6M]$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial e} = 2[9_{n}52617\sin M+8{\cdot}98417\sin 2M+8{\cdot}98399\sin 3M+8{\cdot}82302\sin 4M+$$
$$+8{\cdot}63063\sin 4M+8{\cdot}42781\sin 6M]. \qquad 40)$$

Indem man beachtet, dass nun $\cos 2(\lambda-\pi) = -1$, $\lg \sin 2(\lambda-\pi) = 7_{n}3180$ zu setzen ist, findet man nun

$$F \;\; 0{\cdot}18400\cos M \;\; 0{\cdot}28318\cos 2M \;\; 0{\cdot}13884\cos 3M \;\; 0{\cdot}06666\cos 4M \;\; 0{\cdot}03364\cos 5M$$
$$0{\cdot}02010\cos 6M$$
$$+0{\cdot}00131\sin M-0{\cdot}00048\sin 2M-0{\cdot}00026\sin 3M \;\; 0{\cdot}00013\sin 4M-0{\cdot}00006\sin 5M-$$
$$0{\cdot}00003\sin 6M$$

$$\frac{\partial F}{\partial e} = 0{\cdot}10036\cos M+0{\cdot}71912\cos 2M+0{\cdot}08896\cos 3M-0{\cdot}07776\cos 4M-0{\cdot}10320\cos 5M-$$
$$-0{\cdot}10832\cos 6M \qquad 41)$$
$$+0{\cdot}00153\sin M+0{\cdot}00186\sin 2M+0{\cdot}00032\sin 3M-0{\cdot}00009\sin 4M-0{\cdot}00017\sin 5M-$$
$$-0{\cdot}00014\sin 6M$$

$$F_1 = 0{\cdot}18400\sin M-0{\cdot}14159\sin 2M-0{\cdot}04628\sin 3M-0{\cdot}01667\sin 4M-0{\cdot}00673\sin 5M-$$
$$-0{\cdot}00335\sin 6M \qquad 42)$$
$$-0{\cdot}00131\cos M+0{\cdot}00024\cos 2M+0{\cdot}00009\cos 3M+0{\cdot}00003\cos 4M+0{\cdot}00001\cos 5M+$$
$$+0{\cdot}00001\cos 6M$$

$$F_2 = 0{\cdot}10036\sin M+0{\cdot}35956\sin 2M+0{\cdot}02965\sin 3M-0{\cdot}01944\sin 4M-0{\cdot}02064\sin 5M-$$
$$-0{\cdot}01805\sin 6M$$
$$-0{\cdot}00153\cos M-0{\cdot}00093\cos 2M-0{\cdot}00011\cos 3M+0{\cdot}00002\cos 4M+0{\cdot}00003\cos 5M+$$
$$+0{\cdot}00002\cos 6M \qquad 43)$$

$$F_4 = 2[0{\cdot}00140\sin M-0{\cdot}00024\sin 2M-0{\cdot}00009\sin 3M-0{\cdot}00003\sin 4M-0{\cdot}00001\sin 5M-$$
$$-0{\cdot}00001\sin 6M]$$
$$+2[0{\cdot}63016\cos M \;\; 0{\cdot}11466\cos 2M \;\; 0{\cdot}04192\cos 3M \;\; 0{\cdot}01554\cos 4M \;\; 0{\cdot}00624\cos 5M$$
$$-0{\cdot}00267\cos 6M]. \qquad 44)$$

Nachdem mit diesen Reihen und den gefundenen Elementen die Störungen neu berechnet waren ergab sich das überraschende Resultat, dass sich die Darstellung der Normalorte wesentlich gebessert hatte.

Es ist nun

	B—R		*B—R*		*B—R*		*B—R*
1	11·83	8	— 0·77	15	+ 0·83	22	+ 0·59
2	+ 0·01	9	— 0·58	16	+ 0·94	23	+ 0·25
3	+ 2·51	10	0·54	17	+ 1·05	24	+ 0·05
4	— 0·77	11	0·40	18	+ 1·35	25	— 0·15
5	+ 0·70	12	0·53	19	0·36	26	0·22
6	— 0·91	13	— 0·02	20	+ 0·13	27	+ 0·54
7	0·93	14	+ 0·80	21	+ 0·52		

Die großen negativen Abweichungen der Normalorte 17 bis 22 sind verschwunden und theilweise in positive übergegangen. Immerhin bleibt die Darstellung noch ungenügend, zumal als die Distanzen nur eine sehr schlechte Übereinstimmung zeigen.

Der Vergleich derselben mit der Rechnung gestaltet sich wie folgt:

	B—R		*B—R*		*B—R*		*B—R*
1		8	— 0·242	15	0·264	22	+ 0·020
2		9	0·360	16	— 0·119	23	0·077
3	-	10	— 0·547	17	+ 0·003	24	— 0·022
4	+ 0·454	11	0·563	18	+ 0·101	25	— 0·137
5	0·010	12	— 0·492	19	+ 0·025	26	— 0·153
6	— 0·138	13	0·496	20	— 0·018	27	— 0·105
7	+ 0·073	14	0·348	21	+ 0·119		

Es ergibt sich somit die Nothwendigkeit, auch den Distanzen einige Aufmerksamkeit zuzuwenden In der That hat auch der Wert der großen Achse einen bedeutenden Einfluss auf die Störungen und somit auch auf die Positionswinkel. Es musste daher der Coefficient berechnet werden, mit welchem $d\,a$ in den Bedingungsgleichungen auftritt. Zu diesem Zwecke wurden die Differentialquotienten der Störungen nach der großen Achse

$$\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial a}, \qquad \frac{\partial \Delta \pi}{\partial a} \text{ und } \frac{\partial \Delta M}{\partial a}$$

berechnet und dieselben mit den entsprechenden Coefficienten der Bedingungsgleichungen multipliciert; es hat dann der Coefficient von $d\,a$ in den Gleichungen für die Positionswinkel die Form:

$$\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial a} \cdot \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta \pi}{\partial a} \cdot \frac{\partial p}{\partial \pi} + \frac{\partial \Delta M_0}{\partial a} \cdot \frac{\partial p}{\partial M_0};$$

für die Distanzen hat man die Form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial a} + \frac{\partial \Delta \varphi}{\partial a} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta \pi}{\partial a} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial \pi} + \frac{\partial \Delta M}{\partial a} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial M},$$

so dass also rücksichtlich der großen Achse Störungen zweiter Ordnung berechnet wurden.

Aus diesen zuletzt bestimmten Coefficienten und der obigen Darstellung der Distanzen ergab sich vorerst ohne Rücksicht auf die übrigen Elemente als Correction der großen Axe

$$d\,a = -\,0''1569,$$

so dass der neue Wert nun lautet:

$$a = 1''5301$$

Dieser Versuch der Bestimmung der großen Achse war in der Hoffnung unternommen worden, dadurch vielleicht einen zweiten Ausgleich vermeiden zu können; allein diese Hoffnung hat sich als trügerisch erwiesen, indem die Darstellung der Positionswinkel dadurch nicht verbessert wurde.

Ein Versuch, mit der großen Achse gleichzeitig die Excentricität zu ändern, ist misslungen.

Es blieb somit nichts übrig, als mit dem neuen Werte der Achse die Störungen zum drittenmale zu berechnen und mit den so gefundenen Werten der Elemente für die einzelnen Normalorte einerseits wieder die Positionswinkel zurückzuberechnen, anderseits die Coefficienten der Bedingungsgleichungen zu bestimmen. Dabei konnten jetzt noch zwei Correctionen angebracht werden, nämlich der Einfluss der Störung Δa

$$\Delta a = 2\,a^{1}\,\frac{m_3}{D^3}\,F$$

und der Einfluss der Störung $\Delta\varphi$ auf die periodischen Störungen, während bis jetzt in den Größen F, F_1, F_3 und F_4 nur constantes φ angewendet wurde. Es konnten nämlich aus den Reihen 36 bis 39 und 41 bis 44 mit Hilfe der beiden zugehörigen Excentricitäten die Differentialquotienten der Coefficienten berechnet werden, so dass sich Reihen ergaben für

$$\frac{\partial F}{\partial e},\quad \frac{\partial F_1}{\partial e},\quad \frac{\partial F_3}{\partial e}\quad \text{und}\quad \frac{\partial F_4}{\partial e},$$

welche nun mit den den einzelnen Normalorten entsprechenden $\Delta e = \Delta\varphi \cdot \cos\varphi$ multipliciert wurden; so ergab sich der Einfluss von $\Delta\varphi$ auf die Ausdrücke F, F_1, F_3 und F_4.

	$\frac{\partial F}{\partial e}.de$	$\frac{\partial F_1}{\partial e}.de$	$\frac{\partial F_3}{\partial e}.de$	$\frac{1}{2}\frac{\partial F_4}{\partial e}.de$
1	0·0015	0·0004	0·0051	0·0017
2	0·0100	0·0035	— 0·0046	0·0153
3	0·0100	0·0021	0·0012	0·0181
4	+ 0·0035	+ 0·0030	— 0·0092	— 0·0008
5	0·0018	[illegible]	— 0·0045	+ 0·0008
6	— 0·0014	+ 0·0002	+ 0·0046	0·0013
7	0·0019	+ 0·0010	+ [illegible]	— 0·0036
8	+ 0·0017	+ 0·0020	+ 0·0078	0·0047
9	+ 0·0053	+ 0·0010	+ 0·0035	0·0048
10	+ 0·0055	— 0·0005	[illegible]	— 0·0048
11	+ 0·0045	0·0017	— 0·0050	— 0·0047
12	0·0004	— 0·0022	— 0·0082	0·0042
13	0·0018	0·0007	[illegible]	— 0·0023
14	+ 0·0005	0·0000	+ 0·0014	+ 0·0003
15	0·0042	0·0018	[illegible]	+ 0·0007
16	+ 0·0029	0·0057	[illegible]	— 0·0018
17	0·0007	— 0·0047	+ 0·0058	— 0·0047
18	0·0043	— 0·0050	+ 0·0023	— 0·0075
19	0·0076	— 0·0048	0·0011	0·0100
20	— 0·0102	— 0·0041	— 0·0040	— 0·0140
21	0·0100	— 0·0031	— 0·0049	— 0·0167
22	0·0108	— 0·0022	0·0044	— 0·0181
23	0·0105	0·0015	— 0·0034	— 0·0190
24	0·0102	— 0·0008	0·0016	— 0·0196
25	— 0·0100	0·0001	0·0003	0·0198
26	0·0101	+ 0·0006	+ 0·0015	— 0·0196
27	0·0105	+ 0·0018	+ 0·0038	0·0180

Der Gesammteinfluss dieser Glieder, sowie der von Δa auf den Positionswinkel und die Distanzen findet sich in der folgenden Zusammenstellung, in welcher die entsprechenden Columnen mit Δa und $\Delta\varphi$ überschrieben sind.

Positionswinkel:

	Δa	$\Delta\varphi$		Δa	$\Delta\varphi$		Δa	$\Delta\varphi$		Δa	$\Delta\varphi$
1	0·002	0·002	8	0·005	0·003	15	0·00[illegible]	0·012	22	0·0[illegible]4	+ 0·20[illegible]
2	0·00[illegible]	+ 0·[illegible]	9	0·007	0·005	16	— 0·008	+ 0·003	23	— 0·058	0·17[illegible]
3	0·010	0·03[illegible]	10	0·00[illegible]	— 0·005	17	— 0·0[illegible]	+ 0·062	24	— 0·069	+ 0·158
4	+ 0·015	0·021	11	0·0[illegible]8	0·0[illegible]2	18	0·004	+ 0·150	25	— 0·07[illegible]	+ 0·144
5	+ 0·[illegible]	0·003	12	0·0[illegible]4	0·0[illegible]3	19	+ 0·003	+ [illegible]·2[illegible]4	26	— 0·083	+ 0·137
6	+ 0·002	+ 0·002	13	0·001	+ 0·003	20	— 0·004	+ 0·281	27	0·080	+ 0·145
7	0·002	+ 0·0[illegible]2	14	0·004	0·001	21	0·027	+ 0·240			

Distanzen:

	Δa		Δa		Δa		Δa
1	[illegible]	8	0·022	15	+ 0·017	22	0·008
2		9	0·034	16	+ 0·014	23	0·01[illegible]
3		10	— 0·037	17	+ 0·010	24	0·012
4	+ 0·017	11	0·029	18	+ 0·007	25	0·013
5	+ 0·018	12	0·015	19	+ 0·003	26	0·01[illegible]
6	+ 0·008	13	+ 0·002	20	0·001	27	0·010
7	0·008	14	+ 0·016	21	0·005		

Das von $\Delta\varphi$ herrührende Glied kann bei den Distanzen ganz vernachlässigt werden, während dies bei den anderen Gliedern namentlich gegen Schluss der Reihe offenbar unzulässig wäre. Die obigen Beträge wurden mit verkehrtem Zeichen an der Darstellung der Normalorte angebracht.

Es stellte sich nun auch die Nothwendigkeit heraus, die Werte von $\frac{m_3}{D^3}$ und $2(\lambda-\pi) = \omega$ zu verbessern, zu welchem Zwecke statt $\frac{m_3}{D^3}$: $\frac{m_3}{D^3}(1+\delta)$ und statt ω: $\omega + d\omega$ gesetzt wurde.

Als Coefficient von δ tritt die Summe aller Störungen im Positionswinkel oder Distanz auf, da alle diese Glieder den Factor $\frac{m_3}{D^3}$ enthalten.

Die Coefficienten von $d\omega$ ergeben sich nach folgender Formel:

$$\text{für die Positionswinkel} = \frac{\partial \Delta a}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial p}{\partial a} + \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta\pi}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial p}{\partial \pi} + \frac{\partial \Delta M_0}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial p}{\partial M_0},$$

$$\text{Distanzen} = \frac{\partial \Delta a}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial a} + \frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta\pi}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial \pi} + \frac{\partial \Delta M_0}{\partial \omega}\cdot\frac{\partial \rho}{\partial \pi}.$$

Bei der Berechnung wurden die Glieder mit $\sin\omega$ vernachlässigt, während $\cos\omega = -1$ gesetzt wurde. Es kam daher von den Reihen für F, F_1, F_3 und F_4 nur die letzte Zeile in Rechnung, doch mussten auch hier die Werte von $\frac{\partial F}{\partial \omega}\;\frac{\partial F_1}{\partial \omega}\;\frac{\partial F_3}{\partial \omega}$ und $\frac{1}{2}\,\frac{\partial F_4}{\partial \omega}$ wegen der veränderlichen Excentricität verbessert werden.

Wir haben somit für den zweiten Ausgleich folgende Änderungen getroffen, welche wir hier nochmals zusammenfassen: 1. Die Aufnahme der Correction da in die Bedingungsgleichungen. 2. Die Einführung des variablen Wertes von φ in die Ausdrücke F, F_1, F_3, F_4 und 3. Die Einführung der Unbekannten δ und $d\omega$ für p, r und s.

Als Resultat ergab sich das folgende System der Bedingungsgleichungen für die Positionswinkel, dem wir gleich das Entsprechende für die Distanzen anfügen.

Die linke Seite der folgenden Gleichungen enthält das Resultat des Vergleiches der Normalorte mit der Rechnung, wie er sich nun nach Einführung der neuesten Elemente und Anbringung der oben erwähnten Correctionen gestaltet.

Alle Zahlen sind logarithmisch angesetzt. Bedingungsgleichungen für die Positionswinkel:

$$1·0755 = 9·4849\,da + 9·8219\,d\varphi + 9·7214\,di + 0·0000\,dL_0 + 9·8644\,d\pi + 9·5559\,dM_0 + 8·9902\,.\,100\,d\mu + 9·8910\,\delta + 9·9425\,dr$$

	da	$d\varphi$	di	$d\pi$	dM_0	$100\,d\mu$	δ	dr
9·5441	0·0607n	0·3408	9·8568	9·9968	0·3739	9·1275	0·2828	0·5676
0·3747	9·7626	0·0152	9·6269	9·8206	0·2926	8·8379n	9·9926	0·5172
9·8129	9·8093	0·2633	9·8657	0·0166	9·9592	9·1038	0·0402	0·2003
9·9191	9·5370	0·0011n	9·7484n	9·8814	9·6817	8·9677	9·8476	0·0145
9·9243	9·4257	9·7916	9·5942	9·8094	9·5135	8·9034	9·8228	9·8971
9·9395	9·4381	9·5987n	9·4100	9·7710	9·4119	8·8819	9·8785	9·7505
9·8261n	9·4713	9·3771	9·1389n	9·7519	9·3507	8·8867	9·9315	9·4829
9·6721n	9·5212	9·0115n	8·3827	9·7428	9·3192	8·9140	9·9917	7·0792n
9·6128n	9·5790	8·5891	8·9928	9·7468	9·3181	8·9698	0·0546	9·6884n
9·5315	9·6068	9·2264	9·3124	9·7608	9·3455	9·0401	0·0896	0·0233
9·6128	9·6249	9·5452	9·5272	9·7918	9·4134	9·1522	0·1225	0·2735n
9·0792	9·5941	9·7642	9·6692	9·8376	9·5146	9·2890	0·1183	0·4770n
0·0000	9·4268	9·9928	9·7929	9·9164	9·6812	9·4909	0·0438	0·6780
9·9638	8·2304	0·2482	9·8739	0·0428	9·9316	9·7741	9·8325	0·8800
9·9823	9·5370n	0·4332	9·8419	0·1536	0·1463	0·0089	9·4548	0·9958
0·0212	9·6916	0·5516	9·6465	0·2274	0·3042	0·1803	9·6821	1·0302n
0·1271	9·4252n	0·6107	8·6020	0·2578	0·4086	0·2955	0·2258	0·9868n
9·4771n	9·6542	0·5976	9·6521n	0·2266	0·4587	0·3565	0·6038	0·8150n
9·6128	0·1799	0·4698	9·8726n	0·1040	0·4321	0·3419	0·8330	0·3318n
0·0170	0·3506	0·2585	9·8228n	9·9470	0·3609	0·2812	0·9168	9·8228
0·0864	0·4129	0·0617	9·6873n	9·8460	0·3111	0·2385	0·9450	0·2567
9·9956	0·4519	9·8484	9·4890	9·7838	0·2812	0·2141	0·9628	0·3840
0·1584	0·4877	9·5072	9·0836n	9·7490	0·2662	0·2043	0·9820	0·4639
9·8692	0·5246	8·5555	8·8275	9·7446	0·2675	0·2104	1·0054	0·5305
9·8692	0·5684	9·6481n	9·4437	9·7746	0·2874	0·2352	1·0364	0·6050
0·2304	0·6427	0·0940n	9·7541	9·8852	0·3525	0·3076	1·0920	0·7514

Bedingungsgleichungen für die Distanzen:

		da	$d\varphi$	di	$d\pi$	dM_0	$d\mu$	δ	dw
9·7356	=	9·8485	+ 0·6951	+ 0·2829	+ 0·3035n	+ 0·5355n	+ 9·6781100n	+ 8·5911n	+ 9·1038
9·0899		9·9926	0·7142	0·0521n	0·3241n	0·1610n	9·7470n	8·5563n	9·1492n
9·1983		0·0785	0·6805	9·7814	0·2533n	0·3439	9·7338n	8·5563n	9·1523n
9·4639		0·1288	0·6404	9·4414n	0·1183n	0·1933n	9·6633n	8·5141n	9·1038n
8·0792		0·1609	0·6078	8·9219n	9·8783	9·9781	9·5141n	8·3010n	9·0414n
8·9191		0·1786	0·5890	7·1205n	9·1366n	9·5366n	9·1314n	7·7782	9·0294
9·1232		0·1826	0·5996	8·6439	9·7483	9·5019	9·1536	8·6628	9·1004
9·4683		0·1731	0·6104	9·2761n	0·0543	9·9466	9·6412	8·9138	9·2405
9·4014n		0·1427	0·6489	9·6872	0·2356	0·1878	9·9266	9·0212	9·4166
9·1728		0·0932	0·6886	9·9470n	0·3274	0·3293	0·1037	8·9956	9·5502n
9·3075		0·0060	0·7204	0·1689n	0·3687	0·4380	0·2477	8·8129	9·6263
9·2122		9·8708	0·6997	0·3505	0·3252	0·4968	0·3393		9·5821
8·6531		9·7582	0·5940	0·4430n	0·1863	0·4757	0·3383	8·2553n	9·3927
8·8325		9·6834	0·3517	0·4793n	9·9122	0·3822	0·2583	7·9542	8·9912n
9·2253		9·6409	9·4815	0·4712n	8·8155	0·1789	0·0658	7·8451	8·4771
8·9395		9·6231	0·2808	0·4012n	9·8409	9·4360	9·3348	7·6990	9·1072
8·6721		9·6308	0·5735	0·2166n	0·0717	9·9870n	9·8968	8·4914n	9·2355
9·2833		9·6582	0·6372	9·9178	0·0607	0·1549n	0·0752	8·8062	9·2504
9·0000		9·6853	0·6305	9·5803n	9·9487	0·0962n	0·0237n	8·7634n	9·2648
7·9542		9·7092	0·6138	9·1697	9·7640	9·9195	9·8525	8·3979	9·2923
8·8751		9·7309	0·5994	8·3406	9·3612n	9·4060	9·3441n	8·4624	9·3243
8·5185		9·7472	0·5967	7·8417	9·1125	9·5737	9·5166	8·9731	9·3598
8·6435n		9·7563	0·6083	9·0583n	9·7087	0·0087	9·9565	9·2095	9·3892
8·9445		9·7445	0·6349	9·7332n	9·9965	0·2151	0·1702	9·3483	9·4031

Was die Einheiten anbelangt, in denen die Correctionen ausgedrückt sind, so gilt Folgendes.

System I. da in Bogensecunden, $d\varphi$, di, $d\Omega$, $d\pi$, dM, $d\mu$ in Graden; δ: unbenannte Zahl, dw in absoluten Einheiten (1 = 57°296).

System II. da in Bogensecunden $d\varphi$, di, $d\pi$, dM, $d\mu$, dw in absoluten Einheiten; δ: unbenannte Zahl.

Da die beiden Systeme gleichzeitig behandelt werden sollen, so müssen sie auch die Unbekannten in denselben Einheiten liefern: Es müssen daher die Coefficienten aus $d\varphi$, di, $d\pi$, dM und $d\mu$ in II. noch durch 57·296 dividiert werden.

Da dadurch die Coefficienten im zweiten System erheblich kleiner werden als die im ersten, so tritt das zweite mit viel geringeren Gewichte in die Normalgleichungen ein, und es wurde daher angenommen, dass damit der geringeren Verlässlichkeit der Distanzen Rechnung getragen sei. Größeren Einfluss gewinnt nur der Coefficient von da, der für die Darstellung der Distanzen der wichtigste ist.

Nachdem nun mit den Quadratwurzeln der Gewichte multipliciert war, wurde jede Colonne durch den größten in derselben vorkommenden Coefficienten, beide Systeme zusammengenommen, dividiert, und hierauf die Normalgleichungen gebildet.

Um diese Verhältnisse überblicken zu können, sind im folgenden die Normalgleichungen für die Positionswinkel und die Distanzen zuerst getrennt und dann in ein System zusammengezogen aufgeführt:

+3·8563 δ	+0·8057 $d\omega$	+3·4287 da	+0·6508 $d\varphi$	−0·1870 di	+4·7781 $d\varkappa$	+2·5118 dM	+3·9315 dM_0	+4·1914.100 dg	= +2·7568
+0·8057	+4·2710	+1·1824	−3·2400	−2·1206	−2·5042	2·9334	−1·4372	−1·4408	1·1577
+3·4287	+1·1824	+3·1604	−0·0071	0·0205	+3·8318	+1·7610	+3·0202	+3·3500	+2·2041
+0·6508	3·2400	−0·0071	+4·0935	+0·2580	+3·7040	+3·6632	+3·7052	+3·2826	+2·5444
0·1870	−2·1206	−0·0205	+0·2580	+6·0034	+0·4211	+0·3523	−0·8783	0·2063	+1·1968
+4·7781	−2·5042	+3·8318	+3·7040	+0·4211	+15·9857	+9·1779	+8·1824	+6·9206	+4·0843
+2·5118	2·9334	+1·7610	+3·6632	+0·3523	+9·1779	+6·2812	+5·7479	+4·9758	+3·2826
+3·9315	−1·4372	+3·0202	+3·7052	−0·8783	+8·1824	+5·7479	+7·0873	+6·3468	+4·8180
+4·1914	−1·4408	+3·3500	+3·2826	0·2063	+6·9206	+4·9758	+6·3468	+6·4360	+4·3612

+0·0007 δ	0·0001 $d\omega$	+0·0098 da	0·0001 $d\varphi$	0·0002 di	+0·0010 $d\pi$	+0·0008 dM_0	+0·0006.100 dg	= 0·0086
0·0001	+0·0089	−0·0505	0·0071	+0·0045	−0·0028	0·0020	0·0019	+0·0186
+0·0098	0·0505	+1·0605	+0·0535	−0·0566	+0·0098	+0·0061	+0·0122	0·1141
−0·0001	−0·0071	+0·0535	+0·0066	−0·0028	+0·0012	+0·0007	+0·0011	0·0084
0·0002	+0·0045	0·0566	0·0028	+0·0119	0·0016	0·0022	0·0025	0·0022
+0·0010	−0·0028	+0·0098	+0·0012	−0·0016	+0·0036	+0·0031	+0·0020	−0·0269
+0·0008	0·0020	+0·0061	+0·0007	−0·0022	+0·0031	+0·0029	+0·0019	0·0210
+0·0006	0·0019	+0·0122	+0·0011	−0·0025	+0·0020	+0·0019	+0·0015	−0·0117

+3·8570 δ	+0·8056 $d\omega$	+3·4385 da	+0·6507 $d\varphi$	−0·1872 di	+4·7781 $d\varkappa$	+2·5128 $d\pi$	+3·9323 dM_0	+4·1920.100 dg	= +2·7482
+0·8056	+4·2799	+1·1319	3·2471	2·1161	−2·5042	2·9362	1·4392	1·4427	−1·1191
+3·4385	+1·1319	+4·2299	+0·0464	−0·0771	+3·8318	+1·7708	+3·0263	+3·3622	+2·0900
+0·6507	−3·2471	+0·0464	+4·1001	+0·2552	+3·7040	+3·6644	+3·7059	+3·2837	+2·5360
0·1872	−2·1161	−0·0771	+0·2552	+6·0153	+0·4211	+0·3507	0·8805	−0·2088	+1·1946
+4·7781	−2·5042	+3·8318	+3·7040	+0·4211	+15·9857	+9·1779	+8·1824	+6·9206	+4·0843
+2·5128	−2·9362	+1·7708	+3·6644	+0·3507	+9·1779	+6·2848	+5·7510	+4·9778	+3·2557
+3·9323	1·4392	+3·0263	+3·7059	−0·8805	+8·1824	+5·7510	+7·0902	+6·3487	+4·7970
+4·1920	−1·4427	+3·3622	+3·2837	−0·2088	+6·9206	+4·9778	+6·3487	+6·4375	+4·3495

Das Resultat des Ausgleiches ist folgendes:

$\delta = 0\cdot2758$	$\log \frac{m}{D^3} = 7\cdot5042 - 10$
$d\omega = 36°567$	$2\lambda - \pi = 113\cdot752$
$da = 0''0301$	$a = 4''5000$
$d\varphi = -1°333$	$\varphi = 28°926$
$di = +0\cdot137$	$i = 56\cdot576$
$d\Omega = +2\cdot089$	$\Omega = 121\cdot786$
$d\pi = 6\cdot963$	$\pi = 167\cdot467$
$dM_0 = +3\cdot922$	$M_0 = 0°236$
$d\mu = +0\cdot00195$	$\mu = -4\cdot12074$

Während den Bedingungsgleichungen wieder in ausreichender Weise genügt ist, gestaltet sich der Vergleich der Normalorte mit der directen Rechnung nun folgendermaßen:

	dp	$d\rho$		dp	$d\rho$		dp	$d\rho$		dp	$d\rho$
1	−0°82		8	0°18	+0″089	15	+1°20	0″108	22	−1°03	+0″074
2	+0·50		9	+0·15	+0·039	16	−0·02	0·13	23	−2·47	+0·005
3	+0·54		10	−0·20	[illegible]	17	+0·10	0·035	24	2·24	+0·088
4	1·24	+0″620	11	+0·45	0·102	18	0·01	+0·086	25	3·28	0·004
5	+0·82	+0·150	12	+0·45	[illegible]	19	1·89	0·000	26	[illegible]	[illegible]
6	[illegible]	−0·340	13	[illegible]	0·154	20	1·75	0·030	27	−[illegible]	0·035
7	0·40	−0·[illegible]4	14	+[illegible]	0·144	21	1·72	+0·140			

Die Darstellung der Distanzen ist erheblich besser geworden, die der Positionswinkel ist aber noch immer unbrauchbar. Die langsame Convergenz des Ausgleichsverfahrens haftet überhaupt dem Problem an. Sie ist begründet in dem großen Werte der Excentricität und dem der Neigung, infolge deren jede Änderung der Elemente in ungeheuer vergrößertem Maßstabe auf die Positionswinkel übergeht, daher die linearen Bedingungsgleichungen noch immer nicht volle Geltung haben. In dem Falle des letzten Ausgleiches ist überdies zu bemerken, dass sich der Winkel $2(\lambda - \pi)$ um mehr als 36° geändert hat. Die Größe des Wertes ist nicht auffallend, da die Richtung nach m_3 selbstverständlich sehr unsicher bleibt; dass aber dieser Wert in den Bedingungsgleichungen als Differential auftritt, begründet wohl hinlänglich die Abweichung von der directen Rechnung. Der Ausgleich muss daher noch einmal wiederholt werden.

Rücksichtlich der Berechnung der letzten Darstellung sei bemerkt, dass das Rechnungsverfahren bei der Berechnung der Störungen wieder etwas geändert war. Um nämlich die zeitraubende Auswertung der Reihen 28 bis 32 für die neue Excentricität zu vermeiden, wurde auf die Werte S. 33 [209] zurückgegangen, welche mit dem ersten Werte der Excentricität berechnet sind. Dieselben wurden wegen des neuen Wertes und der Störungen von φ nach der S. 42 [218] erwähnten Methode verbessert, und mit den so gewonnenen Werten die Störungen neu berechnet. Diese letzteren gelten dann für dieselben mittleren Anomalien, wie die Zahlen S. 33 [209]; für die neuen Werte der mittleren Anomalie wurden die Störungen graphisch interpoliert, dann an die neuen Elemente angebracht und hierauf p und ρ nach den gewöhnlichen Formeln berechnet.

Dieses Verfahren wurde auch weiterhin festgehalten.

Es ergab sich noch eine zweimalige Wiederholung des Ausgleiches als nothwendig, doch erschien es überflüssig, alle Coefficienten neu zu berechnen; nur die von δ und $d\omega$ mussten wegen der starken Änderungen erneuert werden.

Das Resultat dieser Rechnungen ist das folgende:

1. Ausgleich.

$$\delta = +0{\cdot}3782 \qquad \log \frac{m_3}{D^3} = 7{\cdot}6435-10$$

$$d\omega = +3{\cdot}699 \qquad 2(\lambda-\pi) = 147{\cdot}251$$

$$da = 0\rlap{.}''0190 \qquad a = 4\rlap{.}''4810$$

$$d\varphi = +0\rlap{.}^\circ 621 \qquad \varphi = 29\rlap{.}^\circ 547$$

$$di = -0{\cdot}265 \qquad i = 56{\cdot}311$$

$$d\Omega = -0{\cdot}271 \qquad \Omega = 121{\cdot}515$$

$$d\pi = +1\rlap{.}^\circ 115 \qquad \pi = 168{\cdot}582$$

$$dM_0 = -0{\cdot}391 \qquad M_0 = 0{\cdot}155$$

$$d\mu = -0{\cdot}02919 \qquad \mu = -4{\cdot}14993$$

Die Darstellung der Normalorte:

	dp	$d\varphi$		dp	$d\varphi$		dp	$d\varphi$		dp	$d\varphi$
1			8	0·24	+ 0·042	15	+ 0·21	− 0·218	22	0·20	+ 0·135
2	1·57	—	9	0·03	− 0·004	16	− 0·25	— 0·118	23	− 0·57	+ 0·071
3	− 0·77	—	10	+ 0·02	— 0·134	17	− 0·27	+ 0·004	24	0·04	+ 0·162
4	0·46	+ 0·545	11	+ 0·04	0·145	18	+ 0·19	+ 0·133	25	0·73	+ 0·079
5	+ 1·16	+ 0·084	12	0·11	− 0·122	19	− 0·79	+ 0·056	26	0·47	+ 0·090
6	0·43	+ 0·270	13	0·52	— 0·253	20	− 0·34	+ 0·023	27	+ 1·13	+ 0·075
7	0·13	+ 0·273	14	+ 0·78	0·101	21	− 0·22	+ 0·196			

Der große positive Wert des letzten Normalortes ließ darauf schließen, dass spätere Beobachtungen gegen diese Elemente starke positive Abweichungen zeigen werden. In der That hat der Vergleich zweier später publicierter Beobachtungen der Jahre 1899 und 1900 dies bestätigt. Deshalb wurde der Ausgleich noch einmal wiederholt; diesmal unter Beibehaltung aller Coefficienten:

Er lieferte folgendes Resultat:

2. Ausgleich.

$$\delta = -0{\cdot}1698 \qquad \log \frac{m_3}{D^3} = 7{\cdot}5727-10$$

$$d\omega = +2\rlap{.}^\circ 133 \qquad 2(\lambda-\pi) = 149\rlap{.}^\circ 384$$

$$da = +0\rlap{.}''0169 \qquad a = 4\rlap{.}''4979$$

$$d\varphi = -0\rlap{.}^\circ 175 \qquad \varphi = 29\rlap{.}^\circ 372$$

$$di = +0{\cdot}477 \qquad i = 56{\cdot}788$$

$$d\Omega = -0{\cdot}648 \qquad \Omega = 120{\cdot}867$$

$$d\pi = +1{\cdot}189 \qquad \pi = 169{\cdot}771$$

$$dM_0 = -0{\cdot}607 \qquad M_0 = 0{\cdot}762$$

$$d\mu = +0{\cdot}01430 \qquad \mu = -4{\cdot}13563$$

Da diese Elemente als die definitiven angesehen wurden, so sollen hier noch die bei Berechnung der Darstellung verwendeten Werte der Störungen, welche sich aus diesen Elementen ergeben, Platz finden. Dabei ist zu bemerken, dass das Glied von ΔM_0

$$\left[\frac{7}{2}+\frac{5}{2}\cos 2(\lambda-\pi)\right].ka_2^3\frac{m_3}{D^3}(t-t_0) = 0{\cdot}03313\,(t-t^0)$$

als vollständig der Zeit proportional mit μ vereinigt wurde. Es ist dann

$$\mu' = -4\rlap{.}^\circ 10250,$$

mit welchem Werte die mittleren Anomalien berechnet wurden.

	Δe	$\Delta \pi$	ΔM	φ	π	M_0
1	+ 0·076	0·085	0·407	[illegible]	[illegible]	1·25[illegible]
2	0·018	0·301	− 0·677	28·754	170·132	1·430
3	0·080	+ 0·382	0·756	28·080	170·153	1·518
4	0·337	+ 0·074	− 1·024	29·035	169·845	1·780
5	0·000	0·127	− 0·855	29·306	169·908	1·017
6	0·244	+ 0·282	− 0·557	29·616	170·053	1·310
7	+ 0·567	0·417	0·040	29·939	170·188	0·802
8	+ 0·884	+ 0·512	+ 0·505	30·256	170·283	0·257
9	+ 1·170	+ 0·532	+ 1·090	30·542	170·303	+ 0·328
10	+ 1·404	+ 0·505	+ 1·702	30·776	170·270	+ 0·940
11	+ 1·533	+ 0·471	+ 1·923	30·905	170·242	+ 1·161
12	+ 1·503	+ 0·440	+ 1·917	30·935	170·211	+ 1·155
13	+ 1·507	+ 0·504	+ 1·515	30·879	170·275	+ 0·753
14	+ 1·372	+ 0·665	0·538	30·744	170·436	0·224
15	+ 1·177	+ 0·945	0·646	30·549	170·716	− 1·408
16	+ 1·047	+ 1·170	1·342	30·419	170·950	− 2·104
17	+ 0·975	+ 1·333	1·716	30·347	171·104	2.478
18	+ 0·921	1·424	1·811	30·293	171·195	− 2·573
19	+ 0·860	+ 1·485	1·570	30·232	171·256	2·332
20	+ 0·780	+ 1·531	− 0·898	30·152	171·302	1·660
21	0·731	+ 1·551	0·149	30·103	171·322	0·911
22	0·080	+ 1·501	0·420	30·058	171·332	0·330
23	+ 0·663	1·508	0·769	30·035	171·339	+ 0·007
24	+ 0·641	+ 1·573	1·082	30·013	171·344	+ 0·320
25	+ 0·629	+ 1·577	+ 1·327	30·001	171·348	+ 0·565
26	+ 0·619	+ 1·570	1·380	29·991	171·347	+ 0·624
27	+ 0·627	+ 1·564	+ 1·258	29·999	171·335	+ 0·490

Mit diesen Werten ergab sich folgende Darstellung:

	dp	$d\rho$		dp	$d\rho$		dp	$d\rho$		dp	$d\rho$
1	10°83	—	8	0°10	− 0"053	15	+ 0°22	0"198	22	+ 0°44	0"114
2	0·30		9	0·03	0·009	16	0·17	0·007	23	+ 0·16	+ 0·040
3	− 0·35		10	+ 0·00	− 0·150	17	0·30	+ 0·022	24	0·52	0·123
4	0·65	0·301	11	+ 0·08	0·174	18	+ 0·36	0·144	25	0·45	0·035
5	+ 1·17	0·142	12	0·09	0·148	19	0·67	0·001	26	− 0·38	+ 0·042
6	0·40	0·321	13	+ 0·21	− 0·228	20	+ 0·14	+ 0·026	27	+ 0·59	0·022
7	0·38	− 0·308	14	0·77	0·180	21	0·55	0·184			

Die Darstellung der Positionswinkel kann als genügend bezeichnet werden. Abgesehen von dem ersten Normalorte, übersteigen die Differenzen nicht das zulässige Maß, und auch die Anzahl der Zeichenwechsel ist hinlänglich.

Es wurden nun mit den oben gegebenen Werten der Störungen, die Werte derselben für jeden Jahresanfang graphisch interpoliert und hierauf die nachfolgende Ephemeride berechnet, welche auch die Werte des Positionswinkels und der Distanzen bis zum Jahre 1910 enthält. Für die letzten zehn Jahre wurden die Störungen direct berechnet.

Der Vergleich sämmtlicher beobachteter Positionswinkel mit der Rechnung findet sich in der folgenden Zusammenstellung:

Ephemeride für 70 Ophiuchi.

Epoche	p	ρ	Epoche	p	ρ	Epoche	p	ρ
1819·0	172°02	2"510	1850·0	117·21	6·737	1881·0	62·75	2"676
20·0	165·07	2·768	51·0	116·37	6·727	82·0	56·57	2·472
21·6	161·20	3·027	52·0	115·52	6·710	83·0	49·33	2·266
22·0	157·11	3·282	53·0	114·67	6·685	84·0	41·04	2·120
23·0	153·50	3·535	54·0	113·81	6·652	85·0	31·75	1·994
24·0	150·53	3·781	55·0	112·94	6·610	86·0	21·63	1·915
25·0	147·84	4·018	56·0	112·06	6·560	87·0	11·02	1·880
26·0	145·44	4·248	57·0	111·15	6·503	88·0	0·40	1·884
27·0	143·29	4·464	58·0	110·23	6·438	89·0	350·38	1·922
28·0	141·35	4·673	59·0	109·29	6·363	90·0	340·61	1·988
29·0	139·58	4·872	60·0	108·32	6·280	91·0	332·15	2·066
30·0	137·94	5·058	61·0	107·32	6·188	92·0	324·17	2·144
31·0	136·42	5·234	62·0	106·29	6·087	93·0	316·61	2·210
32·0	135·00	5·401	63·0	105·22	5·979	94·0	309·33	2·240
33·0	133·67	5·557	64·0	104·10	5·862	95·0	302·21	2·251
34·0	132·43	5·702	65·0	102·93	5·736	96·0	294·71	2·216
35·0	131·24	5·836	66·0	101·72	5·600	97·0	286·51	2·121
36·0	130·11	5·959	67·0	100·42	5·457	98·0	277·60	1·993
37·0	129·02	6·075	68·0	99·06	5·308	99·0	265·58	1·847
38·0	127·97	6·181	69·0	97·60	5·149	1900·0	251·74	1·717
39·0	126·96	6·277	70·0	96·02	4·979	01·0	235·53	1·644
40·0	125·99	6·363	71·0	94·32	4·799	02·0	218·23	1·667
41·0	125·04	6·441	72·0	92·48	4·611	03·0	202·28	1·764
42·0	124·12	6·509	73·0	90·47	4·415	04·0	188·88	2·005
43·0	123·22	6·567	74·0	88·27	4·211	05·0	178·55	2·265
44·0	122·34	6·616	75·0	85·85	4·000	06·0	170·58	2·548
45·0	121·46	6·657	76·0	83·12	3·785	07·0	164·37	2·834
46·0	120·59	6·690	77·0	80·05	3·564	08·0	159·42	3·116
47·0	119·74	6·715	78·0	76·58	3·339	09·0	155·35	3·395
48·0	118·89	6·730	79·0	72·61	3·115	10·0	151·93	3·662
49·0	118·05	6·738	80·0	68·05	2·892			

Nr.	Epoche	Positionswinkel		Zahl	$B-R$	Beobachter
		Beobachtung	Rechnung			
1	1779·76	89·61	97·35	1	− 7·74	W. Herschel.
2	80·56	—	—		— —	»
3	81·73	80·39 98·85	94·23		− 13·84 + 4·62	»
4	1802·26	335·86	336·18	—	— 0·32	
5	04·41	317·76	318·28		− 0·52	»
6	04·42	319·32	318·26		+ 1·06	»

Nr.	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	$B-R$	Beobachter
7	1819·04	108·31	107·97	5	+ 0·34	W. Struve.
8	20·77	100·08	102·19	2	− 2·11	
9	21·36	155·91	159·90	2	— 3·99	Herschel and South
10	74	157·49	158·10	5	− 0·61	W. Struve.
11	22·42	—	155·50			Herschel and South
12	49	154·96	155·32		− 0·36	
13	64	153·72	154·79	3	— 1·07	W. Struve.
14	23·32	153·27	152·57		+ 0·70	Herschel and South
15	25·56	148·06	146·46	10	+ 1·60	South.
16	57	148·08	146·43	14	+ 1·65	W. Struve.
17	26·70	146·27	143·79	1	+ 2·48	
18	27·02	145·02	143·25	2	+ 1·77	
19	28·58	140·51	140·30	3	+ 0·21	J. Herschel.
20	71	140·10	140·07	4	+ 0·03	W. Struve.
21	29·56	137·97	138·59	6	− 0·62	
22	60	140·46	138·58	1	+ 1·88	J. Herschel.
23	30·40	138·17	137·32	9	+ 0·85	
24	50	135·71	137·17	10	− 1·46	Bessel.
25	57	137·22	137·06	6	+ 0·16	Dawes.
26	84	135·64	136·65	2	− 1·01	W. Struve.
27	31·53	136·40	135·66	8	+ 0·74	J. Herschel.
28	53	133·85	135·66	7	− 1·81	Bessel.
29	68	134·60	135·44	5	− 0·84	W. Struve.
30	32·55	133·88	134·26	5	− 0·38	Dawes.
31	57	135·27	134·23	4	+ 1·04	J. Herschel.
32	69	132·88	134·07	5	− 1·19	Bessel.
33	75	133·87	133·99	3	− 0·12	W. Struve.
34	33·43	132·71	133·13	3	− 0·42	Dawes.
35	64	133·94	132·87	10	+ 1·07	Selander.
36	77	132·71	132·72	1	− 0·01	W. Struve.
37	34·47	131·06	131·86	4	− 0·80	
38	57	130·65	131·74	7	− 1·09	Dawes.
39	61	132·39	131·69	1	+ 0·70	J. Herschel.
40	61	130·69	131·69	7	− 1·00	Bessel.
41	35·56	130·52	130·61		[illegible]	Smyth.
42	66	130·68	130·56	5	+ 0·12	W. Struve.
43	36·51	129·02	129·55	1	− 0·53	Galle.
44	52	127·66	129·54	4	− 1·88	Encke.
45	52	129·47	129·54	5	− 0·07	Bessel.
46	65	129·17	129·40	2	− 0·23	J. Herschel.
47	66	129·45	129·39	8	+ 0·06	W. Struve.
48	37·05	127·66	128·97	3	— 1·31	Dawes.
49	47	128·16	128·51	5	− 0·35	Encke.

Nr.	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	E — R	Beobachter
50	1837·48	129·61	128·50	1	+ 1·11	J. Herschel
51	60	128·28	128·27	16	+ 0·01	Bessel
52	72	127·98	128·24	4	— 0·26	W. Struve.
53	38·51	126·43	127·45		— 1·02	Smyth
54	57	126·55	127·39	7	— 0·84	Gall.
55	39·53	125·19	126·45	2	— 1·26	
56	60	—	126·38		—	Mädler
57	65	125·82	126·33	2	— 0·51	Dawes.
58	40·35	127·91	125·66	1	+ 2·25	Kaiser.
59	43	125·92	125·58	10	+ 0·34	O. Struve.
60	56	124·82	125·43	4	— 0·61	Dawes.
61	41·44	125·38	124·64	8	+ 0·74	Mädler
62	66	123·35	124·43	6	— 1·08	Kaiser.
63	68	123·37	124·41	4	— 1·04	Dawes.
64	70	124·22	124·40	5	— 0·18	Bessel.
65	79	123·50	124·34	11	— 0·84	Schlüter.
66	42·18	124·66	123·96	8	+ 0·70	O. Struve.
67	53	123·31	123·64	2	— 0·33	Dawes.
68	55	122·35	123·62		— 1·27	Smyth.
69	56	124·53	123·62	7	+ 0·91	Mädler.
70	59	122·55	123·59	22	— 1·04	Kaiser.
71	60	123·43	123·58	20	— 0·15	Schlüter.
72	43·47	121·98	122·81	1	— 0·83	Dawes
73	53	121·66	122·75	3	— 1·09	Encke.
74	57	122·96	122·72	17	+ 0·24	Mädler.
75	44·39	120·69	122·02	5	— 1·33	Encke.
76	57	122·00	121·84	5	+ 0·16	Mädler.
77	45·43	120·80	121·09	9	— 0·29	Hind.
78	48	121·15	121·04	5	+ 0·11	O. Struve.
79	54	120·80	120·99	17	— 0·19	Mädler.
80	81	120·27	120·76		— 0·49	Jacob.
81	46·21	120·18	120·41		— 0·23	
82	46	120·13	120·20	7	— 0·07	Hind
83	58	119·83	120·10	10	— 0·27	Mädler.
84	47·25	120·68	119·53	4	+ 1·15	O. Struve.
85	48	119·69	119·33		+ 0·36	Smyth.
86	59	120·29	119·24	5	+ 1·05	Michell.
87	62	118·38	119·21	8	— 0·83	Mädler.
88	48·12	118·82	118·79	3	+ 0·03	Dawes.
89	56	118·20	118·47	4	— 0·27	Mädler.
90	52	118·09	118·45	5	— 0·36	Bond sen.
91	52	117·79	118·45	5	— 0·66	Bond jun.
92	49·39	118·46	117·72	5	+ 0·74	O. Struve.

Nr.	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	B—R	Beobachter
93	1850·42	110·85	110·80	8	+0·05	Main.
94	57	110·10	110·73		−0·63	Jacob.
95	64	110·66	110·67	4	−0·01	Mädler.
96	66	117·02	116·66	4	+0·36	Fletcher.
97	51·47	115·40	115·97	11	−0·57	Mädler.
98	58	115·65	115·88	8	−0·23	Fletcher.
99	64	116·18	115·83	1	+0·35	Miller.
100	67	115·51	115·80	5	−0·29	O. Struve.
101	52·44	114·91	115·15		−0·24	Smyth.
102	63	116·02	114·98	6	+1·04	Fletcher.
103	67	115·14	114·95	5	+0·19	O. Struve.
104	71	114·35	114·92	11	−0·57	Mädler.
105	71	115·22	114·92	1	+0·30	Miller.
106	75	114·07	114·88		−0·81	Jacob.
107	53·55	113·60	114·20	9	−0·60	B. Powell.
108	55	116·49	114·20	6	+2·29	Dembowski.
109	60	114·68	114·15	7	+0·53	Dawes.
110	68		114·09		—	»
111	77	113·29	114·01	5	−0·72	Mädler.
112	54·24	113·05	113·60		−0·55	Jacob.
113	24	113·78	113·60	6	+0·18	O. Struve.
114	62		113·28		—	Fletcher.
115	64	113·42	113·25	12	+0·17	Dembowski.
116	68	113·31	113·22	10	+0·09	Mädler.
117	73	113·74	113·17	4	+0·57	Dawes.
118	78	112·91	113·13	3	−0·22	B. Powell.
119	55·03	115·36	112·91	3	+2·45	Luther.
120	45	111·60	112·54	3	−0·94	Secchi.
121	65	112·73	112·37	5	+0·36	Mädler.
122	69	113·30	112·33	2	+0·97	Dawes.
123	75	112·41	112·28	7	+0·13	B. Powell.
124	56·08	111·94	111·99	5	−0·05	O. Struve.
125	37	111·49	111·72	7	−0·23	Jacob.
126	50	112·67	111·60	8	+1·07	Winnecke.
127	51	111·57	111·60	3	−0·03	Mädler.
128	55	111·29	111·56	3	−0·27	Secchi.
129	63	111·84	111·49	6	+0·35	Dembowski.
130	88	113·59	111·26	3	+2·33	Förster und Tietjen
131	57·13	110·66	111·04	3	−0·38	Jacob.
132	41	112·59	110·77	1	+1·82	Winnecke.
133	51	110·49	110·68	4	−0·19	Secchi.
134	58	110·31	110·62	4	−0·31	
135	64	109·54	110·56	4	−1·02	Dembowski.
136	67	110·29	110·53	2	−0·24	Morton.
137	69	110·22	110·52	4	−0·30	O. Struve.

Nr.	Epoche	Positionswinkel		Zahl	B—R	Beobachter
		Beobachtung	Rechnung			
138	1858·12	109·77	110·12	3	— 0·35	Jacob.
139	40	108·68	109·85	2	— 1·17	Morton.
140	44	109·35	109·82	4	— 0·47	Dembowski.
141	64	109·04	109·63	6	0·59	Mädler.
142	59·39	109·12	109·00	5	+ 0·12	O. Struve.
143	72	109·39	108·59	4	+ 0·80	Dawes.
144	75	109·06	108·56	5	+ 0·50	Auwers.
145	77	107·01	108·54	5	— 0·03	B. Powell.
146	81	107·02	108·50	1	— 1·48	Mädler.
147	60·01	106·33	107·71	3	— 1·38	Secchi.
148	74	109·04	107·58		+ 1·46	Luther.
149	76	106·74	107·56	5	— 0·82	Auwers.
150	61·46	107·12	106·85	1	+ 0·27	Main.
151	67	106·66	106·63	8	+ 0·03	Mädler.
152	74	106·05	106·56	7	— 0·51	Auwers.
153	81	105·47	106·49	3	1·02	B. Powell.
154	62·40	105·60	105·87	3	— 0·27	O. Struve.
155	62	105·58	105·64	6	0·06	Dembowski.
156	72	105·24	105·53	6	— 0·29	Mädler.
157	63·47	104·09	104·70	11	0·61	Adolph.
158	51	104·29	104·66	6	0·37	Dembowski.
159	51	104·15	104·56	2	— 0·41	Secchi
160	55	104·01	104·01	5	0·00	Romberg.
161	63·55	106·18	104·61	1	+ 1·57	Winnecke.
162	64	105·86	104·51	5	+ 1·35	Hall.
163	64·06	103·64	103·41	4	+ 0·23	Dembowski.
164	65·36	102·66	102·57	8	+ 0·09	Engelmann.
165	51	102·38	102·32	9	+ 0·06	Dembowski.
166	52	102·78	102·31	4	+ 0·47	Secchi.
167	55	104·03	102·27	2	+ 1·76	Talmage.
168	56	100·95	102·26	11	1·31	Kaiser.
169	68	100·45	102·11	9	1·66	
170	66·36	100·71	101·26	5	— 0·55	O. Struve.
171	49	101·88	101·09	6	+ 0·79	Talmage.
172	56	102·09	101·07	1	+ 1·02	Searle.
173	56	103·29	101·07	2	+ 2·22	Winlock.
174	52	101·29	101·05	2	+ 0·24	
175	53	101·68	101·04	8	+ 0·64	Dembowski.
176	61	101·22	100·92	3	+ 0·30	Secchi.
177	65	97·09	100·88	3	3·79	Winlock.
178	67·41	98·23	99·87	1	1·64	Main.
179	44	99·91	99·83	2	+ 0·08	Knott.
180	53	98·70	99·71	10	1·01	Searle.
181	57	100·47	99·65	7	+ 0·82	Dembowski.

Nr.	Epoche	Positionswinkel		Zahl	B—R	Beobachter
		Beobachtung	Rechnung			
182	1867·65	100·40	99·55	5	+ 0·85	Winlock.
183	68·47	98·50	98·38	7	+ 0·12	Dembowski.
184	59	98·59	98·25	2	+ 0·34	Knott.
185	58	100·01	98·22	7	+ 1·79	Main.
186	59	100·21	98·21	2	+ 2·00	Talmage.
187	72	98·70	98·02	2	+ 0·68	O. Struve.
188	72	97·67	98·02	4	— 0·35	Dunér.
189	90	98·11	97·75	5	+ 0·36	Brünnow.
190	69·61	96·61	96·65	8	— 0·04	Dembowski.
191	69	97·01	96·52	3	+ 0·49	Dunér.
192	73	98·21	96·46	5	+ 1·75	Peirce.
193	70·51	94·23	95·16	8	— 0·93	Dembowski.
194	51	94·06	95·16	2	— 1·10	Gledhill.
195	58	95·71	95·04	4	+ 0·67	Main.
196	80	95·31	94·56	3	+ 0·75	Talmage.
197	71·40	95·00	93·44	2	+ 1·56	Main.
198	40	92·77	93·44	2	— 0·67	Wilson u. Seabroke.
199	51	90·92	93·40	10	— 2·48	Peirce.
200	53	92·72	93·36	8	— 0·64	Dembowski.
201	59	95·03	93·25	3	+ 1·78	Knott.
202	64	92·82	93·16	3	— 0·34	Gledhill.
203	72	92·72	93·01	1	— 0·29	Dunér.
204	72·47	91·97	91·56	2	+ 0·41	Brünnow.
205	49	90·86	91·52	9	— 0·66	Dembowski.
206	49	91·63	91·52	3	+ 0·11	Ferrari.
207	49	90·94	91·52	2	— 0·58	Main.
208	51	91·60	91·47	3	+ 0·13	Wilson u. Seabroke.
209	60	93·13	91·29	4	+ 1·84	O. Struve.
210	73·51	89·63	89·37	1	+ 0·26	Gledhill.
211	51	88·93	89·37	8	— 0·44	Dembowski.
212	57	88·78	89·26	2	— 0·48	Wilson u. Seabroke.
213	63	88·98	89·10	3	— 0·12	Main.
214	74·07	86·80	88·11	2	— 1·31	Talmage.
215	47	88·96	87·16	4	+ 1·80	Main.
216	57	86·23	86·92	8	— 0·69	Dembowski.
217	61	87·20	86·62	3	+ 0·58	O. Struve.
218	73	87·63	86·52	1	+ 1·11	Gledhill.
219	75·52	83·86	84·47	6	— 0·61	Dembowski.
220	62	84·30	84·20	8	+ 0·10	Schiaparelli.
221	68	84·92	84·02	4	+ 0·90	Main.
222	76·28	82·15	82·29	3	— 0·14	Wilson u. Seabroke.
223	48	82·22	81·69	5	+ 0·53	Schur.
224	52	79·06	81·56	3	— 2·50	Doberck.
225	54	81·04	81·50	7	— 0·46	Dembowski.

Nr.	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	B−R	Beobachter
226	1876·57	83·73	81·41	2	+2·32	Winnecke.
227	59	81·43	81·35	6	+0·08	Schiaparelli.
228	64	81·08	81·20	3	−0·12	Hall.
229	64	81·71	81·20	4	+0·51	Jedrzejewicz.
230	66	79·95	81·13	5	−1·18	Waldo.
231	74	81·18	80·88	4	+0·30	O. Struve.
232	77·51	77·75	78·33	8	−0·58	Dembowski.
233	51	78·26	78·33	—	−0·07	Flammarion.
234	52	77·73	78·30	3	−0·57	Doberck.
235	55	75·98	78·19	4	−2·21	Hall.
236	58	79·58	78·09	10	+1·49	Jedrzejewicz.
237	61	77·50	77·98	10	−0·48	Schiaparelli.
238	67	79·96	77·77	4	+2·19	Winnecke.
239	68	78·66	77·73	4	+0·93	Stone.
240	68	79·71	77·73	5	+1·98	Schur.
241	93	76·49	76·83	3	−0·34	O. Struve.
242	78·51	74·09	74·02	7	+0·07	Dembowski.
243	54	75·43	74·50	3	+0·93	Wilson u. Seabroke.
244	54	75·63	74·50	4	+1·13	Doberck.
245	66	76·51	73·89	3	+2·62	Winnecke.
246	72	72·03	73·77	4	−1·74	Goldney.
247	79·41	69·37	70·80	—	−1·43	Mitchell.
248	50	70·00	70·40	10	−0·40	Schiaparelli.
249	53	69·37	70·26		−0·89	O. Stone.
250	53	68·77	70·26	·	−1·49	
251	59	71·49	69·99	5	+1·50	Hall.
252	64	68·07	69·77	—	−1·70	Mitchell.
253	65	70·50	69·72	4	+0·78	Wilson u. Seabroke.
254	66	68·75	69·67	5	−0·92	Jedrzejewicz.
255	71	70·67	69·43	1	+1·24	Burnham.
256	80·47	65·96	65·64	3	+0·32	Doberck.
257	49	62·27	65·53	5	−3·26	Franz.
258	53	68·86	65·32	5	+3·54	Main.
259	58	65·64	65·06	6	+0·58	Hall.
260	62	63·19	64·84	5	−1·65	Frisby.
261	66	65·05	64·62	10	+0·43	Schiaparelli.
262	66	62·97	64·62	6	−1·65	Jedrzejewicz.
263	74	62·87	64·18	2	−1·31	Wilson u. Seabroke.
264	81·24	61·93	61·27	2	+0·66	Doberck.
265	51	60·84	59·51	5	+1·33	Hall.
266	54	56·28	59·51	1	−3·23	Frisby.
267	77	59·51	58·06	[illegible]	+1·45	Wilson u. Seabroke.

Nr.	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	$B-R$	Beobachter
268	1882·40	52·48	53·15	2	— 0·67	Cincinnati.
269	53	55·92	52·86	2	+ 3·06	Doberck.
270	57	56·34	52·57	7	+ 3·77	Hall.
271	61	52·01	52·28	9	0·27	Schiaparelli.
272	61	48·93	52·28	2	— 3·35	O. Struve.
273	62	48·96	52·21	4	— 3·35	Jedrzjewicze.
274	62	47·66	52·21	6	— 4·55	Frisby.
275	69	51·41	51·68	4	— 0·27	Wilson u. Seabroke.
276	72	51·80	51·47	4	+ 0·33	Engelmann.
277	83·49	45·77	45·40	4	+ 0·37	Perrotin.
278	57	43·79	44·73	2	— 0·94	Frisby.
279	60	47·96	44·49	8	+ 3·47	Hall.
280	62	43·90	44·31	15	0·41	Schiaparelli.
281	64	40·39	44·14	2	— 3·75	Hall jun.
282	65	42·39	44·06	6	1·07	Jedrzejewicz.
283	65	42·64	44·06	2	1·42	O. Struve.
284	68	45·40	43·80	4	+ 1·60	Küstner.
285	68	44·05	43·80	5	+ 0·25	Wilson u. Seabroke.
286	72	43·81	43·47	6	+ 0·34	Engelmann.
287	84·41	40·98	37·36	1	+ 3·62	Glasenapp.
288	41	37·79	37·36	2	+ 0·43	Cincinnati.
289	56	34·71	35·97	6	1·26	Perrotin.
290	59	37·79	35·69	7	+ 2·10	Hall.
291	62	35·46	35·41	8	+ 0·05	Schiaparelli.
292	69	30·39	34·75	2	4·36	O. Struve.
293	69	35·45	34·75	5	+ 0·70	Engelmann.
294	70	35·06	34·66	3	+ 0·40	Wilson u. Seabroke.
295	85·50	26·22	26·82	4	0·60	Perrotin.
296	56	25·33	26·21	4	0·88	Wilson u. Seabroke.
297	57	29·74	26·11	7	+ 3·63	Hall.
298	59	24·60	25·91	2	1·31	Hepperger u. Holletschek.
299	64	24·49	25·40	6	0·91	Engelmann.
300	65	26·69	25·29	2	+ 1·40	Schiaparelli.
301	72	23·58	24·57	3	— 0·99	Jedrzejewicz.
302	86·53	13·97	16·10	7	2·13	Hall.
303	56	15·49	15·88	7	0·39	Perrotin.
304	67	16·05	14·61	4	+ 1·44	Wilson u. Seabroke.
305	67	13·89	14·61	7	0·72	Jedrzejewicz.
306	67	15·06	14·61	7	+ 0·45	Engelmann.
307	87·55	359·81	5·23	1	5·42	Wilson u. Seabroke.
308	62	3·79	4·49	6	0·70	Hall.
309	81	3·70	2·49	4	+ 1·21	Tarrant.

Nr.	Epoche	Positionswinkel		Zahl	B—R	Beobachter
		Beobachtung	Rechnung			
310	1888·41	352·91	356·28	2	3·37	Comstock.
311	55	353·30	354·87	6	1·57	Tarrant.
312	55	354·74	354·87	6	0·13	Maw.
313	57	353·66	354·66	6	1·00	Hall.
314	65	353·21	353·83	1	— 0·62	Leavenworth.
315	89·30	348·92	347·49	2	+ 1·43	Burnham.
316	48	345·17	345·76	2	0·59	Wilson u. Seabroke.
317	50	348·85	345·57	2	+ 3·28	Glasenapp.
318	51	345·92	345·48	5	+ 0·44	Comstock.
319	51	345·20	345·48	6	— 0·28	Tarrant.
320	58	344·77	344·83	6	0·06	Hall.
321	64	346·66	344·26	5	+ 2·40	Maw.
322	71	345·32	343·61	1	+ 1·71	O. Struve.
323	77	343·57	343·05	4	+ 0·52	Schur.
324	90·42	338·16	337·14	2	+ 1·02	Glasenapp.
325	56	336·03	335·91	7	+ 0·12	Hall.
326	61	336·75	335·49	3	+ 1·26	Maw.
327	61	336·87	335·49	1	+ 1·38	Wellmann.
328	66	334·36	335·05	4	0·69	Tarrant.
329	70	334·80	334·71	6	+ 0·09	Schur.
330	71	335·81	334·62	16	+ 1·19	Bigourdan.
331	91·50	328·75	328·04	10	+ 0·71	See.
332	53	328·05	327·80	3	+ 0·25	Tarrant.
333	54	328·58	327·72	4	+ 0·86	Maw.
334	56	329·33	327·56	2	+ 1·77	Collins.
335	56	327·78	327·56	6	+ 0·22	Hall.
336	58	329·10	327·40	6	+ 1·70	Schur.
337	59	326·21	327·33	7	1·12	Knorre.
338	64	327·47	326·93	2	+ 0·54	See.
339	67	326·92	326·69	9	+ 0·23	Bigourdan.
340	92·37	322·16	321·31	4	+ 0·85	Burnham.
341	41	321·73	321·01	3	+ 0·72	Scarle.
342	41	320·73	321·01	2	0·28	Collins.
343	42	319·87	320·93	6	1·06	Knorre.
344	49	321·93	320·41	1	+ 1·52	Maw.
345	57	321·52	319·80	4	+ 1·72	Comstock.
346	62	319·25	319·42	5	0·17	Bigourdan.
347	63	321·41	319·35	4	+ 2·06	Tarrant.
348	64	320·99	319·27	6	+ 1·72	Schur.
349	68	317·77	318·97	2	— 1·20	Glasenapp.

Nr	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	$B-R$	Beobachter
350	1893·45	312·04	313·28	7	1·24	Gledhill.
351	47	314·02	313·14	3	+ 0·88	Maw
352	56	313·74	312·49	2	+ 1·25	Collins.
353	58	313·04	312·35	3	+ 1·29	Tucker
354	62	312·90	312·06	5	+ 0·84	Comstock.
355	62	313·02	312·00	4	+ 1·56	Schur.
356	62	311·52	312·06	1	0·54	Knorre
357	69	309·14	311·55	1	2·41	Lewis.
358	69	309·44	311·55	1	2·11	Wilson.
359	70	312·54	311·47	11	+ 1·07	Schiaparelli
360	94·49	309·51	305·79	5	+ 3·72	Ebell.
361	51	306·40	305·65	6	+ 0·75	Glasenapp
362	51	311·52	305·65	3	5·87	Ebell.
363	54	307·65	305·44	3	+ 2·21	Maw
364	60	304·90	305·01	12	0·11	Knorre.
365	60	306·60	305·01	4	+ 1·59	Schur.
366	75	302·73	303·94	4	1·21	Comstock.
367	77	303·45	303·81	6	0·36	Schiaparelli.
368	78	301·53	303·74	5	2·21	Callandreau.
369	79	302·36	303·67	5	1·31	Bigourdan
370	95·32	298·88	299·83	3	0·95	See.
371	50	298·46	298·49	2	0·03	Glasenapp
372	51	301·88	298·40	5	+ 3·48	Schur.
373	58	297·16	297·88	4	0·72	Maw.
374	58	296·06	297·88	2	− 1·82	Collins.
375	61	296·76	297·65	3	0·89	Comstock.
376	62	295·28	297·57	5	2·29	Hough.
377	69	296·16	297·05	1	0·89	Lewis.
378	70	296·26	296·98	5	− 0·72	See
379	72	296·11	296·83	4	0·72	
380	72	296·46	296·83	3	0·37	Moulton.
381	96·39	292·53	291·55	6	+ 0·98	Hussey.
382	51	291·53	290·58	3	+ 0·95	Aitken.
383	58	289·50	290·00	5	0·50	Pritchett.
384	59	288·34	289·91	6	1·57	Bowyer.
385	59	290·13	289·91	3	+ 0·22	Wagner.
386	59	288·33	289·91	3	1·58	Soulé.
387	61	288·20	289·75	8	1·55	See.
388	61	289·76	289·75	1	+ 0·01	Dyson.
389	62	288·43	289·67	3	1·24	Cogshall.
390	62	291·16	289·67	1	+ 1·49	Niblett.
391	63	287·98	289·58	4	1·60	Comstock.
392	65	290·34	289·42	5	+ 0·92	Lewis.

Nr	Epoche	Positionswinkel Beobachtung	Positionswinkel Rechnung	Zahl	B — R	Beobachter
393	1896·66	287·40	289·34	6	— 1·94	Schur.
394	68	287·66	289·17	3	— 1·51	Morgan.
395	74	288·82	288·68	6	+ 0·14	Leavenworth
396	80	289·69	288·18	4	+ 1·51	Aitken.
397	97·40	283·48	282·83	4	+ 0·65	Cogshall.
398	41	283·41	282·73	6	+ 0·68	See.
399	46	283·76	282·26	3	+ 1·50	Aitken.
400	54	277·68	281·49	13	— 3·81	Doolittle.
401	55	281·30	281·40	1	— 0·10	Glasenapp.
402	58	283·99	281·11	13	+ 2·88	Schur.
403	59	276·85	281·02	4	— 4·17	Pritchett.
404	67	280·63	280·15	8	+ 0·48	Hussey.
405	83	276·94	278·68	3	— 1·74	Aitken.
406	98·44	273·49	272·18	6	+ 1·31	»
407	47	270·59	271·84	2	— 1·25	Soló.
408	51	271·01	271·39	1	— 0·38	Glasenapp.
409	56	272·41	270·80	9	+ 1·61	Schur.
410	99·57	263·45	258·00	6	+ 5·45	»

Unerklärt bleiben die großen Differenzen bei den Beobachtungen der Jahre 1779 bis 1781. Wenn man sich an den Wortlaut der Herschel'schen Originalbeobachtung hält, welche für 1781·73 den Wert 99°23 gibt, so ist allerdings kein Gang vorhanden, aber die Beobachtungen an sich erscheinen nicht sehr zuverlässig. Die andere Lesart 80·77 stimmt zwar dem Sinne der Bewegung nach mit der Position von 1779, aber untereinander herrscht auch keine erhebliche bessere Übereinstimmung. Es ist daher wahrscheinlich, dass die Beobachtungen misslungen sind, da irgend ein äußerer Einfluss, der im Laufe von zwei Jahren auf 6 bis 12° anwächst, doch kaum denkbar ist, zumal zu dieser Zeit die Distanzen ziemlich groß (4″) und die Positionswinkel daher minder empfindlich waren.

Der Vergleich mit neuen Beobachtungen, die noch nicht verwendet wurden, stellt sich folgendermaßen:

	Epoche	Beobachteter Positionswinkel	Praecession	Positionswinkel für 1850	Rechnung	B — R
See	1899·52	261·7	0·28	261·98	258·68	+3·30
Aitken	1899·37	262·2	0·28	262·48	260·74	+1·74
	1899·42	262·33	0·28	262·61	260·07	+2·54
Doberck	1900·59	244·10	0·28	244·38	242·35	+2·03
Solá	1900·68	243·93	0·28	244·21	240·80	+3·41

Die Größe der Differenzen ist nicht auffallend, da die Distanzen jetzt wieder sehr klein sind; dass aber alle positiv sind, kann möglicherweise doch principiell sein, obwohl sich bis jetzt noch kein Gang zeigt. Bei der hohen Empfindlichkeit der Positionswinkel wäre übrigens eine geringe Änderung der Elemente hinreichend, um auch diese Unterschiede verschwinden zu machen. Doch soll mit dem Einbeziehen der neuen Beobachtungen lieber gewartet werden, bis sich die Verhältnisse geklärt haben, was in etwa 10 Jahren mit dem Eintreten langsamerer Bewegung im Positionswinkel der Fall sein dürfte.

Jedenfalls ist es gelungen, die beobachteten Positionswinkel ausreichend darzustellen, und [illegible] die enorme Abnahme derselben von 1899 auf 1900 von nahe 20° spiegelt sich in der Rechnung wieder.

Was nun die Distanzen betrifft, so bleibt in der Darstellung ein unzweifelhafter Gang zurück. Auf die ersten großen positiven Reste ist allerdings wenig Gewicht zu legen; hier scheinen in der That die persönlichen Fehler ausschlaggebend zu sein; während nämlich Herschel, Bessel, Encke und andere starke positive Reste lassen, ergeben die Beobachtungen von W. Struve sehr kleine Reste, die zum Theil negativ sind und sogar eher den umgekehrten Gang zeigen, wie die anderen.

Seit 1850 aber zeigt sich ein Gang, der unter keinen Umständen auf rein persönliche Fehler zurückgeführt werden kann. Um dies zu constatieren, müssen alle längeren Beobachtungsreihen, welche immer den Einfluss persönlicher Fehler verstärken, ausgeschieden werden, so dass man eine Reihe von möglichst verschiedenen Beobachtern erhält. Diese, im folgenden wiedergegeben, zeigt ebenfalls deutlich den obenerwähnten Gang, obwohl die Regelmäßigkeit immerhin noch ab und zu durch einen Zeichenwechsel unterbrochen wird.

Worin dieser Gang begründet ist, lässt sich nicht feststellen. Möglicherweise entsteht er aus der Verschiedenheit der Beobachtungsmethode bei großen und kleinen Distanzen, worauf schon Bessel hingewiesen. Dafür mag auch der Umstand sprechen, dass trotz der stark geänderten Voraussetzungen doch die Differenzen Beobachtung—Rechnung nahezu dieselben sind wie bei Schur.

Datum	Beobachter	$B-R$	Datum	Beobachter	$B-R$
1770·70	W. Herschel	1·66	1872·40	Ferrari	0·215
80·50	»	0·78	72·51	Wilson u. Seabroke	0·219
1845·43	Hind	+ 0·041	73·57		0·285
46·40		0·565	76·28	»	0·294
48·52	Bond sen.	+ 0·105	76·60	Waldo	+ 0·080
48·52	» jun.	+ 0·005	77·51	Flammarion	0·230
51·04	Miller	0·209	77·68	O. Stone	— 0·391
52·71		— 0·227	78·54	Wilson u. Seabroke	0·178
57·67	Morton	— 0·309	78·72	Goldney	+ 0·020
58·40	»	0·324	79·53	O. Stone	0·107
63·55	[illegible]	0·155	79·65	Wilson u. Seabroke	+ 0·073
66·50	Searle	0·130	79·71	Burnham	0·707
66·50	Winlock	+ 0·401	80·74	Wilson u. Seabroke	0·170
66·52		+ 0·893	81·77	»	0·003
66·65		1·228	82·49	Wilson (Cinc.)	+ 0·549
67·44	Knott	0·172	82·69	Wilson u. Seabroke	+ 0·016
67·53	[illegible]	0·019	83·40	Perrotin	+ 0·076
67·65	Winlock	0·771	83·64	Hall jun.	+ 0·414
68·50	Knott	0·242	83·68	Küstner	+ 0·333
68·72	Dunér	0·358	83·68	Wilson u. Seabroke	0·126
68·90	Brünnow	0·245	84·41	Wilson (Cinc.)	+ 0·231
69·69	Dunér	0·446	84·50	Perrotin	+ 0·039
69·73	Peirce	+ 0·094	84·70	Wilson u. Seabroke	0·523
71·40	Wilson u. Seabroke	0·108	85·50	Perrotin.	+ 0·131
71·51	Peirce	0·089	85·5[illegible]	Hopp u. Holl	+ 0·560
71·5[illegible]	Knott	0·391	86·56	Perrotin	0·084
71·72	Dunér	0·405	86·67	Wilson u. Seabroke	+ 0·129
72·47	Brünnow	0·3[illegible]0	88·65	Leavenworth	0·[illegible]45

Datum	Beobachter	$B-R$	Datum	Beobachter	$B-R$
1889·30	Burnham	+ 0·222	1896·58	Pritchett	+ 0·022
89·48	Wilson u. Seabroke	0·348	96·59	Bowyer	+ 0·170
90·01	Wellmann	+ 0·120	96·59	Wagner	+ 0·104
92·37	Burnham	+ 0·113	96·59	Soule	+ 0·200
92·41	Searle	+ 0·339	96·61	Dyson	+ 0·008
93·58	Tucker	+ 0·175	96·62	Cogshall	0·031
93·60	Lewis	+ 0·101	96·62	Niblett	+ 0·019
93·60	Wilson	0·019	96·65	Lewis	— 0·078
94·49	Ebell	+ 0·301	96·68	Morgan	+ 0·110
94·51		+ 0·065	96·74	Leavenworth	+ 0·040
94·78	Callandreau	+ 0·196	97·40	Cogshall	+ 0·019
95·02	Hough	+ 0·000	97·54	Doolittle	— 0·003
95·69	Lewis	+ 0·421	97·59	Pritchett	— 0·026
95·72	Moulton	0·017	97·67	Hussey	+ 0·011
96·30	Hussey	+ 0·010	98·47	Sola	+ 0·302

In der That wird sich kaum ein zweites Object finden, welches so crasse Verhältnisse bietet, wie 70 Ophiuchi. Vielleicht ist auch die große Helligkeit von einigem Einfluss.

Jedenfalls entzieht sich aber unter diesen Verhältnissen die Darstellung der Distanzen der Beurtheilung. Sollten jedoch die Abweichungen thatsächlich reell sein, so könnte man daraus zweierlei folgern: entweder ist die hier vertretene Hypothese falsch und die Räthsel des Systems bleiben noch immer ungelöst, oder es sind die von uns eingeführten Vernachlässigungen und Vereinfachungen, welche sich in dieser Weise geltend machen. In dieser Hinsicht käme in Betracht die Convergenz der Anziehungen nach der Masse m_3, die Bewegung derselben und eine Störung der Neigung, welche in dem Falle eintritt, als m_3 nicht in der Bahnebene von m_1 und m_2 liegt.

Zum Schlusse sei noch die Bedeutung unserer Resultate über die dritte Masse discutiert.

Wir fanden

$$\log \frac{m_3}{D^3} = 7 \cdot 5727 - 10$$

$$2\,(\lambda - \pi) = 149 \cdot 384$$

Da $\frac{m_3}{D^3}$, wie erwähnt, im Gradmaß ausgedrückt ist, so haben wir noch durch $57 \cdot 296$ zu dividieren und erhalten

$$\log \frac{m_3}{D^3} = 5 \cdot 8146 - 10$$

$$\frac{m_3}{D^3} = 0 \cdot 00006526$$

Für m_3 können wir verschiedene Werte annehmen und dazu die entsprechenden D berechnen; es sollen dabei auch sehr große Werte für m_3 substituiert werden, da gerade für diese die Bedingungen unserer Hypothese am besten erfüllt sein werden.

Es ist für

$m_3 = \frac{1}{2}$	$D = 19''7$	$\Delta = 12''9$
1	24·8	16·3
2	31·3	20·5
3	35·8	23·5
5	42·5	27·8
10	53·5	35·1
30	77·2	50·6

Die Größen Δ sind die Projectionen von D auf die Sphäre, also die scheinbaren Distanzen von m_3.

Es muss nun untersucht werden, welche Ortsveränderung m_3 unter Einfluss der wechselseitigen Anziehung zeigen muss, da die Unveränderlichkeit der Richtung D nur eine Näherung sein sollte. Es findet sich nach der Formel:

$$\frac{\mu_1}{\mu} = \sqrt{1+m_3}\sqrt{\frac{a^3}{a_1^3}}$$

für die mittlere Bewegung in einem Jahre

$m_3 = \frac{1}{2}$	$\mu_1 = 0°55$
1	0·45
2	0·39
3	0·37
5	0·35
10	0·33
30	0·32

Diese Werte von rund 40° im Jahrhundert scheinen auf den ersten Blick sehr groß; wenn wir uns aber erinnern, dass bei einem der Ausgleiche für den doppelten Richtungswinkel eine Correction von 36° resultierte, so sehen wir, dass diese Richtung selbst nicht viel sicherer bestimmt ist, und dass wir daher nicht von einer wesentlichen Richtungsänderung von D sprechen können. Überdies sind die μ_1 mittlere Bewegungen, von denen die wahren erheblich abweichen können.

Speciell auf den Positionswinkel hat die Änderung von λ wenig Einfluss; stärker dagegen wirkt sie auf die Distanzen. Führen wir in unsere Störungsfunction R (Gleichung 10) für λ ein:

$$\lambda = \lambda_0 + \mu_1 (t - t_0)$$

so liefert die Gleichung:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial R}{\partial t_0}$$

$$\frac{k^2 m_1 m_2}{2a^2} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{k^2 m_3}{D^3} \cdot \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot 5e^2 \sin 2(\lambda - \pi) \cdot \mu_1$$

oder

$$\frac{da}{dt} = -\frac{m_3}{D^3} a^4 \cdot 5e^2 \sin(\lambda - \pi) \cdot \mu_1$$

$$= -0{\cdot}01636\, \mu_1$$

Für einen Wert $\mu_1 = -0{\cdot}4$ folgt für a während der letzten 50 Jahre eine Zunahme von 0'327 welche ungefähr den Resten in der Darstellung der Distanzen entspricht.

Für die Richtung, in der m_1 zu suchen ist, ergibt sich aus

$$2(\lambda - \pi) = 149 \cdot 384$$
$$\lambda - \pi = 74^\circ 692$$

oder

$$\lambda - \pi = 74 \cdot 692 + 180 = 254^\circ 692,$$

so dass zwei entgegengesetzte Richtungen möglich sind.

Unter Einführung von

$$\pi = 169 \cdot 771$$
$$\Omega = 120 \cdot 867$$
$$i = 56 \cdot 788$$

finden wir für den Positionswinkel von D

$$\lambda = 349 \cdot 767 \text{ oder } 169 \cdot 767$$

Es wurde wiederholt gleichzeitig mit dem System 70 Ophiuchi noch ein Anhaltstern beobachtet, um eventuelle Änderungen in der Bewegung des Hauptsternes zu constatieren. Die Positionswinkel und Distanzen, welche diese Beobachtungen ergaben, sind die folgenden:

1878·84	197°8	71"38	Hall
82·79	197·8	65·60	Hall
86·52	200·4	62·50	Hall
89·30	203·3	59·45	Burnham
97·44	208·3	53·86	See
99·43	209·7	51·95	See
1856·63	215·1	87·57	Secchi
97·51	218·1	98·68	Doolittle

Es wurden aber offenbar von den verschiedenen Beobachtern verschiedene Sterne verwendet und mit C bezeichnet, weshalb obige Beobachtungen in zwei Gruppen getheilt wurden.

Bringt man die Eigenbewegung von 70 Ophiuchi mit

$$d\alpha = +0^s 0131 = +0'' 1965$$
$$d\delta = -1'' 109$$

in Rechnung, so erhält man aus der ersten Gruppe folgende Positionen von C bezogen auf den Ort des Hauptsternes von 1856·63:

1878·84	190·69	94"1
82·79	189·26	92·7
86·52	189·84	93·1
89·30	190·66	92·5
97·44	190·79	94·4
99·43	190·81	95·1

Lässt sich in diesen Zahlen ein Gang erkennen, so rührt er jedenfalls nur von der Bewegung des Hauptsternes um den Schwerpunkt der beiden sichtbaren Componenten her. Auf diesen Stern bezieht sich also mit vollem Recht die See'sche Bemerkung: ohne physischen Zusammenhang mit 70 Ophiuchi.

Betrachten wir aber die andere Gruppe und beziehen die letzte Beobachtung wieder auf den Ort von 1856·63, so erhalten wir folgendes Resultat:

1856·63	215·1	87"57
97·51	203·1	122·9

woraus für diesen Stern eine Eigenbewegung folgt von

$$d\alpha = 0^s0043$$
$$d\delta = 1''253$$

Diese Eigenbewegung ist nicht nur sehr groß, sondern auch nahezu gleich der des Systems 70 Ophiuchi.

Die Abweichungen der Positionswinkel von unserer berechneten Richtung (170°) liegen wohl noch innerhalb der Unsicherheitsgrenze; denn dass schließlich diese Richtung scheinbar auf wenige Grade genau erhalten wurde, ist doch nur Rechnungsresultat.

Es ist also nicht unwahrscheinlich, dass der von Secchi und Doolittle beobachtete und mit *C* bezeichnete Stern die dritte Componente des Systems ist, und dass die Differenz der Eigenbewegung, soweit sie reell ist, von der Bewegung um den gemeinsamen Schwerpunkt herrührt.

Die nächste Aufgabe bestünde somit darin, durch Eigenbewegungs- und Parallaxenbestimmungen festzustellen, ob der Stern *C* in der That zum System gehört oder ob noch weitere Sternverwechslungen vorliegen. Sollte sich das letztere herausstellen, so wären die Rechnungen unter Einführung von neuen Variablen, welche die unbekannte Bewegung der unsichtbaren Masse genauer definieren, als bisher geschehen, zu wiederholen. Sollte aber die dritte Masse in der That gefunden sein, so wäre das Problem nun in ähnlicher Weise zu behandeln, wie im Falle von ζ Cancri. Vielleicht gelingt es dann endlich, jene Übereinstimmung von Beobachtung und Rechnung herbeizuführen, welche in allen astronomischen Problemen verlangt wird.

Herr Prof. Schiaparelli hatte die besondere Freundlichkeit, mir seine Beobachtungsreihe aus den letzten Jahren zu übersenden. Ich vergleiche dieselbe hier noch mit meiner Bahn gleichzeitig mit einigen anderen Beobachtungen, die mir erst später bekannt geworden sind.

Die Positionswinkel sind bereits auf 1850·0 reduciert.

Datum	Beobachter	Rechn.	*B − R*	Beob.	Rechn.	*B − R*	Zahl der Abende	Beobachter
1893·00	311°34	311°78	[illegible]0·44	2"23	2·2[illegible]8	−0·008	[illegible]	Coleman
94·60	304·85	305·01	[illegible]0·16	2·30	2·254	+0·046	[illegible]	Coleman
95·55	299·02	298·10	+0·92	2·130	2·235	[illegible]	[illegible]	Schiaparelli
·62	297·36	297·57	−0·21	2·55	2·232	+0·318	7	Coleman
96·47	292·10	290·[illegible]	+1·2[illegible]	2·080	2·175	−0·095	[illegible]	Schiaparelli
·61	289·26	289·75	−0·49	2·31	2·162	+0·148	[illegible]	Maw
·77	286·67	288·4[illegible]	[illegible]1·24	1·984	2·140	[illegible]	1	Schiaparelli
97·50	282·42	281·87	+0·55	1·996	2·063	[illegible]	2	Schiaparelli
·55	279·97	281·40	[illegible]	1·80	2·057	−0·257	1	Maw
98·50	[illegible]	271·50	[illegible]	1·7[illegible]7	1·[illegible]24	−0·127	2	Schiaparelli
·55	270·97	270·[illegible]	[illegible]	1·[illegible]1	1·[illegible]17	−0·007	1	Maw



ÜBER

HADROPITHECUS STENOGNATHUS Lz.

NEBST BEMERKUNGEN ZU EINIGEN ANDEREN AUSGESTORBENEN PRIMATEN VON MADAGASKAR

VON

DR. LUDWIG RITT. LORENZ v. LIBURNAU,

CUSTOS.

Mit 2 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG VOM 11. JULI 1901.

Im vergangenen Jahre veröffentlichte ich in diesen Denkschriften einen Aufsatz über einige Reste ausgestorbener Primaten von Madagaskar, dessen Hauptinhalt sich auf einen rechten Unterkiefer bezog, der in einer Höhle bei Fort Dauphin im Südosten der Insel gefunden worden war. Für das Thier, dem das Kieferstück angehört hatte, wurde der Name *Hadropithecus stenognathus* gewählt. Außerdem beschrieb ich bei dieser Gelegenheit noch einige Fragmente von Armknochen eines riesigen Lemuren der Gattung *Megaladapis*, und machte ich auch kurz Mittheilung über verschiedene andere Reste von Primaten, von denen man eine größere Anzahl (Schädel und sonstige Skelettheile) in derselben Höhle von Andrahomana ausgegraben hatte, von welchen mir aber bis dahin nur die photographischen Abbildungen vorlagen. Ich beschrieb und benannte einige der Fundstücke provisorisch nach den erhaltenen Abbildungen in der berechtigten Erwartung, bald alle die Objecte selbst in die Hände zu bekommen. Von diesen gelangten infolge sonderbaren Verhaltens des Sammlers jedoch schließlich nur wenige Stücke an unser naturhistorisches Hofmuseum, während mehrere andere an das British Museum in London verkauft wurden; über das Schicksal eines größeren Restes dieses Fundes ist mir bis jetzt nichts Näheres bekannt geworden.

Im folgenden sollen nun die in Natura vorliegenden Stücke eingehender beschrieben werden und gleichzeitig ergänzende, beziehungsweise berichtigende Bemerkungen bezüglich der anderen erwähnten Formen folgen.

Hadropithecus stenognathus Lz.[1]

Von dieser Art lagen nunmehr zur Untersuchung vor:

Das Originalexemplar, der rechte Unterkiefer, nach welchem diese Form a. a. O. zuerst beschrieben wurde.

Ein Schädel (I) mit defectem Gesichtstheile, welcher nach der Photographie *G* beschrieben und für den der Name *Pithecodon* in Vorschlag gebracht worden war.

Ein rechter Unterkiefer (II) von einem mit I *(G)* fast gleich alten Thiere, aber offenbar nicht von demselben Individuum.

Ein Stück eines linken Oberkiefers (III) nach noch nicht ganz vollendetem Zahnwechsel.

Ein Stück eines rechten Oberkiefers (IV) mit noch vorhandenen Milchbackenzähnen.

Ein fragmentarischer linker Unterkiefer (V) mit den Milchzähnen, wahrscheinlich von demselben Individuum stammend wie IV.

Das distale Ende eines rechten Unterarmes (VI) von einem älteren Thiere.

Ulna und Radius (VII) des linken Armes eines jüngeren Individuums als VI.

Eine Clavicula (VIII), augenscheinlich von demselben Individuum wie VII.

Endlich auch ein Rippenfragment und ein Wirbel, die angeblich zu derselben Art gehören, was aber sehr unsicher ist, daher diese beiden Reste vorläufig hier keine weitere Berücksichtigung finden.

Es sollen nun die einzelnen Stücke der Reihe nach betrachtet werden.

Schädel und Oberkiefer.

Taf. I, Fig. 1 *a, b c*, III u. IV.

Als ich zuerst die photographischen Abbildungen *(G)*, welche den hier mit I bezeichneten Schädel von oben, unten und von der Seite darstellten, zu Gesicht bekam, war wohl der erste Eindruck der, dass dieser derselben Art oder Gattung angehören könnte, wie der als *Hadropithecus* bezeichnete Unterkiefer. Messungen an diesem und an den angeblich der natürlichen Größe entsprechenden Photographien erweckten aber Zweifel, welche noch dadurch bestärkt wurden, dass Ausschnitte des genau in seinen Umrissen gezeichneten Unterkiefers auf die Photographien gelegt, diese in keiner Weise annähernd deckten.

Der Unterkiefer II jedoch, welcher sich ziemlich genau an den Oberkiefer von I anpasst und als zu derselben Art gehörend sich erweist, zeigt anderseits solche übereinstimmende Merkmale mit dem *Hadropithecus*-Unterkiefer, dass die artliche Zusammengehörigkeit dieser beiden und somit auch des Schädels I nicht weiter fraglich ist. Die bedenklich erschienenen ziemlich großen Differenzen zwischen dem Originale und dem Schädel I *(G)*, für den daher ein besonderer Gattungsname in Vorschlag gebracht worden war, stellen sich nun als nur durch die große Altersdifferenz bedingt heraus und sind speciell auf senile Veränderung des originalen Unterkiefers zurückzuführen. Vom Schädel I wurde bereits a. a. O. eine kurze Charakteristik gegeben und es wurden auch zwei verkleinerte Contourbilder[2], die ihn von oben und von unten darstellen, reproduciert. Das Object selbst gibt aber erst die Möglichkeit einer eingehenderen Darstellung.

Ich beginne dieselbe mit der Anführung einiger wichtiger scheinenden Maße:

Länge von der Protuberantia occipitalis bis zur Nasenwurzel	105 *mm*
Größte Breite des Hirnschädels	70 »
Höhe desselben	57 »

[1] Syn. *Pithecodon sikorae* Lorenz, Denkschr. Akad. Wiss., LXX, 1900 p. 13.

[2] l. c. p. 13.

Geringste Breite des Stirntheiles circa	26 *mm*
Scheitelnaht	72 »
Stirnnath circa	40 »
Länge der Nasenbeine	29 »
Abstand der Orbitalfortsätze der Jochbögen	74 »
Größter Abstand der Jochbögen circa	110 »
Breite der Orbita	22
Abstand der Foramina infraorbitalia	40 »
Abstand der Foramina zygomatica	76 „

Das Hinterhauptbein hat einen schief nach hinten aufsteigenden Schuppentheil, dessen oberer Rand zusammen mit den hinteren Rändern der Schläfenbeine eine mäßig erhobene thatsächliche Crista semicircularis bildet. Von der Protuberantia occipitalis zieht eine wenig hervortretende Crista occipitalis externa gegen das Hinterhauptsloch. An den Seiten die Eingänge in einen Meatus jugularis. Die Processi jugulares sind auffallend stark wie bei den Raubthieren entwickelt, seitlich flach gedrückt und durch eine tiefe Fossa condyloidea von den 16 *mm* langen Gelenkshöckern getrennt. Vor diesen liegt je ein Foramen condyloideum anterius; ein Foramen condyloideum posterius fehlt. Eine starke Incisura jugularis bildet den aboralen Rand des Foramen lacerum. Der Körper des Occipitale ist in dem vorliegenden Falle noch vollkommen vom Keilbeine getrennt; er besitzt eine Länge von 23 *mm* und eine Breite von 14 *mm*; die vordere Hälfte der ventralen Fläche erhebt sich etwas über den aboralen Theil; die erhöhte Partie zeigt an der Abstufung eine mediane Bucht, vor deren Mitte allmählich verlaufend, eine niedere Crista nicht ganz bis zum Rande des Hinterhauptsloches reicht. Das Foramen magnum ist fast kreisrund, seine Durchmesser betragen in sagittaler und transversaler Richtung je 18 *mm*.

Ein Interparietale ist bereits stark mit dem Hinterhauptsbeine verwachsen und lässt seine Verbindungsnähte eben noch erkennen. Es hat ungefähr die Form eines Trapezes mit weit in die Länge ausgezogenen basalen Ecken. Seine 50 *mm* lange Basis entspricht der ganzen Länge des Oberrandes der Hinterhauptschuppe; die Höhe beträgt 17 *mm* und die kurze Seite misst ungefähr 19 *mm*; sagittal erhebt sich eine niedere Crista.

Die Scheitelbeine sind glatt und abgerundet. An der sie verbindenden Naht ein mäßig hoher Kamm. Die hinteren Ränder, ebenso wie der hintere Rand des Zwickelbeines, etwas aufgebogen. Die frontalen Ränder sind sehr unregelmäßig gezackt und treffen median in einem spitzen Winkel zusammen, eine Incisura frontalis bildend, in welche die Stirnbeine sich einpassen. Die Kreuznaht ist noch deutlich sichtbar, die Schuppennaht dagegen weniger.

Von den Stirnbeinen fehlen die frontalen, ethmoidalen und orbitalen Theile, wodurch man einen Einblick in geräumige Höhlungen gewinnt, die sich bis in die nasale Partie erstrecken und eine Auftreibung der nicht erhaltenen Stirnmitte erzeugt haben dürften. Ein spitzer Processus parietalis schiebt sich, wie erwähnt, weit zwischen die Scheitelbeine ein. Der sagittale Kamm setzt sich auf den hinteren Theil der Stirnregion fort, um sich dann zu spalten und wie es scheint, je längs der Linea zygomatica eine Crista zu bilden; es wird dies dadurch angedeutet, dass die parietale Fläche aufgebogen ist, während dem temporalen Theile entsprechend sehr bedeutende seitliche Eindrücke eine starke Verjüngung des vorderen Poles des Craniums erzeugen. Die frontalen Fortsätze der Jochbeine lassen auf eine mächtige Entwicklung der an dem Objecte fehlenden Processi zygomatici des Stirnbeines schließen.

Von dem erhaltenen hinteren Theile des Keilbeines wäre zu erwähnen, dass dessen Körper in der vorderen Hälfte der oralen Fläche einige ziemlich tiefe mediane Grübchen zeigt, und dass, sowie dies bei den *Indrisiden* der Fall ist, von den Flügelfortsätzen tiefe Gruben umschlossen werden.

Der Oberkiefer ist großentheils erhalten und durch die geringe Entwicklung der Gesichtsflächen charakterisiert. Die vorderen Ränder seiner beiden Hälften erheben sich fast in verticaler Richtung von den Alveolarrändern. Die Sutura incisiva ist 21 *mm* lang, die Sutura naso-maxillaris 15 *mm*, der Processus frontalis des aboralen Endes steht in einer Länge von circa 3 bis 4 *mm* mit dem vorderen Stirnrande in

Verbindung und ist dann mit dem vorderen Rande des Thränenbeines schon vollkommen verschmolzen. Die Verbindungsnaht mit dem Jugale misst 26 *mm* und unmittelbar an ihr mündet ein Canal aus. Die Wangenpartie zeigt wohl ausgeprägte Juga alveolaria; das Foramen infraorbitale liegt über dem vorderen Backenzahne *(P^3)* nahe dem Augenhöhlenrande und unterhalb des vorderen Endes der Sutura jugomaxillaris. Die orbitale Seite des hinteren alveolaren Theiles ist von zahlreichen Canaleingängen durchbohrt. Auf der Gaumenfläche mündet jederseits ein Foramen palatinum aus.

Die Schläfenbeine bieten folgende Verhältnisse dar: Die Sutura squamosa verläuft in einem flachen Bogen; der occipitale Rand des Knochens ist etwas aufgebogen und betheiligt sich, wie schon angedeutet, an der Bildung der Crista semicircularis. Die Jochfortsätze sind dem ganzen Bogen entsprechend sehr in die Breite entwickelt. Die Fossa articularis ist flach und aboral von einem wohlentwickelten Processus postglenoidalis begrenzt. An diesen legt sich die vordere Wand der mächtigen Bulla des Paukenbeines an, welche 12 *mm* über die orale Fläche der Schädelbasis hervorragt und einen sagittalen Durchmesser von 19, einen transversalen von 23 *mm* hat. Die Oberfläche der sehr dünnwandigen Bulla ist im ganzen glatt, jedoch mit verschiedenen spitzen Fortsätzen oder Erhebungen, sie ist also nicht so gänzlich ohne-Unebenheiten wie bei den recenten *Lemuren* und bei *Nesopithecus*; auch ist ihre gesammte Form weniger kugelig. An ihrer hinteren Fläche eine oben zu einem Loche führende Furche, der Abdruck der Carotis interna. Die weite äußere Gehöröffnung hat einen Durchmesser von 9 *mm*; innerhalb derselben ist die untere frei in die Höhle ragende Hälfte des Annulus tympanicus deutlich zu sehen. In einem Grübchen nahe dem hinteren Rande des Porus acusticus ext. ein rudimentärer Processus styloideus.

Vom Zwischenkiefer ist nur auf der rechten Seite der nasale Theil vorhanden, der sich mit breiter Fläche innen an das Maxillare anlegt und mit einem bloß etwa 2 *mm* breiten nasalen Rande frei hervorragt.

Die Thränenbeine lassen die Verbindungsstelle mit dem Oberkiefer nicht genau erkennen, da keine Spur der betreffenden Naht mehr vorhanden ist; dagegen sind oben und hinten die Verbindungsnähte mit den Stirnbeinen und mit den orbitalen Flächen des Oberkiefers noch deutlich sichtbar. Der Eingang in den Thränencanal befindet sich unmittelbar innerhalb des hier schwach vortretenden Orbitalrandes, man könnte fast sagen, er liege auf dem Rande selbst, ähnlich wie bei *Nesopithecus*.[1]

Vom Gaumenbein ist an dem Schädel nichts vorhanden, doch befindet sich ein Theil eines solchen an dem Kieferstücke III (S. Taf I), welches wenigstens die orale Fläche des Palatinums nach Größe und Gestalt erkennen lässt. An der Sutura palato-maxillaris mündet eine Öffnung des Canalis palatinus.

Das Jochbein, welches auf beiden Seiten erhalten ist, zeichnet sich durch die Breite und Höhe seines Körpers aus, der je an den engsten Stellen in horizontaler Richtung 21 *mm*, in der verticalen 29 *mm* misst. Die Wangenfläche in ihrem oberen Theile eben, krümmt sich unterhalb des Foramen zygomaticum nach unten und vorne zum Ansatze an den Oberkiefer. Der Ramus maxillaris hat an seiner Basis eine Breite von 17 *mm*; der Ramus frontalis ist an seinem oberen Ende 9 *mm* breit, der Ramus temporalis misst an seinem Ursprunge 12 *mm*. Der Margo massetericus bildet hinter dem Ramus maxillaris einen auffallend großen Fortsatz. Die temporale Fläche ist stark concav. Die circa 12 *mm* breite orbitale Fläche erzeugt medial mit der Facies temporalis zusammenstoßend eine scharfe Kante; diese orbital gerichtete Crista erscheint gleichsam als der Ansatz zu einem Abschlusse der Augenhöhle gegen die Schläfengrube. Ihr gegenüber erhebt sich an der orbitalen Fläche des Keilbeinflügels auch eine schwache, scharfe Leiste, ein Verhältnis, auf das mich schon F. Major in London bei einem *Nesopithecus*-Schädel aufmerksam gemacht hat und das von innen her den Beginn eines knöchernen Abschlusses des Augenhöhlengrundes andeutet.

Die Nasenbeine haben zusammen eine eigenthümliche, aus der Abbildung ersichtliche Umgrenzung ihrer facialen Flächen, welche in der Mitte eingesenkt, sich vorne stark seitlich hinabwölben. Sie sind im

[1] Vergl. Forsyth Major, P. Z. S. London, 1901, p. 149, 150, Taf. XI, Fig. 1, 2.

ganzen breit, besonders am nasalen Ende, dessen Rand lateral eine Ausschweifung zeigt. Der Margo lateralis verläuft sanft *S*-förmig gebogen, eine Einschnürung vor der Sutura fronto-maxillaris bildend. Die frontalen Nähte convergieren in einem Spitzbogen. Die medialen Seitenflächen sind wenig entwickelt, so dass kaum eine Crista nasalis zur Bildung gelangt, dagegen ist die Breite der lateralen Flächen, welche sich innen an die Oberkiefer anlegen, eine bedeutende; es bilden die Nasenbeine daher nach innen zu eine breite und tiefe Rinne.

Unterkiefer.

(Taf. I, Fig. II *a, b*)

Der rechte Unterkieferast II passt in der Größe ziemlich genau zu dem eben beschrieben Cranium, stammt aber jedenfalls von einem anderen, etwas jüngeren Individuum. Ich bilde denselben jedoch in Verbindung mit dem Schädel I ab, um eine der Wirklichkeit möglichst nahekommende Vorstellung des gesammten Schädels zu geben. Dieses Kieferstück ist etwas kleiner als das Originalexemplar und insoferne vollständiger, als die hinteren Theile, das ist der aufsteigende Ast mit dem Kronenfortsatze und mit der Winkelpartie, ganz erhalten sind; dieselben sind stellenweise stark mit Sand incrustiert. Am vorderen Ende ist der Kiefer vor dem Eckzahne abgebrochen und es steckt nur noch eine Wurzel des äußeren Schneidezahnes in der Alveole. Der beim Originale vorhandene Symphysentheil fehlt hier ganz. Dem jüngeren Alter entsprechend, steht der hintere, zum Gelenkfortsatz aufsteigende Rand des Kiefers, mehr senkrecht als bei dem Originale, und das war der Hauptgrund, warum es den Eindruck machte, dass der Schädel I *(G)*, der damals nur in der Abbildung vorlag, von einem ganz anderen Thiere stammen müsste als das Original, und warum derselbe in der vorläufigen Mittheilung über ihn unter einem anderen Namen beschrieben wurde.

Hinsichtlich des Stückes II sei hier noch erwähnt, dass der Kronenfortsatz die Gelenksrolle wenig überragt, dass der Kieferwinkel ungefähr einen Drittelkreisbogen bildet und durch weniger tiefe Einbuchtungen abgesetzt erscheint. Überhaupt ist der ganze Kiefer, seiner Jugend gemäß, weniger scharf sculpturiert als das Original, die Concavitäten und Convexitäten, welche wir bei diesem so ausgeprägt finden, sind geringer, die Unebenheiten sind undeutlicher oder fehlen fast ganz.

Das Unterkieferstück V ist sehr unvollständig und es werden nur die Zähne desselben weiter unten näher besprochen werden.

Gebiss.

(Taf. I, Fig. I—V.)

Auf die Bezahnung übergehend, seien zunächst die Verhältnisse jener der Unterkieferstücke II und V im Vergleiche mit den Zähnen des Originales behandelt. Wie bei diesem, soll mit den Mahlzähnen der Anfang gemacht werden.

M_1 ist in dem Stücke V ganz unverändert erhalten, er steht eben vollendet in einer Reihe mit den sich ihm anschließenden Milchbackenzähnen. Die Krone dieses ersten Mahlzahnes zeigt eine größere Verschiedenheit von der Gestalt intacter Kronen derselben Zähne bei den anthropomorphen Affen, als nach dem Bilde der Usurfläche des Originales ursprünglich vermuthet werden konnte. Sie bietet aber vielfache Übereinstimmung mit den betreffenden Zähnen der Paviane dar, die jedoch in Bezug auf die Tiefe der Falten und Entwicklung der Höcker immer noch übertroffen werden. Es sind natürlich auch da zwei Hauptfalten vorhanden, welche die Krone in eine vordere und eine hintere Partie theilen, von denen aber hier die erstere die merklich größere ist; die linguale Hauptfalte ist viel tiefer als die buccale. Auch sind dieselben Nebenfalten, vorne eine kleinere äußere und eine größere innere, hinten nur eine äußere, wie bei dem Originale zu erkennen. Bei V ist jedoch noch Manches wahrzunehmen, was dort infolge der weit fortgeschrittenen Abnützung nicht zu sehen war. Der innere vordere Höcker ist der höchste und steht durch eine sich verschmälernde transversale Brücke mit dem ihm gegenüberliegenden

Höcker in Verbindung. Der innere hintere Höcker ist der niedrigste; er entsendet ebenfalls einen Kamm zu seinem Gegenüber. Beide Innenhöcker sind auch untereinander durch einen nach innen in die linguale Hauptfalte winkelig einspringenden Kamm verbunden, der außerdem nach vorne sich an den vorderen Kaurand fortsetzt, mit diesem eine T-förmige Verbindung bildend.

Vom vorderen Kaurande zieht außen eine stumpfgezackte Leiste an der Buccalseite der Krone nach rückwärts, die Neben- und die Hauptfalte in ihrem unteren Theile nach außen abschließend. Von dieser basalen Leiste ist bei dem Originale nur mehr ein kleiner Rest erhalten. Ein ursprünglich von mir vermutheter fünfter Höcker ist nicht vorhanden.

In dem Kiefer II weist M^1 die gleichen Verhältnisse auf, nur ist der vordere Außenhöcker bereits etwas abgenützt.

M_2 stimmt bei beiden Kieferstücken im ganzen mit M_1 überein; in V liegt er noch in der Alveole eingebettet und ist nur infolge des Fehlens ihrer inneren Wand deutlicher sichtbar. Ein Unterschied von M_1 besteht in der etwas geringen Größe und in der Unvollständigkeit der von dem vorderen Kaurande an der buccalen Fläche herabziehenden Leiste.

M_3 ist nur von II erhalten und trägt bloß drei deutliche Höcker: einen vorderen äußeren, welcher der größte ist, einen vorderen inneren, der mit diesem durch eine Brücke in Verbindung steht, und einen hinteren äußeren, der mit dem erstgenannten ebenfalls durch einen abfallenden Kamm zusammenhängt. Vom letztgenannten gehen zwei Grate aus, der eine nach hinten, der andere nach innen; dieser trägt einen ganz kleinen Tuberkel, als Andeutung des vierten Höckers; jener bildet eine kleine hintere Nebenfalte an der lingualen Seite. Von den Hauptfalten ist nur die innere wohl entwickelt, die äußere nur noch einer seichten Rinne erkennbar.

Die Maße der Kronen der eben beschrieben Zähne sind:

Für II	M_1	breit 12,	tief 11,	hoch 7·5 *mm*
	M_2	11·5,	11,	8
	M_3	9·5,	9·5,	7
V	M_1	12·5,	11·5,	9
	M_2	12,	11,	8·5

Mit *Nesopithecus*[1] und *Bradylemur*[2] verglichen, sind die oberen Mahlzähne von *Hadropithecus* wohl nach demselben Grundtypus gebaut, jedoch viel stärker lophodont, den Pavianzähnen in dieser Hinsicht am nächsten kommend, das heißt, dieselben noch übertreffend, während bei den erstgenannten Gattungen die in übereinstimmender Zahl vorhandenen vier (bei M_1 und M_2), beziehungsweise drei (bei M_3) Höcker stumpfer, durch weniger tiefe und mehr von oben als von den Seiten eindringende Falten oder Mulden geschieden oder anderseits durch niedrigere Kämme verbunden werden.

Die unteren Backenzähne bieten bei II die Verhältnisse voll ausgeprägt, welche beim Originalexemplare trotz der vorhandenen Abnützung erkennbar waren.

An dem hinteren Backenzahne P_1 sehen wir den Höcker, der dem vorderen Außenhöcker der Mahlzähne homolog ist, in die Mitte der Krone gerückt. Er steht im Durchschnittspunkte zweier Leisten, welche ein Kreuz bilden, dessen innerer Schenkel eine Verbreiterung hat, die dem vorderen Innenhöcker entspricht, und dessen nach vorne und hinten gerichtete Schenkel mit den vorderen und hinteren Kaurändern in Verbindung treten. Die beiden distalen Winkel des Kreuzes entsprechen den Nebenfalten, die proximalen Winkel den Hauptfalten der Molaren.

P_2 ist seitlich comprimiert, seine eckzahnähnliche Spitze dem vorderen äußeren Höcker der bisher besprochenen Zähne homolog; an seiner Außenfläche befindet sich eine vordere Rinne, der betreffenden

[1] *N. roberti* F. Major, Geol. Mag. 1896, p. 433, *N. australis* F. Major, P. Z. S. London 1899, p. 988.

[2] *B. robustus* G. Grandidier, Bull. Mus. Hist. Nat. Paris, 1899, p. 346.

Nebenfalte homolog, während von der äußeren Hauptfalte keine Spur mehr übrig ist. An der lingualen Fläche wird die vordere Nebenfalte nur durch das Vorhandensein einer vorderen und einer mittleren niederen Leiste angedeutet; die innere Hauptfalte wird dagegen durch einen deutlicheren Eindruck markiert; eine kleine Erhebung am basalen Ende der mittleren Leiste wird mit dem inneren Vorderhöcker zu homologisieren sein.

Die Dimensionen der Backenzähne von II betragen in Millimetern:

Breite an der buccalen Fläche	P_1 10·5,	P_2 11
» » » lingualen »	9 .	9
Tiefe	» 10 .	» 8
Höhe	9 .	8.

Während bei *Hadropithecus* P_1 und P_2 in Gestalt und Größe sehr verschieden sind, P_1 dem M_1 sich nähert, P_2 einen Übergang zu C vermittelt, stimmen bei *Nesopithecus* und *Bradylemur* dieselben Zähne in der Form und in den Dimensionen untereinander mehr überein.

Der untere Eckzahn, oder wenn man will, vorderste Prämolaris, welcher in dem Kieferstücke II noch nicht ganz vollendet erscheint, ähnelt im allgemeinen dem P_2. Seine Krone ist seitlich zusammengedrückt, von ihrer Spitze fällt die vordere kürzere Kante steiler ab als die proximal gerichtete. Die Buccalseite ist schwach convex, durch eine stumpfe niedere Leiste in eine kleinere vordere und eine größere hintere Hälfte geschieden, welch letztere zum größeren Theile von der Vorderkante des P_2 überdeckt wird; dieser, mit dem Prämolaren in Berührung tretende Theil kann auch als die proximale Fläche aufgefasst werden. Die linguale Fläche ist leicht concav und ebenfalls durch eine Leiste in zwei ungleiche Hälften getheilt.

Die größte Breite der Krone etwas über dem Halse ist 8·5 *mm*, in der Tiefe misst dieselbe 5·5 *mm* und in der Höhe wieder 8·5 *mm*.

Dieser Eckzahn weicht wesentlich von dem Zahne des *Nesopithecus* und des *Bradylemur* dadurch ab, dass er bedeutend kleiner, als der ihm benachbarte Backenzahn ist, während bei den Genannten der untere Eckzahn gegenüber beiden Prämolaren durch seine Größe und Stärke auffällt.

P_2 und C nähern sich bei allen drei verglichenen Gattungen in der Form denselben Zähnen der *Indrisiden*, bei welchen auch ein Übergreifen der Vorderkante von P_2 über die Außenseite des Caninen vorkommt.

Auf das Gebiss des Oberkiefers übergehend, beginne ich wieder mit den Mahlzähnen. Der erste und zweite Molaris — M^1 und M^2 — sind im wesentlichen gleich gestaltet und nähern sich im ganzen der Form der betreffenden Zähne der Paviane und Makaken, mit dem Unterschiede, dass sie kaum breiter als tief sind, und dass auch hier, wie bei den Molaren des Unterkiefers, eine ausgeprägtere Faltenbildung wahrzunehmen ist. Wir haben vier deutliche Höcker, von denen die beiden äußeren je durch eine Hauptfalte getrennt werden, welche in den äußeren Kronenrand einschneidet, an der Außenfläche als eine Rinne bis gegen die Wurzel hinanzieht, an der Kaufläche tief in diese eindringt, eine längliche transversalverlaufende Grube bildend. Ihr gegenüber ist eine seichtere Furche an der lingualen Fläche wahrnehmbar, der am inneren Kaurande nur eine ganz geringe Einbiegung entspricht, welche die beiden inneren Höcker von einander trennt. Die äußeren und die inneren Höcker liegen einander gerade, nicht schief, gegenüber und werden durch Querjoche mit einander verbunden. Die äußeren Höcker sind die mächtigeren und von ihnen ist wieder der vordere der größere. Die inneren Höcker hängen durch ein Längsjoch zusammen, das eben den inneren Kaurand bildet, der die erwähnte Depression als Fortsetzung der äußeren Falte aufweist, gleichsam einen Pass, der in die tiefe Grube der Hauptfalte hinüberführt. Von den Innenhöckern entspringt außerdem je ein Grat, der einerseits den vorderen, anderseits den hinteren Kronenrand bildet. Zwischen diesen Graten und den ebengenannten Querjochen dringen je eine vordere und eine hintere Nebenfurche von der buccalen Seite in lingualer Richtung ein, tiefe, an der Basis der Innenhöcker endigende Thäler einschließend. An den lingualen Flächen der beiden Zähne ist endlich auch noch eine wohl-

entwickelte Basalwulst zu bemerken, wie sich eine solche auch bei vielen Affen, zum Beispiel bei den Pavianen und unter den Anthropomorphen namentlich bei Gorilla und Schimpanse findet. Diese Wulst hat einen mehr oder weniger gekerbten Rand, beginnt an der vorderen, inneren Kante des Zahnes und reicht rückwärts etwas über die Innenfurche hinüber.

Bei M^2 des Kieferstückes III ist zu erkennen, dass derselbe vier Wurzeln hat, was daher auch für M^1 anzunehmen ist.

Von I sind die Höcker des M^1 und die sie verbindenden Joche bereits so weit abgekaut, dass das Zahnbein zum Vorscheine kommt und eine Figur gebildet wird, wie ähnlich abgenützte Zähne der Paviane und Makaken zeigen. Bei M^2 ist der Schmelz noch wenig abgeschliffen und es tritt die Dentinsubstanz noch nicht hervor.

Von III ist nur bei M^1 der vordere Innenhöcker bis an das Dentin abgenützt, bei M^2 sind Höcker und Kanten noch fast intact; der vordere Kaurand zeigt noch einige Einkerbungen und kleine Runzeln.

M^1 von IV erscheint kürzlich vollendet und besitzt eine besonders schön entwickelte Basalwulst mit gekerbtem Rande und überdies an der Außenfläche einen kleinen basalen Höcker am Ende der Hauptfurche.

Der letzte obere Mahlzahn (M^3), welcher bei dem Schädel I und dem Kieferstücke III erhalten ist, zeigt eine auffallende Reduction. Von den zwei vorhandenen äußeren Falten entspricht die hintere der Hauptfalte, die andere der vorderen Nebenfalte des M^1 und M^2. Die Höcker treten als solche kaum hervor, ein Querjoch — dem vorderen der anderen Molaren homolog — deutet mit seinen Ecken die beiden vorderen Höcker an; von der inneren Ecke entspringt einerseits der den vorderen Kaurand bildende Grat, anderseits eine den hinteren Kaurand bildende, nach außen abfallende Kante, welche einer Verschmelzung des Längsjoches und des hinteren Querjoches entspricht und buccal mit einem kleinen Höcker — dem proximalen Außenhöcker — endet.

Bei III ist dieser Zahn isoliert und zeigt eine einfache nach außen gerichtete vordere und eine am Ende getheilte hintere Wurzel.

Die Maximalmaße der Kronen der oberen Mahlzähne sind:

Bei I . . . . . M^1 breit 11, tief 13, hoch 7 *mm*
M^2 · 10, , „ 7 ·
M^3 · 7, 8, · 6

Bei III . . M^1 breit 11·5, tief 13 , hoch 7 *mm*
M^2 11 , „ 13 , · 8
M^3 · 9 , 8·3, 7

Bei IV . . . M^1 breit 12, tief 13, hoch 9·5 *mm.*

Ein Vergleich dieser Molaren mit den betreffenden Zähnen von *Nesopithecus* und *Bradylemur* ergibt analoge Differenzen, wie sie sich bei den unteren Molaren herausgestellt hatten, das sind eine geringere Faltenbildung im allgemeinen und eine andere Gestaltung derselben im besonderen bei den eben Genannten. Diese nähern sich in der Hinsicht mehr den Cercopitheken und Cebiden, bei welchen die Querjoche sagittale Einsenkungen tragen, die eine Verbindung der Hauptfalte, mit den vorderen und hinteren Querfurchen vermitteln, welche letzteren den vorderen und hinteren Nebenfalten von *Hadropithecus* homolog sind.

Die Backenzähne des Oberkiefers sind schmal und tief und lassen von den bei den Mahlzähnen vorhandenen Gebilden die beiden vorderen Höcker, die äußere Hauptfalte und die vordere Nebenfalte wiedererkennen. Ihre Außenflächen sind ziemlich eben, die Innenflächen stark convex und schief gegen den Gaumen ansteigend; die distalen Flächen mehr oder weniger concav, die proximalen entsprechend convex. Die vorderen Außenkanten decken die hinteren des je voranstehenden Prämolaren, welcher je weiter vorne, desto mehr schief zur Medianlinie gestellt erscheint.

An P^1 haben wir also einen äußeren und einen etwas niedrigeren inneren Höcker; von ersterem zieht ein nach innen abfallendes Joch gegen die Basis des lingualen Höckers, ohne aber mit dieser in Verbindung zu treten. Vom Innenhöcker zieht im Bogen, den vorderen und den hinteren Kronenrand bildend, je eine Firste, zunächst etwas abfallend nach außen, um buccal mit einer tubercularen Erhebung zu enden, so dass an dem buccalen Rande sich eigentlich drei Tuberkel, ein Haupthöcker und zwei accessorische Nebenhöcker erheben, die hinten durch die Hauptfalte und vorne durch die Nebenfalte von einander geschieden werden. Diese Falten bilden wie bei den Molaren tief in mesialer Richtung eindringende Querthäler, welche aber in diesem Falle nicht vollkommen von einander getrennt bleiben, sondern infolge des Abfallens des Querjoches gegen die Basis des Innenhöckers nach innen zu miteinander communicieren. Noch ist zu erwähnen, dass eine kleine basale Leiste die vordere Falte an der buccalen Fläche abschließt, eine kleine Grube bildend, die wir auch bei den beiden anderen Backenzähnen, bei P^2 in stärkerer, bei P^3 in schwächerer Entwicklung, wiederfinden.

P^2 weicht in seiner Form ziemlich stark von P^1 ab, obwohl sich die homologen Theile mehr oder weniger deutlich wiederholen. Der äußere und der innere Höcker sind vollkommen entwickelt, und ersterer überragt den letzteren merklich. An der buccalen Kronenfläche lassen sich zwei seichte Furchen — die hintere der Hauptfalte, die vordere der Nebenfalte homolog — erkennen; die vordere ist die relativ tiefere und endet in einem durch eine basale Leiste nach außen abgeschlossenen Grübchen. Die Mitte des äußeren Kaurandes entspricht dem äußeren Höcker, von dem nach vorne und nach hinten je ein Kamm abfällt, ohne eine Einkerbung vor seinem Ende oder eine Erhebung an demselben zu zeigen. Es fehlen also hier die accessorischen Höcker, die bei P^1 zu finden sind. Die mesiale Fläche des Außenhöckers trägt eine niedrige Kante. Der Innenhöcker hat eine stark convexe linguale und eine entsprechend concave äußere Fläche; von ihm ziehen abfallende Kanten zu den Kanten des Außenhöckers. Es wird dadurch auf der Kaufläche eine tiefe Grube gebildet, die durch die mesiale Kante des Außenhöckers in zwei Hälften getheilt ist. Diese entsprechen den inneren Theilen der vorderen Nebenfalte und der Hauptfalte, welche aber hier mit den Resten derselben, welche sich an der buccalen Kronenfläche in Form der zwei erwähnten Furchen wiederfinden, nicht mehr in Verbindung stehen.

P^3 besteht aus dem seitlich stark comprimierten Außenhöcker, an dessen buccaler Fläche sich noch Andeutungen der Falten in Form seichter Furchen vorfinden, während an der lingualen Fläche eine reducierte Leiste zu bemerken ist. Die Kanten des Höckers, der den Haupttheil der Krone bildet, fallen nach vorne und hinten ab, und die hintere derselben wendet sich im Bogen nach innen und weiter nach vorne und außen, um sich, allmählich schmäler werdend, wieder an die Innenfläche des Höckers anzulegen. Es entsteht auf diese Weise eine Grube an der Innenseite der Krone. Am Rande der im Bogen verlaufenden Kante nimmt man lingual eine kleine Verdickung als den Rest des Innenhöckers wahr.

Bei I ist P^1 stärker, P^2 weniger, P^3 am wenigsten abgekaut. Bei dem Stücke III zeigen P^1 und P^2 Spuren des Gebrauches, P^3 scheint noch kaum benützt zu sein.

Maße der Kronen der oberen Backenzähne:

Von I	P^1	Breite 10 ,	Tiefe 15,	Höhe 7·5 *mm*
	P^2	» 8·2,	» 12,	7·5
	P^3	7·3,	7,	6·5
» III	P^1	9 ,	14,	9
	P^2	» 8·5,	12,	8
	P^3	8 ,	7,	7·5

P^2 gleicht in der Gestalt am meisten demselben Zahne von *Nesopithecus* und *Bradylemur*. P^1 ähnelt bei diesen mehr P^2, als es bei *Hadropithecus* der Fall ist. P^3 von *Hadropithecus* und von *Nesopithecus* sind sich im allgemeinen wohl ähnlich, jedoch scheint bei letzterem die Grube an der Basis der Innenfläche des Kronenhöckers weniger ausgeprägt.

Der obere Eckzahn ist nur im Kieferstücke III erhalten, und zwar in noch nicht ganz entwickeltem Zustande; er stellt sich im wesentlichen als eine Vereinfachung von P^3 dar. Seine dreiseitige, schwach convexe Außenfläche besitzt zwei der Höhe nach verlaufende Eindrücke; die linguale Fläche ist etwas concav. Der hintere Kronenrand biegt, eine Mulde umfassend, nach innen um.

Die Breite und die Tiefe der Krone des noch nicht ganz entwickelten Zahnes betragen je 6, die Höhe misst 8 *mm*.

Dieser Zahn ist bedeutend schwächer als der obere *C* von *Nesopithecus*.

Die Formel für das Dauergebiss des *Hadropithecus stenognathus* hätte, wenn man nach Analogie mit den hier vergleichbaren Formen je zwei obere Schneidezähne annimmt, demnach zu lauten:

$$I\frac{2}{2}\,C\frac{1}{1}\,P\frac{3}{2}\,M\frac{3}{3}.$$

Die Stücke IV und V sind dadurch interessant, dass sie noch die stark abgeschliffenen Milchzähne im Stadium unmittelbar vor dem Wechsel enthalten. Von den Milch-Backenzähnen ist zu sagen, dass die hinteren derselben im Ober- und im Unterkiefer im ganzen das verkleinerte Ebenbild der vorderen bleibenden Molaren darsellen, im vorliegenden Falle Usurflächen bieten, die jenen der ersten Mahlzähne des Originales und des Schädels I gleichen. Der P_{d_1} stimmt mit P_2, P^{d_2} mit P^2, P^{d_3} mit P^3 in der Form überein. — Die Caninen des Milchgebisses zeigen gleichfalls weitgehende Übereinstimmung mit den bleibenden Eckzähnen. Von C^d liegt im Oberkiefer IV die Wurzel frei; dieselbe ist scharf dreikantig und am Ende etwas getheilt; ihre Länge beträgt 9 *mm*. Die Maße der, wie erwähnt, weit abgenützten Kronen sind in Millimetern:

Bei IV:	P^{d_1}	P^{d_2}	P^{d_3}	C^d
breit	10·5	6·3	5·5	3·0
tief	10·5	10·0	5·5	4·0
hoch	5·0	4·5	3·0	3·5

Bei V:	P_{d_1}	P_{d_2}	C_d
breit	11·5	5·0	5·0
tief	8·5	5·0	3·5
hoch	4·0	4·0	3·5

Der Entwickungszustand der Zähne der verschiedenen Fundstücke zeigt, dass die Milchmolaren der Reihe nach von hinten nach vorne zu gewechselt werden, während die bleibenden Molaren allmählich von vorne nach hinten zum Durchbruche gelangen; am spätesten erscheinen die bleibenden Eckzähne.

Armknochen.

(Taf. II, Fig. VI—VIII.)

Mit den Schädelresten trafen auch die eingangs mit VI, VII und VIII bezeichneten vorderen Extremitätenknochen als zu derselben Art gehörend ein. Da diesbezüglich die Verlässlichkeit des Sammlers keine vollständige war, namentlich die Vermuthung bestand, dass es Stücke von *Nesopithecus* oder einer ähnlichen Form sein könnten, sandte ich Abgüsse dieser Knochen an die Herren G. Grandidier nach Paris und Dr. Forsyth Major nach London zum Vergleiche mit dort vorhandenen Resten. Ersterer theilte mir alsbald mit, dass er eine große Ähnlichkeit mit den gleichen Armknochen des von ihm kürzlich beschriebenen *Archaeolemur robustus*[1] herausfinde, ja sogar an die Möglichkeit einer artlichen Identität denke und hatte die Güte, diese Nachricht mit einem Separatabdrucke der betreffenden Notiz zu begleiten. Die daselbst in halber natürlicher Größe dargestellten Ober- und Unterarmknochen von *Archaeolemur* lassen mich diese Ähnlichkeit wohl ebenfalls erkennen, doch nicht an eine Gleichartigkeit glauben. So

[1] G. Grandidier, Bull. Mus. Hist. Nat. Paris, 1900, p. 323.

viel sich nach den Abbildungen feststellen lässt, sind Radius und Ulna von *Archaeolemur* zwar ungefähr gleich lang mit unseren Unterarmstücken VII, aber etwas stärker; unser Oberarmfragment VI erscheint entschieden schlanker, namentlich was den Schaft betrifft, der auch keine so starke Crista deltoidea besessen haben dürfte. Später hatte auch Dr. Forsyth Major die Freundlichkeit, mir seine Meinung bekannt zu geben, welche dahin ging, dass er die fraglichen Stücke als thatsächlich zu *Hadropithecus* gehörend ansehe. Er begründete dies in seinem Briefe in folgender Weise:

»Die hiesige Sammlung (British Museum) hat nur zwei gute Stücke von *Hadropithecus*, eine vollständige Tibia und eine unvollständige Ulna. Letztere passt so gut zu ihrem Humerus und hat so absolut das gleiche Aussehen, dass beide Stücke offenbar von einem und demselben Individuum stammen. Alle diese Knochen, die Ihrigen sowohl, wie die hier liegenden, gehören sicher nicht zu *Nesopithecus*. Ihnen allen ist gemeinsam die übereinstimmende Größe, die in demselben Verhältnisse zu Ihrem *Hadropithecus*-Schädel und -Unterkiefer steht, wie die von mir für *Nesopithecus* gehaltenen Knochen zu dem *Nesopithecus australis*-Schädel und -Unterkiefer. Außerdem gleicht jeder einzelne Knochen des vermutheten *Hadropithecus* dem entsprechenden von *Nesopithecus*; aber jeder einzelne bietet doch wieder einige Abweichungen, die ich ohne Kenntnis der *Hadropithecus*-Schädelstücke für vielleicht nur von specifischem Belang erklärt haben würde, mit dem Vorhehalt, dass sie möglicherweise doch ein von *Nesopithecus* verschiedenes, aber demselben nahestehendes Genus andeuten möchten. Das Vorhandensein des Schädels und der Kiefer von *Hadropithecus* gibt für mich den Ausschlag zu Gunsten der letzteren Ansicht.«

Dank diesen Erwägungen kann man also die in Rede stehenden Stücke als zu *Hadropithecus* gehörend erklären. Ihre Maße sind folgende: Distales, rechtes Humerusstück (VI) von einem alten Individuum, 115 *mm* lang, größte Breite des Condylus 36 *mm*, Breite an der Stelle des Foramen entepicondyloideum 26, größter Durchmesser am gebrochenen Ende 11 *mm*; linke Ulna (VIIa) mit fehlender Epiphyse 158 *mm* lang; linker Radius (VIIb) ohne Epiphyse 142 *mm* lang, größter Durchmesser am distalen Ende 18 *mm*, am proximalen Ende 14·5 *mm*; rechte Clavicula, ohne Epiphyse 70 *mm* lang.

Die Abbildungen, welche diese Knochen in natürlicher Größe darstellen, machen eine eingehendere Beschreibung überflüssig. Es mag nur hervorgehoben werden, dass das Humerusstück in seinen Umrissen einem menschlichen Oberarm sehr ähnlich sieht, auch einem solchen in der Größe nahekommt, und dass es in den Contouren gleichzeitig an *Thaumastolemur grandidieri*[1] erinnert, hinter dem es aber hinsichtlich der Größe weit zurücksteht.

Die nach der Gestaltung des Unterkiefers ursprünglich gehegte und berechtigte Vermuthung, dass *Hadropithecus* ein echter Affe sein könnte, bestätigt sich nun nach dem Mitgetheilten nicht, ebenso, wie es sich seither herausstellte, dass *Nesopithecus* und selbst *Adapis* keine Anthropoiden sind. Meiner brieflich ausgesprochenen Ansicht, dass *Hadropithecus* und *Nesopithecus* näher verwandte Formen seien, stimmt Forsyth Major bei[2]. Wir haben es hier mit Vertretern einer besonderen Familie zu thun, die den Lemuren doch etwas näher stehen als den Affen, zu denen sie jedoch manche auffallende Beziehungen haben. Forsyth Major hat diese in seinem unten citierten »Summary« bereits für *Nesopithecus* zusammengefasst, wie die Größe des Gehirnes und Verlauf seiner Windungen, das steile Profil, die nach vorne gerichteten Augen, die Lage des Thränencanales, die Gestalt der oberen Schneidezähne; dies gilt alles auch für *Hadropithecus*, der, soviel der Einblick in die Schädelhöhle sehen läßt, auch ein höher entwickeltes Gehirn besaß. Als mit den Pavianen und zum Theil mit den Anthropomorphen dem Typus nach übereinstimmend, muss ich noch auf die Molaren hinweisen. Eigenschaften, welche die beiden Gattungen mit den Lemuren gemein haben, sind: die Gestaltung der Schädelbasis, dann insbesondere des Schläfenbeines mit seiner

[1] Filhol, Bull. Mus. Paris, 1895, p. 13.

[2] A Summary of our present knowledge of extinct Primates from Madagascar, Geol. Mag., 1900, p. [illegible]

großen Bulla und dem freien Annulus tympanicus, die hinten offenen Augenhöhlen, das Foramen entepicondyloideum. Nach Forsyth Major[2] scheinen *Nesopithecus* und *Hadropithecus* einem Seitenaste anzugehören, der von der Entwicklungsreihe der Lemuren zu den Affen nahe vor den Cercopitheciden abzweigt, eine Annahme, gegen welche nach dem gegenwärtigen Stande unserer Kenntnisse nichts einzuwenden ist.

Nesopithecus australis Maj.[1]

Der Schädel, auf welchen diese Art begründet wurde, ist das Original der in meiner früheren Arbeit reproducierten Abbildung, nach welcher ich denselben kurz charakterisiert und dem ich den Namen *Protoindris globicephalus* gegeben hatte[2]. Das Stück war, ebenso wie die anschließend erwähnten Reste von *Megaladapis insignis*, an das »British Museum« gelangt, während man in Wien noch in der Erwartung gelebt hatte, dass der Sammler dasselbe seiner Verpflichtung gemäß unserem Hofmuseum einsenden würde. An dem Schädel wurde zuerst mit Sicherheit constatiert, dass *Nesopithecus* kein Anthropoide sei.

Megaladapis insignis Maj.[3]

(Taf. II, Fig. IX, X.)

Diese Art wurde auf Grund einer Reihe von Zähnen beschrieben, von denen es sich herausgestellt hat, dass sie jener Art angehören müssen, die ich nach von demselben Sammler stammenden Abbildungen mehrerer in der gleichen Höhle von Andrahomana gefundener Schädel als *Megaladapis brachycephalus*[4] bezeichnet hatte und von der ich auch zwei der vorgelegenen photographischen Abbildungen reproducierte.

Mit diesen Zähnen war auch der gleichzeitig von mir nach der Photographie beschriebene, abgebildete und *Mesoadapis destructus*[5] benannte Schädel nach London gelangt, wo constatiert wurde, dass derselbe einem jungen Individuum von *Megaladapis insignis* angehören dürfte.

Schließlich ergab sich aus verschiedenen Umständen, dass die nach der Natur beschriebenen und abgebildeten Armknochen, für welche ich den Namen *Megaladapis dubius*[6] in Vorschlag brachte, aller Wahrscheinlichkeit nach auch dem *Megaladapis insignis* zugesprochen werden müssen. Ich bilde hier nachträglich noch das distale Diaphysenstück eines Humerus und das Acromion einer Scapula dieser Art ab, nachdem derselben Stücke bereits in meiner früheren Arbeit Erwähnung geschah.

[1] . Z. S. London, 1899, p. 988.

[2] Denkschr. Akad. Wien, LXX, 1900, p. 11, Taf. III, Fig. 4 (2).

[3] P. Z. S. London, 1899 (19. Dec.), p. 988 und Philos. Trans. R. Soc. London 1900 (Rec. 28. Feb., Read 5. Apr.), p. 47, Taf. 6.

[4] Denkschr. Akad. Wien, LXX 1900 (vorgelegt am 4. Jan.), p. 8, Taf. II, Fig. 1, 2.

[5] l. c. p. 10, Taf. III, Fig. 3 (1).

[6] l. c. p. 11, 12, Taf. I, Fig. 11.

Es mag Anderen die Beantwortung der Frage überlassen bleiben, ob die ersten Angaben (19. Dec. 1899) über die Reste, für welche der Name *Megaladapis insignis* Maj. zunächst in Vorschlag gebracht wurde, diese genügend charakterisieren, um dem Namen ie Geltung zu bewahren. Eine deutliche Beschreibung und Abbildung derselben erfolgte unter dem gleichen Namen erst später 28. Febr., beziehungsweise 5. April 1900), nachdem die Beschreibungen und Abbildungen anderer, vermuthlich derselben Species angehörender Reste in der Zwischenzeit (4. Jan. 1900) unter den Namen *Megaladapis brachycephalus*, *M. dubius* und *Mesoadapis destructus* erfolgt waren. Im Falle der Verneinung obiger Frage hat nach den allgemein angenommenen Regeln der Nomenclatur die Bezeichnung *Megaladapis brachycephalus Lz.* in Anwendung zu kommen, weil dieselbe sich auf die erste nicht misszudeutende Kennzeichnung — Wiedergabe photographischer Abbildungen — bezieht.

Tafel I.

Tafel I.

Hadropithecus stenognathus Lz.

I *a*. Schädel von der Seite. Das mittlere Stück des Jochbogens fehlt bei dem Exemplare auf der rechten Seite; dasselbe ist hier nach dem auf der linken Seite erhaltenen Bogen zwischen den beiden punktierten Bruchlinien eingezeichnet. Die vermuthliche Auftreibung der Stirne wird durch eine unterbrochene Linie angedeutet. Vom rechten C ist nur die leere Alveole erhalten.

b. Zähne desselben Schädels in der Daraufsicht.

c. Bulla schief von hinten mit Ansicht des nach unten frei in die Höhle ragenden Annulus tympanicus und des Abdruckes einer Abzweigung der Carotis an der hinteren Fläche.

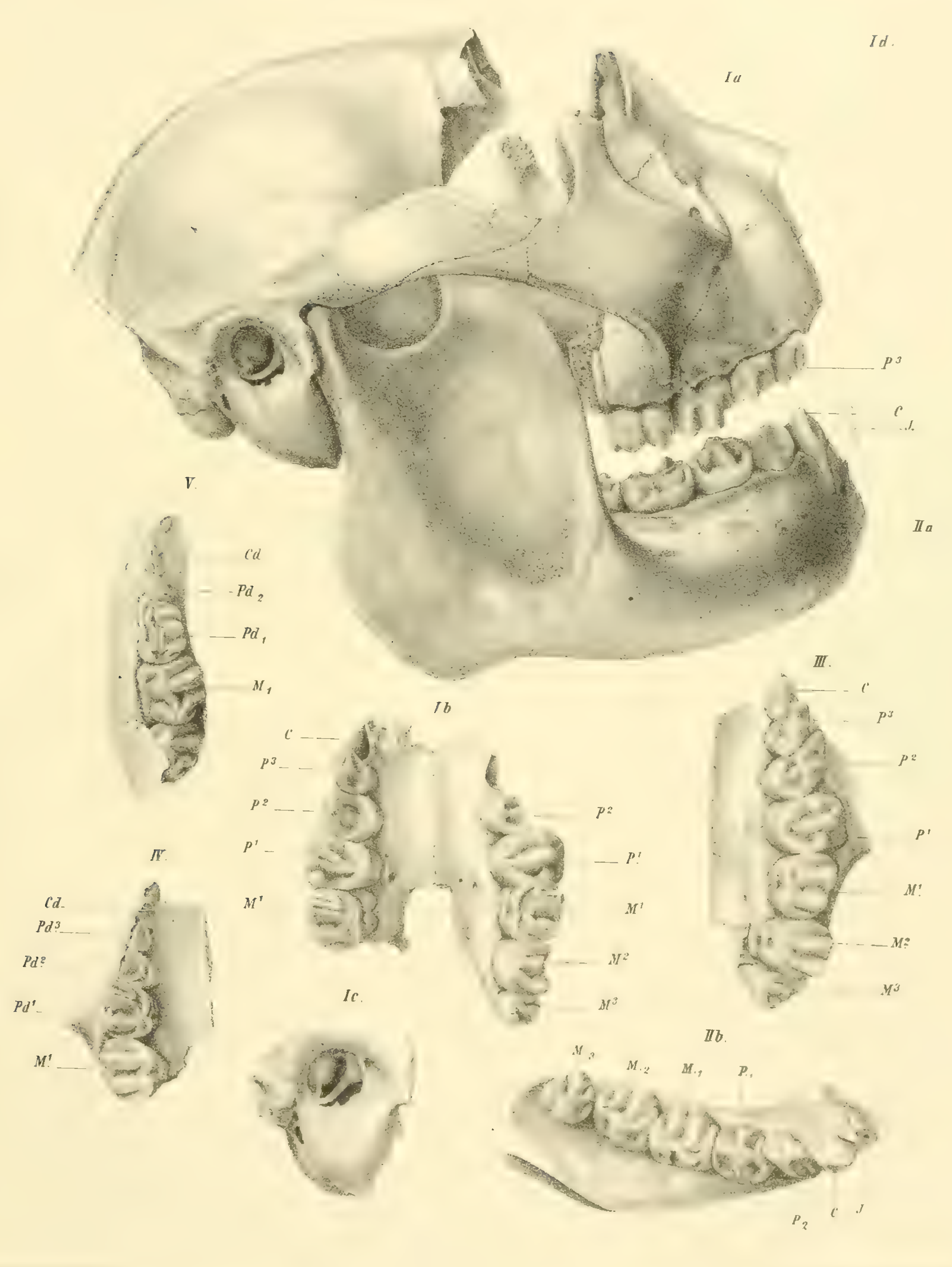
II *a*. Rechter Unterkiefer eines anderen Individuums, das aber mit jenem, von dem der Schädel I stammt nahezu gleich alt war und daher in Verbindung mit diesem dargestellt ist. Die Rolle wurde hiebei nicht ganz genau in die Gelenksgrube eingepasst. Die Schneidezähne sind nach dem zuerst beschriebenen Originalexemplare in Contouren angedeutet.

b. Zähne desselben Unterkiefers in der Daraufsicht; vom äußeren Schneidezahne ist die unterhalb der Krone abgebrochene Wurzel zu sehen, welche in stark schiefer Richtung in den Unterkiefer eindringt.

III. Ein linker Oberkiefer mit anliegendem Gaumenbeine.

IV. Rechtes Oberkieferstück mit Milchbackenzähnen.

V. Linkes Unterkieferstück, offenbar von demselben Individuum wie IV.



J. Fleischmann n. d. N. lith. Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien



Tafel II.

Tafel II.

Hadropithecus stenognathus Lz.

VI. Distales Ende eines rechten Unterarmes von vorne.

VII *a*. Linke Ulna von außen,
b. dazugehöriger Radius von vorne.

VIII. Linkes Schlüsselbein von innen.

Megaladapis insignis Maj. = **M. brachycephalus** Lz.

X. Distales Stück eines rechten Unterarmes von vorne.

X. Acromion eines linken Schulterblattes von außen.



J. Fleischmann n.d.N. lith. Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien



THEORIE

DER

SCHEINBAREN GRÖSSE BEI BINOCULAREM SEHEN

VON

DR. FRANZ HILLEBRAND,

PROFESSOR DER PHILOSOPHIE AN DER UNIVERSITÄT IN INNSBRUCK.

Mit 17 Textfiguren.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 20. JUNI 1901.

I. Capitel.

Einleitende Bemerkungen. Definitionen und Fragestellung.

§ 1. Nach dem in Physik und Astronomie herrschenden Sprachgebrauche versteht man unter scheinbarer Größe eines Gegenstandes die Größe seines Netzhautbildes oder, da diese letztere unmittelbar von dem Winkel bestimmt wird, den die, zweien Grenzpunkten des Gegenstandes zugehörigen, im mittleren Knotenpunkte des Auges sich schneidenden Richtungslinien mit einander bilden, auch den Winkel, den diese beiden Richtungslinien einschließen — den sogenannten Gesichtswinkel oder Sehwinkel. So gefasst, gehört dieser Begriff durchaus der geometrischen Optik an. Wenn man statt des viel klareren Ausdruckes »Gesichtswinkel« das Wort »scheinbare Größe« gebraucht, und damit einem dioptrischen Begriffe einen psychologischen Beigeschmack gegeben hat, so ist das unter der Voraussetzung geschehen, dass uns Objecte dann und nur dann als gleich groß erscheinen, wenn ihre Netzhautbilder (beziehungsweise Gesichtswinkel) gleich groß sind, und dass bei ungleichen Netzhautbildern (beziehungsweise Gesichtswinkeln) ein Object dann n-mal größer oder kleiner als ein anderes erscheint, wenn sein Gesichtswinkel n-mal größer oder kleiner ist. Diese Voraussetzung trifft nur dann zu, wenn die Entfernungsunterschiede der verglichenen Objecte keine Rolle spielen, entweder weil sie überhaupt nicht da sind (also bei gleich weit entfernten Objecten) oder weil sie physiologisch unwirksam sind (wie bei den Gestirnen) oder schließlich weil es sich überhaupt nicht um einen Reiz und eine physiologische Angriffsfläche, sondern etwa bloß um ein Linsensystem und einen Schirm handelt, der das Bild auffängt.

§ 2. Dass in allen anderen Fällen die Größe, in der uns ein Gegenstand erscheint, nicht bloß durch seine »scheinbare Größe« im Sinne des Gesichtswinkels bestimmt wird, ist längst bekannt: Hering hat das schon betont, desgleichen Götz Martius, v. Kries und Andere. Der Ausdruck »scheinbare Größe« ist daher schlecht gewählt und sollte umsomehr vermieden werden, als er neben jenem geometrisch-optischen heute von zahlreichen Autoren in rein psychologischem Sinne gebraucht wird, wie wenn man sagt: der Mond hat am Horizonte eine andere »scheinbare Größe« wie im Zenith, womit natürlich nicht der Gesichtswinkel gemeint ist.

Dazu kommt, dass unter »scheinbarer Größe« ab und zu noch etwas Drittes verstanden wird, nämlich die Größe, die wir dem wirklichen Objecte auf Grund des unmittelbaren Eindruckes, aber verschieden von ihm, zuschreiben — wie z. B. wenn wir von einer Straße sagen (also urtheilen), sie sei überall gleich breit, obwohl der unmittelbare Eindruck der ist, dass sie nach der Ferne schmäler wird, allerdings nicht in dem Maße, in welchem das Netzhautbild der ferner gelegenen Theile an Größe abnimmt.

Hering hat diese drei Begriffe klar gesondert, für die scheinbare Größe im physikalischen Sinne diesen Namen beibehalten und davon die »Sehgröße« und die »geschätzte Größe« unterschieden. Die Definitionen und ihre reale Bedeutung ersieht man aus der folgenden Äußerung: »Unter scheinbarer Größe hat man bald die geschätzte Größe, bald auch die Größe des Netzhautbildes oder den Gesichtswinkel (die Kleifung) verstanden. Die Sehgröße ist von beiden verschieden. Hält man z. B. ein quadratisches Papier horizontal vor sich hin, so dass seine Ränder parallel der Medianebene, beziehungsweise der Frontalebene liegen, und fixiert ungefähr seine Mitte unocular, so sieht man dasselbe nicht genau quadratisch und horizontal. Vielmehr zeigen der rechte und linke Rand des Sehdinges eine schwache Convergenz und der fernere Rand ist etwas kürzer als der nähere; zweitens liegt der fernere Rand etwas höher als der nähere. Im Netzhautbilde des Quadrates convergieren die seitlichen Ränder unvergleichlich stärker, und der fernere Rand ist viel kürzer als der nähere. Das Verhältnis der Größen des fernen und nahen Randes ist also am Sehdinge ein anderes als am Netzhautbilde und wieder ein anderes am wirklichen Dinge. Die unrichtige Form des Sehdinges hindert aber nicht, zu urtheilen, dass das entsprechende Außending ein quadratisches ist, und demnach den fernen Rand ebenso groß zu schätzen als den näheren. Dieses Beispiel zeigt uns also den Unterschied zwischen sogenannter scheinbarer Größe, Sehgröße und geschätzter oder gedachter Größe« (Hermann's Handb. d. Physiologie, III. Bd., 1. Theil, S. 542).

Von der Unterscheidung dieser drei Begriffe wird im Folgenden vielfach Gebrauch gemacht werden. Der eben erwähnten Terminologie aber werde ich mich nicht durchaus anschließen, vielmehr den geometrisch-optischen Begriff des Gesichtswinkels auch »Gesichtswinkel« nennen, die »Sehgröße« Hering's, d. h. die Ausdehnung des Empfindungsinhaltes im Sehraume als »scheinbare Größe«, die dem Außending auf Grund seines optischen Eindruckes zugeschriebene wirkliche Größe — im Einklange mit Hering — als »geschätzte Größe« bezeichnen.

§ 3. Würde die scheinbare Größe (in dem für den künftigen Gebrauch eben festgesetzten Sinne der Hering'schen »Sehgröße«) nur dem Gesichtswinkel proportional sein, so müssten zwei in Wirklichkeit gleich große, aber verschieden entfernte Lateralstrecken a ein scheinbares Größenverhältnis haben, welches, wenn die Entfernungen e_1 und e_2 heißen, durch den Quotienten

$$\frac{\operatorname{arc} \frac{a}{e_1}}{\operatorname{arc} \frac{a}{e_2}}$$

ausgedrückt wäre.

Dies trifft schon bei monocularer Betrachtung nicht zu, wie Hering[1] betont hat. Die Hand, welche ich in 8 Zoll Entfernung vor ein Auge halte, sieht eben so groß aus, wie die, welche ich aus

[1] Beitr. z. Physiol., Leipzig 1861, I. Heft, S. 14.

16 Zoll Entfernung betrachte. Die Verhältnisse sind bei Versuchen dieser Art freilich durch mannigfache Erfahrungsmotive compliciert; wir werden gelegentlich sehen, dass man bei möglichster Ausschaltung derselben dem Falle, dass die scheinbare Größe monocular bloß durch den Gesichtswinkel bestimmt wird, sehr nahe kommen kann (vgl. unten S. 52 [306]).

Bei binocularer Betrachtung aber — und um diese vor allem handelt sich's mir in der folgenden Untersuchung — ist von einer Proportionalität zwischen scheinbarer Größe und Größe des Netzhautbildes, so lange nicht die Entfernungen der Gegenstände vom Auge ein sehr beträchtliches Maß erreichen, keine Rede; erst bei sehr großen Entfernungen wird Proportionalität erreicht.

§ 4. Götz Martius hat 1889 eine Untersuchung über diese Frage veröffentlicht[1] und dem Hauptresultate derselben folgenden Ausdruck gegeben: »Die Vergleichsgröße, welche einer gegebenen Größe bei verschiedenen Entfernungen gleich erscheint, wächst mit der Entfernung stetig, aber sehr langsam«. Er hat ferner gefunden, dass auch die absolute Größe des Normalobjectes nicht gleichgiltig ist; vielmehr hat sich gezeigt, dass bei constantem Entfernungsunterschiede zwischen Normal- und Vergleichsobject der (wirkliche) Größenunterschied zwischen beiden mit der absoluten Größe des Normalobjectes wachsen muss, wenn beide Objecte gleich groß erscheinen sollen[2]. Wie gering die thatsächliche Vergrößerung des ferneren Objectes sein musste, um scheinbare Größengleichheit zu ergeben, möge man aus einigen der genannten Abhandlung entnommenen Durchschnittswerten ersehen: ein Stab von 20 *cm* Länge aus 50 *cm* Entfernung betrachtet, schien eben so groß wie ein zweiter Stab von 21·92 *cm* Länge, der aber 575 *cm* vom Beobachter entfernt war. Bei denselben zwei Entfernungen wurde ein Stab von 1 *m* und ein anderer von 110 *cm* Länge gleich groß gesehen. Rechnet man die entsprechenden Gesichtswinkel aus, so ergibt sich, dass im ersten Falle die beiden gleich groß erscheinenden Stäbe unter den Winkeln von 22° 37′ 11″ und 2° 11′ 2″ gesehen wurden, im zweiten Falle unter den Winkeln von 90° und 10° 55′ 40″, also enorme Unterschiede.

v. Kries[3] ist zu ähnlichen Ergebnissen gelangt. Stellte er sich z. B. die Aufgabe, auf einer Ebene zwei Punkte zu markieren, welche den aus dem Gedächtnisse reproducierten Abstand von 50 *mm* haben sollten, so fiel das Resultat eben so gut aus, wenn die Ebene in constanter, als wenn sie in wechselnder Entfernung von ihm situiert war; der Fehler wurde letzterenfalls nicht größer, er war zu Anfang sogar kleiner. Die durch den Entfernungswechsel bedingte Änderung des Gesichtswinkels hatte also in diesem Versuche gar keinen Einfluss auf die scheinbare Größe.

v. Kries hat ferner versucht, auf Flächen von verschiedener Entfernung Strecken anzugeben, die unter demselben Gesichtswinkel erscheinen sollten wie eine Strecke von 5 *cm* in 30 *cm* Entfernung (eine Strecke, die er in dieser Entfernung schon vielfach zu Versuchen verwendet hatte, deren Gesichtswinkel ihm also hätte geläufig sein müssen). Er stand dieser Aufgabe aber »ganz rathlos« gegenüber und machte »Fehler von enormem Betrage«. Wer es versucht, auf einer nahe gelegenen Ebene eine Strecke aufzutragen, die unter gleichem Gesichtswinkel erscheinen soll wie der Vollmond, wird das bestätigen können. Diese und ähnliche Erfahrungen haben v. Kries zu dem, ohne Zweifel berechtigten, Schlusse veranlasst, dass der Sehwinkel bei Größenschätzungen nur »implicite« sich geltend mache, dass er »nicht unmittelbar für das Bewustsein verwertet« werden könne.

Die Versuche der genannten Forscher haben nur das negative Resultat ergeben, dass bei verschiedener Entfernung die Gesichtswinkel verschieden sein müssen, wenn die scheinbare Größe dieselbe bleiben soll. Nach welchem Gesetze aber der Gesichtswinkel sich mit der Entfernung ändert, wenn die

---

[1] »Über die scheinbare Größe der Gegenstände und ihre Beziehung zur Größe der Netzhautbilder« in Wundt's Philos. Studien, Bd. V, S. 601—617.

[2] Ibid., p. 609.

[3] »Beiträge zur Lehre vom Augenmaße« in den »Beitr. z. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg., H. v. Helmholtz als Festgruß zu seinem siebzigsten Geburtstage dargebracht«, Hamburg und Leipzig 1891, S. 14 ff. des Sonderabdruckes.

scheinbare Größe constant bleibt, darüber ist nichts bekannt. Aufgabe der vorliegenden Untersuchung ist die Ermittlung dieses Gesetzes — immer unter Voraussetzung binocularer Beobachtung und bei unveränderlicher Blickebene [1].

II. Capitel.

Versuche über scheinbaren Parallelismus nach der Tiefe verlaufender Geraden.

§ 5. Ich bin nun zunächst daran gegangen, mir sozusagen in groben Umrissen ein Bild von den Änderungen des Gesichtswinkels bei constanter scheinbarer Größe zu verschaffen. Dass es bei derartigen Versuchen nicht so ganz leicht ist, sich den Sinn der Aufgabe stets klar zu halten, der darin besteht, dass man lediglich auf den unmittelbaren Größeneindruck achtet, darauf hat schon Götz Martius hingewiesen [2], und ich kann das bestätigen. Nur allzuleicht mischt sich eine Reflexion über die wirklichen Größenverhältnisse (d. h. über die »geschätzten Größen«) mit ein, über die wir ja auf Grund der scheinbaren Größenverhältnisse ein Urtheil haben, da die Beziehung zwischen beiden durch die vielfachen Erfahrungen des täglichenLeben sehr gut eingeübt ist und da uns zudem in der Praxis fast ausschließlich die wirklichen Größenverhältnisse interessieren, so dass wir die scheinbaren nur als Mittel zur Urtheilsbildung über die wirklichen verwenden, während wir in unseren Versuchen uns nur mit den ersteren beschäftigen, über die letzteren gar nicht reflectieren sollen [3]. Ich habe nun zur ersten Orientierung eine Versuchsanordnung gewählt, bei der es viel leichter ist, sein Augenmerk ganz der scheinbaren Größe zuzuwenden und sich jeder Reflexion über die geschätzten Größen-, d. h. also über die wirklichen Größenverhältnisse zu enthalten.

Steht man zwischen den Schienen eines auf größere Entfernung ohne Krümmung verlaufenden Eisenbahngeleises und blickt auf irgend einen fernen Punkt des Bahndammes, so erscheinen bekanntlich die Schienen nach der Ferne convergent. Das ist bisher gemeiniglich als die Folge des immer kleiner werdenden Gesichtswinkels angesehen worden, unter welchem die zwischen den Schienen gedachten Lothe erscheinen, ähnlich wie man die scheinbare Convergenz der zwei Baumreihen einer Allee oder der Reihen von Laternenpfählen in einer geraden Straße entstanden dachte. Dem aufmerksamen Beobachter wird freilich auch bei diesem alltäglichen Phänomen der folgende Umstand nicht entgangen sein: die ihm sehr nahe liegenden Partien des Schienenstranges erscheinen nicht als gegen ihn divergente Gerade, sondern als Curven, die ihre Convexität der Medianebene zuwenden; im weiteren Verlaufe wird die Krümmung schwächer und verliert sich dann ganz, die Schienen erscheinen gerade oder nahezu gerade, scheinen gegen die Ferne allerdings noch immer zu convergieren, aber sehr schwach; diese schwache Convergenz behalten sie bei bis in die Gegend, in der das Bild undeutlich wird und man daher überhaupt kein Urtheil mehr hat.

Diese Thatsache wird übersehen, wenn man, wie das gewöhnlich geschieht, das Augenmerk nur auf die entfernteren, nicht auch auf die naheliegenden Partien des Schienenstranges richtet. Dann erhält sich auch die ohnehin so plausible Gesichtswinkeltheorie.

---

[1] Auf die Complicationen, welche sich ergeben, wenn man der Blickebene verschiedene Neigungen ertheilt, werde ich hier gar nicht eingehen. Ich verweise dies bezüglichauf die interessanten Versuche von Oskar Zoth (»Über den Einfluss der Blickrichtung auf die scheinbare Größe der Gestirne und die scheinbare Form des Himmelgewölbes« in Pflüger's Archiv, Jahrg. 1899, Bd. 78, p. 363 ff.), der, auf den fruchtbringenden Gedanken verfallen ist, die verschiedene scheinbare Größe verschieden hoch gelegener Objecte hänge von der Neigung der Blickebene, nicht gegen die (unveränderliche) Horizontal-Coordinatenebene des wirklichen Raumes, sondern gegen die (mit der Kopfstellung veränderliche) Horizontal-Coordinatenebene des Kopfes ab. Nachträglich erfahre ich aus einer zweiten, soeben erschienenen Arbeit Zoth's (Pflüger's Archiv, Bd. 88, p. 214), dass schon Gauss eine dahinzielende Andeutung gemacht hat, die aber Zoth, als er die ersterwähnte Abhandlung schrieb, noch nicht gekannt hat.

[2] A. a. O., p. 605.

[3] Götz Martius ibid.

Aber die Sache gestaltet sich anders, wenn man die Erscheinung im Laboratorium nachahmt und sich nicht mit der Auskunft begnügt, dass das Phänomen durch die Gesichtswinkelabnahme *dem Sinne nach* erklärt werden könne — wenn man sich vielmehr fragt, ob diese Erklärung auch *dem Ausmaße nach*, also *quantitativ* der Erscheinung gerecht wird.

Stellt man die Schienen durch schwarze Fäden dar, die über eine weiße, horizontale, genügend lange Tischplatte laufen, so scheinen sie natürlich auch zu convergieren, wenn man sie thatsächlich parallel stellt. Macht man aber die Gegenprobe, gibt man also den Fäden eine Stellung, in welcher sie parallel erscheinen, so divergieren sie zwar in Wirklichkeit nach der Ferne; *aber diese Divergenz entspricht auch nicht annähernd einer Constanz der Gesichtswinkel, unter denen die verschiedenen queren Abstände der beiden Fäden gesehen werden.* Wenn es auf die Gesichtswinkel ankäme, müsste die thatsächliche Divergenz der parallel erscheinenden Fäden eine *sehr viel größere* sein, wie aus den später mitzutheilenden Zahlenwerten ersichtlich sein wird.

§ 6. Bevor ich über die Versuchsanordnung in ihren Einzelheiten und über die Versuchsresultate berichte, will ich nur erwähnen, dass die Einstellung auf scheinbarem Parallelismus ungleich leichter ist, als die Aufgabe, eine *einzelne*, in einer frontal parallelen Ebene gelegene Linie einer gegebenen Linie gleichzumachen, die in einer anderen Entfernung liegt. Das kann möglicherweise daher kommen, dass wir es bei der Einstellung zweier in die Tiefe verlaufender Linien auf scheinbaren Parallelismus eigentlich mit einem Continuum von derartigen Einzelversuchen zu thun haben und dass die continuierliche Vermittlung gegenüber einem Vergleiche discontinuierlicher Entfernungen eine Erleichterung der Aufgabe bedeutet.

Dass der scheinbare Parallelismus nach der Tiefe verlaufender Linien identisch ist mit der scheinbaren Größengleichheit aller zwischen diesen beiden Linien senkrecht zur Symmetrielinie gezogenen Geraden, daran kann nicht gezweifelt werden. Überlegungen über die Art, wie man den *geometrischen* Begriff des Parallelismus definieren soll, haben in dieser rein *physiologischen* Angelegenheit keinen Platz. So zweifelhaft es ist, ob der *geometrische* Begriff des Parallelismus durch die Gleichheit der senkrechten Abstände definiert werden darf, so sicher ist es, dass der *physiologische* Parallelismus oder, wenn man will, der Parallelismus nach dem unmittelbaren optischen Eindrucke gerade aus diesem Merkmale, und zwar *nur* aus diesem constituiert wird. Wer zwei Gerade als parallel *sieht*, denkt gar nicht daran, ob sie sich in beliebiger Verlängerung schneiden oder nicht, er *sieht* den Parallelismus an den Stücken, die ihm optisch vorliegen — in seinem Bewusstsein zeigt sich nichts von einer in der Phantasie vollzogenen Verlängerung dieser optischen Gebilde; was er also *sieht*, kann nichts anderes sein als die Gleichheit der senkrechten Abstände. Ich mache diese Bemerkung, damit nicht ein mit der Geschichte des »Parallelentheorems« vertrauter Leser sich zu einem erkenntnistheoretischen Einwande angeregt fühle, der hier, wo wir es nicht mit der Theorie der »geometrischen Axiome«, sondern mit unseren unmittelbaren Anschauungen zu thun haben, an die unrichtige Stelle käme. Der Begriff der Symmetrie — um auf ein Analogon hinzuweisen — lässt sich geometrisch ganz scharf definieren; aber nur einige Specialfälle des Symmetrischen im *geometrischen* Sinne sind auch *physiologische* Symmetrien, d. h. werden auch als Symmetrien *gesehen*[1].

§ 7. Die Versuchsanordnung war folgende: der Beobachter sitzt an der Schmalseite eines 4 *m* langen, 1 *m* breiten, rechteckigen Tisches *PPPP* (vgl. Fig. 1), dessen Platte mit weißem Zeichenpapier bespannt ist; seine Augen liegen 18·5 *cm* lothrecht über der einen Schmalkante. Er blickt durch einen gegen die Tischplatte etwas geneigten leeren (d. h. von Prismen und Linsen befreiten) Stereoskopenkasten; ein Carton verschließt die dem Beobachter abgewandte Seite des Kastens; aus dem Carton ist ein Fenster ausgeschnitten derart, dass dem Beobachter gerade der Ausblick bis zum entfernten Ende der Tischplatte

[1] Vgl. dazu Mach, Beiträge zur Analyse der Empfindungen, Jena 1886, p. 41 ff.

ermöglicht ist; die etwa seitlich noch sichtbaren Gegenstände des Zimmers liegen bereits so peripher, dass sie die Beobachtung nicht stören. Über die Tischplatte sind drei schwarze Fäden AB, CD, EF gespannt; der mittlere, unverschiebbare AB verbindet die Mittelpunkte der beiden Schmalkanten und liegt zugleich in der Medianebene des Beobachters; er dient hauptsächlich zur Festhaltung der symmetrischen Convergenz, indem bei Versuchen mit ruhendem Blicke sein ferner Endpunkt B als Fixationsmarke benützt wird, während bei Versuchen mit bewegtem Blicke der ganze Faden die Bahn angibt, längs welcher der Blickpunkt wandern muss, wenn die Convergenz symmetrisch bleiben soll. Die beiden Seitenfäden sind mit ihren Enden D und F an der fernen Schmalkante der Tischplatte so befestigt, dass diese Enden zu beiden Seiten des Mittelfadenendes B liegen und von diesem gleich weit entfernt sind. Die dem Beobachter zugewendeten Enden C und E der an der nahen Schmalkante mit Gewichten belasteten Seitenfäden hält der Beobachter mit je einer Hand fest und kann so die Seitenfäden in beliebige Convergenz oder Divergenz bringen. Der Versuch wird so gemacht, dass der Beobachter durch die Öffnung des Stereoskopenkastens entweder nach dem fernen Ende des Mittelfadens blickt und dieses fixiert oder den Blick längs des Mittelfadens hin und her schweifen lässt und nun mit den Händen die Seitenfäden in eine solche Stellung bringt, dass sie ihm miteinander und mit dem Mittelfaden parallel zu laufen scheinen.

Fig. 1.



Jede Reihe bestand aus zehn Einzelversuchen, die alternierend so gemacht wurden, dass der Beobachter das einemal von einer sehr stark merklichen scheinbaren Convergenz-, das anderemal von einer sehr stark merklichen Divergenzstellung ausgieng. In Betreff der Messung ist Folgendes zu bemerken: der Abstand der fernen Fadenenden DF ist willkürlich gewählt und für jede Versuchsgruppe constant; der Abstand der nahen Enden CE an derjenigen Schmalkante des Tisches, an welcher der Beobachter sitzt, wurde nicht abgelesen, sondern statt dessen der Abstand zweier solcher homologen Fadenpunkte M und N, die dem Beobachter noch deutlich sichtbar waren; diese Stellen waren durch einen Querfaden (in Fig. 1 punktiert) ein für allemal fixiert. Dieser Querfaden war vom Beobachter 490 *mm* weit entfernt (natürlich mit Einrechnung des verticalen Abstandes der Augen von der Ebene des Tisches); die fernen Fadenenden standen 4004 *mm* vom Beobachter ab. In den folgenden Tabellen sind diese beiden Werte, weil sie für alle Versuche constant blieben, nicht eigens angeführt. Im übrigen bedeutet G den Abstand DF, also sozusagen die Größe des fernsten Objectes, wenn man den Versuch als ein Continuum von Vergleichen verschiedener Größen in verschiedenen Entfernungen auffasst; g bedeutet den Abstand MN, d. h. den Abstand, den die Fäden an einer 490 *mm* vom Beobachter entfernten Stelle hatten. Jede Zahl in dieser Columne ist das Mittel aus mindestens zehn Einzelversuchen. Die daneben, in der Columne MF stehende Zahl gibt den mittleren variablen Fehler für diese zehn Einstellungen an. Die Werte in der nächsten Columne α geben den Winkel an, den die beiden parallel erscheinenden Fäden in Wirklichkeit mit einander bildeten. Ferner gibt φ den Gesichtswinkel an, unter welchem der ferne Abstand G $(= DF)$, ψ den Gesichtswinkel, unter welchem der nahe Abstand g $(= MN)$ gesehen wird. In den Versuchen, deren Resultate in den folgenden Tabellen verzeichnet sind, ließen die Beobachter den Blick längs der Mittellinie (durch den mittleren fixen Faden ersichtlich gemacht) beliebig auf- und abschweifen. Versuche, die ich mit fixierendem Blicke gemacht habe, hier aber nicht eigens mittheile, haben ergeben, dass sich die Werte — wenigstens bei dieser Versuchsanordnung — nicht merklich ändern. Die linearen Maße sind in Millimetern angegeben.

Tabelle I.

(Beobachter: Hillebrand.)

G	g	MF	α	φ	ψ
390	214·5	3·7	2° 51' 46"	5° 34' 31"	24° 41' 32"
390	209·0	0·1	2 57 2	5 34 34	24 4 40
320	171·9	3·1	2 24 52	4 34 36	19 53 50
290	163·0	4·2	2 4 14	4 8 52	18 53 10
200	157·3	6·3	1 40 20	3 48 18	18 14 14
200	152·0	5·2	1 51 32	3 48 18	17 37 58
200	150·0	0·5	1 53 28	3 48 18	17 24 16
222	130·5	3·9	1 29 30	3 10 34	15 10 12
178	118·0	5·0	0 58 42	2 32 48	13 43 52
178	118·0	5·2	0 58 42	2 32 48	13 43 52
150	106·7	5·4	0 42 22	2 8 40	12 25 40
120	89·2	2·2	0 30 8	1 43 0	10 24 4
100	82·8	3·2	0 16 50	1 25 50	9 39 32

Tabelle II.

(Beobachter: Czermak.)

G	g	MF	α	φ	ψ
441	208·0	4·0	2° 58' 0"	6° 18' 10"	23° 57' 50"
390	206·4	9·2	2 59 34	5 34 34	23 47 12
390	206·0	13·0	2 59 58	5 34 34	23 34 30
320	182·2	4·0	2 14 48	4 34 36	21 3 52
290	168·5	5·5	1 58 50	4 8 52	19 30 42
275	166·5	13·2	1 40 8	3 50 1	19 19 4
200	159·9	4·3	1 43 48	3 48 18	18 32 2
200	154·2	5·7	1 49 22	3 48 18	17 53 2
222	137·4	2·5	1 22 40	3 10 34	15 59 42
180	110·8	3·0	1 13 32	2 39 40	12 54 3
178	113·2	4·6	1 3 24	2 32 48	13 1 40

Tabelle III.

(Beobachter: Radaković.)

G	*g*	*MF*	*α*	*φ*	*ψ*
390	200·4	17·1	2° 59' 34"	5° 34' 34"	23° 47' 12"
390	199·2	9·1	3 6 36	5 34 34	22 58 44
320	185·9	5·3	2 11 10	4 34 30	21 28 56
290	180·8	5·0	1 46 50	4 8 52	20 54 20
266	167·1	12·5	1 36 44	3 48 18	19 21 12
226	163·2	2·4	1 40 34	3 48 18	18 54 34
222	149·6	1·9	1 10 46	3 10 34	17 21 30
178	130·5	8·9	0 46 28	2 32 48	15 10 12
178	125·3	5·8	0 51 34	2 32 48	14 34 20

Tabelle IV.

(Beobachterin: Silvia Hillebrand.)

G	*g*	*MF*	*α*	*φ*	*ψ*
390	176·6	8·0	3° 28' 42"	5° 34' 34"	20° 27' 16"
390	170·5	3·9	3 29 46	5 34 34	19 44 20
320	171·1	4·9	2 25 38	4 34 30	19 48 26
290	164·3	2·7	2 2 56	4 8 52	19 2 4
266	139·7	4·1	2 3 32	3 48 18	16 13 34
222	119·6	3·9	1 40 10	3 10 34	13 54 56
178	104·8	4·8	1 11 36	2 32 48	12 12 28
178	95·4	4·5	1 20 48	2 32 48	11 7 12
150	109·7	2·5	0 39 26	2 8 46	12 46 20

§ 8. Ich habe die Versuche, wie man sieht, gehäuft; die Tabellen sind auf Grund von etwa $4^1/_2$ Hundert Einstellungen entworfen, ungerechnet die vielen Versuche, welche jeder der vier Beobachter anfänglich zum Zwecke bloßer Einübung machen musste und die in den obigen Tabellen nicht mitgetheilt sind. Diese Häufung mag auf den ersten Blick überflüssig erscheinen. Sie ist es indessen durchaus nicht. Wer nach einem Gesetze sucht, dem sich bei Gleichheit der scheinbaren Größe die Änderung des Gesichtswinkels unterordnet, muss sich ohne Zweifel erst die Überzeugung verschaffen, dass solche Größenvergleiche überhaupt eine hinreichende Regelmäßigkeit erkennen lassen, und zwar nicht nur innerhalb der Versuchsreihen eines und desselben Beobachters — denn hier könnten individuelle

Gewohnheiten entscheidend sein — sondern zwischen den Versuchsresultaten verschiedener Beobachter. Erst wenn derartige Regelmäßigkeiten in zahlreichen Versuchen zutage treten, erst dann hat es einen Sinn, nach Erklärungsgründen zu forschen. Ich sehe den Wert jener oben tabellarisch verzeichneten Versuche nicht so sehr in den Zahlen selbst als vielmehr in ihrer Übereinstimmung — und diese ist, wie man sieht, sehr befriedigend.[1]

§ 9. Die Zahlenwerte (für g und das damit zusammenhängende α und ψ) sind für eine Theorie der scheinbaren Größe aus folgendem Grunde nicht entscheidend: es liegt im Wesen unserer Versuchsanordnung, dass die Linien, welche die Empfindung paralleler Geraden hervorrufen, auch in Wirklichkeit (zwar nicht parallele, aber doch) gerade Linien sind — es handelt sich ja um gespannte Fäden. Das ist aber eine willkürliche und (wie wir sehen werden) thatsächlich nicht zutreffende Annahme: Linien, welche den Eindruck von parallelen Geraden machen, müssen in Wirklichkeit gekrümmt sein. Die Krümmung ist (ich verweise auf Späteres) freilich nur in den dem Beobachter sehr nahe liegenden Partien von nennenswertem Betrage, sie wird nach der Ferne zu bald so schwach, dass man sie ohne Schaden vernachlässigen kann; nichtsdestoweniger sind die so ermittelten Werte im ganzen zur Gewinnung einer Theorie nicht geeignet. Die Methode hat nur den Wert, dass sie in verhältnismäßig kurzer Zeit zahlreiche Bestimmungen zu machen gestattet und daher auch bald entscheiden lässt, ob hier überhaupt eine erkennbare Gesetzmäßigkeit besteht oder nicht. Die später mitzutheilenden Versuche mit alleeartig angeordneten Verticalfäden sind von dem Einwande frei, der soeben gegen die bisherigen Versuche erhoben wurde; sie sind aber so umständlich, dass, wenn man sie ebenso zahlreich machen wollte wie diese, ein außerordentlicher Zeitaufwand erforderlich wäre.

Sieht man von den dem Beobachter nächstgelegenen Fadenpartien ab (jenen Partien, die stark gekrümmt sein müssten, um den Eindruck von Geraden hervorzurufen, und die daher bei gespannten Fäden umgekehrt gekrümmt erscheinen), dann können die mitgetheilten Versuche als ein angenäherter Ausdruck für das Verhalten der Gesichtswinkel bei gleicher scheinbarer Größe aber variabler Entfernung angesehen werden, weil, wie erwähnt, die Krümmung, welche die Fäden im weiteren Verlaufe haben müssten, sehr schwach sein würde.

§ 10. Die Tabellen zeigen nun vor allem, dass von einer Constanz des Gesichtswinkels gar keine Rede sein kann: man vergleiche nur die einzelnen Werte von φ mit den daneben stehenden Werten von ψ. Die Lage der parallel erscheinenden Fäden kommt vielmehr dem wirklichen Parallelismus beträchtlich näher, obwohl sie auch diesen nicht erreicht, wie die Werte von α zeigen. Dass diese letzteren Werte immer kleiner werden (die wirkliche Stellung der Fäden sich also dem Parallelismus immer mehr nähert) je kleiner G wird, ist selbstverständlich; denn im Grenzfalle $G = 0$ müsste ja auch $g = 0$ werden.[2]

§ 11. Zu den vorstehenden Versuchen habe ich noch eine Bemerkung hinzuzufügen: Die Beobachtungen wurden nicht mit fixierendem, sondern mit beliebig längs des Medianfadens auf- und abschweifendem Blicke gemacht. Man wird fragen, ob die Ergebnisse bei Fixation des Blickes andere gewesen wären. Ich habe hierüber vergleichende Versuche angestellt: bei Benützung gespannter Horizontalfäden hat sich kein Unterschied zwischen beiden Methoden constatieren lassen.

Ich bin nun nicht der Meinung, dass die beiden Methoden wirklich gleichwertig seien; spätere Versuche (mit anderer Anordnung) werden vielmehr zeigen, dass ganz beträchtliche Größendifferenzen zum Vorscheine kommen, wenn man einmal fixiert, ein andermal den Blick wandern lässt; aber in auffallendem Grade zeigen sich diese Unterschiede doch nur in den dem Beobachter nächst gelegenen Partien, also

---

[1] Die für meine Frau (Tabelle IV) geltenden Werte g und ψ sind durchwegs etwas kleiner; die Ursache davon liegt in der beträchtlich kleineren Pupillardistanz der Beobachterin; der Zusammenhang dieser beiden Momente wird aus der später zu entwickelnden Theorie ersichtlich werden.

[2] Vgl. dazu auch Götz Martius a. a. O., p. 609.

dort, wo die Fäden gekrümmt sein müssten, um den Eindruck paralleler Geraden zu machen. Da dies nun bei der gegenwärtigen Versuchsanordnung nicht erreichbar war, so sind jene nächst gelegenen Partien ohnehin immer fehlerhaft eingestellt, ob der Blick wandert oder nicht; daher ist hier keine Gelegenheit, die Wirkung dieses Unterschiedes zu constatieren.

Anmerkung. Eine interessante Beobachtung ergab sich bei den Einstellungen, die Herr Dr. Radakovič zu machen die Güte hatte, eine Beobachtung, auf welche er spontan aufmerksam gemacht hat. Dieser Beobachter hat (bei wanderndem Blick und sonst durchaus gleichen Versuchsumständen) die ihm gestellte Aufgabe abwechselnd nach zwei verschiedenen Methoden behandelt: das eine Mal suchte er zuerst eine scheinbar convergente, hierauf eine scheinbar divergente Fadenstellung und wählte dann eine Zwischenstellung, die ihm weder convergent noch divergent erschien — die Versuche in der obigen Tabelle sind nach dieser Methode gemacht, ihre Ergebnisse stimmen mit denen der anderen Beobachter überein. Bei anderen Versuchsreihen hingegen war das Verfahren dieses: der Beobachter fixiert zunächst eine fern gelegene Stelle, merkt sich den scheinbaren Abstand der Seitenfäden an dieser Stelle und sucht nun an einer unmittelbar darauf fixierten nahen Stelle den Abstand der Seitenfäden ebenso groß zu machen wie jenen. Je nach dem einen oder anderen Verfahren fallen nun die Werte sehr verschieden aus. Hier mögen einige Beispiele folgen.

Tabelle V.

G	g I	g II
178	130·5	170·6
	125·3	165·9
266	167·1	212·2
	163·2	207·8
390	206·4	209·3
	199·2	208·4

Die Buchstaben G und g haben die gleiche Bedeutung wie in unseren früheren Tabellen. g I ist nach der ersten, g II nach der zweiten der beiden soeben erwähnten Methoden gewonnen. Jede Zahl in der 2. und 3. Columne stellt einen Mittelwert aus zehn Beobachtungen dar. Wie man sieht, liefert die zweite Methode beträchtlich größere Werte für g; d. h. die Fadenstellung kommt dem wirklichen Parallelismus näher als bei der ersten (auch von den übrigen Beobachtern angewandten) Methode.

Nun sollte man freilich glauben, es könne keinen Unterschied machen, ob jemand als Kriterium des unmittelbar empfundenen Parallelismus zweier Geraden den Umstand benützt, dass ihm dieselben weder zu convergieren noch zu divergieren scheinen, oder ob er die scheinbare Gleichheit zweier senkrechter Abstände, eines nahen und eines fernen, zum Kennzeichen macht, umsomehr, als ja (wie früher einmal bemerkt) der physiologische Parallelismus in nichts anderem besteht, als in der unmittelbar wahrgenommenen Gleichheit der senkrechten Abstände an verschiedenen Stellen des Verlaufes. Ich kann mir das abweichende Verhalten bei Anwendung der zweiten Methode (successiver Vergleich zweier Lateralabstände) nicht anders erklären als dadurch, dass sich der Beobachter hier entweder gar nicht die ihm zugemuthete Aufgabe stellt, sondern an ihrer Stelle eine andere, nämlich die, die Fäden in wirkliche Parallelstellung zu bringen, oder aber, dass er Einstellungen macht, die zwischen beiden Aufgaben, scheinbarer und wirklicher Parallelstellung, irgendwie die Mitte halten. Die Werte für g II, welche dem $G = 178$ entsprechen, nämlich 170·6 und 165·9, ergeben nahezu wirkliche Parallelstellung; die Werte für g II, welche einem $G = 266$, beziehungsweise $= 390$ entsprechen, machen den Eindruck eines Compromisses zwischen scheinbarem und wirklichem Parallelismus. Thatsache ist, dass dem Beobachter die nach der zweiten Methode eingestellten Fäden nicht parallel erschienen. In den Versuchsbedingungen war gar kein Unterschied; vor allem wurde bei beiden Methoden nicht fixiert, sondern mit dem Blick von der fernsten bis zu einer sehr nahen Stelle gewandert; worauf sonst soll man nun die Verschiedenheit der Ergebnisse zurückführen, als auf eine Veränderung in der Stellung der Aufgabe selbst? Ich würde diese Auslegung für mehr als eine bloße Vermuthung allerdings nur dann halten, wenn für alle drei Größen von G das g II dem G so nahe stünde, wie dies für $G = 178$ der Fall ist. Ich gestehe, dass mich die Auffassung, der zufolge wir es zum Theile mit einem Compromisse zwischen der Erfüllung zweier verschiedener Aufgaben und daher mit Mittelwerten zu thun haben, nicht sehr befriedigt — ich kann nur keine bessere ausfindig machen. Der Gang der Hauptuntersuchung wird übrigens dadurch nicht berührt.

Die Vermuthung, wie die zweite, von Herrn Dr. Radakovič angewendete Methode zu deuten sei, hat mich zu einer kleinen Versuchsreihe veranlasst, durch welche ich mir ein Urtheil darüber bilden wollte, ob und in welchem Maße es möglich sei, zwei nach

der Tiefe verlaufende Gerade in wirkliche Parallelstellung zu bringen, mit anderen Worten ihnen jene scheinbare Convergenzstellung zu geben, die erfahrungsgemäß dem wirklichen Parallelismus entspricht.[1]

Für $G = 178$ hat sich mir als Wert von g ergeben

Tabelle VI.

177
172
189
166
173
164
167
179
182
173
174·2

Der Mittelwert stimmt also ziemlich gut mit der Forderung überein. Subjectiv war übrigens ein Gefühl einer gewissen Unsicherheit unverkennbar.

§ 12. Schließlich mögen einige Werte folgen, welche aus Versuchen mit gelähmter Accommodationsmusculatur gewonnen sind, bei sonst gleichen Versuchsumständen; sie sind für die späteren theoretischen Betrachtungen nicht ganz ohne Wert. Ich habe in beide Augen Homatropin eingeträufelt und hierauf links mit $-1D$, rechts mit $-2D$ corrigiert, so dass ich bei Fixation der fernen Fadenenden diese und noch ein beträchtliches Stück des näheren Verlaufes hinreichend scharf sehen konnte.

Es ergaben sich folgende Werte:

Tabelle VII.

G	g	MF	σ
390	204·1	7·9	3° 1' 50"
266	152·3	3·2	1 51 14
178	115·4	3·0	1 1 14

Ein Vergleich dieser Werte mit den entsprechenden der Tabelle I auf S. 7 [261] zeigt, dass die Lähmung des Accommodationsapparates ohne Einfluss auf die Versuchsergebnisse war.

III. Capitel.

Versuche über scheinbaren Parallelismus von Ebenen, welche durch alleeartig angeordnete Verticalfäden dargestellt sind.

§ 13. Die bisherigen Versuche haben an zwei Fehlern gelitten. Erstens (davon war schon die Rede) involviert die Anwendung gespannter Fäden die Voraussetzung, dass die Empfindung von parallel

[1] Da wir den Grad der scheinbaren Convergenz bei thatsächlichem Parallelismus aus den Erfahrungen an Schienensträngen, Baumalleen, Häuserreihen etc. kennen, so wird es möglich sein, annäherungsweise denjenigen Grad scheinbarer Convergenz herbeizuführen, der jenen Erfahrungen zufolge dem wirklichen Parallelismus entspricht. Ich wollte durch die kleine Versuchsreihe ermitteln, mit welcher Annäherung das gelingt.

nach der Tiefe verlaufenden Geraden durch wirkliche Gerade müsse erzeugt werden können. Diese Voraussetzung ist willkürlich und, wie sich zeigen wird, unberechtigt. Zweitens schließt die Erhebung der Augen über die Tischplatte (sie betrug etwa 18 *cm*) und die damit verbundene Neigung der Blickebene gegen den Horizont einen, wenn auch in seinem Betrag kleinen Versuchsfehler ein. Betrachtet man zwei in der Nähe des Beobachters gelegene senkrechte Fadenabstände (also zwei Querlinien, die den Schmalkanten des Tisches parallel laufen), so ist der Unterschied ihrer Entfernungen vom Beobachter infolge der Erhebung des Kopfes über die Tischplatte viel geringer als er sein würde, wenn die Augen in der Ebene der Tischplatte lägen. Die Einrechnung des verticalen Abstandes der Augen von der Platte beseitigt diesen Fehler nicht, wie sich das aus einer einfachen geometrischen Überlegung ergibt. Um beide Fehler zu vermeiden, habe ich eine Anordnung gewählt, welche eine Baumallee nachahmt, u zw. so, dass die die Stelle der Bäume vertretenden Verticalfäden beliebig verstellbar sind.

Im einzelnen war die Versuchsanordnung die folgende: 70 *cm* über der schon in den vorigen Versuchen verwendeten Tischplatte (4 *m* lang, 1 *m* breit) laufen 2 starke Holzlatten von je 4 *m* Länge parallel mit den Längskanten der Tischplatte. Diese Latten tragen in regelmäßigen Abständen von je 40 *cm* Ösen; durch je zwei einander gegenüberliegende Ösen ist ein Glasstab gesteckt, der also parallel mit der Schmalseite des Tisches läuft. An jedem dieser Glasstäbe sind mittels loser Schlingen zwei schwarze Fäden aufgehängt und an ihren unteren Enden mit Gewichten belastet, welche behufs Dämpfung der pendelnden Bewegung in Glycerin eintauchen. Im ganzen sind 9 Stäbe und daher 9 Fadenpaare angebracht, welche folgende Entfernungen von den lothrecht über der einen Schmalkante des Tisches befindlichen Augen des Beobachters hatten: 600, 1000, 1400, 1800, 2200, 2600, 3000, 3400, 3800 *mm*. Unmittelbar vor dem Kopf des Beobachters steht ein verticaler schwarzer Schirm, aus welchem in Augenhöhe ein horizontaler Schlitz von 25 *cm* Breite und 1·5 *cm* Höhe ausgeschnitten ist; der Beobachter kann so weder die oberen, noch die unteren Enden der Verticalfäden sehen. Auf der entgegengesetzten Schmalseite des Tisches steht ein gut beleuchteter weißer Schirm (3 *m* breit, 1 *m* hoch). Ich habe, beiläufig bemerkt, diese und auch alle anderen Versuche stets bei künstlicher Beleuchtung gemacht; es lassen sich so alle lästigen Schatten vermeiden und überdies kann man auf diese Weise ohne Mühe die Versuchsbedingungen genau constant halten.

§ 14. Stellt man nun jene 9 Fadenpaare so ein, dass sie zwei in Wirklichkeit parallele, symmetrisch zur Medianebene gelegenen Reihe bilden, und blickt man durch den Schlitz auf ein am fernen weißen Schirm median und in Augenhöhe befestigtes Fixationszeichen, so fällt neben dem allbekannten Eindruck des Convergierens nach der Ferne noch der Umstand sehr stark auf, dass die beiden Fadenreihen nicht in zwei (gegen den Beschauer divergenten) Ebenen erscheinen, sondern in Flächen, deren entferntere Partien zwar von Ebenen kaum recht zu unterscheiden sind, deren nähere aber eine beträchtliche scheinbare Krümmung zeigen mit der Convexität gegen die Medianebene, eine Krümmung, die gegen den Beobachter zu immer stärker wird — ein Beobachter hat die Schnittlinien dieser beiden scheinbaren Flächen mit der Blickebene ganz passend mit dem Längsschnitt eines Trompetenrohres verglichen. Außerdem fällt auf, dass, wenn man den Blick ad libitum wandern lässt, sei es in der Medianebene oder längs der beiden Fadenreihen, jene scheinbare Krümmung zwar auch noch besteht, aber in merklich geringerem Grade als bei Fixation einer fernen Marke.

Nunmehr handelt es sich darum, die Fäden so zu stellen, dass sie in zwei zur Mediane parallelen Ebenen zu liegen schienen, also in Wirklichkeit in krummen Flächen liegen, die ihre Concavität der Mediane zukehren.

Ich werde der Kürze wegen in Hinkunft das Wort »scheinbare Allee« oder kurzweg »Allee« für die Gesammtheit der gesehenen Verticallinien gebrauchen, wenn diese in scheinbaren medianparallelen Ebenen liegen, und ich werde weiter den Ausdruck »Allee-Curven« für diejenigen krummen Linien gebrauchen, in welchen die Fußpunkte der Verticalfäden in Wirklichkeit liegen, wenn die Fäden scheinbar eine »Allee« bilden.

Das fernste, nach meiner Zählung 9. Fadenpaar (3800 *mm* Distanz vom Beobachter) erhält einen willkürlich gewählten Lateralabstand G (ich habe abwechselnd die Größen 600, 390, 266 gewählt); die näheren Fadenpaare muss ein Gehilfe nach den Wünschen des Beobachters einstellen, welch' letzterer ruhig, den Kopf an den Stirnhalter gelehnt, vor dem Schirm sitzt. Die Einstellung, vom 8. Fadenpaar beginnend und mit dem 1. schließend, geschieht zunächst in roher Form und erst, wenn die Fäden beiläufig den Eindruck machen, in parallelen Ebenen zu liegen, werden die nöthigen kleinen Verbesserungen angebracht.

Damit sich der Leser ein Bild von den Ergebnissen dieser Versuche mache, soll hier die Aufstellung einer einzelnen (für mich geltenden) Allee durch eine verjüngte Zeichnung (Fig. 2) veranschaulicht werden. Die Zahlen auf der rechten Seite geben die Entfernung der einzelnen Fadenpaare vom Beobachter an, die Zahlen auf der linken Seite der Zeichnung bedeuten die Lateraldistanz jedes einzelnen Fadenpaares[1].

Fig. 2.

In der folgenden Tabelle VIII sind im ganzen 7 solche (mit fixierendem Blicke — Fixationspunkt in der Mitte des fernsten Fadenpaares — aufgestellte) Alleen mitgetheilt. Die Buchstaben H., Cz., R. bedeuten die Namen der Versuchspersonen (Hillebrand, Prof. Dr. Czermak, Privatdocent Dr. Radakovič). Die Zahlen in der 3.—9. Columne geben die Lateraldistanzen der einzelnen Fadenpaare an.

Tabelle VIII.

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	$G = 390$			$G = 266$			$G = 178$
		H.	Cz.	R.	H.	Cz.	R.	H.
IX.	3800	390	390	390	266	266	266	178
VIII.	3400	374	378	385	262	259	258	170
VII.	3000	362	363	380	258	248	248	166
VI.	2600	348	346	365	250	236	237	164
V.	2200	328	331	354	240	225	224	160
IV.	1800	311	308	345	232	205	209	156
III.	1400	281	288	318	214	180	197	144
II.	1000	245	251	270	191	156	171	129
I.	600	202	190	205	166	130	134	112

Maße in Millimetern.

Die Lateraldistanz des fernsten (IX.) Fadenpaares G ist willkürlich gewählt; sie beträgt in einer Versuchsgruppe 390 *mm*, in einer zweiten 266 *mm*, in einer dritten 178 *mm*; mit anderen Worten, die Lateraldistanz von 390—266—178 *mm* in 3800 *mm* Entfernung fungiert als Normalobject, dem die Lateraldistanzen der übrigen 8 Fadenpaare gleichgemacht werden. Für die Normaldistanz $G = 178$ theile ich nur die für mich geltenden Werte der übrigen (gleich groß erscheinenden) Fadenpaare mit: bei so schmalen Alleen ist die Einstellung nämlich sehr schwierig, weil die geringste

[1] Dass die Fußpunkte nicht auf geraden Linien liegen, wird man aus dem bloßen Anblicke der Zeichnung — ohne Benützung des Lineals — nur mit Mühe ersehen. Man darf die physiologische Wirksamkeit der Krümmung aber nicht unterschätzen: denn sobald man die Allee so stellt, dass die Fußpunkte in Geraden liegen, macht sich eine entgegengesetzte Krümmung in sehr auffallendem Maße geltend.

Blickschwankung zu falschen Verschmelzungen führt. Es kann dann z. B. ein Halbbild eines dem 5. Paare angehörigen Fadens mit einem solchen des 6. oder 7. Paares verschmolzen werden; und wenn dies einmal geschieht, dann bleiben die Gesichtslinien wie festgebannt in ihrer falschen Stellung und statt einer Allee sieht man ein buntes Durcheinander von Verticalfäden, das natürlich experimentell gar nichts bedeutet und sofort in ein anderes Durcheinander übergeht, wenn die Augen zufällig wieder in eine andere falsche Stellung gerathen. Wer sich je mit stereoskopischen Versuchen befasst hat, kennt diese Situationen zur Genüge. Außerdem will ich noch bemerken, dass auf die Werte für das I. (600 *mm* entfernte) Fadenpaar nicht viel Gewicht zu legen ist: die Fäden bilden sich hier bereits so stark peripher ab, dass die Einstellung ungenau wird. In späteren Versuchen habe ich darum dieses Fadenpaar ganz weggelassen und mit dem 1000 *mm* entfernten begonnen.

Um nun eine Vorstellung von der Rolle zu ermöglichen, die der Gesichtswinkel bei diesen Versuchen spielt (was uns ja vorläufig am meisten interessiert), habe ich aus den drei für mich geltenden Reihen der vorigen Tabelle (3, 6. und 9. Columne) die Gesichtswinkel gerechnet und sie in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Bedeutung der einzelnen Columnen ist ohne Weiteres klar.

Tabelle IX.

(Beobachter Hillebrand.)

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	$G = 300$ Gesichtswinkel	$G =$ [illegible] Gesichtswinkel	$G = 178$ Gesichtswinkel
IX.	3800	5° 52' 30"	4° 0' 33"	2° 41' 0"
VIII.	3400	6 17 40	4 24 47	2 51 51
VII.	3000	6 54 20	4 55 28	3 10 10
VI.	2600	7 39 34	5 30 18	3 30 40
V.	2200	8 31 34	6 17 40	4 9 55
IV.	1800	9 52 30	7 22 28	4 57 45
III.	1400	11 27 42	8 44 28	5 53 17
II.	1000	13 58 5	10 54 38	7 22 52
I.	600	19 6 38	15 11 22	10 39 52

§ 15. Wie erwähnt, wurde bisher durchwegs mit fixierendem Blicke beobachtet; das Fixationszeichen befand sich median in der Entfernung des fernsten Fadenpaares in Augenhöhe. Wenn man aber dem Beobachter in Betreff der Blickrichtung keinerlei Beschränkung auferlegt, ihm also überhaupt keine Anweisung gibt, wie er seine Gesichtslinien dirigieren soll, dann pflegt jeder Beobachter den Blick bald längs der einen, bald längs der anderen Fadenreihe schweifen zu lassen und namentlich pflegt er die bereits vollendete Einstellung in dieser Weise zu überprüfen; während der Einstellung selbst aber fixiert er regelmäßig denjenigen Faden, der eben eingestellt werden soll und vergleicht den lateralen Abstand des einzustellenden Fadenpaares mit den bereits eingestellten entfernteren Paaren, namentlich mit dem nächstferneren. Macht man nun die Versuche in dieser Art, also mit zwangloser Lage des Blickpunktes, so sind die durch die beiden Fadenreihen gelegten Flächen zwar ebenfalls nach der Ferne divergent und zeigen ebenfalls (namentlich in den nahe gelegenen Partien) eine Concavität gegen die Medianebene, beides aber in merklich geringerem Grade als bei Fixation des Allee-Endes. Dies zeigt die folgende Tabelle, deren Werte mit den homologen der Tabelle VIII zu vergleichen sind.

Tabelle X.

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	$G = 390$			$G = 266$		
		H.	Cz.	R.	H.	Cz.	R.
IX.	3800	390	390	390	266	266	266
VIII.	3400	387	382	385	263	265	264
VII.	3000	383	372	375	260	258	[illegible]
VI.	2600	379	393	397	253	254	251
V.	2200	364	359	361	247	250	244
IV.	1800	349	352	353	245	248	240
III.	1400	333	337	333	236	240	230
II.	1000	312	323	296	210	232	224
I.	600	269	283	276	205	217	204

§ 16. Außerdem habe ich noch einige Versuchsreihen gemacht, bei welchen der Fixationspunkt ebenfalls wechselte, aber nicht beliebig, sondern in bestimmt vorgeschriebener Weise, und zwar so, dass er immer mitten zwischen das jeweils einzustellende Fadenpaar zu liegen kam. In einer Schlittenführung (das Genaue der Einrichtung ist hier gleichgiltig) war eine verticale Stricknadel mit geschwärzter Spitze so verschiebbar, dass ihre Bahn in der Medianebene und ihre Spitze in Augenhöhe lag. Nachdem, wie früher, die Fäden wieder in zwei wirklich parallelen Ebenen angeordnet waren (Abstand 390 *mm*), wurde die Marke zwischen die Fäden des VIII. Paares gerückt, worauf dessen Fäden eingestellt wurden; der Vorgang wiederholt sich nun beim VII., VI. etc. Paare. In der folgenden Tabelle XI sind zwei derartige Reihen mitgetheilt. Wie man sieht, liegen die Werte zwischen den bei Fixation des Allee-Endes (Tab. VIII) und den bei zwangloser Blickwanderung (Tab. X) gewonnenen: die Krümmung der durch die zwei Fadenreihen gelegten Flächen ist nicht so stark wie bei Fixation des Endpunktes und nicht so schwach wie bei zwanglosem Wandern; sie steht aber dem ersteren Falle etwas näher als dem letzteren.

Tabelle XI.

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	$G = 390$	
		H.	Cz.
IX.	3800	390	390
VIII.	3400	378	379
VII.	3000	366	362
VI.	2600	350	345
V.	2200	352	33[illegible]
IV.	1800	30[illegible]	317
III.	1400	285	298
II.	1000	252	272
I.	600	210	227

IV. Capitel.

Scheinbare Größe und wirkliche Entfernung.

§ 17. Ich will vorläufig absehen von denjenigen Verschiedenheiten in den Versuchsresultaten, die mit der verschiedenen Bewegung des Fixationspunktes, beziehungsweise mit der ruhenden Lage desselben zusammenhängen; sie werden ihre Erklärung später finden. Zunächst soll nur der allen Versuchen gemeinsame Typus zur Grundlage weiterer Überlegungen gemacht werden. Wo es sich um Zahlenbeispiele handelt, werde ich die Versuche mit Fixation des Allee-Endes (Tab. VIII u. IX) zugrunde legen.

Was man aus den bisherigen Versuchen unmittelbar entnehmen kann, ist das Folgende: der objectiv constante Entfernungsunterschied zweier auf ihre scheinbare Größe zu vergleichenden Objecte hat auf diesen Vergleich einen verschieden großen Einfluss, je nachdem die beiden Objecte dem Beobachter näher oder ferner liegen. Liegen die Objecte dem Beobachter sehr nahe, dann müssen zur Erzielung gleicher scheinbarer Größe die Gesichtswinkel viel mehr von einander verschieden sein als wenn die Objecte bei gleichem Entfernungsunterschiede weit vom Beobachter ab liegen. Das lehrt ein Blick auf die Tabelle IX. Der Entfernungsunterschied je zweier benachbarter Fadenpaare ist constant (er beträgt 40 *cm*). Vergleicht man den Unterschied zwischen den Gesichtswinkeln des 1. und 2. Fadenpaares mit dem Unterschiede der Gesichtswinkel des 8. und 9., so ergibt sich, dass im ersten Falle ein Unterschied von etwa 5° (19° 6′ 38″ gegen 13° 58′ 5″), im zweiten ein solcher von bloß 25′ (6° 17′ 46″ gegen 5° 52′ 30″) zur Erzielung gleicher scheinbarer Größe nöthig war. Würde man noch weiter in die Ferne gehen, als dies bei unserer Versuchsanordnung möglich war, so würden die Unterschiede der Gesichtswinkel immer kleiner und kleiner werden. Dass sie schließlich ganz verschwinden, ist bekannt: die scheinbaren Größen sehr ferner Objecte, wie der Gestirne, hängen nur mehr vom Gesichtswinkel ab, Entfernungsunterschiede wie die zwischen dem Monde und irgend einem Fixsterne spielen überhaupt keine Rolle mehr.

Für die Gesichtswinkeltheorie ist die Entfernung eines Gegenstandes überhaupt nur ein physikalisches Datum, das zusammen mit einem zweiten (nämlich der wirklichen Größe des Gegenstandes) den Gesichtswinkel bestimmt; wenn ein Gegenstand seine Entfernung ändern, zugleich aber seine Größe so ändern würde, dass der Gesichtswinkel constant bliebe, so würde nach dieser Theorie die Entfernungsänderung gar keinen Einfluss auf die scheinbare Größe haben: die lichtempfindliche Platte weiß nichts davon, ob die chemische Veränderung auf einer ihr angehörigen Strecke AB von einer ruhenden und constant großen Lichtquelle herrührt oder von einer sich entfernenden, die sich aber gleichzeitig entsprechend vergrößert. Für ein Auge kann man es unter Anwendung besonderer Cautelen dahin bringen, dass nur der Gesichtswinkel die scheinbare Größe beeinflusst, die Entfernung also nur die Bedeutung hat, dass sie zusammen mit der wirklichen Größe den Gesichtswinkel bestimmt. Beim binocularen Sehen ist dies aber erst in sehr großer Entfernung der Fall: da freilich spielen die Entfernungen bloß die Rolle, dass sie den Gesichtswinkel mitbestimmen, also ein Datum mitbestimmen, das allerdings physiologisch wirksam ist, dessen Componenten (Größe und Entfernung) aber nicht jede für sich eine physiologische Separatwirkung haben, sondern nur eine einheitliche Wirkung (Gesichtswinkel), aus denen die Componenten nicht mehr zu erkennen sind. Handelt es sich aber um Entfernungen, die eine bestimmte Größe nicht überschreiten, dann ist die Sachlage eine andere: Entfernungsunterschiede werden gesehen, sie haben eine gesonderte physiologische Wirkung, der ein selbständiges Bewusstseinsdatum (eben der gesehene Entfernungsunterschied) entspricht neben jener anderen Wirkung, nämlich der, den Gesichtswinkel mitzubestimmen. Es kann also eine etwaige Entfernungszunahme nicht mehr, wie in früherem Falle durch entsprechende Zunahme der wirklichen Größe compensiert werden: denn eine solche Compensation könnte nur in der Erhaltung des constanten Gesichtswinkels bestehen — da aber die Entfernungsänderung auch als solche gesehen wird, so bleibt die physiologische Wirkung eben nicht constant trotz Erhaltung des Gesichtswinkels.

Die Versuche haben aber weiter gezeigt, dass dieses Verhalten sich bei wachsender absoluter Entfernung immer mehr und mehr jenem Falle nähert, in welchem der Gesichtswinkel allein die scheinbare Größe bestimmt und Entfernungsänderungen überhaupt nicht mehr als solche gesehen werden: die Tabellen zeigen ja bei wachsender Entfernung eine immer schwächere Gesichtswinkelabnahme; jenseits einer gewissen Grenze würde sie überhaupt aufhören.

§ 18. Nun liegt der folgende Gedanke, der die Basis für die weiteren Untersuchungen abgibt, ohne Zweifel außerordentlich nahe: ein und derselbe objective Entfernungsunterschied erweist sich nicht nur für die scheinbare Größe, sondern bekanntlich auch für die scheinbare Entfernung als sehr verschieden wirksam, je nach der absoluten Entfernung der Objecte: 400 *mm* wirklicher Entfernungsunterschied sind physiologisch viel wirksamer, wenn das eine Object 600, das andere 1000 *mm* vom Beobachter entfernt ist, als wenn die Entfernung des einen 10 *m*, die des anderen 10·4 *m* beträgt. Nun ergibt sich folgende Frage: beruht vielleicht die verschiedene Wirkung, welche ein objectiv constanter Entfernungsunterschied bei wechselnder absoluter Entfernung auf die scheinbaren Größen ausübt, darauf, dass dieser objectiv constante Entfernungsunterschied einen sehr verschiedenen physiologischen Entfernungsunterschied bedingt, je nachdem die absolute Entfernung vom Beobachter größer oder kleiner ist? Ist also nicht vielleicht die verschiedene physiologische Tiefenwirkung das Primäre, die verschiedene physiologische Größenwirkung das Secundäre? Hat m. a. W. ein objectiver Entfernungsunterschied von einer gewissen Größe bei Wechsel der absoluten Entfernungen darum und in dem Maße einen verschiedenen Einfluss auf die scheinbaren Größen der Vergleichsobjecte, weil und in welchem Maße er auf den scheinbaren Entfernungsunterschied derselben einen verschiedenen Einfluss hat? Sollten diese Fragen zu bejahen sein, dann wird sich ein Gesetz der scheinbaren Größe für binoculares Sehen leicht entwickeln lassen.

V. Capitel.

Scheinbare und wirkliche Entfernung.

§ 19. Wir haben also jetzt experimentell zu ermitteln, wie sich der scheinbare (physiologische) Entfernungsunterschied zum wirklichen verhält; und das wird sich am leichtesten erreichen lassen, wenn wir für wechselnde absolute Tiefenlage zu ermitteln suchen, welcher objective Entfernungsunterschied erforderlich ist, um einen ebenmerklichen scheinbaren Entfernungsunterschied zu erzeugen.

Es liegt kein principielles Bedenken vor, zur Erreichung des genannten Zieles die Methode der ebenmerklichen Unterschiede zu verwenden. Dass ebenmerkliche Unterschiede nicht als gleich zu betrachten sind — dieser Haupteinwand gegen Fechner's Ableitung des psychophysischen Gesetzes, der Maßformel etc. ist auf unseren Fall nicht anwendbar. Der Tiefenabstand zweier Punkte *A* und *B* wird unmittelbar wahrgenommen, nicht mittelbar als die Differenz zweier Entfernungen, nämlich der Entfernung, die *A* von mir hat, und der Entfernung, die *B* von mir hat. Nicht um die Wahrnehmung des Größenunterschiedes zweier Strecken handelt sich's hier, sondern um die Wahrnehmung des Ortsunterschiedes zweier Punkte, welcher Ortsunterschied sofort durch die Disparation, beziehungsweise die Doppelbilder gegeben ist, in die der eine Punkt zerfällt, wenn der andere fixiert wird, wie ich das an anderer Stelle[1] ausgeführt habe.

Wenn also die Tiefenstrecke *A B* (genauer der empfundene Ortsunterschied *A B*) gar nicht als Zuwachs zu einer anderen, etwa zu der Entfernung, die *A* von mir hat, wahrgenommen wird, dann kann man nicht sagen: zwei ebenmerkliche Unterschiede *A B* und *C D* von verschiedener absoluter Entfernung könnten doch verschiedenen Empfindungswert besitzen mit Rücksicht auf die verschiedenen Werte der Größen, denen sie zuwachsen; denn es handelt sich gar nicht um Zuwüchse zu Strecken, sondern um locale Unterschiede von Punkten. Es ist gerade so, wie wenn ich auf einem Maßstabe zu einem gegebenen Punkte einen zweiten ebenmerklich von ihm verschiedenen aufsuchen sollte und wenn ich diese Aufgabe einmal mit Bezug auf den Theilstrich 13, ein andermal mit Bezug auf den Theilstrich 27 als Ausgangspunkt lösen wollte: das Ebenmerkliche wird hier nothwendig gleichmerklich sein. Man darf also die hier gestellte Aufgabe, bei verschiedenen absoluten Entfernungen ebenmerkliche Tiefenunterschiede zu finden, nicht jenen Aufgaben

[1] In Sachen d. opt. Tiefenlocalisation, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg., Bd. XVI, S. 96 f.

zuzählen, in denen z. B. nach dem Augenmaße zwei Strecken einander gleich gemacht oder zu einer Strecke eine ebenmerklich größere gesucht werden soll, Aufgaben, bei denen die Größen der verwendeten Strecken bekanntlich die Größe des ebenmerklichen Zuwuchses wesentlich beeinflussen. Der Schein der Gleichartigkeit beider Aufgaben wird begünstigt durch die Thatsache, dass auch in unseren Versuchen der, einen ebenmerklichen Tiefenunterschied erzeugende, Abstand zweier Punkte um so größer werden muss, je größer die absolute Entfernung ist — was die scheinbare Analogie von Grund- und Zusatzgewichten etc. wachrufen kann. Aber mit Unrecht. Ein ebenmerklicher Tiefenabstand AB muss mit wachsender absoluter Entfernung größer werden, nicht weil er als Zuwuchs empfunden wird, sondern weil er, wenn er gleich bliebe, mit wachsender absoluter Entfernung einen immer kleineren Netzhautreiz darstellen würde. Ein Zusatzgewicht von 10 *g* übt physikalisch immer denselben Druck auf die Haut aus, ob es zu 100 *g* oder 1000 *g* zuwächst; wenn es also das einemal eine andere Empfindungswirkung hat als das anderemal, so muss man allerdings sagen, derselbe Reiz (sc. ein statischer Druck von 10 *g*) wirkt anders, wenn er zu einem schon vorhandenen Reiz von 100 *g* hinzukommt als zu einem von 1000 *g*. Aber ein Tiefenabstand von 10 *mm* ist bei einer absoluten Entfernung von 100 *mm* überhaupt ein anderer terminaler Reiz als in einer solchen von 1000 *mm*, muss also für wachsende Entfernung größer gemacht werden, um überhaupt denselben terminalen Reiz (d. h. Reiz auf der Netzhaut gemessen) zu repräsentieren. Und wenn er, wie sich zeigt, zur Erzielung eines ebenmerklichen Tiefenabstandes gerade so wachsen muss, dass er immer denselben terminalen Reiz erzeugt, so ist damit gesagt, dass ein ebenmerklicher Ortsunterschied in verschiedenen absoluten Entfernungen durch einen constanten terminalen Reiz erzeugt wird; und das allein würde schon beweisen, dass ein solcher Abstand nicht als Zuwachs zur Entfernung eines seiner Punkte vom Beobachter darf angesehen werden.

Ein Umstand darf aber hier nicht übersehen werden: bei Versuchen über ebenmerkliche Entfernungsunterschiede ist zu erwarten (mindestens darf das Gegentheil nicht von vornherein angenommen werden!), dass, wenn man mit strenger Fixierung des Normalobjectes beobachtet, die mehr oder weniger periphere Lage des Vergleichsobjectes nicht gleichgiltig sein wird. Sicher wird man einer etwaigen Gesetzmäßigkeit im Zu- oder Abnehmen der ebenmerklichen Tiefenunterschiede leichter auf die Spur kommen, wenn man dafür sorgt, dass bei Fixation des Normalobjectes das Vergleichsobject sich nicht einmal mehr einmal weniger peripher abbildet, sondern dass es stets in gleichem Maße indirect gesehen wird. Würde das Normalobject etwa immer in der Medianebene liegen, das Vergleichsobject aber in einer zur Medianebene parallelen, links oder rechts von ihr gelegenen Ebene, so würde dasselbe, je nähere absolute Positionen man im Versuche anwendet, umso indirecter gesehen; und wenn sich nun eine verschiedene Unterschiedsempfindlichkeit für verschiedene absolute Entfernungen ergibt, so wird man zunächst nicht wissen, wie weit dies auf Rechnung der verschiedenen absoluten Entfernung oder wie weit es auf Rechnung der immer periphereren Lage des Vergleichsobjectes zu setzen ist.

Fig. 3.



Ich habe also zunächst eine Versuchsreihe so gemacht, dass sich das Vergleichsobject bei allen Positionen möglichst in gleichem Maße peripher abbildet; und weiter habe ich getrachtet, diese periphere Lage möglichst klein zu machen. Bildet sich so das Vergleichsobject nahezu central ab, so erzielt man dadurch überdies einen geringeren variablen Fehler, also eine größere Zuverlässigkeit der Resultate.

Die Versuchsanordnung war folgende: auf der schon früher benützten 4 *m* langen, 1 *m* breiten Tischplatte war eine Schlittenführung so angebracht, dass eine verticale, frontalparallele schwarze Wand (AC in Fig. 3) von 1 *m* Breite und 60 *cm* Höhe in dieser Führung dem Beobachter beliebig genähert oder von ihm entfernt werden konnte, und zwar, wie man aus der Zeichnung ersieht, so, dass die eine der beiden verticalen Kanten dieser Wand (nämlich die, deren Fußpunkt in der Figur mit A bezeichnet ist) stets in der Medianebene MP liegt; sie gibt ein genau lineares Beobachtungsobject ab. Zum Zwecke ruhiger Fixierung trägt sie in Augenhöhe einen kleinen hervorragenden Zeiger. Eine zweite, ebenso beschaffene Wand BD ist ebenfalls in einer Schlittenführung verschiebbar; ihre verticale Kante B bewegt sich in der zur Medianebene etwas gedrehten Ebene MQ. Im Zwischenraume zwischen den beiden Vertical-

kanten A und B ist das Stück PQ des transparenten, von rückwärts beleuchteten Schirmes SS sichtbar und dieses Stück wird bei Verschiebung der Kanten nahezu unter gleichem Gesichtswinkel gesehen, so dass sich also, wenn A fixiert wird, C immer in nahezu gleichem Maße peripher abbildet.

Ich habe nun die linke Wand und damit auch die Kante B nach und nach in jene Entfernungen vom Beobachter gebracht, in welchen bei den Alléeversuchen die einzelnen Fadenpaare standen, also: 3800, 3400, 3000, 2600, 2200, 1800, 1400, 1000 *mm*. Für jede einzelne dieser Entfernungen habe ich die rechte Wand AB in eine solche Stellung gebracht, dass mir die Kante A ebenmerklich näher erschien als die Kante B. An dem die Wand AC tragenden Schlitten war eine Schnur angebracht, deren eines Ende ich bei der Beobachtung in der Hand hielt; ich konnte so die Wand AC allmählich so weit an mich heranziehen, dass die Kante A ebenmerklich näher erschien als B. In der folgenden »Tabelle der Disparationsminima« enthält die erste Columne die Entfernung der Normalkante B vom Beobachter, die zweite Columne die dazu

Tabelle XII. Disparationsminima.

Beobachter: Hillebrand.

Entfernung der Normalkante	Entfernung der Vergleichskante	Winkel α	Winkel β	Differenz $\alpha-\beta$
3800	3730	89° 31' 3"	89° 30' 30"	33"
3400	3341	89 27 38	89 27 4	34
3000	2954	89 23 19	89 22 45	34
2600	2564	89 17 41	89 17 6	35
2200	2175	89 10 0	89 9 25	35
1800	1783	88 58 53	88 58 18	35
1400	1388	88 41 26	88 40 45	41
1000	994·4	88 10 2	88 9 24	38

Längenmaß in Millimetern

Fig. 4 a. Fig. 4 b. Fig. 4 c.

gehörige Entfernung der Vergleichskante A, in welcher diese eben näher erschien als B. Der Winkel α (3. Columne) ist der von der Richtungslinie von B und der Basallinie eingeschlossene Winkel für das linke

Auge; Winkel β ist der von der Richtungslinie der Vergleichskante A und der Basallinie eingeschlossene Winkel (siehe Fig. 4 *c*). In der letzten Columne ist die Differenz dieser beiden Winkel angegeben. Sie kann, wie sich sogleich ergeben wird, als ein Maß für das Minimum der physiologisch wirksamen binocularen Parallaxe gelten. Es seien nämlich (vgl. Fig. 4 *a*) K_1 und K_2 die beiden mittleren Knotenpunkte, A die median gelegene, fixierte Kante, B die ebenmerklich entfernter erscheinende Vergleichskante, von der ich zunächst annehmen will, dass sie in der Gesichtslinie des rechten Auges liege. Dann ist die binoculare Parallaxe (die hier wegen der Ebenmerklichkeit des Entfernungsunterschiedes natürlich ein Minimum ist) durch den Winkel $A K_1 B$ gemessen, der eben die Differenz der beiden, von den Richtungslinien $A K_1$ beziehungsweise $B K_1$ mit der Basallinie gebildeten Winkel darstellt. Liegt die Vergleichskante, wie in Fig. 4 *b* median, wie die Normalkante, so stellt der Winkel $A K_1 B$ die halbe Parallaxe dar. In unserer Versuchsanordnung ist B um ein Weniges aus der Medianebene nach links gerückt, also etwa so, wie dies in Fig. 4 *c* dargestellt ist. Die Parallaxe ist diesfalls $\sphericalangle A K_1 B + \sphericalangle A K_2 B$. In der obigen Tabelle ist mit α der Winkel $B K_1 K_2$, mit β der Winkel $A K_1 K_2$ bezeichnet; daher bedeutet $\alpha - \beta$ den Winkel $A K_1 B$ — also (wegen der nicht genau medianen Lage von B) etwas mehr als die halbe Parallaxe. Nun ergibt sich aus der besprochenen Versuchsanordnung, dass die Kante B sich immer gleich stark peripher abbildet; es ist also mit dem Winkel $A K_1 B$ immer auch der andere, ihn zur ganzen Parallaxe ergänzende Winkel $A K_2 B$ gegeben. Hat also der Winkel $A K_1 B$ ($= \alpha - \beta$) für die verschiedenen in der Tabelle angegebenen Positionen der beiden Kanten einen constanten Wert, dann ist die Parallaxe constant. In unseren Versuchen ist aber die Parallaxe wegen der Ebenmerklichkeit des Entfernungsunterschiedes jedesmal ein Minimum und dieses Minimum hat in der That, wie ein Blick auf die 5. Columne der Tabelle zeigt, einen constanten Wert.

Die Versuche, welche der Tab. XII zugrunde liegen, haben, wie hier ausdrücklich hervorgehoben werden soll, nur die Aufgabe zu entscheiden, ob das Disparationsminimum constant oder variabel ist, nicht aber, welchen absoluten Größenwert dieses Disparationsminimum hat. Zur Beantwortung der letzteren Frage ist die Versuchsmethode viel zu roh; hier müssten Versuche mit den feinsten haploskopischen Methoden gemacht werden. Selbstverständlich kommen auch die Werte für ($\alpha - \beta$) in der 5. Columne nur rücksichtlich ihrer Constanz in Betracht; ihr absoluter Betrag hat weiter keine Bedeutung, schon darum nicht, weil jenes ($\alpha - \beta$) nicht die halbe Disparation darstellt, sondern »etwas größer« ist als diese. Für die Frage nach der Constanz des Disparationsminimums ist die Methode vollkommen brauchbar.

Das Gesetz also, in welchem das Wachsen der ebenmerklichen Entfernungsunterschiede mit den absoluten Entfernungen implicite enthalten ist, lässt sich so aussprechen: bei constant peripherer Lage des Vergleichsobjectes ist für beliebige absolute Entfernungen des fixierten Objectes der ebenmerkliche Entfernungsunterschied dadurch bestimmt, dass die Differenz der beiden, je durch die Gesichts- und Richtungslinie gebildeten Winkel (die ja das Maß für die Disparation oder Binocularparallaxe darstellt) einen constanten Wert behält.

§ 20. In Fig. 5 ist das Anwachsen der ebenmerklichen Entfernungsunterschiede dargestellt für den Fall, dass das fixierte und das Vergleichsobject beide in der Medianebene liegen. K_1 und K_2 sind die beiden mittleren Knotenpunkte. Von K_2 aus sind eine Reihe von Geraden bis zur Medianlinie gezogen in der Weise, dass je zwei benachbarte Geraden denselben Winkel einschließen. Denken wir uns den links von der Medianlinie gelegenen Theil der Figur symmetrisch zum rechts gelegenen ausgeführt, so können wir jedes Paar sich schneidender Geraden als Gesichtslinienpaar betrachten, d. h. wir können uns den Blickpunkt nach und nach in all' die einzelnen Schnittpunkte auf der Medianlinie verlegt denken. Ist nun der constante Winkel φ das halbe Disparationsminimum, dann bedeuten die einzelnen Abschnitte auf der Medianlinie die ebenmerklichen Tiefenunterschiede, die sich ergeben, wenn der Blickpunkt nach und nach in die einzelnen Schnittpunkte verlegt wird. Die Zeichnung veranschaulicht das allmähliche Wachsen der ebenmerklichen Entfernungsunterschiede beim Wachsen der absoluten Entfernungen unter der (thatsächlich zutreffenden) Voraussetzung eines constanten Disparationsminimums.

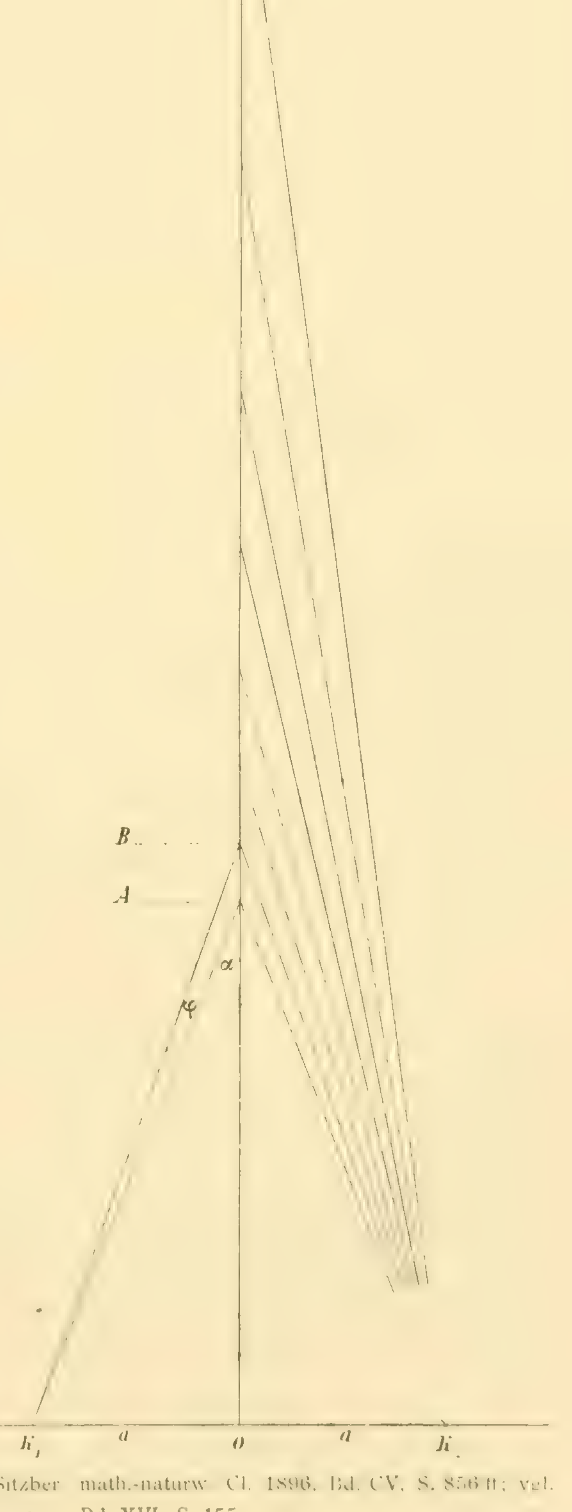
Ist a die halbe Basallinie, $\sphericalangle \varphi$ das halbe Disparationsminimum, bezeichnet man ferner mit α den die Lage des Blickpunktes charakterisierenden halben Convergenzwinkel, mit y ($= OB$) die Entfernung desjenigen Punktes B, der ebenmerklich ferner erscheint als der fixierte Punkt A, so ist

$$y = \frac{a}{\operatorname{tg}(\alpha - \varphi)}$$

Beiläufig bemerkt, geht aus dieser Gleichung ein schon von Wächter[1] aufgefundenes Gesetz als Specialfall hervor. Es ist nämlich für $\alpha = \varphi$ offenbar $y = \infty$. Das heißt: wenn der Fixationspunkt in einer Entfernung liegt, in welcher eine Strecke von der Größe der eigenen Basallinie unter einem Gesichtswinkel erscheinen würde, der dieselbe Größe hat wie das Disparationsminimum selbst, dann gibt es keinen Punkt, der entfernter erscheinen kann als der fixierte; mit anderen Worten: in dieser Convergenzstellung würde jeder, wie immer große Zuwachs an thatsächlicher Entfernung physiologisch unwirksam sein. Hiemit ist also eine principielle Grenze der binocularen Stereoskopie gegeben.

(Würde ich, den Werten der obigen Tabelle entsprechend, das halbe Disparationsminimum mit 35" annehmen, so würde für meine Pupillardistanz (64 *mm*) die Entfernung von 543 *m* als Grenze der binocularen Stereoskopie anzusehen sein. Thatsächlich wird diese Entfernung größer sein, weil das Disparationsminimum sicher kleiner ist als 35".)

Fig. 5.



VI. Capitel.

Zusammenhang zwischen scheinbarer Größe und scheinbarer Entfernung.

§ 21. Wir sind darauf ausgegangen, nach einer Beziehung zwischen den beiden Thatsachen zu suchen, erstens, dass die scheinbaren Entfernungsunterschiede mit wachsenden absoluten Entfernungen abnehmen (oder, was dasselbe ist, dass die wirklichen Entfernungsunterschiede mit wachsenden absoluten Entfernungen immer größer werden müssen, wenn sie gleich groß erscheinen sollen) — und zweitens, dass mit wachsenden absoluten Entfernungen die Gesichtswinkel zweier Objecte von gleicher scheinbarer Größe einander immer näher kommen (wie dies die Alléeversuche zeigen).

Ich werde diese Beziehung an einem Schema darlegen, das den thatsächlichen Verhältnissen sehr nahe

[1] »Über die Grenzen des telestereoskopischen Sehens«, Wiener Sitzber. math.-naturw. Cl. 1896, Bd. CV, S. 856 ff; vgl. ferner meine Anzeige dieser Arbeit in der Zeitschr. f. Psych. u. Phys. d. Sinnesorg., Bd. XVI, S. 155.

kommt, ohne sie aber ganz zu erreichen. Gewisse später zu besprechende Complicationen bringen es mit sich, dass die experimentellen Resultate sich mit der sogleich folgenden idealisierten Darstellung nicht genau decken.

Bekanntlich ist auch die Horoptertheorie auf eine gewisse vereinfachende Schematisierung der thatsächlich bestehenden Verhältnisse angewiesen. So macht der mathematische Horopter vor Allem eine Voraussetzung, die, wie wir wissen, thatsächlich nicht zutrifft, nämlich die Voraussetzung der functionellen Homogeneität der Netzhaut: Reize, die gleichen Gesichtswinkeln entsprechen, werden als extensiv gleichwertig angesehen, auf welche Netzhautregionen auch immer sie appliciert werden; so existiert z. B. ein Unterschied zwischen Nasen- und Schläfenseite der Netzhaut für den mathematischen Horopter nicht, während er beim empirischen eine bedeutende Rolle spielt. Eine Horoptertheorie würde aber kaum entstanden sein, wenn man diesen und noch manch' anderen Complicationen, wie sie thatsächlich in der Natur gegeben sind, schon vom Anfang an hätte Rechnung tragen wollen und sich nicht zu vorläufigen Vereinfachungen verstanden hätte. Die Verhältnisse des empirischen Horopters sind gar nicht unter einem Gesichtspunkte zu begreifen, wenn man sie nicht als Abweichungen vom idealisierten Horopter auffasst, und zwar nicht bloß wegen der hohen Complication, welche die Berücksichtigung aller empirischen Momente mit sich bringen würde, sondern auch darum, weil viele derselben in ihrer Variation gar keine mathematisch-gesetzmäßige Formulierung zulassen. Wer wollte z. B. behaupten, dass die Abnahme der räumlichen Unterschiedsempfindlichkeit vom Netzhautcentrum gegen die Peripherie sich als eine (wenn auch complicierte) »Function« der Winkelentfernung müsse darstellen lassen? Organische Gebilde lassen sich solche Gesetzmäßigkeiten nicht aufzwingen. Man muss also zum Schema greifen, selbst wenn man die sämmtlichen complicierenden Umstände qualitativ kennt.

Von den complicierenden Momenten (das sei gleich hier bemerkt) habe ich Eines von vornherein, wenn auch nicht völlig ausgeschlossen, so doch in seiner Bedeutung möglichst herabgedrückt — nämlich die vom Centrum gegen die Peripherie hin beträchtlich abnehmende Feinheit des Tiefensinnes. Wenn man die Unterschiedsschwelle für periphere Tiefenwahrnehmung in der Weise untersucht, wie ich das oben für nahezu centrale Lage des Normal- und Vergleichsobjectes beschrieben habe, so überzeugt man sich leicht, dass das Disparationsminimum um so größere Werte erhält, je excentrischer die Objecte liegen (worüber ich eine umfangreiche Versuchsreihe gemacht habe). Um diese Abnahme der Tiefenempfindlichkeit, für welche ein Gesetz nicht bekannt ist, nach Möglichkeit auszuschließen, habe ich der Rechnung nur solche Versuchsreihen zugrunde gelegt, bei welchen immer der jeweils einzustellende Faden der Allée fixiert und mit dem nächst ferneren auf den scheinbaren Lateralabstand verglichen wurde. Es wurde also mit »lateral wanderndem Blicke« beobachtet[1]. Stellt man eine Allée mit fixierendem Blicke ein (der Fixationspunkt liege z. B. in der Entfernung des fernsten Fadenpaares), so liegen die Bilder der nahen Fadenpaare so peripher, dass die bereits erhebliche Minderung der Tiefenempfindlichkeit das Versuchsergebnis schon merklich beeinflusst, ja (aus den oben angegebenen Gründen) für die theoretische Verwertung untauglich gemacht. Man muss also trachten, möglichst mit einer und derselben Netzhautarea zu beobachten und das geschieht annähernd (wenn auch nicht genau) dadurch, dass man immer denjenigen Faden fixiert, den der Gehilfe eben einstellen soll[2].

§ 22. Einige dieser Versuche mit »lateral wanderndem Blicke« sind bereits in Tab. X mitgetheilt worden. Dort handelte sich's aber bloß darum zu zeigen, erstens, dass die Gesichtswinkel gleich groß erscheinender Objecte sehr verschieden sein können, und zweitens, dass diese Verschiedenheit mit wachsender absoluter Entfernung abnimmt, sich also der Gleichheit nähert. Für die nunmehr zu entwickelnde Theorie sind diese Versuche vor allem zu wenig zahlreich. Außerdem aber bedarf die Theorie gewisser Winkelwerte, welche aus den empirischen Werten der Entfernung und der wirklichen Größe, sowie des Augenabstandes erst gerechnet werden müssen.

Ich werde daher neben den schon in Tab. X angeführten Allée-Einstellungen (die hier wiederholt werden) noch eine weitere Anzahl solcher Einstellungen mittheilen, und zwar jede einzelne Allée in einer eigenen Tabelle und werde den beobachteten Werten (Lateraldistanz der einzelnen Fadenpaare und

[1] Von den oben mitgetheilten Versuchsergebnissen kommen also nunmehr nur die in Tab. X, p. 15 [269] mitgetheilten in Betracht, während die Beobachtungen mit fixierendem Blicke von nun an ausgeschlossen bleiben.

[2] Nicht genau, weil der zum Vergleiche herangezogene Nachbarfaden immerhin excentrischer liegt, wenn man die näheren als wenn man die ferneren Fäden einstellt.

Abstand derselben vom Beobachter) gewisse aus ihnen berechnete Winkelwerte beifügen, über deren Bedeutung ich jetzt an der Hand der Fig. 6 Aufschluss geben will.

Es seien K_1 und K_2 die beiden mittleren Knotenpunkte, O der Halbierungspunkt der Basallinie P, P_1, P_2 seien die Fußpunkte dreier Fäden einer (bei wanderndem Blicke aufgestellten) Allée; ihre Entfernungen von der Basallinie seien OA, OB, OC wobei $AB = BC$ (in unseren Versuchen $= 40$ *cm*). Von jedem der drei Punkte P, P_1, P_2 sind die Richtungslinien zu den beiden Knotenpunkten K_1 und K_2 gezogen. Die Winkel, die die Richtungslinien mit der Basallinie einschließen, heißen für das rechte Auge $\varkappa$, für das linke ϑ. Der Unterschied zweier auf einander folgender $\varkappa$ heiße $\mu_1, \mu_2 \ldots$ der zweier auf einander folgender ϑ heiße $\nu_1, \nu_2 \ldots$. Die Winkel $\lambda, \lambda_1, \lambda_2 \ldots$, welche die Richtungslinien je eines Alléepunktes mit einander bilden, sind gleich den Differenzen der entsprechenden $\varkappa$ und ϑ. Die Bedeutung der einzelnen Columnen in den folgenden Tabellen ist damit erklärt. In der vorletzten Columne ist das Verhältnis je zweier zusammengehöriger ν und μ angegeben: welche theoretische Bedeutung dieser Quotient hat, wird sich bald zeigen. Von der Differenz $\varkappa - \vartheta = \lambda$ (letzte Columne) wird erst später Gebrauch gemacht werden.

Fig. 6.



Tabelle XIII.

Beobachter: Hillebrand (600).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	$\varkappa$	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	454	78°57'57"		75°28'40"			3°29'11"
				2°37'25"		3°33'55"	1·359	
II	1400	478	81 35 22		79 2 41			2 32 41
				1 28 25		2 1 13	1·371	
III	1800	502	83 3 47		81 3 54			1 59 53
				1 1 13		1 22 28	1·347	
IV	2200	520	84 5 0		82 26 22			1 38 38
				0 40 32		0 55 27	1·368	
V	2600	541	84 45 32		83 21 49			1 23 43
				0 32 3		0 43 5	1·344	
VI	3000	558	85 17 35		84 4 54			1 12 41
				0 22 33		0 30 59	1·374	
VII	3400	579	85 40 8		84 35 53			1 4 15
				0 17 40		0 24 32	1·377	
VIII	3800	600	85 57 57		85 0 25			0 57 32
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$	1·363	

Tabelle XIV.

Beobachter: Hillebrand (600).

Nummer des Faden-paares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	κ	μ	ϑ		$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	433	79° 4'34"	2°30'48"	75°35'13"	3°33'23"	1·361	3°29'21"
II	1400	473	81 41 22	1 22 25	79 8 36	1 55 18	1·399	2 32 46
III	1800	502	83 3 47	0 55 1	81 3 54	1 16 19	1·387	1 59 53
IV	2200	528	83 58 48	0 40 10	82 20 13	0 55 5	1·372	1 38 35
V	2000	551	84 38 58	0 32 22	83 15 18	0 43 21	1·339	1 23 40
VI	3000	569	85 11 20	0 24 47	83 58 39	0 33 14	1·335	1 12 41
VII	3400	587	85 39 58	0 18 19	84 35 24	0 25 1	1·366	1 4 34
VIII	3800	600	85 57 57		85 0 25			0 57 32
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·366		

Tabelle XV.

Beobachter: Hillebrand (390).

Nummer des Faden-paares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	κ	μ	ϑ		$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	308	83° 2'39"	1°41'29"	79°27'47"	2°41'16"	1·590	3°34'52"
II	1400	322	84 44 8	0 59 28	82 9 3	1 33 22	1·570	2 35 5
III	1800	333	85 43 36	0 36 24	83 42 25	0 58 10	1·598	2 1 11
IV	2200	346	86 20 0	0 25 50	84 40 35	0 41 2	1·589	1 39 25
V	2600	358	86 45 50	0 20 42	85 21 37	0 31 52	1·540	1 24 13
VI	3000	367	87 6 32	0 14 20	85 53 29	0 22 52	1·596	1 13 3
VII	3400	379	87 20 52	0 11 46	86 16 21	0 18 32	1·575	1 4 31
VIII	3800	390	87 32 38		86 34 53			0 57 45
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·579		

Tabelle XVI.

Beobachter: Hillebrand (390).

Nummer des Faden-paares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	κ	μ	ϑ		$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	312	82°55'54"	1°34'53"	79°21'10"	2°34'39"	1·630	3°34'44"
II	1400	333	84 30 47	0 57 37	81 55 49	1 31 31	1·588	2 34 58
III	1800	349	85 28 24	0 37 34	83 27 20	0 59 19	1·579	2 1 4
IV	2200	364	86 5 58	0 26 2	84 26 39	0 41 11	1·582	1 39 19
V	2000	379	86 32 0	0 25 24	85 7 50	0 36 32	1·438	1 24 10
VI	3000	383	86 57 24	0 19 26	85 44 22	0 27 57	1·438	1 13 2
VII	3400	387	87 16 50	0 14 53	86 12 19	0 21 40	1·456	1 4 31
VIII	3800	390	87 31 43		86 33 59			0 57 44
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·530		

Tabelle XVII.

Beobachter: Hillebrand (266).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	β	γ	$\frac{\gamma}{\mu}$	λ
I	1000	207	85°54'37"	0°56'30"	82°17' 0"	1°57'56"	2·087	3°37'37"
II	1400	218	86 51 7	0 31 26	84 14 50	1 5 53	2·096	2 36 11
III	1800	229	87 22 33	0 20 48	85 20 49	0 42 49	2·059	2 1 44
IV	2200	239	87 43 21	0 16 23	86 3 38	0 31 40	1·933	1 39 43
V	2600	246	87 59 44	0 12 35	86 35 18	0 23 49	1·893	1 24 26
VI	3000	252	88 12 19	0 8 7	86 59 7	0 16 42	2·058	1 13 12
VII	3400	261	88 20 26	0 8 13	87 15 49	0 15 1	1·828	1 4 37
VIII	3800	266	88 28 39		87 30 50			0 57 49

Mittleres $\frac{\gamma}{\mu}$ = 1·993

Tabelle XVIII.

Beobachter: Hillebrand (266).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	β	γ	$\frac{\gamma}{\mu}$	λ
I	1000	219	85°34' 0"	0°54'59"	81°56'47"	1°56'17"	2·097	3°37'19"
II	1400	236	86 29 5	0 38 13	83 53 4	1 12 34	1·899	2 36 1
III	1800	245	87 7 18	0 29 48	85 5 38	0 51 47	1·748	2 1 40
IV	2200	247	87 37 0	0 18 0	85 57 25	0 33 16	1·848	1 39 41
V	2600	253	87 55 0	0 12 39	86 30 41	0 23 52	1·887	1 24 25
VI	3000	260	88 7 45	0 11 41	86 54 33	0 20 15	1·733	1 13 12
VII	3400	263	88 19 20	0 9 13	87 14 48	0 16 2	1·740	1 4 38
VIII	3800	266	88 28 39		87 30 50			0 57 49

Mittleres $\frac{\gamma}{\mu}$ = 1·850

Tabelle XIX.

Beobachter: Czermak (600).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	β	γ	$\frac{\gamma}{\mu}$	λ
I	1000	474	78°28'11"	2°45'34"	74°53'26"	3°43'15"	1·348	3°34'45"
II	1400	498	81 13 45	1 41 34	78 36 41	2 15 8	1·330	2 37 4
III	1800	513	82 55 19	1 2 43	80 51 49	1 24 34	1·348	2 3 30
IV	2200	531	83 58 2	0 44 52	82 16 23	1 0 13	1·342	1 41 39
V	2600	547	84 42 54	0 33 33	83 16 36	0 44 53	1·338	1 26 18
VI	3000	562	85 16 27	0 21 40	84 1 29	0 30 24	1·403	1 14 58
VII	3400	585	85 38 7	0 20 44	84 31 53	0 27 38	1·333	1 6 14
VIII	3800	600	85 58 51		84 59 31			0 59 20

Mittleres $\frac{\gamma}{\mu}$ = 1·349

Tabelle XX.

Beobachter: Czermak (390).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	η	β	ν	ν/μ	λ
I	1000	314	82°55'53"		79°14'33"			3°41'20"
II	1400	331	84 35 37	1°39'44"	81 55 48	2°41'15"	1·617	2 39 49
III	1800	338	85 40 4[illegible]	1 5 8	83 35 49	1 40 1	1·535	1 44 56
IV	2200	350	86 18 25	0 37 40	84 35 57	1 0 8	1·597	1 42 25
V	2600	360	86 45 51	0 27 26	85 19 0	0 43 3	1·569	1 26 51
VI	3000	370	87 5 59	0 20 8	85 50 37	0 31 37	1·570	1 15 22
VII	3400	377	87 22 53	0 16 54	86 16 22	0 25 45	1·524	1 6 31
VIII	3800	390	87 33 32	0 10 39	86 33 59	0 17 37	1·654	0 59 33

Mittleres $\frac{\nu}{\mu} = 1·581$

Tabelle XXI.

Beobachter: Czermak (390).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	η	β	ν	ν/μ	λ
I	1000	323	82°40'40"		78°59'39"			3°41' 1"
II	1400	337	84 28 19	1°47'39"	81 48 31	2°48'52"	1·568	2 39 48
III	1800	352	85 27 30	0 59 11	83 22 42	1 34 11	1·591	2 4 48
IV	2200	359	86 11 30	0 44 0	84 28 41	1 5 59	1·500	1 42 49
V	2600	363	86 43 53	0 32 23	85 17 3	0 48 22	1·493	1 20 50
VI	3000	372	87 4 50	0 20 57	85 49 30	0 32 27	1·549	1 15 20
VII	3400	382	87 20 22	0 15 32	86 13 53	0 24 23	1·570	1 6 29
VIII	3800	390	87 32 38	0 12 16	86 33 0	0 19 13	1·566	0 59 32

Mittleres $\frac{\nu}{\mu} = 1·548$

Tabelle XXII.

Beobachter: Czermak (266).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	η	β	ν	ν/μ	λ
I	1000	233	85°15'20"		81°31'30"			3°43'50"
II	1400	240	86 26 37	1°11'17"	83 45 57	2°14'17"	1·884	2 40 50
III	1800	248	87 6 23	0 39 46	85 0 55	1 15 8	1·881	2 5 28
IV	2200	250	87 36 18	0 29 55	85 53 30	0 52 35	1·758	1 42 48
V	2600	254	87 55 48	0 19 30	86 28 43	0 35 13	1·806	1 27 5
VI	3000	258	88 10 1	0 14 13	86 54 32	0 25 49	1·810	1 15 20
VII	3400	265	88 19 27	0 9 26	87 12 48	0 18 16	1·9[illegible]6	1 6 39
VIII	3800	266	88 29 34	0 10 7	87 29 56	0 17 8	1·694	0 59 38

Mittleres $\frac{\nu}{\mu} = 1·826$

Tabelle XXIII.

Beobachter: Radakovič (600).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	410	80° 4'25"	1°59'49"	76°40'31"	2°54' 0"	1·453	3°17'54"
II	1400	450	82 4 14	1 22 9	79 40 37	1 53 8	1·377	2 23 37
III	1800	474	83 26 23	0 40 9	81 33 45	1 0 18	1·502	1 52 38
IV	2200	514	84 6 32	0 36 22	82 34 3	0 50 23	1·385	1 32 29
V	2000	541	84 42 54	0 28 26	83 24 26	0 38 45	1·363	1 18 28
VI	3000	505	85 11 20	0 24 17	84 3 11	0 32 13	1·326	1 8 9
VII	3400	584	85 35 37	0 20 32	84 35 24	0 26 48	1·305	1 0 13
VIII	3800	600	85 56 9		85 2 12			0 53 57
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·387		

Tabelle XXIV.

Beobachter: Radakovič (390).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	275	83°51'51"	1° 6'54"	80°29'28"	2° 3'42"	1·849	3°22'23"
II	1400	306	84 58 45	0 46 45	82 33 10	1 18 41	1·683	2 25 35
III	1800	327	85 45 30	0 38 22	83 51 51	0 58 47	1·532	1 53 49
IV	2200	337	86 23 52	0 24 36	84 50 38	0 38 52	1·580	1 33 14
V	2600	350	86 48 28	0 19 47	85 29 30	0 30 15	1·529	1 18 58
VI	3000	360	87 8 15	0 10 5	85 59 45	0 18 0	1·795	1 8 30
VII	3400	380	87 18 20	0 12 30	86 17 51	0 18 50	1·507	1 0 29
VIII	3800	390	87 30 50		86 36 41			0 54 9
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·639		

Tabelle XXV.

Beobachter: Radakovič (266).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	224	85°18'45"	1°12'45"	81°55' 4"	2°10' 0"	1·788	3°23'41"
II	1400	230	86 31 30	0 36 50	84 5 10	1 9 0	1·873	2 26 20
III	1800	240	87 8 20	0 28 0	85 14 10	0 48 43	1·740	1 54 10
IV	2200	244	87 36 20	0 17 30	86 2 53	0 31 47	1·816	1 33 27
V	2600	251	87 53 50	0 12 11	86 34 40	0 22 42	1·803	1 19 10
VI	3000	259	88 6 1	0 10 53	86 57 22	0 18 58	1·743	1 8 39
VII	3400	264	88 16 54	0 9 57	87 16 20	0 10 18	1·038	1 0 34
VIII	3800	266	88 26 51		87 32 38			0 54 13
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·780		

Tabelle XXVI.

Beobachter: Wirtinger (600).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	491	77°56′55″	2°49′17″	74°29′27″	3°44′51″	1·328	3°27′28″
II	1400	519	80 46 12	1 49 24	78 14 18	2 21 41	1·295	2 31 54
III	1800	532	82 35 36	1 7 46	80 35 59	1 28 54	1·312	1 59 37
IV	2200	548	83 43 28	0 47 45	82 4 53	1 2 36	1·311	1 38 29
V	2600	563	84 31 7	0 30 14	83 7 29	0 47 12	1·303	1 23 38
VI	3000	576	85 7 21	0 27 16	83 54 41	0 35 42	1·309	1 12 40
VII	3400	590	85 34 37	0 23 20	84 30 23	0 30 2	1·287	1 4 14
VIII	3800	600	85 57 57		85 0 25			0 57 32
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1.306		

Tabelle XXVII.

Beobachter: Wirtinger (600).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	528	76°56′18″	3°16′28″	73°40′41″	4°10′44″	1·276	3°25′37″
II	1400	547	80 12 46	2 0 18	77 41 25	2 32 17	1·266	2 31 31
III	1800	556	82 13 4	1 19 30	80 13 42	1 40 28	1·264	1 59 22
IV	2200	562	83 32 34	0 56 35	81 54 10	1 11 21	1·261	1 38 24
V	2600	566	84 29 9	0 37 37	83 5 31	0 49 36	1·319	1 23 38
VI	3000	577	85 6 46	0 27 51	83 54 7	0 36 16	1·302	1 12 39
VII	3400	590	85 34 37	0 23 20	84 30 23	9 30 2	1·287	1 4 14
VIII	3800	600	85 57 57		85 0 25			0 57 32
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·282		

Tabelle XXVIII.

Beobachter: Wirtinger (390).

Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	ϑ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	λ
I	1000	356	81°41′37″	2° 2′57″	78° 8′25″	3° 1′44″	1·478	3°33′12″
II	1400	371	83 44 34	1 18 14	81 10 9	1 51 45	1·429	2 34 25
III	1800	376	85 2 48	0 53 50	83 1 54	1 15 28	1·402	2 0 54
IV	2200	376	85 56 38	0 33 24	84 17 22	0 48 30	1·452	1 39 16
V	2600	382	86 30 2	0 23 56	85 5 52	0 35 4	1·465	1 24 9
VI	3000	389	86 53 58	0 20 20	85 40 56	0 28 53	1·421	1 13 2
VII	3400	390	87 14 18	0 17 25	86 9 49	0 24 11	1·389	1 4 29
VIII	3800	390	87 31 43		86 34 0			0 57 43
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·434		

Tabelle XXIX.

Beobachter: Wirtinger (390).

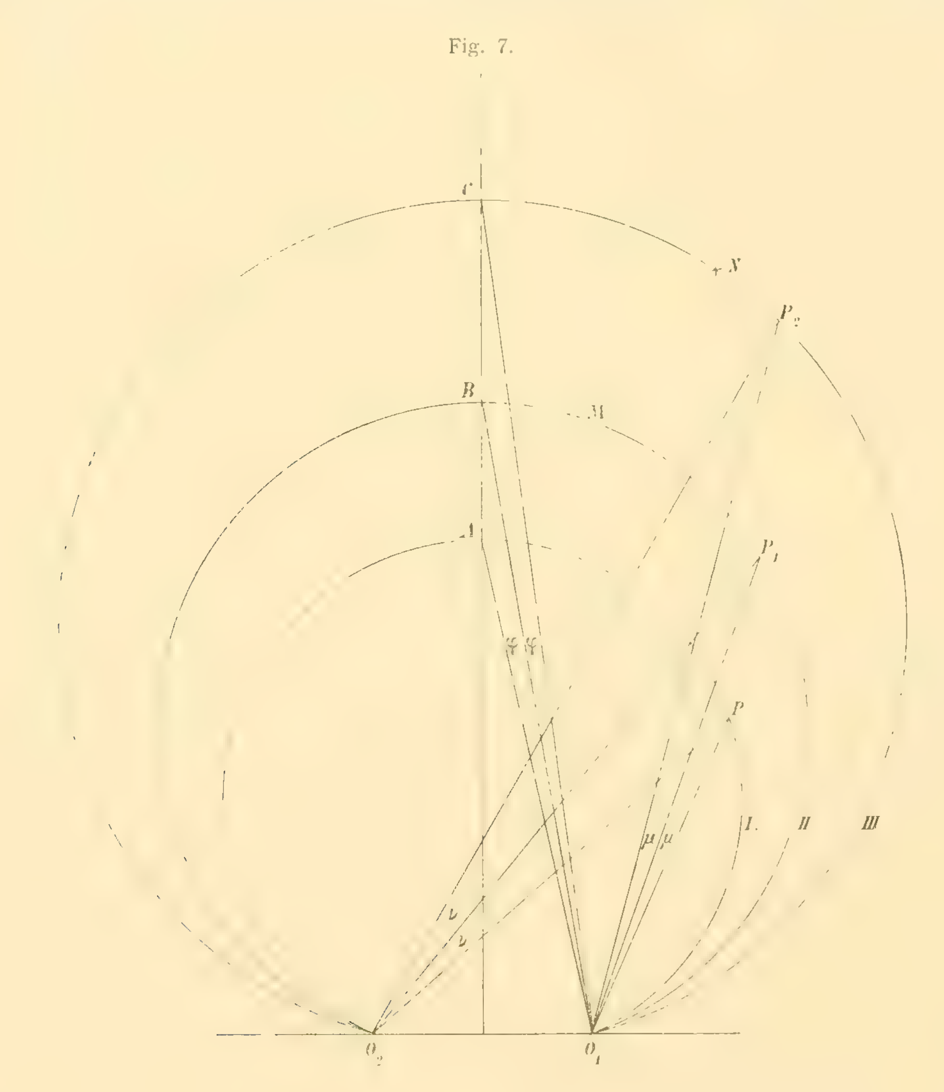
Nummer des Fadenpaares	Entfernung vom Beobachter	Lateraldistanz	α	μ	δ	ν	$\frac{\nu}{\mu}$	γ
I	1000	300	81°34'54"		75° 1'51"			3 33
II	1400	370	83 45 48	2°10'54"	81 11 21	3° 9'30	1·448	2 34 27
III	1800	375	85 3 40	1 17 58	83 2 52	1 51 31	1·430	2 0 54
IV	2200	378	85 55 5	0 51 19	84 15 49	1 12 57	1·422	1 39 10
V	2600	381	86 30 41	0 35 30	85 0 31	0 50 42	1·424	1 24 10
VI	3000	383	86 57 23	0 26 42	85 44 22	0 37 51	1·417	1 13 1
VII	3400	390	87 14 18	0 10 55	86 9 33	0 25 11	1·480	1 4 45
VIII	3800	390	87 31 10	0 10 58	86 33 32	0 23 59	1·414	0 57 44
						Mittleres $\frac{\nu}{\mu}$ = 1·435		

§ 23. Für die sogleich zu entwickelnde Theorie ist nun folgende, aus den Versuchstabellen ersichtliche Thatsache von entscheidender Bedeutung: für einen und denselben Beobachter und für eine und dieselbe Allee schwanktder Quotient $\frac{\nu}{\mu}$ um einen constanten Wert, er würde einen genau constanten Wert haben, wenn es keine Beobachtungsfehler gäbe. Alleen von verschiedener Breite haben ein verschiedenes $\frac{\nu}{\mu}$, und zwar wächst dieser Quotient, wenn die Breite abnimmt. Ich habe an die Spitze jeder Tabelle neben den Namen des Beobachters in Klammer die Lateraldistanz des fernsten (nach meiner Zählung VIII.) Fadenpaares gesetzt, also jenes Fadenpaares, das der Beobachter nicht einstellt, sondern nach dessen scheinbarer Breite als Normalobject er die Einstellungen der übrigen Fadenpaare macht, oder vielmehr vom Gehilfen machen lässt. Wie man sieht, ist für die durch die Zahl (600) charakterisierten Alleen jener Quotient $\frac{\nu}{\mu}$ am kleinsten, er ist größer für die Alleen (390), am größten für die Alleen (266). Welche physiologische Bedeutung diesem Quotienten zukommt, wird durch die sogleich zu entwickelnde Theorie ersichtlich werden. Für jetzt bitte ich nur seine Constanz (innerhalb einer und derselben Versuchsreihe) festzuhalten.

§ 24. Der Theorie, welche ich jetzt entwickeln werde, will ich zur vorläufigen Vereinfachung die Annahme zugrunde legen, dass bei horizontaler Lage der Blickebene der Längshoropter der Müller'sche Kreiscylinder sei, dass also (da die Zeichnung Fig. 7 nur die Verhältnisse in der Blickebene darstellt) jeder durch die beiden Knotenpunkte O_1 und O_2 gelegte Kreis der geometrische Ort aller wirklichen Punkte sei, deren Vorstellungsbilder in frontalparallelen Ebenen liegen. Nur der Einfachheit wegen — denn wir werden diese (empirisch ohnehin unrichtige) Annahme später ausschalten, ohne dass dies die Theorie irgendwie berührt. Die Winkel φ (Fig. 7) seien einander gleich und sollen halbe Disparationsminima darstellen. Es ist also $AB < BC$ und auch die senkrechten Abstände der drei Alleepunkte P, P_1, P_2 von der Basallinie wachsen nicht um constante Größen, wie das früher (vgl. Fig. 6) entsprechend der Einrichtung unserer Versuche der Fall war. Auf den drei durch A, B und C gehenden Kreisen liegen daher lauter Punkte, die von der Basallinie denselben scheinbaren Abstand haben wie die Punkte A, beziehungsweise B, beziehungsweise C. Daher wachsen auch die scheinbaren Entfernungen der Alleepunkte P, P_1, P_2 vom Beobachter um gleiche Größen, und zwar ist der scheinbare Tiefenabstand zwischen P_1 und P, ein ebenmerkicher und desgleichen der zwischen P_2 und P_1, weil sie auf Kreisen liegen, die um Disparationsminima von einander entfernt sind.

Von drei beliebigen, je auf den Kreisen I, II und III liegenden Punkten würde dasselbe gelten, also z. B. von den Punkten P, M, N. Nur würde diese Trias von Punkten sich von der früheren (P, P_1, P_2) durch die scheinbaren Lateralwerte unterscheiden, d. h. durch die scheinbaren Abstände von der Medianlinie. Nun sei P_1 ein Punkt, der durch empirische Ermittelung als ein solcher aufgefunden wurde, welcher im Kreise II denselben scheinbaren Lateralabstand von der Mediane hat wie P im Kreise I. Mit anderen Worten P und P_1 seien Punkte einer empirisch ermittelten Scheinallee. Der Gesichtswinkel, der den Lateralabstand des Punktes P von der Mediane bestimmt, ist $A\ O_1\ P$. Denn unter Voraussetzung der Giltigkeit des Müller'schen Horopters sind die Ortsunterschiede aller auf dem Kreise I liegenden Punkte

Fig. 7.



rein laterale Unterschiede. (Dem linken Auge erscheint der Bogen AP unter demselben Winkel.) Der Gesichtswinkel, welcher den Lateralabstand von P_1 bestimmt, ist $B\ O_1\ P_1$. Dieser ist um den Betrag $(\mu + \varphi)$ kleiner als $A\ O_1\ P$. Demselben scheinbaren Lateralwerte entspricht also ein in Wirklichkeit kleinerer Lateralwinkel, wenn diese Lateralwerte Punkten angehören, welche einen physiologisch wirksamen (oder, wenn man will, psychisch merklichen) Tiefenunterschied besitzen, wie das ja unsere Versuche gezeigt haben. Ich will für diese Thatsache einstweilen den gemeinverständlichen (psychologisch allerdings ungehörigen) Ausdruck gebrauchen: wir rechnen den empfundenen Entfernungsunterschied in die Größenvergleichung ein [1]), so dass wir zwei unter gleichen Gesichtswinkeln gesehene

[1] Psychologisch ist diese Ausdrucksweise darum ungehörig, weil sie den Schein erweckt, als handle es sich hier um einen zur Empfindung hinzukommenden Urtheilsact, was sicher nicht der Fall ist. Lateralwert und Entfernung sind durch Abstraction

Strecken nur dann für gleich halten würden, wenn sie gleich weit entfernt erschienen (sei es, dass sie wirklich gleich weit entfernt sind, sei es, dass ihr thatsächlicher Entfernungsunterschied physiologisch unwirksam ist).

Dass nun der Unterschied der beiden Lateralwinkel $A\,O_1\,P$ und $B\,O_1\,P_1$ gerade den Wert $(\mu+\varphi)$ hat, das ist eine reine Erfahrungsthatsache. Physiologisch lässt sich nicht deducieren, dass gerade dieser Betrag den Unterschied der beiden Entfernungen compensieren müsse. Die Theorie kann aber sofort einsetzen, wenn es sich darum handelt, einen dritten Punkt P_2, ja überhaupt beliebig viele andere Punkte zu finden, welche derselben scheinbaren Allee angehören wie P und P_1. Gesetzt, ich suche einen dritten Punkt, der um ein Disparationsminimum ferner liegen soll als P_1, demnach dem Kreise III angehört. Wenn dieser fragliche Punkt von P_1 denselben (hier ebenmerklichen) Tiefenabstand haben soll wie P_1 von P, dann muss sein Lateralwinkel gegenüber dem Lateralwinkel von P_1 um denselben Betrag kleiner sein, um welchen der Lateralwinkel von P_1 kleiner ist als der von P, d. h. also wieder um $(\mu+\varphi)$. Nun ist der Voraussetzung nach φ constant, weil die Kreise I, II und III durch das Fortschreiten um (constante) Disparationsminima entstanden sind. Also muss auch μ constant sein. Und da $\nu-\mu$ (die Disparation zwischen P und P_1, beziehungsweise zwischen P_1 und P_2) constant ist, ist auch ν constant. Es muss also der Strahl $O_1\,P_1$ um denselben Winkelbetrag μ nach links gedreht werden, um welchen der Strahl $O\,P$ gedreht werden musste, um in die (empirisch gefundene) Lage $O\,P_1$ zu gelangen oder, was dasselbe ist, der vom linken Auge ausgehende Strahl $O_2\,P_1$ muss um den Winkel ν weiter gedreht werden, so dass er in die Lage $O_2\,P_2$ kommt. Würden wir in derselben Weise weiter fahren durch die beiden Knotenpunkte O_1 und O_2 Kreise durchzulegen, so dass also der über die Sehne $O_1\,O_2$ errichtete Peripheriewinkel jedes folgenden Kreises um denselben Betrag $\nu-\mu = 2\varphi$ kleiner wäre als der des vorhergegangenen, so würden wir den Strahl $O_1\,P_2$ nur immer wieder um den Winkel μ (oder den Strahl $O_2\,P_2$ um den Winkel ν) weiter drehen müssen, um immer neue Punkte derselben scheinbaren Allee zu erhalten. Wenn wir nun anstatt discrete Punkte dieser Allee aufzusuchen, die Curve finden wollen, in welcher alle Punkte dieser scheinbaren Allee liegen müssen, so wird damit nichts anderes verlangt als die Bahn zu finden, welche der Punkt P durchläuft, wenn man die Strahlen $O_1\,P$ und $O_2\,P$ aus ihrer Anfangslage im gleichen Sinne so weiter dreht, dass die beiden Drehungswinkel immer in dem constanten Verhältnisse $\frac{\nu}{\mu}$ zu einander stehen, ein Verhältnis, welches durch die empirisch gefundene Stellung zweier Punkte einer scheinbaren Allee gegeben ist.

Will man umgekehrt diese ganze Deduction experimentell verificieren, so braucht man nur zwei Reihen von Verticalfäden so aufzustellen, dass sie eine scheinbar medianparallele Allee bilden, das zwischen je zwei benachbarten Fadenpaaren bestehende μ und ν auszurechnen und nachzusehen, ob das zwischen jedem ν und dem dazugehörigen μ bestehende Verhältnis ein constantes ist, beziehungsweise (da wir ja mit Beobachtungsfehlern zu rechnen haben) ob die verschiedenen $\frac{\nu}{\mu}$ sich um einen constanten Wert gruppieren.

Dass dies wirklich der Fall ist, zeigen die früher mitgetheilten Tabellen. Es ist jetzt auch klar, warum ich auf die empirisch gefundene Constanz dieses Quotienten so großes Gewicht gelegt habe.

§ 25. Wollen wir nun dem Hauptsatze dieser Theorie eine allgemeine Fassung geben, so kann das in folgender Weise geschehen: damit eine Reihe von verschieden weit entfernten Objecten bei binocularer Betrachtung gleich groß erscheinen, müssen ihre wirklichen (lateralen) Größen mit wachsender Entfernung so zunehmen, dass die Gesichtswinkel umgekehrt proportional mit der scheinbaren, durch die Disparation gemessenen Entfernung abnehmen. Oder kürzer: mehrere verschieden entfernte Objecte erscheinen dann gleich

und Hinzudenken von Beziehungspunkten künstlich geschaffene Relationen. Um ihrer Zweizahl willen hört eine Anschauung ebensowenig auf einheitlich zu sein wie ein Punkt aufhört Einer zu sein, weil man seine Lage durch den Abstand von drei Coordinatenebenen definiert.

groß, wenn die Unterschiede ihrer Gesichtswinkel den Unterschieden ihrer scheinbaren Entfernungen proportional sind, wobei die scheinbaren Entfernungsunterschiede durch die Disparation gemessen werden.

Dieses Gesetz geht in das für monoculares Sehen giltige, aber mit Unrecht als allgemein giltig behauptete Gesichtswinkelgesetz über, sobald die scheinbare Entfernung gleich bleibt — denn diesfalls muss auch der Gesichtswinkel gleich bleiben, wenn die scheinbare Größe sich nicht ändern soll. Bei der monocularen Perspective ist dies, wenn alle Erfahrungsmotive für das Tiefensehen ausgeschlossen sind, auch wirklich der Fall. Denn indem die monoculare Perspective die Regeln der Centralprojection anerkennt, lässt sie damit implicite das Moment der verschiedenen Entfernung ganz aus dem Spiele und betrachtet die Größe der Gegenstände nur nach der Größe ihrer Projection (vgl. oben S. 16 [270]). Die Netzhaut ist dann wirklich das genaue Analogon einer photographischen Platte.

Für das binoculare Sehen, das innerhalb der stereoskopischen Grenze eine Empfindung von der verschiedenen Entfernung hat, gelten die Gesetze der Centralprojection nicht, wie wir eben gesehen haben — sie gelten aber jenseits der stereoskopischen Grenze, weil dort zwar eine thatsächliche, aber keine scheinbare Entfernungszunahme, also keine physiologischen Tiefenunterschiede mehr möglich sind. So kann man das Gesetz der scheinbaren Größe bei monocularem Sehen als einen besonderen Fall jenes eben formulierten Gesetzes der scheinbaren Größe für binoculares Sehen fassen, ein Specialfall, der sich beim binocularem Sehen nur dann verwirklicht, wenn das binoculare Sehen für die dritte Dimension nichts mehr leistet, also physiologisch mit dem monocularen gleichwertig wird. Das ist jenseits der stereoskopischen Grenze der Fall, so z. B. bei den Himmelskörpern. Für den Astronomen fallen daher, wie Eingangs erwähnt, die Begriffe »scheinbare Größe« und »Gesichtswinkel« zusammen; ebenso für den (monocular sehenden) Mikroskopiker und schon gar für denjenigen, der bloß an eine bildauffangende Ebene (einen Schirm) denkt und nicht an Netzhaut, Opticus und Hirn.

§ 26. Bei der Ableitung dieses Hauptsatzes der Lehre von der binocularen Sehgröße haben wir zunächst die Giltigkeit des Müller'schen Längshoropters angenommen. An dem Wesen der Theorie ändert sich jedoch nichts, wenn wir diese Annahme fallen lassen; desgleichen können wir die Annahme entbehren, dass die Größe des Disparationsminimums für die Medianlinie dieselbe sei wie für eine Reihe lateral gelegener Objecte (die Punkte der Allee).

In Fig. 8 ist von diesen Annahmen abgesehen. Die Punkte A und P sollen in einem empirischen Horopter liegen (durch die punktierte Curve angedeutet), desgleichen B und P_1, ebenso C und P_2. Wir haben dabei gerade die Gegend ausgewählt, in der der empirische Horopter den Sinn seiner Krümmung ändert. Auch hier soll P_2 von P_1 und P_1 von P um ein Disparationsminimum entfernt sein, womit zunächst nur die Constanz der Differenz $(\nu - \mu)$ behauptet ist, noch nicht, wie im vorigen Falle, die Constanz der Winkel μ und ν selbst.

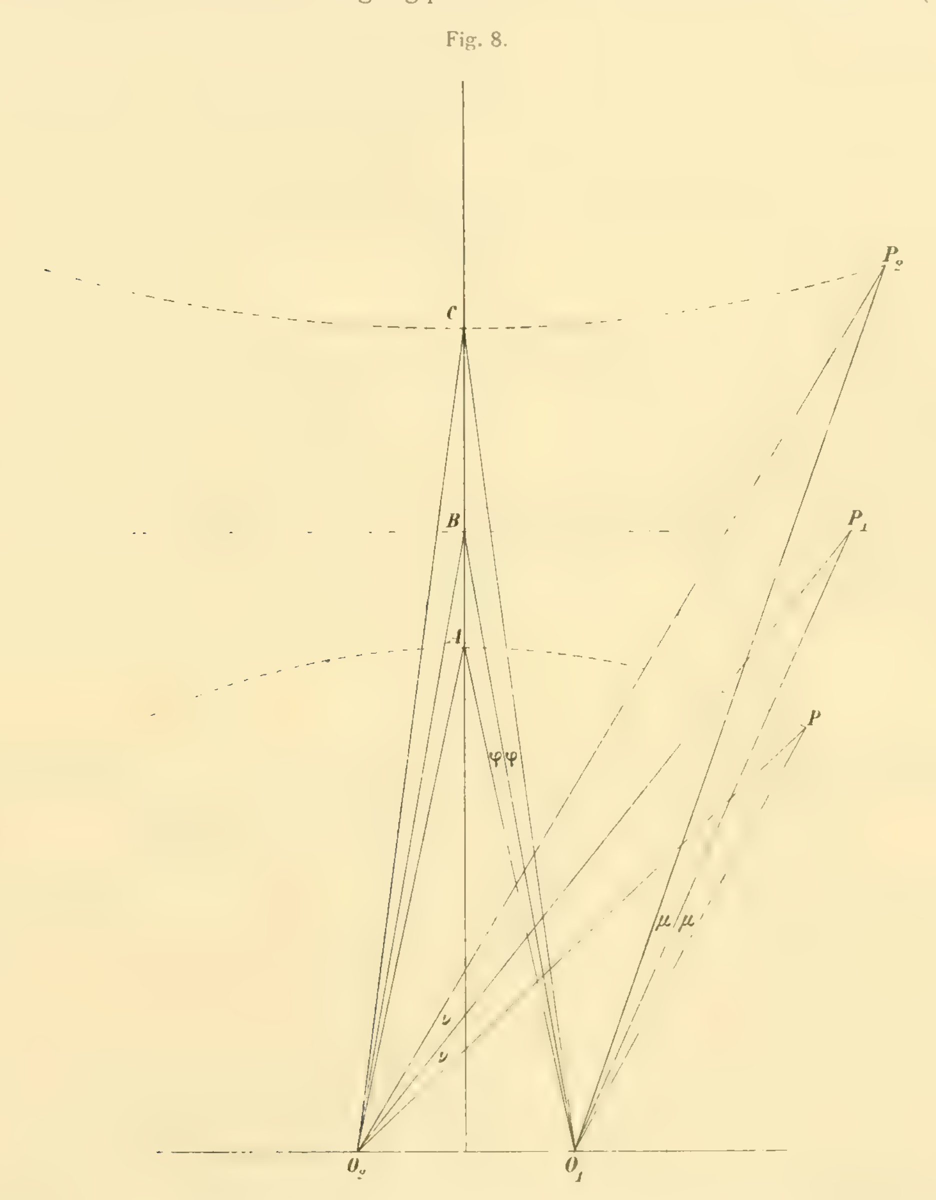
Auch hier nehmen wir (und zwar auf Grund derselben Überlegungen, wie sie bei Fig. 7 angestellt wurden) an, dass die Lateralwinkel AO_1P, BO_1P_1, CO_1P_2 um eine constante Größe, nämlich $(\mu + \varphi)$ abnehmen. Diese Annahme für sich enthält natürlich noch nicht die Constanz von μ und φ selbst. Die Constanz von μ und φ selbst geht aber aus der Annahme hervor, dass $AP \ldots . BP_1 \ldots CP_2$ Horopteren sind, die um Disparationsminima von einander abstehen; denn dann müssen $A \ldots B \ldots C$ auch um Disparationsminima von einander entfernt sein, und zwar sind, wie wir wissen, diese Minima constant. Da ferner A, B und C als Punkte der Medianlinie keine Lateralabweichung von einander haben, so bleibt nichts anderes übrig als φ constant zu setzen und dadurch ist auch die Constanz von μ gegeben und wegen der constanten Differenz $\nu - \mu$ auch die Constanz von ν.

Man sieht also, dass die Annahme der Giltigkeit des Müller'schen Horopters entbehrt werden kann und damit auch die Annahme, dass der Betrag des Disparationsminimums zwischen den Punkten P, P_1 und P_2 derselbe sein müsse wie der zwischen den Punkten A, B und C. In der That würde sich an

Fig. 8 leicht zeigen lassen, dass zwischen $(\nu-\mu)$ und $2\,\varphi$ nicht Gleichheit besteht, wie das in Fig. 7 der Fall war[1].

§ 27. Unser Hauptsatz, dass bei gleicher scheinbarer Größe die Gesichtswinkeldifferenz umgekehrt proportional sein muss der physiologischen (durch die Disparation gemessenen) Entfernungsdifferenz, lässt sich übrigens auch durch eine andere Überlegung plausibel machen. Wenn ich den Punkt P (Fig. 8) binocular

Fig. 8.



fixiere und empirisch einen zweiten Punkt P_1 finde, der seinem Tiefenwerte nach um ein Ebenmerkliches seinem Lateralwerte nach aber um gar nichts von P verschieden ist, so hängen diese beiden räumlichen Beziehungen doch nur von der Lage der vier getroffenen Netzhautpunkte des Doppelauges ab, da Augen-

[1] Nur beiläufig will ich hier erwähnen, dass im Falle des empirischen Horopters (Fig. 8) die Lateralabstände $AP \dots BP_1 \dots CP_2$ dem linken und rechten Auge nicht unter gleichen Gesichtswinkeln erscheinen (wie das beim schematischen Horopter in Fig. 7 der Fall war), dass ferner die Abnahme der Lateralwinkel zwar für jedes einzelne Auge constant, nicht aber für beide Augen untereinander gleich ist. Die Theorie wird dadurch gar nicht berührt, da sie weder von der Gleichheit der linken und rechten Gesichtswinkel noch von der Gleichheit der Abnahmen für das rechte und linke Auge Gebrauch macht, vielmehr nur die Constanz der Abnahme für jedes einzelne Auge zur Basis hat. Übrigens werden spätere Überlegungen zeigen, dass hier geometrisch ungleiche Winkel als functionell gleich zu betrachten sind, wie ja überhaupt die andere Gestalt des empirischen Horopters gegenüber dem mathematischen darauf beruht, dass geometrisch Gleiches physiologisch ungleich sein kann und umgekehrt.

bewegungen, Accommodationsänderungen oder welche Momente man etwa sonst noch als localisatorische heranzuziehen versucht sein könnte, hier, wo P dauernd fixiert wird, nicht in Betracht kommen können. Wenn ich nun, anstatt P zu fixieren, P_1 fixiere, und mir nun dieselben vier Netzhautpunkte gereizt denke wie im vorigen Falle, so ist gar kein Grund vorhanden, zu erwarten, dass ein anderer Eindruck entstehen würde als wieder der von zwei Punkten, die in Bezug auf den Tiefenwert um ein Ebenmerkliches, in Bezug auf den Breitenwert um gar nichts von einander verschieden sind. Nun sind es aber die beiden Außenpunkte P_1 und P_2, welche bei Fixation von P_1 dieselben Netzhautpunkte reizen, welche bei Fixation von P durch die beiden Außenpunkte P und P_1 gereizt wurden: also werden wir erwarten, dass auch im zweiten Falle der Eindruck zweier nach der Tiefe ebenmerklich distanter Punkte von gleichem Lateralwerte entstehen wird, was auch thatsächlich der Fall ist.

Diese Überlegung kann freilich nur für denjenigen entscheidend sein, welcher den scheinbaren (empfundenen) Ort eines Sehdinges als ein mit den betreffenden Netzhautstellen unveränderlich verknüpftes Datum hält.

Für die offenen und versteckten Anhänger der Projectionslehre, für diejenigen, welche die Reize nach Richtungslinien »hinaus zu projicieren« und daher die Dinge dort zu sehen vermeinen, wo sie »wirklich sind«, haben solche Überlegungen keinen Sinn. Da dieselben aber noch viele andere Erfahrungen (so z. B. die scheinbare Lage der Doppelbilder, die Discrepanz zwischen Kernfläche und Längshoropter etc.) ignorieren müssen, so wird es auf eine Erfahrung mehr oder weniger nicht mehr ankommen — und die wirkliche Gestalt scheinbarer Alleen ist eben auch eine solche Erfahrung. Aus diesem Grunde habe ich die letzte Überlegung nur anhangsweise erwähnt. Das Wesentliche sind die mitgetheilten Thatsachen und ihr allgemeiner Ausdruck in Gestalt des oben erwähnten Hauptsatzes.

VII. Capitel.

Mathematische Darstellung der Curven, in welchen die Fußpunkte scheinbarer Alleen liegen. Der ∞ ferne Punkt.

§. 28. Man kann also beliebig viele Punkte einer scheinbaren Allee finden, wenn die Lage eines Punktes P und der constante Quotient $\frac{\nu}{\mu} = c$ gegeben sind. Da für eine und dieselbe Pupillardistanz die Lage von P durch die beiden Winkel $\varkappa$ und ϑ, welche die Richtungslinien von P mit der Basallinie einschließen, gegeben ist, so können wir sagen, dass für ein feststehendes Augenpaar eine bestimmte Alleecurve durch die drei Größen $\varkappa$, ϑ, c definiert ist.

Der gewöhnliche und nächstliegende Fall, wie wir zur Kenntnis des Quotienten c gelangen, ist der, dass uns außer P noch ein zweiter Punkt der Allee empirisch gegeben ist; diesfalls kennen wir ja die Lage der vier Richtungslinien, hiemit auch die beiden Winkel, welche je zwei Richtungslinien in dem entsprechenden Knotenpunkte mit einander einschließen, und daher auch das Verhältnis dieser Winkel. Da wir aber, wie spätere Überlegungen zeigen werden, unter Umständen auch auf ganz anderen Wegen zur Kenntnis dieses Quotienten $\frac{\nu}{\mu}$ gelangen können, so will ich vorläufig ganz davon absehen, auf welchem Wege wir in Besitz dieses $\frac{\nu}{\mu}$ kommen, ich will vielmehr einfach annehmen, es sei gegeben und habe den Wert c.

Die Lage des einzigen bekannten Alleepunktes P (vgl. Fig. 9) sei also ausgedrückt durch die beiden Winkel $\varkappa$ und ϑ, welche die zu diesem Punkte gehörigen Richtungslinien mit der Basallinie ($= 2\,a$) bilden.

Die Curve, in welcher sämmtliche Alleepunkte liegen müssen, werde ich nicht durch eine unmittelbare Beziehung zwischen x und y darstellen, sondern werde x und y als Functionen einer dritten Variablen betrachten.

Neue Punkte dieser Curve entstehen, wie schon erörtert, dadurch, dass die Strahlen $O_1 P$ und $O_2 P$ um O_1, beziehungsweise O_2 im selben Sinne so gedreht werden, dass das Verhältnis der Drehungswinkel den constanten Wert c hat.

Fig. 9.

Ein beliebiger Punkt P_1 ist demnach durch die Constanten $\varkappa$, ϑ und c und durch die Variable μ bestimmt, da $\nu = c\mu$ ist. Es sollen die Coordinaten x_1, y_1 dieses Punktes gefunden werden, und zwar für ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen x-Achse die Basallinie enthält und dessen Anfangspunkt der Halbierungspunkt der Basallinie ist. Die Abscissen der beiden Knotenpunkte heißen $+a$ und $-a$. Legt man durch P_1 und die beiden Knotenpunkte einen Kreis[1], so ist der halbe, über dem Bogen $O_1 O_2$ errichtete Centriwinkel

$$\lambda = \varkappa + \mu - (\vartheta + c\mu).$$

Die Gleichung dieses Kreises heißt dann:

$$x^2 + \left(y - \frac{a}{tg\lambda}\right)^2 = \frac{a^2}{\sin^2\lambda}$$

oder nach einigen Umformungen:

$$x^2 + y^2 - \frac{2ay}{\operatorname{tg}\lambda} = a^2.$$

Der Punkt P_1 muss als diesem Kreise angehörig der Bedingung genügen

$$x_1^2 + y_1^2 - \frac{2ay_1}{\operatorname{tg}\lambda} = a^2 \ldots . 1)$$

Setzen wir $\varkappa + \mu = K$ und $\vartheta + c\mu = \Theta$ und daher $\lambda = K - \Theta$, so ist weiter

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{y_1}{x_1 + a}$$

oder

$$x_1 = \frac{y_1}{\operatorname{tg}\Theta} - a \ldots\ldots 2).$$

Wird x_1 aus 1) und 2) eliminiert, so ergibt sich

$$y_1^2\left(\frac{1}{\operatorname{tg}^2\Theta} + 1\right) = 2ay_1\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\Theta} + \frac{1}{\operatorname{tg}\lambda}\right)$$

oder

$$y_1 = 2a\,\frac{\sin(\lambda + \Theta)\sin\Theta}{\sin\lambda}$$

und wenn man λ durch K und Θ ausdrückt

$$y_1 = 2a\,\frac{\sin K \sin\Theta}{\sin(K - \Theta)} \ldots\ldots . 3),$$

[1] Ich bemerke ausdrücklich, dass dieser Kreis zwar mit dem Müller'schen Horopter für P_1 zusammenfällt, hier aber nur als Hilfsfigur verwendet wird, welcher gar keine physiologische Bedeutung zukommt. Ich betone das, damit der Leser nicht auf die Vermuthung komme, die folgende Überlegung enthalte irgend ein hypothetisches Element — die Annahme des Müller'schen Horopters wäre ja in der That ein solches.

wofür man nach Bedarf auch die Form setzen kann

$$x_1 = \frac{2a}{\cot\theta - \cot K}.$$

Es ist dann

$$x_1 = a\,\frac{\sin(K+\theta)}{\sin(K-\theta)} \quad \ldots\ldots 4),$$

wofür man auch setzen kann

$$x_1 = a\,\frac{\operatorname{tg} K + \operatorname{tg}\theta}{\operatorname{tg} K - \operatorname{tg}\theta}.$$

Setzt man in 3) und 4) wieder die ursprünglichen Größen $\varkappa$, ϑ, c, μ ein, so erhalten diese Gleichungen die Formen

$$y_1 = 2a\,\frac{\sin(\varkappa+\mu)\sin(\vartheta+c\mu)}{\sin[\varkappa-\vartheta+\mu(1-c)]} \quad \ldots\ldots 5),$$

$$x_1 = a\,\frac{\sin[\varkappa+\vartheta+\mu(1+c)]}{\sin[\varkappa-\vartheta+\mu(1-c)]} \quad \ldots\ldots 6).$$

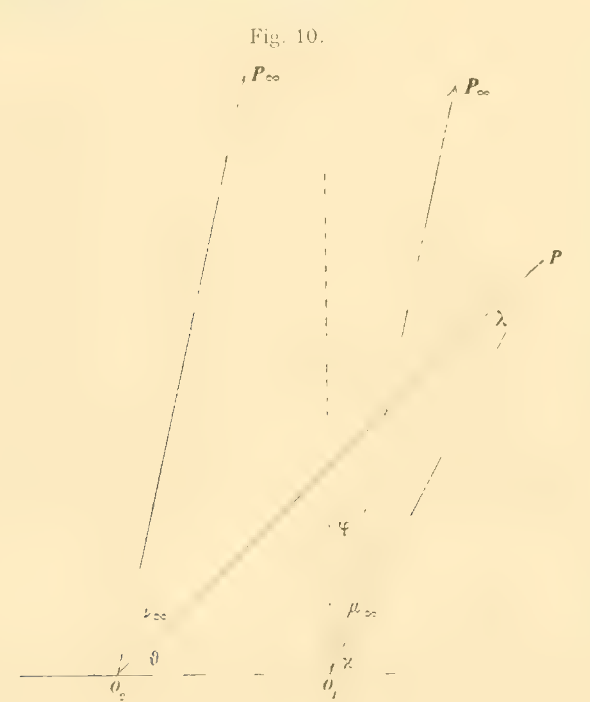
Die Curve ist also definiert dadurch, dass die Coordinaten jedes Punktes durch die Gleichungen 5) und 6) charakterisierte Functionen einer dritten Variablen μ sind.

Aus 3) und 4) ist übrigens auch ersichtlich, dass für $y = o$ auch $x = o$. Die Curve geht also durch den mittleren Knotenpunkt.

Das Verhältnis $\frac{\nu}{\mu}$ haben wir als ein gegebenes betrachtet; wäre $\frac{\nu}{\mu} = \infty$, also $\mu = o$, dann würde die Curve in eine durch den Knotenpunkt laufende Gerade übergehen, wie sich das auch aus der entsprechenden Zeichnung ergeben würde.

§ 29. Für spätere Überlegungen ist es nöthig, den Verlauf der Curve über die stereoskopische Grenze hinaus zu verfolgen und zu untersuchen, welche specielle Form unser Hauptsatz jenseits dieser Grenze annimmt.

Fig. 10.



Folgende Erwägung will ich hier voranschicken. Gesetzt es seien wieder O_1 und O_2 die Knotenpunkte (vgl. Fig. 10), P ein Punkt der Curve und wir kennen den Quotienten $\frac{\nu}{\mu} = c$. Denken wir uns wieder die Strahlen O_1P und O_2P nach links so gedreht, dass sie jenem Quotienten genügen, so kommen sie einmal in die Parallelstellung, welche in der Figur durch die beiden Richtungen O_1P_∞ und O_2P_∞ angedeutet ist. Für diese Stellung liegt also der Curvenpunkt in ∞ Entfernung. Heißen die dieser Stellung entsprechenden Drehungswinkel μ_∞ und $c\,\mu_\infty$, so ist $\vartheta + c\mu_\infty = \varkappa + \mu_\infty$, also

$$\mu_\infty = \frac{\varkappa - \vartheta}{c-1} = \frac{\lambda}{c-1}.$$

Die Curve nähert sich also asymptotisch einer Geraden, die durch den Knotenpunkt geht und mit der Basallinie den Winkel

$$\varkappa + \frac{\lambda}{c-1}$$

bildet, ein Winkel, der uns später sehr wichtig werden wird. Ich werde diesen Winkel in Zukunft die »Richtung des unendlich fernen Punktes« nennen.

Anmerkung. Um die Richtung des ∞ fernen Punktes zu finden, ist, wie aus obiger Gleichung ersichtlich, nur erforderlich, die Lage eines Punktes, also sein $\varkappa$ und ϑ, und das die Curve charakterisierende $\frac{\nu}{\mu} = c$ zu kennen. Kennt man empirisch mehrere Alleepunkte, so ist es principiell gleichgiltig, welchen der beobachteten Alleepunkte, also welches $\varkappa$ und ϑ man benützt, weil das Verhältnis der Drehungswinkel $\frac{\nu}{\mu}$ ein constantes ist. Handelt es sich aber um die concrete Auswertung, so wird es nicht gleichgiltig sein, welcher von den beobachteten Alleepunkten der Rechnung zugrunde gelegt wird, weil jeder solche Punkt mit einem Beobachtungsfehler behaftet ist. Auch das $\frac{\nu}{\mu}$ ist ja nicht genau constant, sondern schwankt wegen der Beobachtungsfehler um einen constanten Wert; man kann also füglich nicht gerade das zwischen dem 1. und 2. oder dem 2. und 3. . . . . . Fadenpaare bestehende $\frac{\nu}{\mu}$, also überhaupt kein einzelnes $\frac{\nu}{\mu}$, in die Rechnung einführen, weil man sonst das Resultat mit einem zufälligen Beobachtungsfehler belasten würde. Man wird vielmehr die $\varkappa$ und ϑ aller beobachteten Punkte und ebenso sämmtliche sich daraus ergebenden $\frac{\nu}{\mu}$ zugrunde legen und aus dem Mittel dieser Werte die Richtung das ∞ fernen Punktes rechnen. Bezeichnet c das Mittel aus sämmtlichen $\frac{\nu}{\mu}$, so ist die Richtung des ∞ fernen Punktes, nämlich $\varkappa + \mu_\infty$ — wofür man auch $90 - \varphi$ schreiben kann —

$$90 - \varphi = \frac{1}{n}\left(\frac{\Sigma(\varkappa - \vartheta)}{c - 1} + \Sigma\varkappa\right).$$

Hiebei ist n die um 1 verminderte Anzahl der Fadenpaare, also 7, weil das c eine Relation zwischen 2 aufeinander folgenden Fadenpaaren darstellt, mithin bei 8 Fadenpaaren 7 mal auftritt.

Die untenstehende Tab. XXX zeigt in der 4. Columne die Werte des Winkels, der von der Richtung des ∞ fernen Punktes und der Basallinie eingeschlossen wird. Die 3. Columne verweist jedesmal auf die früher (S. 23 ff. [277]) mitgetheilte Versuchstabelle, welche der Berechnung dieses Winkels zugrunde liegt. Columne 2 gibt die jedesmalige Breite des 3800 *mm* vom Beobachter entfernten Fadenpaares an, also desjenigen Fadenpaares, nach dessen scheinbarer Breite die übrigen Fadenpaare eingestellt wurden. Wie

Tabelle XXX.

Beobachter	Lateraldistanz des fernsten Fadenpaares	Vgl. die Tabelle	Richtung des ∞ fernen Punktes
Hillebrand	600	XIII	88° 36' 0"
»	600	XIV	88 36 52
Czermak	600	XIX	88 47 40
Radakovič	600	XXIII	88 14 1
Wirtinger	600	XXVI	89 0 13
»	600	XXVII	89 17 53
Hillebrand	390	XV	89° 12' 47"
»	390	XVI	89 19 51
Czermak	390	XX	89 1 10
»	390	XXI	89 20 38
Radakovič	390	XXIV	88 54 4
Wirtinger	390	XXVIII	89 44 8
»	390	XXIX	89 43 22
Hillebrand	266	XVII	89° 26' 47"
»	266	XVIII	89 35 53
Czermak	266	XXII	89 42 10
Radakovič	266	XXV	89 30 10

man sieht, nähert sich die Richtung des ∞ fernen Punktes umsomehr dem Parallelismus mit der Mediane, je schmäler die Allee ist.

§ 30. Der Winkel, den die Richtung des ∞ fernen Punktes mit der Mediane bildet (in der Fig. 10 mit φ bezeichnet) bestimmt die (halbe) scheinbare Breite der Allee in ihrem asymptotischen Verlaufe.

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\varkappa - \vartheta}{c - 1} + \varkappa \right)$$

Gemessen ist die scheinbare Breite der Allee damit nicht, da man mit einer dem wirklichen Raume angehörigen Größe etwas dem scheinbaren Raume angehöriges principiell nicht messen kann. Hingegen ist mit dem $\sphericalangle\, \varphi$ wenigstens eine relative Maßbestimmung gewonnen, insoferne das Verhältnis der scheinbaren Breiten zweier Alleen durch das Verhältnis der ihnen zugehörigen $\sphericalangle \sphericalangle\, \varphi\, \varphi$ gemessen werden kann. Reine, d. h. nicht mit Tiefencomponenten behaftete, physiologische Lateralwerte können (von kleinen Abweichungen abgesehen) den geometrischen Lateralwinkeln proportional angesehen werden; ein Punkt liegt also n mal so lateral wie ein anderer, derselben Querschnitts-ebene angehöriger, wenn seine Richtungslinie mit der Richtungslinie eines in der Medianebene und in derselben Querschnittsebene gelegenen Punktes einen n mal so großen Winkel einschließt als dies beim anderen Punkt der Fall ist; aber das gilt natürlich nur unter der Voraussetzung, dass der mediane Punkt demselben empirischen Längshoropter angehört wie der Punkt, um dessen Lateralwert eben gefragt wird; denn, wenn die beiden Punkte, der laterale und der mediane, verschiedenen Längshoropteren angehören, so wird der Winkel zwischen den beiden Richtungslinien nicht den Breitenwert, sondern Etwas definieren, was aus Breiten- und Tiefenwert zusammengesetzt ist. Um also den Breitenwert eines Punktes zu definieren, muss man den empirischen Längshoropter dieses Punktes kennen. Soll man aber die Breitenwerte zweier lateral gelegener Punkte messend vergleichen, so kann das überhaupt nur geschehen, wenn sie demselben Längshoropter angehören. Wenn zwei Punkte M (ein medianer) und L (ein lateraler) demselben empirischen Längshoropter angehören und zwei andere Punkte M' und L' einem anderen Längshoropter, so definiert der Winkel, den die Richtungslinien nach M und L einschließen, zwar den Breitenwert von L innerhalb dieses ersten Horopters, und ebenso definiert der Winkel, den die Richtungslinien nach M' und L' einschließen, den Breitenwert von L' innerhalb dieses zweiten Horopters — aber man kann das Verhältnis der beiden Breitenwerte nicht durch das Verhältnis der beiden Winkel ausdrücken, weil sie völlig ungleichartige Größen sind. Habe ich also z. B. zwei Alleen aufgestellt und liegen je zwei Fadenpaare in einer frontalparallelen Ebene (wie das bei meinen Versuchen der Fall war), so kann ich daraus auf das scheinbare Breitenverhältnis gar keinen Schluss ziehen. Denn das, sagen wir 3800 *mm* vom Beobachter entfernte Fadenpaar der schmäleren Allee gehört einem anderen empirischen Längshoropter an als das ebenfalls 3800 *mm* entfernte Fadenpaar der breiteren Allee. Ausgenommen sind hier nur zwei Fälle:

1. Der Fall, dass die beiden Fadenpaare eine Entfernung vom Beobachter haben, in welcher der empirische Längshoropter eine Ebene ist; denn diesfalls haben die in einer und derselben Ebene liegenden Fadenpaare keinen Tiefenunterschied: das Verhältnis ihrer Lateralwinkel ist also zugleich das Verhältnis ihrer Breitenwerte;

2. der Fall, dass die beiden Fadenpaare jenseits der stereoskopischen Grenze liegen, denn diesfalls begründen auch etwa vorhandene wirkliche Tiefenunterschiede keine Verschiedenheit in den physiologischen Tiefenwerten.

Für uns hat also jener Winkel φ, den die Curve in ihrem asymptotischen Verlaufe mit der Medianlinie bildet, die Bedeutung, dass er die Basis zu einem messenden Vergleiche der scheinbaren Breiten zweier Alleen abgibt.

Der sub 1 erwähnte Fall wird später zum gleichen Zwecke verwendet werden.

§ 31. Unser Hauptsatz von der Beziehung zwischen Gesichtswinkel und scheinbarer Entfernung wird eine besondere Form für die Gegend jenseits der stereoskopischen Grenze annehmen. Diese soll jetzt untersucht werden.

In Fig. 11 bedeuten die Geraden $O_1 A$, $O_1 A_1$, $O_1 P$, $O_1 P_1$ dasselbe wie in Fig. 8. Es sind also P und P_1 zwei Alleepunkte, A und A_1 die den empirischen Horopteren von P, bezw. P_1 angehörigen medianen Punkte. $\sphericalangle \varphi$ ist wieder das halbe Disparationsminimum in der Mediane. $(\nu - \mu)$ ist die Disparation zwischen den Punkten P und P_1; sie soll ebenfalls ein Minimum sein[1].

Fig. 11.



Wenn die Strahlen $O_1 P$ und $O_2 P$ ihre Drehung fortsetzen bis zum Parallelismus, so kommen sie in die Lage $O_1 P_\infty$ und $O_2 P_\infty$. In der Figur sind von den auf der linken Seite der Mediane gelegenen Linien nur die Anfänge gezeichnet.

$O_1 P_\infty$ stellt also die Richtung des ∞ fernen Alleepunktes dar. Der dem wandernden Alleepunkte zugehörige Punkt der Mediane wandert von A nach A_1 und dann weiter, bis der Strahl $O_1 A_1$ schließlich mit der Mediane parallel wird, also die Richtung $O_1 A_\infty$ einnimmt. Der Winkel $A_\infty O_1 P_\infty$ ist also (ich verweise auf früher Gesagtes) der Breiten- oder Lateralwinkel des ∞ fernen Alleepunktes. Mit den Richtungen $O_1 A_\infty$ und $O_1 P_\infty$ ist für die wandernden Punkte A (den medianen) und P (den Punkt der Alleecurve) die geometrische Grenze gegeben. Die physiologische Grenze wird aber früher erreicht, d. h. längst ehe die Strahlen $O_1 P$ und $O_2 P$ bei ihrer Linksdrehung bis zum Parallelismus gelangt sind, hat ihr Schnittpunkt schon aufgehört neue Tiefenwerte zu erzeugen; und längst ehe der Strahl $O_1 A$ bei seiner Rechtsdrehung mit der Medianlinie parallel wurde, hat sein Schnittpunkt mit der Mediane aufgehört neue Tiefenwerte hervorzubringen.

Die physiologische Grenze für den Punkt A (d. h. die Grenze seiner physiologischen Wirksamkeit nach der Tiefendimension) bei seiner Wanderung auf der Medianlinie ist erreicht, wenn der Strahl $O_1 A$ um das halbe Disparationsminimum φ vom Parallelismus mit der Mediane entfernt ist. Er nimmt alsdann die (punktiert gezeichnete) Lage $O_1 Ag$ ein — wobei der Index g so viel heißen soll wie »Grenze«, nämlich stereoskopische Grenze. Der Punkt P erreicht bei einer Wanderung auf der Alleecurve die physiologische Grenze, wenn er um den $\sphericalangle \mu$ von der Stellung $O_1 P_\infty$ entfernt ist, bezw. wenn der vom linken Auge ausgehende (in der Figur kurz ausgezogene) Strahl $O_2 Pg$ von der Lage $O_2 P_\infty$ um den $\sphericalangle \nu$ entfernt

[1] Für Alleen, die mit medianer Fixation eingestellt werden, würden die Punkte P und P_1 excentrisch liegen, und wir hätten daher kein Recht, ihre Disparation der Disparation zweier medianen Punkte, die einen ebenmerklichen Entfernungsunterschied zeigen, gleichzusetzen. Wird aber P bei der Einstellung fixiert, so liegt P_1 so wenig peripher, dass wir die ebenmerkliche Disparation $(\nu - \mu)$ der ebenmerklichen Disparation zweier median gelegener Punkte A und A_1 gleeichsetzen können. Es ist also $\nu - \mu = 2\,\varphi$.

ist. Man kann, indem man die Formulierung Wächters wählt, sagen: sowohl auf der Medianlinie als auch auf der Alleecurve wird die stereoskopische Grenze in derjenigen Entfernung erreicht, in welcher die eigene Basallinie unter einem Winkel erscheinen würde, der gleich dem Disparationsminimum ist, also für die Medianlinie unter dem Winkel $2\,\varphi$, für die Alleecurve unter dem Winkel $(\nu - \mu)$.

Die Allee (genauer die rechte Alleeseite) erscheint an der stereoskopischen Grenze dem rechten Auge unter dem Winkel AgO_1Pg (dem linken unter $\sphericalangle AgO_2Pg$), wobei ich unter dem »Winkel« immer den Lateralwinkel, also den Winkel mit der medianen Richtung meine. Da die Allee in ∞ Ferne unter dem Lateralwinkel $A_\infty O_1 P_\infty$ (für das linke Auge $A_\infty O_2 P_\infty$) erscheint, so folgt, dass auf dem Wege von der stereoskopischen Grenze in die ∞ Ferne der Gesichtswinkel die Abnahme $AgO_1Pg - A_\infty O_1 P_\infty =$ $= \mu + \varphi$ erfährt, bezw. für das linke Auge die Abnahme $AgO_2Pg - A_\infty O_2 P_\infty = \nu - \varphi$, welche Winkelabnahmen einander gleich sind, da ja $\nu - \mu = 2\,\varphi$.

$(\mu + \varphi)$ ist die constante Winkelabnahme, wenn man in der Allee um Disparationsminima fortschreitet, z. B. von P zu P_1. Wenn ein Punkt auf der Alleecurve von P nach P_1 wandert und P von P_1 um ein Disparationsminimum entfernt ist, so heißt das: ehe der Punkt den Ort P_1 erreicht hat, also an einer beliebigen Stelle zwischen P und P_1, ist sowohl die geometrisch vorhandene Disparation gegenüber P auf den physiologischen Tiefenwert unwirksam, wie auch anderseits die geometrisch vorhandene Verkleinerung des Lateralwinkels auf den physiologischen Breitenwert ohne Wirkung ist: das erstere ist ja nur ein anderer Ausdruck für die Thatsache, dass P und P_1 um ein Disparationsminimum von einander entfernt sind; das letztere ein anderer Ausdruck dafür, dass P und P_1 einer Alleecurve angehören. Erst wenn P_1 wirklich erreicht wird, ist der Tiefenunterschied merklich; und dieser durch $(\nu - \mu)$ gemessene Tiefenunterschied compensiert die Verkleinerung des Lateralwinkels, welche ihrerseits $=$ $(\mu + \varphi)$, bezw. für das linke Auge $= (\nu - \varphi)$ ist. Denkt man sich jetzt, der Punkt der Allee habe die Stelle Pg erreicht, befinde sich also an der stereoskopischen Grenze und schreite nun auf der Alleecurve weiter fort, so wird er erstens keine physiologische Tiefenzunahme mehr erzeugen, und zweitens wird die Abnahme des Lateralwinkels den Betrag $(\mu + \varphi)$ nie erreichen, also keine physiologische Breitenabnahme mehr erzeugen. Von der stereoskopischen Grenze an bis in beliebig weite (»unendliche«) Entfernung wird also der Lateralwinkel gleichbleiben müssen oder sich um den physiologisch unwirksamen Betrag $\varepsilon < \mu + \varphi$ ändern dürfen.

Das heißt nun: Jenseits der stereoskopischen Grenze ist zur Erzielung gleicher scheinbarer Größe nur nöthig, dass der Gesichtswinkel gleich bleibe oder sich bloß in physiologisch unwirksamer Weise ändere; m. a. W. jenseits der stereoskopischen Grenze gilt für den binocular Sehenden dasjenige Gesetz der scheinbaren Größe, welches für den monocular Sehenden überall gilt; die scheinbare Größe ist dem Gesichtswinkel direct proportional. Sobald keine variable Tiefenempfindung mehr vorhanden ist, hat der binoculare Sehact vor dem monocularen überhaupt nichts mehr voraus. Natürlich wird hier, wie auch sonst in unserer ganzen Untersuchung vorausgesetzt, dass alle empirischen Motive der Tiefenlocalisation strenge ausgeschlossen bleiben.

VIII. Capitel.

Deduction jeder beliebigen Alleecurve aus einer gegebenen, und zwar *a)* unter Voraussetzung des Müller'schen Horopters.

§ 32. Mit der Feststellung des Verhältnisses zwischen scheinbarer Größe, Gesichtswinkel und scheinbarer (durch die Disparation gemessener) Entfernung ist zwar der wichtigste Theil der Theorie erledigt. Von der Vollständigkeit derselben kann aber noch nicht die Rede sein. Denn wir wissen bis jetzt nur, dass zur Erzielung gleicher scheinbarer Größe die Gesichtswinkel um einen constanten Betrag abnehmen müssen, wenn die Disparation um einen constanten Betrag wächst.

Was uns aber noch fehlt, ist der Proportionalitätsfactor, bezw., um wieder von den scheinbaren Alleen zu sprechen, der Quotient $\frac{\nu}{\mu}$, also das constante Verhältnis zwischen den Winkeln, die durch die Drehung der beiden Richtstrahlen aus ihren Anfangslagen gebildet werden, durch die Drehung jener beiden Strahlen, deren wandernder Schnittpunkt die Alleecurve beschreibt. Wir wissen, dass dieser Quotient für dasselbe Individuum und für Alleen von gleicher Breite constant ist; wir wissen ferner, dass er für Alleen von verschiedener Breite ein verschiedener ist. Aber wir wissen bisher nicht, nach welchem Gesetze er sich von einer Alleecurve zur anderen ändert. In dieser Hinsicht ist also die Theorie noch auszubauen, damit nicht für jede neue Breite immer wieder ein neues empirisches Datum erforderlich werde, für dessen Bewertung wir gar keinen theoretischen Anhaltspunkt haben. Lässt sich, wenn eine Allee gegeben ist, jede beliebige Allee von anderer Breite aus ihr ableiten? Genauer gesagt: wenn für zwei verschieden breite Alleen je ein Punkt gegeben ist und wenn wir das $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ einer Alleecurve kennen, lässt sich daraus das $\frac{\nu_2}{\mu_2}$ einer anderen berechnen, so dass damit auch die ganze zweite Alleecurve bekannt ist?

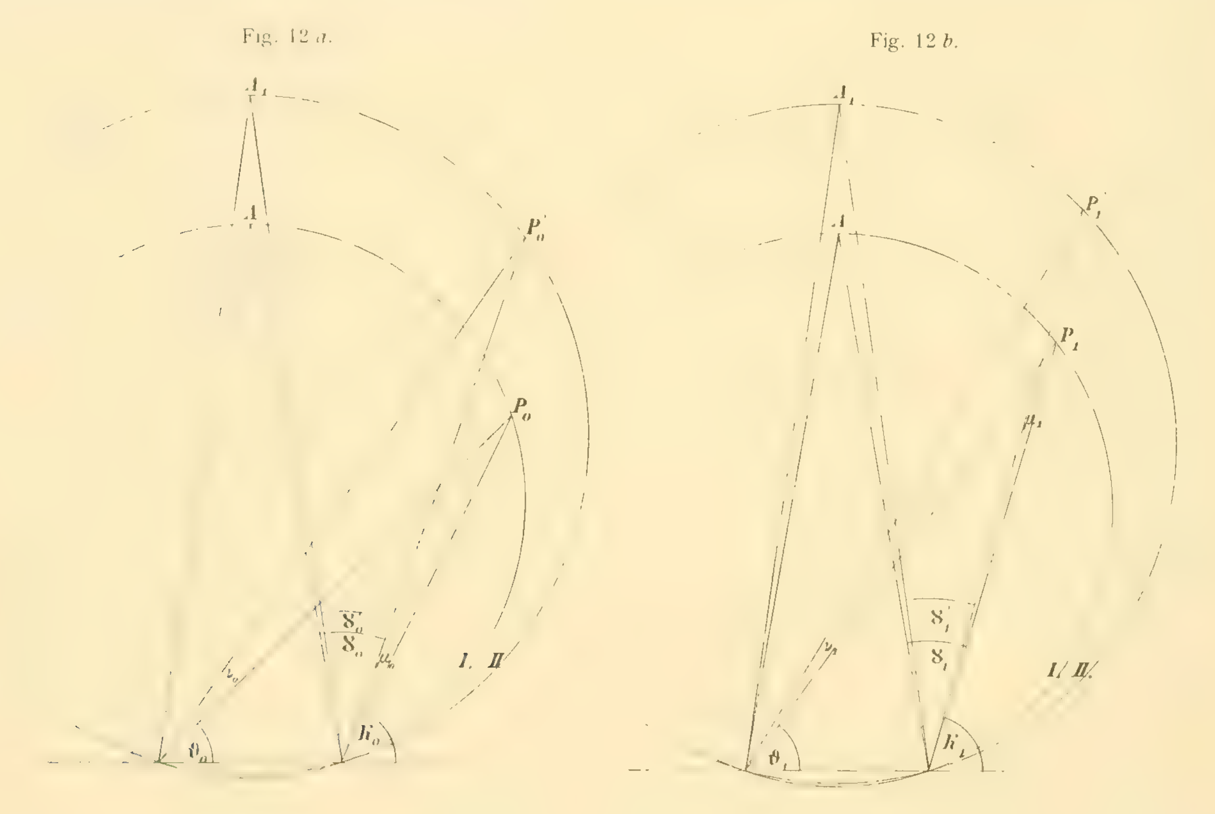
Die Frage ist, wie bald gezeigt werden soll, zu bejahen. Nur Eines will ich sogleich vorausschicken: die Ableitung eines $\frac{\nu}{\mu}$ aus einem anderen lässt sich nur auf Grund einer bestimmten Annahme über die Gestalt des Längshoropters durchführen: ich muss (da wir hier nur von den Verhältnissen in der Blickebene handeln) wissen, wo diejenigen wirklichen Punkte liegen müssen, deren entsprechende Sehpunkte in einer frontalparallelen Geraden liegen, also keinen Tiefenunterschied zeigen.

Die Gestalt des Längshoropters kann nun entweder als eine gesetzmäßige und mathematisch formulierbare angenommen werden — und diesfalls lässt sich eine Gleichung aufstellen, welche das $\frac{\nu_2}{\mu_2}$ der unbekannten Alleecurve als eine Function 1) des $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ der bekannten Alleecurve und 2) des Ortes von je einem Punkte der einen und anderen Alleecurve darstellt. Oder aber der Längshoropter lässt keine mathematische Definition zu, sondern wird nur von Fall zu Fall empirisch bestimmt — dann ist eine allgemeine Darstellung des zu suchenden Quotienten $\frac{\nu_2}{\mu_2}$ als Function der obgenannten Größen allerdings nicht möglich; es lässt sich aber, wie wir sehen werden, mit Zuhilfenahme eines individuellen Datums über den empirischen Horopter jenes $\frac{\nu_2}{\mu_2}$ doch in singulärer Weise bestimmen.

Die allgemeine Lösung des Horopterproblems hat zur Voraussetzung die functionelle Homogeneität der Netzhaut, wie ich das kurz nennen will, d. h. die Annahme, dass wo immer zwei Punkte denselben geodätischen Abstand auf der Netzhaut haben, auch der Unterschied ihrer physiologischen Raumwerte derselbe sei, oder (was dasselbe ist), dass gleichen Gesichtswinkeln überall auch als gleich empfundene Richtungsunterschiede entsprechen. Empirisch verhält sich das bekanntlich anders. Der öfter erwähnte functionelle Unterschied zwischen nasaler und temporaler Netzhaut, die andersartige Abnahme der Breitenwerte auf der oberen und unteren Netzhaut gegenüber dem mittleren Querschnitte, die Abnahme der Breitenwerte mit der excentrischen Lage (gegenüber der Stelle des deutlichsten Sehens) und noch manche andere Inhomogeneitäten lassen den mathematischen Horopter als ein bloßes Schema erscheinen. Die genannten Abweichungen sind aber mathematisch nicht formulierbar; wir kennen z. B. kein Gesetz, welches uns den Breitenwert eines und desselben Gesichtswinkels als Function seiner mehr oder weniger peripheren Lage darstellte u. dgl. m. Daher werden alle Beziehungen, die die Gestalt des empirischen Horopters zur Voraussetzung haben, ebenso wenig mathematisch formulierbar sein wie der empirische Horopter selbst.

In Betreff unseres Problems, das $\frac{\nu}{\mu}$ einer Alleecurve aus dem $\frac{\nu}{\mu}$ einer anderen abzuleiten, werde ich nun ein Zweifaches thun. Ich werde die allgemeine Ableitung unter der Voraussetzung der functionellen Homogeneität der Netzhaut, also unter Voraussetzung des mathematischen Horopters machen, und hierauf werde ich zeigen, wie man auf der Basis des empirischen Horopters — auf Umwegen allerdings — von dem $\frac{\nu}{\mu}$ einer individuellbestimmten Curve auf das $\frac{\nu}{\mu}$ einer individuellen anderen Curve übergehen kann — ohne Benützung einer allgemeinen Übergangsformel.

§ 33. In Fig. 12 *a* und *b* sind die Kreise I, bezw. II, einander gleich; sie sind Müller'sche Horopterkreise, von denen jetzt angenommen wird, dass sie die geometrischen Orte derjenigen Außenpunkte sind,



denen Sehpunkte ohne Tiefenunterschied entsprechen — m. a. W. denen im Sehraume Kernflächen oder kernflächenparallele Ebenen entsprechen. In Fig. 12 *a* sind P_0 und P'_0 die empirisch gefundenen Orte zweier Punkte einer Alleecurve. Es ist also gegeben $\varkappa_0 \vartheta_0 \mu_0 \nu_0$ und daher auch $\frac{\nu_0}{\mu_0} = c_0$. In Fig. 12 *b* soll aber nur der Punkt P_1 gegeben sein, also nur $\varkappa_1$ und ϑ_1, nicht aber der Punkt P'_1, also auch nicht μ_1 und ν_1, und daher auch nicht $\frac{\nu_1}{\mu_1} = c_1$. Wir kennen also von der breiteren Alleecurve (Fig. 12 *a*) alle Bestimmungsstücke, von der schmäleren aber nur einen Punkt, nämlich P_1. Gefragt wird nach dem Quotienten $\frac{\nu_1}{\mu_1}$, der zusammen mit dem Orte von P_1 die schmälere Alleecurve vollständig bestimmen würde. Die Rechnung stützt sich auf folgende Überlegung: wir kennen das Verhältnis der scheinbaren Breiten der beiden Alleen, weil wir die Winkel kennen, welche die Richtung sowohl von P_0 wie von P_1 mit der Richtung des demselben Horopter I angehörigen medianen Punktes A bildet; kurz gesagt: wir kennen das Verhältnis der Lateralwerte P_0 und P_1, da im gleichen Horopter die scheinbaren Breiten den wirklichen Lateralwinkeln proportional sind. Dieses selbe Verhältnis muss aber auch zwischen den Lateralwinkeln von P'_0 und P'_1 bestehen, weil auch sie einem und demselben Horopter angehören und das

Verhältnis der scheinbaren Breiten für zwei medianparallele Alleen überall dasselbe sein muss. Somit ist der Lateralwinkel von P_1' als vierets Glied einer Proportion zu finden. Es ist das Verhältnis der Breitenwerte von P_0 und P_1

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{180-\varkappa_1-\vartheta_1}{180-\varkappa_0-\vartheta_0},$$

welches Verhältnis p heißen soll.

Dieses selbe Verhältnis p muss auch zwischen γ_1' und γ_0' bestehen. Es ist also

$$p = \frac{\gamma_1'}{\gamma_0'} = \frac{180-(\varkappa_1+\mu_1)-(\vartheta_1+\nu_1)}{180-(\varkappa_0+\mu_0)-(\vartheta_0+\nu_0)}.$$

Setzen wir $\frac{\nu_0}{\mu_0} = c_0$ und $\frac{\nu_1}{\mu_1} = c_1$, so lässt sich die Gleichung so schreiben

$$p = \frac{180-\varkappa_1-\vartheta_1-\mu_1(c_1+1)}{180-\varkappa_0-\vartheta_0-\mu_0(c_0+1)}$$

oder mit Hinblick darauf, dass

$$\gamma_1 = \frac{180-\varkappa_1-\vartheta_1}{2}$$

und

$$\gamma_0 = \frac{180-\varkappa_0-\vartheta_0}{2}$$

auch so:

$$p = \frac{2\gamma_1-\mu_1(c_1+1)}{2\gamma_0-\mu_0(c_0+1)} \ldots\ldots\ 1).$$

Berücksichtigt man, dass $\frac{\gamma_1}{\gamma_0} = p$, so ergibt sich

$$\mu_1(c_1+1) = p\mu_0(c_0+1) \ldots\ldots\ldots\ 2).$$

Da aber die Punkte P_0 und P_1 demselben Kreise I angehören und ebenso die Punkte P_0' und P_1' demselben Kreise II so ist

$$\nu_1-\mu_1 = \nu_0-\mu_0$$

oder

$$\mu_1(c_1-1) = \mu_0(c_0-1) \ldots\ldots\ 3).$$

Die Division der Gleichung 2) durch Gleichung 3) ergibt

$$\frac{c_1+1}{c_1-1} = p\,\frac{c_0+1}{c_0-1}$$

und daraus ergibt sich

$$c_1 = \frac{p(1+c_0)-(1-c_0)}{p(1+c_0)+(1-c_0)} \ldots\ldots\ 4).$$

Dieses c_1 ist aber der gesuchte Quotient $\frac{\nu_1}{\mu_1}$, der die zweite (in der Figur schmälere) Alleecurve vollständig charakterisiert, sofern nur der Ort e i n e s Punktes dieser Curve (nämlich P_1) gegeben ist. Denn das in Gleichung 4) erscheinende p enthält nur die Größen $\varkappa_0\,\vartheta_0\,\varkappa_1\,\vartheta_1$; es ist ja

$$p = \frac{180-\varkappa_1-\vartheta_1}{180-\varkappa_0-\vartheta_0}.$$

Somit lässt sich unter Annahme des Müller'schen Horopters aus einer Alleecurve jede beliebige andere ausrechnen.

Anmerkung. Eines besonderen Falles will ich hier kurz Erwähnung thun. Wie wir wissen, wird der Quotient $\frac{\nu}{\mu}$ immer größer je näher die Curve der Mediane liegt, also je schmäler die scheinbare Allee ist. Man sieht schon aus den beiden in Fig. 12 dargestellten Fällen, wie das μ kleiner wird. Ein ausgezeichneter Fall ist nun der, dass $\mu = 0$ wird, denn diesfalls wird aus der Curve eine Gerade. Nehmen wir die in Fig. 12 *a* durch die beiden Punkte P_0 und P'_0 repräsentierte Alleecurve als gegeben an, d. h. nehmen wir $\varkappa_0\ \vartheta_0$ und $\frac{\nu_0}{\mu_0} = c_0$ als bekannt an, so besteht zwischen dieser und irgend einer zweiten Alleecurve der Zusammenhang

$$c_1 = \frac{p\,(1+c_0) - (1-c_0)}{p\,(1+c_0) + (1-c_0)}.$$

Soll nun diese zweite Allee in einer durch den Knotenpunkt gehenden Geraden liegen, so muss $\mu_1 = o$ und daher $\frac{\nu_1}{\mu_1} = c_1 = \infty$ und daher

$$p\,(1+c_0) + (1-c_0) = o \text{ sein.}$$

Daraus folgt:

$$p = \frac{c_0 - 1}{c_0 + 1}$$

und da $p = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$, so ist

$$\gamma_1 = \gamma_0 \frac{c_0 - 1}{c_0 + 1} \quad \ldots\ldots\ldots 5)$$

Nun ist

$$\gamma_1 = 90 - \frac{\varkappa_1 + \vartheta_1}{2}$$

oder

$$2\,\varkappa_1 = 180 - 2\,\gamma_1 + \varkappa_1 - \vartheta_1 \quad \ldots\ldots\ldots 6).$$

Liegen nun P_0 und P_1 im selben Müllerschen Horopter, so ist

$$\varkappa_0 - \vartheta_0 = \varkappa_1 - \vartheta_1$$

und daher geht Gleichung 6) über in

$$\varkappa_1 = 90 - \gamma_0 \frac{c_0 - 1}{c_0 + 1} + \frac{\varkappa_0 - \vartheta_0}{2} \quad \ldots\ldots\ldots 7).$$

Setzt man für γ_0 den Wert $90 - \frac{\varkappa_0 + \vartheta_0}{2}$, so geht Gleichung 7) nach einigen Umformungen über in

$$\varkappa_1 = \varkappa_0 + \frac{1}{c_0 + 1}\,(180 - \varkappa_0 - \vartheta_0)$$

oder

$$\varkappa_1 = \frac{180 + c_0\,\varkappa_0 - \vartheta_0}{c_0 + 1} \quad \ldots\ldots\ldots 8).$$

Diese Gleichung gestattet also aus einer bestimmten, durch die Größen $\varkappa_0\ \vartheta_0\ c_0$ charakterisierten Alleecurve den ausgezeichneten Fall zu berechnen, in welchem die Curve in eine durch den Knotenpunkt gehende Gerade übergeht, indem sie den Winkel $\varkappa_1$ finden lässt, den diese Gerade mit der Basallinie einschließt.

IX. Capitel.

Deduction jeder beliebigen Alleecurve aus einer gegebenen u. zw. *b)* unter der Voraussetzung, dass ein einziger empirischer Längshoropter bekannt ist.

§ 34. Wir haben gesehen, wie man aus einer gegebenen Alleecurve jede beliebige andere deductiv finden kann, wenn man einen Punkt von ihr kennt. Bei dieser Ableitung wurde aber die Giltigkeit des Müller'schen Horopters vorausgesetzt. Da nun der Müller'sche Horopter nicht identisch ist mit dem empi-

rischen, so kann auch jene Ableitung einer Alleecurve aus einer anderen nicht mit den empirischen Verhältnissen übereinstimmen. Man darf sich hier durch die numerischen Ergebnisse der Rechnung nicht täuschen lassen. Wenn man nach der oben entwickelten Formel

$$c_1 = \frac{p(1+c_0) - (1-c_0)}{p(1+c_0) + (1-c_0)}$$

aus dem $\frac{\nu}{\mu}$, welches für eine unserer experimentell ermittelten Alleecurven gilt, das $\frac{\nu}{\mu}$ einer anderen ausrechnet und es mit dem empirisch gefundenen $\frac{\nu}{\mu}$ vergleicht, so wird man eine scheinbar ganz befriedigende Übereinstimmung zwischen dem deducierten und dem empirisch ermittelten Werte finden und könnte daher geneigt sein, die Formel für eine empirisch verwendbare, nicht bloß für eine solche zu halten, die idealisierten Verhältnissen angepasst ist. Man würde mit einer solchen Meinung fehlgehen: die Breiten der von uns experimentell ermittelten Alleen halten sich nämlich in so engen Grenzen, dass die Abweichung des empirischen vom Müllerschen Horopter keine beträchtliche sein kann. In der Nähe der Mediane macht es nicht viel aus, ob der Horopter die Krümmung des Müller'schen hat oder ob er eine Ebene oder schließlich sogar eine gegen den Beschauer schwach convexe Curve ist; die Abweichungen des berechneten $\frac{\nu}{\mu}$ vom empirischen können daher unter Umständen sehr geringfügige, sogar ganz ins Fehlerintervall fallende sein: die gute Übereinstimmung ist dann nicht Folge der empirischen Brauchbarkeit der Formel (die ja wegen der empirischen Ungiltigkeit des Müller'schen Horopters principiell ausgeschlossen ist), sondern nur Folge des Umstandes, dass innerhalb der verwendeten Werte die Unbrauchbarkeit derselben nicht, oder wenigstens nicht auffällig, zum Vorschein kommen konnte.

Nun fragt sich's aber, ob man die Ableitung einer Alleecurve aus einer anderen (oder, was dasselbe ist, eines $\frac{\nu}{\mu}$ aus einem anderen) nicht auch ohne die Annahme des Müller'schen Horopters durchführen kann. Ganz und gar ohne jede Horopterannahme durchzukommen ist natürlich unmöglich; denn sobald man das Verhältnis der scheinbaren Breiten zweier Alleen überhaupt in der Rechnung verwendet, ist damit schon gesagt, dass man mindestens zu einem Punkte der einen Allee jenen Punkt der anderen kennen muss, der mit ihm den gleichen Tiefenwert besitzt: man muss also irgendwo im Verlaufe der beiden Alleecurven einen Längshoropter durch dieselben legen können, und zwar einen empirisch giltigen. Wie sich ferner sofort ergeben wird, muss man, wenn das Unternehmen gelingen soll, mit einem einzigen empirischen Horopter ausreichen.

Denken wir uns in Fig. 12 *a* und *b* (S. 42 [∓]) die Müller'schen Kreise durch empirische Horopteren ersetzt, so würde sich eine Deduction des $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ aus $\frac{\nu_0}{\mu_0}$ durchführen lassen, die jener obigen, unter Annahme des Müller'schen Horopters vollzogenen analog wäre — und sie würde wegen der empirischen Giltigkeit der Horopteren auch zu einem empirisch giltigen $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ führen. Aber eine solche Deduction hätte keinen Sinn: denn sie setzt nicht nur für die eine, sondern auch für die andere Alleecurve die Kenntnis zweier Punkte voraus; kennt man aber zwei Punkte derselben Curve, dann kennt man das $\frac{\nu}{\mu}$ dieser Curve ohnehin schon, braucht also überhaupt keine Deduction. Darum sagte ich früher man müsse mit einem empirischen Horopter auslangen.

§ 35. Es wird also jetzt Folgendes angenommen: wir kennen von einer Alleecurve einen Punkt P_0 (bezw. sein $\varkappa_0$ und ϑ_0) und das diese Curve charakterisierende $\frac{\nu_0}{\mu_0} = c_0$, wir kennen ferner den durch P_0

gehenden empirischen Horopter und einen zweiten, diesem selben Horopter angehörigen Punkt P_1 einer Alleecurve von anderer Breite. Es soll der Quotient $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ der durch P_1 gehenden Alleecurve gefunden werden.

Da P_0 und P_1 der Voraussetzung zufolge keinen verschiedenen Tiefenwert haben, gibt das Verhältnis ihrer Lateralwinkel (wenigstens für diesen empirischen Horopter) das Verhältnis der wirklichen und zugleich auch der scheinbaren Breiten der beiden Alleen an (vgl. darüber das S. 38 [292] Gesagte). Dieses Verhältnis heiße p. Dasselbe Breitenverhältnis muss sich für die beiden Curven auch »im Unendlichen«, d. h. in ihrem asymptotischen Verlaufe herstellen. Denn dass das scheinbare Breitenverhältnis im ganzen Verlaufe der beiden Alleen und daher auch im Unendlichen dasselbe sein muss, liegt ja im Begriffe einer scheinbaren Allee. Das Verhältnis der scheinbaren Breiten ist aber durch das Verhältnis der (wirklichen) Lateralwinkel gegeben, sobald kein Tiefenunterschied besteht; und jenseits der stereoskopischen Grenze besteht eben kein Tiefenunterschied mehr — das Doppelauge verhält sich wie ein Auge und für ein Auge können wir in der That das Verhältnis zweier Breitenwerte durch das Verhältnis der Gesichtswinkel ausdrücken, die die betreffenden Richtungslinien mit der Medianlinie einschließen. Kennt man also die Richtung des ∞ fernen Punktes für zwei Alleecurven, dann ist auch ihr Breitenverhältnis bekannt.

Nach den Erörterungen S. 36 ff. [290] (vgl. auch Fig. 10) ist, wenn $\varkappa_0$ und ϑ_0 den Ort eines Alleepunktes, ferner $\frac{\nu_0}{\mu_0} = c_0$ den charakteristischen Quotienten dieser Curve bedeutet, und φ_0 eben jener Lateralwinkel in ∞ Entfernung heißt,

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\varkappa_0 - \vartheta_0}{c_0 - 1} - \varkappa_0.$$

Für eine andere Allee mit den Constanten $\varkappa_1$, ϑ_1 und $\frac{\nu_1}{\mu_1} = c_1$ ist

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\varkappa_1 - \vartheta_1}{c_1 - 1} - \varkappa_1.$$

Der Winkel φ_0 ist bestimmt, weil $\varkappa_0$, ϑ_0 und c_0 bekannt sind. Hingegen ist φ_1 aus der obigen Gleichung nicht zu gewinnen, weil zwar $\varkappa_1$ und ϑ_1, nicht aber c_1 gegeben ist. Wir kennen aber φ_1 aus einer anderen Quelle: da nämlich $\frac{\varphi_0}{\varphi_1}$ das Breitenverhältnis der beiden Alleen im Unendlichen ist und dieses Breitenverhältnis dasselbe sein muss wie an der Stelle des einen uns bekannten Horopters (wir haben dieses Verhältnis oben p genannt), so lässt sich aus

$$\frac{\varphi_0}{\varphi_1} = p$$

das φ_1 rechnen. Nunmehr kann man die Gleichung

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\varkappa_1 - \vartheta_1}{c_1 - 1} - \varkappa_1$$

nach c_1 auflösen und erhält so

$$c_1 = \frac{\varkappa_1 - \vartheta_1}{\frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \varkappa_1} + 1$$

oder

$$c_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - (\varphi_1 + \vartheta_1)}{\frac{\pi}{2} - (\varphi_1 + \varkappa_1)}.$$

Diese Gleichungen gestatten also den Quotienten $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ einer Alleecurve aus dem bekannten Quotienten $\frac{\nu_0}{\mu_0}$ einer anderen Alleecurve deductiv zu finden, d. h. also, wenn eine einzige Alleecurve oder auch nur zwei Punkte derselben empirisch gegeben sind, für jeden beliebigen sonstigen Punkt der Blickebene die ganze Curve zu construieren, welcher dieser Punkt angehört, und zwar die wirkliche, empirisch giltige Curve und nicht, wie das früher (S. 42 ff. [296]) geschehen ist, eine Curve, die auf der Voraussetzung eines idealisierten, thatsächlich gar nicht geltenden Längshoropters gegründet ist. Vorausgesetzt wird dabei nur, dass man in irgend einer beliebigen Entfernung vom Beobachter einen empirischen Längshoropter kennt.

Anmerkung. Handelt es sich um die numerische Auswertung des c_1, so genügt, wie erwähnt, die Kenntnis eines einzigen durch $\varkappa_1$ und ϑ_1 gegebenen Punktes der aufzufindenden Curve.

Es kann aqer die Forderung gestellt werden, diese ganze — doch etwas weitläufige — Deduction einer Curve aus einer anderen empirisch zu verificieren, um etwaige Bedenken gegen die Stringenz der Deduction auszuschließen. Man kann da entweder so vorgehen, dass man eine Alleecurve empirisch ermittelt, dann einen beliebigen Punkt $(\varkappa_1, \vartheta_1)$ außerhalb dieser Curve festsetzt, hierauf das c_1 nach der obigen Formel ausrechnet und nun auf Grund dieses berechneten Wertes eine Anzahl von Punkten dieser Curve bestimmt; hängt man dann eine Anzahl von Loten so auf, dass sie diese Punkte zu Fußpunkten haben, so wird die Beobachtung ergeben, ob diese Fäden wirklich den Eindruck einer medianparallelen Allee machen. Das wäre der eine Weg der empirischen Controle. Thatsächlich ist derselbe nicht ganz verlässlich wegen der nicht völlig auszuschließenden Voreingenommenheit des Beobachters, namentlich wenn dieser der Theorie persönlich nahesteht; sind die Abweichungen nicht allzugroß, so wird er leicht das als gleich groß sehen, was nach seiner Theorie gleich groß sein soll.

Man wird daher besser thun, gleich von vornherein zwei (verschieden breite) scheinbare Alleen aufzustellen, nach der obigen Gleichung das c_1 der einen Allee auszurechnen und mit dem empirischen c_1 derselben zu vergleichen. Hiebei ist aber Folgendes zu beachten: von welchem Punkte der zweiten Allee man ausgeht, d. h. welches $\varkappa_1$ und ϑ_1 man benützt, ist principiell gleichgiltig, da $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ eine Constante ist: die Richtung des ∞ fernen Punktes wird immer dieselbe sein und damit wird auch der durch $\measuredangle \varphi_1$ dargestellte Lateralwert des ∞ fernen Punktes der gleiche sein. Ich könnte also das $\varkappa_1 \vartheta_1$ des ersten 1 *m* entfernten Fadenpaares ebensogut zugrunde legen wie das $\varkappa_1 \vartheta_1$ des zweiten, dritten .... Fadenpaares. Nun sind aber die Orte der einzelnen Fadenpaare einer solchen experimentell ermittelten Allee mit Beobachtungsfehlern behaftet, was sich ja auch darin zeigt, dass das $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ einer solchen Allee thatsächlich nicht genau constant ist, sondern nur um einen constanten Wert schwankt. Man würde also, wenn man das $\varkappa_1 \vartheta_1$ eines einzigen Fadenpaares der Rechnung zugrunde legte, ihr Resultat durch den diesem Fadenpaare zufällig anhaftenden Beobachtungsfehler trüben. Um das zu vermeiden, wird man das c_1 aus den $\varkappa_1$ und ϑ_1 jedes einzelnen Fadenpaares bestimmen und den Durchschnittswert rechnen, welcher dann mit dem Mittel aus allen beobachteten c_1 zu vergleichen ist. Dies ist umsomehr gefordert als ja das in der Gleichung vorkommende φ_1 (der Breitenwinkel dieser Alleecurve im Unendlichen) auch aus lauter Mittelwerten gewonnen ist; er ergab sich ja aus der Verhältniszahl p und dem Breitenwinkel φ_0 der Ausgangscurve und dieser letztere wurde aus sämmtlichen $\varkappa_0 \vartheta_0$ und c_0 gerechnet (vgl. S. 37 [291]). Die obige Gleichung

$$c_1 = \frac{\varkappa_1 - \vartheta_1}{\frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \varkappa_1} + 1$$

wird, wenn man sie für die Berechnung des Mittelwertes einrichtet, die Form annehmen

$$c_1 = \frac{\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1)}{n\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \Sigma\varkappa_1} + 1$$

oder

$$c_1 = \frac{n\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \Sigma\vartheta_1}{n\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \Sigma\varkappa_1}$$

Die unter dem Summenzeichen stehenden Werte sind vom ersten bis exclusive letzten (achten) Fadenpaare zu nehmen, weil das $c_1 \left(= \frac{\nu_1}{\mu_1}\right)$ eine Größe ist, die sich auf die relative Lage zweier aufeinander folgender Alleepunkte bezieht, weshalb es in jeder Allee um ein c weniger geben wird als Fadenpaare vorhanden sind. Da bei unseren Beobachtungen immer 8 Fadenpaare zur Verwendung kamen, ist daher $n = 7$.

§ 36. Ehe ich nun an die Auswertung des c_1 für die einzelnen Beobachter gehe, muss ich einige Bemerkungen über die Auffindung der Größe p vorausschicken.

p bezeichnet das Verhältnis der Breiten zweier Alleen. Dieses Verhältnis kann empirisch bestimmt werden, wenn man durch beide Curven irgendwo einen empirischen Längshoropter durchlegt und die Lateralwinkel der beiden Schnittpunkte bestimmt. Wo dieser Längshoropter durchgelegt wird, ist gleichgiltig. Nun wissen wir, dass der empirische Längshoropter in großer Nähe des Beobachters gegen diesen concav, in der Ferne gegen ihn convex und in einer gewissen Entfernung, besser gesagt, in einem gewissen Intervalle von Entfernungen eine Ebene ist. In beiläufig $^1/_2$ *m* ist dies letztere der Fall. In 1 *m* Entfernung besteht zwar schon eine Andeutung von Convexität; sie ist aber so gering, dass der Fehler, den man macht, wenn man auf Grund eines als eben angenommenen Horopters die Lateralwinkel bestimmt, gar nicht in Betracht kommen kann.

Ich habe hierüber ein paar kleine Versuchsreihen gemacht. In einer 1 *m* vom Beobachter entfernten Ebene wurden zwei Verticalfäden aufgehängt, die von einander einmal 454 *mm*, ein anderesmal 308 *mm*, ein drittesmal 207 *mm* entfernt waren. Das sind nämlich die Lateralabstände wie sie sich für das erste, 1 *m* entfernte Fadenpaar der drei Alleen für mich ergeben hatten (vgl. oben die Tabellen XIII, XV und XVII). Versuchte ich einen dritten, in der Medianebene gelegenen Faden so zu stellen, dass er in der Ebene der Seitenfäden zu liegen schien, so lag er thatsächlich im ersten Falle 5·2 *mm*, im zweiten 4·2 *mm*, im dritten 2·6 *mm* vor der wirklichen Ebene der Seitenfäden. Das sind Abweichungen, die das Verhältnis der Lateralwinkel erst in der dritten Decimale und hier nur um eine Einheit beeinflussen, also längst in den Fehlerbereich fallen. Man kann daher für unsere Zwecke den Längshoropter in 1 *m* Entfernung ohne Fehler als eben annehmen. Wir können somit das Verhältnis der Gesichtswinkel, unter welchen die ersten (vom Beobachter 1 *m* entfernten) Fadenpaare zweier scheinbarer Alleen gesehen werden, als das scheinbare Breitenverhältnis p dieser beiden Alleen betrachten.


Fig. 13.

In Kürze will ich nur die Frage berühren, welcher Winkel eigentlich als Gesichtswinkel eines solchen Fadenpaares anzusehen ist. Wenn (wie in Fig. 13) der Horopter PAP' eine Ebene ist, so erscheint die Distanz AP dem rechten Auge unter anderem Gesichtswinkel als dem linken. Es ist $\gamma_2 > \gamma_1$. Diese geometrisch ungleichen Winkel sind aber physiologisch gleich; denn der Punkt erscheint einfach, kann also nur einen Breitenwert haben. Die Thatsache, dass der empirische Horopter überhaupt jemals eine Ebene sein kann, bezeugt ohnehin schon, dass geometrisch ungleiche Winkel unter Umständen physiologisch gleich sein müssen. Ich habe für die Berechnung der Breitenverhältnisse weder γ_1 noch γ_2, sondern γ zugrunde gelegt, also einen Winkel, dessen Scheitelpunkt der Halbierungspunkt der Basallinie ist; man pflegt ja dahin das Sehrichtungscentrum zu verlegen. Für unsere Zwecke kommt nichts darauf an, ob der jedenfalls zwischen γ_1 und γ_2 anzunehmende Wert wirklich gerade durch γ repräsentiert wird, weil in unseren Versuchen γ_1 und γ_2 selbst schon sehr wenig von einander abweichen. So ist z. B. für das erste Fadenpaar in Tab. XIII der Unterschied der Gesichtswinkel, unter denen die halbe Lateraldistanz AP dem linken und rechten Auge erscheint, ungefähr 14', liegt also, verglichen mit dem Unterschiede zweier Einstellungen (man vergleiche nur die homologen $\varkappa$ und ϑ in den Tabellen XIII und XIV) noch ganz im Fehlerbereiche.

Anmerkung. Etwas anderes ist es freilich, wenn man sich nicht damit begnügt zu wissen, dass die Unterschiede des linken und rechten Gesichtswinkels selbst schon so gering sind, dass auf die Wahl des Mittelwertes nichts ankommt, sondern wenn man

die Frage nach dem Orte des Sehrichtungscentrums als selbständiges Problem aufwirft. Wo liegt eigentlich der Ort, der den Ausgangspunkt für die empfundene Richtung eines binocular gesehenen Punktes bildet? Wenn gesagt wird, das Sehrichtungscentrum liege zwischen beiden Augen (etwa in der Gegend der Nasenwurzel), so wird das richtig sein, aber die Angabe ist doch allzu ungenau. Schon das ist fraglich, ob es bei allen Menschen in der Symmetrieebene liegt. Wie wir wissen, sind nasale und temporale Netzhaut functionell verschieden; das würde zwar noch keine asymmetrische Lage des Sehrichtungscentrums begründen, aber es kommt auch vor, dass die beiden nasalen Netzhauthälften unter einander und ebenso die beiden temporalen untereinander verschieden sind. Ich habe auf solche Fälle in der Abhandlung über die Stabilität der Raumwerte (Zeitschr. f. Psych. u. Physiol. d. Sinnesorg., Bd. V, p. 56) hingewiesen. Bei solchen Individuen liegt, symmetrische Convergenz vorausgesetzt, der Längshoropter gar nicht symmetrisch zur Medianebene; in der Gegend z. B., in welcher er eine Ebene ist, steht diese Ebene auf der Medianebene nicht senkrecht. Da nun die scheinbare Mediane auf der Kernfläche senkrecht steht, so wird natürlich bei allen Individuen, die einen asymmetrischen Längshoropter haben, auch die scheinbare Medianebene von der wirklichen abweichen müssen [1].

Sehen wir indessen von solchen individuellen Asymmetrien ab, so bleibt noch immer die Frage offen, welcher Punkt der Symmetricebene als Sehrichtungscentrum anzusehen ist, ja ob es überhaupt ein einheitliches Sehrichtungscentrum gibt. Ich will hier nur eine Schwierigkeit andeuten. Es wird, ich glaube mit Recht, angenommen, dass ein Punkt M dann dieselbe Sehrichtung habe wie ein anderer näher oder ferner gelegener Punkt N, wenn bei Fixation des einen der andere ein symmetrisches Doppelnetzhautbild gibt (für die Empfindung aber allerdings noch nicht in Doppelbilder zerfallen muss). Wenn das der Fall ist, dann liegen, wie aus geometrischen Gründen einleuchtet, die sämmtlichen einer Sehrichtung angehörigen Punkte des Außenraumes gar nicht in einer Geraden sondern auf einem Kegelschnitt. Man denke sich nur in Fig. 13 die Strahlen $O_1 P$ und $O_2 P$ nach auswärts (also den ersten nach links, den zweiten nach rechts) mit gleicher Winkelgeschwindigkeit gedreht, dann ist sofort ersichtlich, dass der Schnittpunkt P sich nicht auf einer Geraden in die Ferne bewegt; nur ein medianer Punkt, etwa A würde dies thun. Mit dem Begriffe der Richtung verbindet man die Eigenschaft der Geradheit; daraus folgt natürlich gar nicht, dass die Sehrichtung, die ja dem physiologischen Raume angehört, sich im wirklichen Raume auf einer Geraden abbilden müsse. Zur Entstehung eines einheitlichen Sehrichtungscentrums scheint mir aber doch das nothwendig, dass diejenigen Linien des wirklichen Raumes, welchen im physiologischen Raume Sehrichtungen entsprechen, einen gemeinsamen Schnittpunkt haben. Dreht man in Fig. 14 die Strahlen $O_1 P$ und $O_2 P$ nach einwärts mit gleicher Winkelgeschwindigkeit, so trifft die Bahn des Schnittpunktes P die Basallinie durchaus nicht im Halbierungspunkte. Dreht man $O_1 P$ um O_1 nach rechts und $O_2 P$ um O_2 nach links um stets gleiche Winkel, so wird für den Drehungswinkel $\varkappa_1 = \varkappa_2$ der Schnittpunkt in O_2 liegen. Bei weiterer Drehung fällt er auf die andere Seite der Basallinie, rückt für die Stellung $O_1 M_1$, bezw. $O_2 M_2$ ins Unendliche und trifft bei weiterer Drehung die Basallinie in O_1. Würde P in der Medianebene liegen, so würden die sämmtlichen Punkte, die symmetrische Doppelbilder erzeugen, auch in der Mediane liegen, also die Basallinie in deren Halbierungspunkt treffen. Somit würde die (wirkliche) Linie, welche in diesem Falle einer Sehrichtung entspricht, mit denjenigen Curven, welche in allen anderen Fällen Sehrichtungen entsprechen, keinen Punkt gemeinsam haben. Daher erscheint es mir fraglich oder doch mindestens der Untersuchung wert, ob es überhaupt ein gemeinsames Sehrichtungscentrum gibt. Doch soll diese Frage hier nur in Anregung gebracht sein.

Fig. 14.

§ 37. Wenn wir nunmehr aus dem für die breitere Allee (600 *mm*) geltenden $\frac{\nu_0}{\vartheta_0} = c_0$ das c_1 für die schmälere Allee (390 *mm*) nach der S. 45 [300] u. 47 [301] entwickelten Formel

$$c_1 = \frac{\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1)}{n\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \Sigma\varkappa_1} + 1$$

berechnen wollen, so muss zuerst φ_1 gefunden werden,

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0 \gamma_1}{\gamma_0},$$

wo φ_0 der Winkel ist, den die Richtung des ∞ fernen Punktes der breiteren Allee mit der Mediane einschließt.

[1] Auch die Beobachtungen von M. Sachs und R. Wlassak (»Die optische Localisation der Medianebene«, Zeitschr. f. Psych. u. Physiol. d. Sinnesorg., Bd. 22, S. 23 ff.) ergeben solche Asymmetrien und zwar sowohl für binoculares als auch für monoculares Sehen.

φ_0 bedeutet die Winkel, welche von der Richtung des ∞ fernen Punktes und der Mediane gebildet werden, d. h. also die Complemente der in Tab. XXX, S. 37 [+|$_0$] angegebenen Winkel für (600); demnach ist für

Hillebrand . $\varphi_0 = 1°23'34" = 5014"$ [1]
Czermak . . $\varphi_0 = 1\ 12\ 14 = 4334$
Radakovič . . $\varphi_0 = 1\ 45\ 59 = 6359$
Wirtinger . . $\varphi_0 = 0\ 47\ 57 = 2877$ [2]

γ_0 sind die halben Gesichtswinkel, unter denen das erste (1 *m* entfernte) Fadenpaar der breiteren Alleen (600) erscheint. Entsprechend den in den früheren Tabellen angegebenen Lateraldistanzen des ersten Fadenpaares ergibt sich für

Hillebrand	(Tab. XIII)	12°47'22"	= 46042"
»	(» XIV)	12 12 58	= 43978
		Mittel	= 45010"
Czermak	(» XIX)	13°19'59"	= 47999"
Radakovič	(» XXIII)	11 35 6	= 41706
Wirtinger	(» XXVI)	13 47 36	= 49656
»	(» XXVII)	14 47 19	= 53239
		Mittel	= 51447"

γ_1 sind die halben Gesichtswinkel, unter denen das erste (1 *m* entfernte) Fadenpaar der schmäleren Alleen (390) erscheint. Entsprechend den in den citierten Tabellen angegebenen Lateraldistanzen des ersten Fadenpaares ergibt sich für

Hillebrand	(Tab. XV)	8°45'17"	= 31517"
»	» XVI)	8 52 0"	= 31920
		Mittel	= 31718"
Czermak	(» XX)	8°55'21"	= 32121"
»	(» XXI)	9 8 46	= 32926
		Mittel	= 32523"
Radakovič	(» XXIV)	7 49 45	= 28185"
Wirtinger	(» XXVIII)	10 5 34	= 36334
»	(» XXIX)	10 12 14	= 36734
		Mittel	= 36534"

Gemäß der Gleichung
$$\varphi_1 = \frac{\varphi_0 \gamma_1}{\gamma_0}$$

ist also für

$$\text{Hillebrand } \varphi_1 = \frac{5014.31718}{45010} = 3533" = 0°58'53"$$

$$\text{Czermak } \varphi_1 = \frac{4334.32523}{47999} = 2937" = 0°48'57"$$

$$\text{Radakovič } \varphi_1 = \frac{6359.28185}{41706} = 4298" = 1°11'38"$$

$$\text{Wirtinger } \varphi_1 = \frac{2877.36534}{51447} = 2043" = 0°34'3"$$

[1] Ich habe hier das Mittel aus den beiden Werten 1°24'0" und 1°23'8" genommen, welche die Complemente von 88°36'0" und 88° 36'52" der Tab. XXX, S. 37 [291], sind.

[2] Auch hier ist das Mittel aus den beiden Werten 0° 53'47" und 0° 42'7", den Complementen von 89° 6'13", bezw. 89° 17'53" genommen.

Nun ist nach Gleichung

$$c_1 = \frac{\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1)}{n\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_1\right) - \Sigma\varkappa_1}$$

für jeden Beobachter der für die schmälere Allee giltige Quotient $c_1 = \frac{\nu_1}{\mu_1}$ zu berechnen. Für die Werte $\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1)$ und $\Sigma\varkappa_1$ habe ich überall dort, wo zwei beobachtete Alleen vorliegen, das Mittel genommen also für Hillebrand das Mittel aus Tab. XV und XVI, das ist

$$\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1) = 48774''$$
$$\Sigma\varkappa_1 = 2161527''$$
$$\varphi_1 = 3533''.$$

Daraus ergibt sich

$$c_1 = 1\cdot5968$$

für Czermak das Mittel aus Tab. XX und XXI; das ist

$$\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1) = 49631''$$
$$\Sigma\varkappa_1 = 2161273''$$
$$\varphi_1 = 2937''$$

Das ergibt

$$c_1 = 1\cdot5758.$$

Für Radakovič ist gemäß Tab. XXIV

$$\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1) = 46138''$$
$$\Sigma\varkappa_1 = 2168101''$$
$$\varphi_1 = 4298''.$$

Das ergibt

$$c_1 = 1\cdot6610.$$

Für Wirtinger ergibt das Mittel aus den Tab. XXVIII und XXIX die Werte

$$\Sigma(\varkappa_1 - \vartheta_1) = 48571''$$
$$\Sigma\varkappa_1 = 2149375''$$
$$\varphi_1 = 2043''.$$

Daher

$$c_1 = 1\cdot4656.$$

Vergleicht man diese deductiv gefundenen Werte des Quotienten $\frac{\nu_1}{\mu_1}$ mit den empirisch ermittelten, so ergibt sich Folgendes: die empirisch gefundenen Werte sind für:

1. Hillebrand gemäß Tab. XV und XVI 1·579 und 1·530, also im Mittel 1·5545. Der berechnete Mittelwert beträgt 1·5968.

2. Czermak gemäß Tab. XX und XXI 1·581 und 1·548; also im Mittel 1·5645. Der berechnete Mittelwert beträgt 1·5758.

3. Radakovič gemäß Tab. XXIV 1·639. Der berechnete Mittelwert beträgt 1·6610.

4. Wirtinger gemäß Tab. XXVIII und XXIX 1·434 und 1·435, also im Mittel 1·4345. Der berechnete Mittelwert beträgt 1·4656.

Die Übereinstimmung zwischen den deductiv und den empirisch gefundenen Werten dürfte als hinreichende Verification der Methode befunden werden, mittels der wir unter Benützung eines einzigen empirischen Horopters aus einer gegebenen Alleecurve jede beliebige andere Alleecurve ableiten.

X. Capitel.

Die scheinbare Größe bei monocularem Sehen.

§ 38. Wie früher (vgl. S. 16 [270]) ausführlich erörtert wurde, ist die Constanz der scheinbaren Größe bei binocularer Beobachtung darum nicht von einem constanten, sondern von einem nach bestimmten Gesetzen sich ändernden Gesichtswinkel bestimmt, weil wir binocular Entfernungsunterschiede sehen, d. h. weil der Entfernungsunterschied selbst schon ein psychisches Datum liefert. Eben dadurch unterscheidet sich der Fall eines tiefenempfindlichen Doppelauges von irgend einer physikalischen Einrichtung, welche nach dem Principe der Centralprojection hergestellt ist und in welcher eine Änderung der Entfernung bloß die Bildgröße ändert und daher ersetzt werden kann durch eine entsprechende Änderung der Objectgröße bei gleichbleibender Entfernung.

Die Frage liegt nahe, ob eine solche centralprojectivische Einrichtung vielleicht bei monocularem Sehen verwirklicht ist, ob also bei monocularem Sehen verschieden entfernte Objecte dann gleich groß erscheinen, wenn sie sich unter constantem Gesichtswinkel abbilden.

Im allgemeinen wird man auch diese Frage verneinen müssen. Ich habe jene Versuche, in denen zwei horizontal über eine Tischplatte laufende Fäden (analog den Schienen eines Eisenbahngeleises) auf scheinbaren Parallelismus eingestellt werden (vgl. S. 5 ff. [259]), auch monocular gemacht. Dabei fällt vor allem auf, dass die Ergebnisse durchaus nicht jene Regelmäßigkeit zeigen wie bei binocularer Beobachtung: der Winkel, den die beiden Fäden miteinander bilden, wenn sie parallel erscheinen, ist zwar immer erheblich größer als bei binocularer Betrachtung, schwankt aber in einem sehr breiten Intervalle und erreicht nur höchst selten und ganz vorübergehend diejenige Größe, bei welcher der Scheitel in den Knotenpunkt des Auges fällt, also diejenige Lage hat, die er dem Principe der Centralprojection entsprechend immer haben müsste. Dieser Fall wird ab und zu einmal wirklich erreicht; die horizontalen Fäden erscheinen dann (entsprechend dem etwa 20 *cm* betragenden Verticalabstande des Auges von der Tischplatte) wie kurze verticale Striche, die auf den verticalen Schirm am Ende der Tischplatte gezeichnet sind.

Dieser Fall ist aber ein seltener; gewöhnlich muss man die Fäden so stellen, dass der Scheitelpunkt ihres Winkels weit hinter den Beobachter fällt — und in diesen gewöhnlichen Fällen liegen die scheinbar parallelen Fäden in einer scheinbar horizontalen Ebene, nämlich auf der Tischplatte.

Achtet man auf die Bedingungen, unter denen der früher erwähnte seltenere Fall eintritt, in welchem die Fäden, um parallel zu erscheinen, wirklich im Knotenpunkte zusammentreffen müssen, jener Fall, in dem sie nun mit einem Male wie verticale Striche aussehen, so bemerkt man, dass diese Bedingungen vor allem in absolut fester Fixation und in absolut ruhiger Kopfhaltung bestehen. Das geringste Auf- und Abwandern des Blickes längs einem der Fäden und besonders die geringste Drehung des Kopfes um seine Verticalaxe zerstören den Effect sofort — die Fäden scheinen sogleich wieder auf der horizontalen Tischplatte zu liegen und nach der Ferne zu divergieren.

Bei monocularer Beobachtung zeigen die zur Erzielung constanter scheinbarer Größen erforderlichen Gesichtswinkel einen Gang, der irgendwie die Mitte hält zwischen dem Falle der binocularen Betrachtung und der dem Principe der Centralprojection entsprechenden Constanz — welch'letztere Grenze aber unter Umständen wirklich erreicht wird.

§ 39. Die Erklärung dieser Thatsachen liegt, glaube ich, sehr nahe. Die monoculare Beobachtung entbehrt des empfindlichsten Reagens auf Entfernungsunterschiede, nämlich der Disparation (bezw. der Doppelbilder). Gelingt es überdies auch alle sogenannten empirischen Anhaltspunkte für die Empfindung von Entfernungsunterschieden auszuschließen, so ist der monoculare Sehact ein reiner Fall von Centralprojection: Constanz der scheinbaren Größe wird durch Constanz des Gesichtswinkels erzeugt. Dieser Fall kann unter Umständen erreicht werden; und damit er erreicht werde, müssen die Entfernungsunterschiede für

die Empfindung völlig zum Schwinden gebracht sein: die horizontalen Fäden richten sich dann auf und erscheinen als verticale Striche in der Ebene des Schirmes.

Der gewöhnliche Fall ist aber der, dass auch beim Wegfall der Parallaxe noch mancherlei empirische Mittel der Tiefenlocalisation wirksam sind; es ist sogar sehr schwer sie gänzlich auszuschließen. Nur stehen sie an Wirksamkeit der Binocularparallaxe entschieden nach. Ein Architekturgemälde mag mit der correctesten Perspective, mit der wirksamsten Licht- und Schattenvertheilung, mit den Mitteln der Staffage und der Lufttöne hergestellt sein — die Plastik, welche man durch eine stereoskopische Aufnahme erzielt, wird niemals erreicht. Und noch in einem anderen Punkte unterscheiden sich diese empirischen Motive von der Binocularparallaxe. Während die Wirkung der letzteren für ein bestimmtes Augenpaar eine unveränderliche ist, sind wenigstens einige von den empirischen Mitteln der Tiefenlocalisation (und daher auch ihre Wirkungen) beträchtlichen Schwankungen unterworfen. Das gilt u. A. von den Drehungen des Kopfes um seine Verticalaxe, wie solche unwillkürlich erfolgen, wenn man nicht für ganz exacte Fixierung des Kopfes sorgt. Sind zwei Punkte verschieden weit entfernt, so bewirkt eine Rechtsdrehung des Kopfes eine scheinbare Verschiebung des ferneren Punktes nach rechts und im Anschlusse daran wird der ferner liegende Punkt auch als ferner gesehen. Größere Drehungen des Kopfes werden dann noch kleinere Entfernungsunterschiede zum Bewusstsein bringen als Drehungen von geringerem Ausmaße. Es wird also von zufälligen Umständen abhängen, welchen Grad von Plastik man beim einäugigen Sehen erreicht. Ähnliches gilt auch von intendierten Accommodationsänderungen.

Wenn nun durch solche Umstände ein Sehen von Entfernungsunterschieden auch bei monocularer Beobachtung erreicht wird, so muss früheren Überlegungen zufolge der Gesichtswinkel mit wachsender Entfernung abnehmen, um Constanz der scheinbaren Größe zu erzeugen. Da aber ferner diese empirischen Motive für das Sehen von Entfernungsunterschieden weniger wirksam sind als die Binocularparallaxe, so werden auch die Gesichtswinkel in geringerem Maße abnehmen müssen als beim binocularen Versuche. Und da schließlich diese empirischen Motive veränderliche sind, d. h. da Entfernungsunterschiede einmal wirksamer sind, einmal weniger wirksam, so wird auch die Abnahme der Gesichtswinkel entsprechenden Schwankungen unterliegen. So kann man die Erscheinungen bei monocularem Sehen unter dieselben Gesichtspunkte bringen, unter denen die binocularen Beobachtungen unserem Verständnisse zugänglich geworden sind.

An den zahlreichen Versuchen, auf die sich die theoretischen Erörterungen dieser Arbeit stützen, haben sich meine hochverehrten Herren Collegen Prof. Dr. Paul Czermak, Prof. Dr. Wilhelm Wirtinger und Privatdocent Dr. Michael Radakovič in liebenswürdiger und höchst ausgiebiger Weise betheiligt. Ich ergreife mit Vergnügen die Gelegenheit, den genannten Herren für die vielen Opfer an Zeit und Geduld meinen herzlichsten Dank abzustatten.





UNTERSUCHUNG

DER

BEWEGUNG VOM TYPUS 2/3 IM PROBLEM DER DREI KÖRPER UND DER „HILDA-LÜCKE" IM SYSTEM DER KLEINEN PLANETEN AUF GRUND DER GYLDÉN'SCHEN STÖRUNGSTHEORIE

VON

DR. HUGO BUCHHOLZ,

PRIVATDOCENT AN DER UNIVERSITÄT HALLE A. S.

ERSTER THEIL.

VORGELEGT IN DER SITZUNG VOM 13. JUNI 1901.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Capitel IV.

Die Integration der Differentialgleichungen des Hilda-Typus mittelst des Gyldén'schen Verfahrens der partiellen Integration in der Brendel'schen Modification.

I. Vorbereitung der Integration.

II. Ausführung der Integration.

A. Die Integration für den 0ten Grad bis incl. Glieder III. Ordnung.

B. Die Integration für den 1ten Grad bis incl. Glieder II. Ordnung.

a). Die genäherte Integration bei constantem η, η', π, π_1.

b). Die strenge Integration bei variablem η, η', π, π_1.

Das allgemeine Verfahren.

Capitel V.

Die vorläufigen numerischen Ergebnisse der ersten Näherung für die Grenzen der »Hilda-Lücke« im System der kleinen Planeten.

VORWORT.

Die erste Anregung zu den folgenden Untersuchungen erhielt ich durch Gyldén, der mich im Jahre 1896 in Stockholm veranlasste, die numerische Entwickelung der Störungsfunction für den Planeten Hilda in ihren Grundlagen durchzuführen, da er die Resultate zur Anwendung seines »horistischen« Integrationsverfahrens auf diesen Planeten benutzen wollte. Meine damaligen Rechnungen sind nach Gyldén's Tode unter seinem Nachlass verblieben, so dass ich jetzt zu ihrer Ausführung von neuem genöthigt war.

Bekanntlich versagen die bis zu Gyldén in der analytischen Störungstheorie gebräuchlichen Methoden, wenn es sich darum handelt, die Bahn eines kleinen Planeten zu berechnen, dessen mittlere Bewegung n zu derjenigen n' des Jupiter in einem commensurabeln Verhältnis steht, wo also dies Verhältnis $\frac{n'}{n} = \mu$ durch einen ganzzahligen rationalen Bruch ausgedrückt ist, z. B. durch $\mu = \frac{1}{2}$, $\mu = \frac{1}{3}$ etc. Gyldén nennt diese Planeten solche vom »Typus« $\frac{1}{2}$, vom »Typus« $\frac{1}{3}$ etc. Der Wert der neuen, durch Gyldén geschaffenen Störungstheorie zeigt sich unter anderem gerade darin, dass sie die Behandlung solcher Commensurabilitätstypen ermöglicht.

Von diesen Typen sind auf Grund der Gyldén'schen Principien in näherem oder entfernterem Anschluss an die verschiedenen, durch Gyldén aufgestellten Integrationsverfahren bis jetzt nur die Typen $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ durch die Arbeiten der Herren Backlund,[1] Brendel,[2] Harzer[3] und Ludendorff[4] behandelt worden. Der Hildatypus $\left(\frac{2}{3}\right)$, dessen Bearbeitung den Gegenstand der folgenden Untersuchungen bildet, bietet nicht nur theoretische Schwierigkeiten, sondern verursacht auch in rechnerischer Beziehung mehr Arbeitsaufwand als die meisten übrigen kleinen Planeten, da dieser Typus nicht mehr im Gyldén-schen Tafelwerk[5] tabuliert ist, während der Typus $\frac{1}{2}$, wie fast alle kleinen Planeten, in demselben enthalten ist.

Als Integrationsverfahren habe ich das Gyldén'sche Verfahren der partiellen Integration in der Modification von Herrn Brendel, sowie auch sonst dessen »Theorie der kleinen Planeten«[6] benutzt, ein Werk, in welchem der Verfasser sich durch seine systematische Ausarbeitung der Gyldén'schen Principien für die Behandlung der kleinen Planeten große Verdienste um die neue Störungstheorie

[1] O. Backlund, »Über die Bewegung einer gewissen Gruppe der kleinen Planeten«. Mémoires de l'Académie impériale des Sciences de St. Petersbourg, VII Série, Tome XXXVIII, No. 11.

O. Backlund, »Über die Bewegung der kleinen Planeten vom Hecubatypus«. Cf. ibidem VIII Série, Volume VI, No. 10.

[2] M. Brendel. »Om användningen af den absoluta Störingstheorien på en grupp af små planeterna med numerisk tillämpning på planeten (46) Hestia«. Astronomiska Iaktagelser och undersökningar anstälda på Stockholms Observatorium IV, 3.

M. Brendel, »Über die Anwendung der Gyldén'schen absoluten Störungstheorie auf die Breitenstörungen einer gewissen Classe kleiner Planeten nebst numerischem Beispiel für den Planeten (46) Hestia«. Göttingen, Druck der Dietrich'schen Universitätsbuchhandlung.

[3] P. Harzer, »Untersuchungen über einen speciellen Fall des Problems der drei Körper«. Mémoires de l'Académie impériale des sciences de St. Petersbourg, VII Série, Tome XXXIV, No. 12.

[4] H. Ludendorff, »Die Jupiterstörungen der kleinen Planeten vom Hecubatypus. Berlin, Mayer und Müller.

[5] H. Gyldén, »Hilfstafeln zur Berechnung der Hauptungleichheiten in den absoluten Bewegungstheorien der kleinen Planeten« Publicationen der Astr. Gesellschaft, XXI. In Commission bei W. Engelmann, Leipzig.

Einige Druckfehler des Gyldén'schen Tafelwerkes sind im Folgenden auf Seite 49 [357] angegeben.

[6] M. Brendel, »Theorie der kleinen Planeten«. I. Theil. Abhandlungen der königl. Gesellsch. der Wissenschaften zu Göttingen. Math. physik. Classe. Neue Folge, Bd. I, Nr. 2.

erworben hat; ebenso wie Herr Backlund, in dessen Hände auf Wunsch von Gyldén auch der Nachlass des letzteren gelegt worden ist.

Die von Gyldén kurz vor seinem Tode auf Grund seiner Nouvelles recherches[1] ausgebildete »horistische Integrationsmethode« (cf. übrigens Capitel V, S. 157 [465] des Folgenden) konnte im folgenden leider noch nicht zur Anwendung kommen. Denn diese Methode ist bezüglich der eigentlichen Integration in einigen kurz vor Gyldén's Tode erschienenen kleinen Aufsätzen,[2] sowie in der Vorrede zu Gyldén's erwähntem Tafelwerke, hinsichtlich ihrer wirklichen Anwendung, nur angedeutet. Erst nachdem Herr Backlund die schwierige Ausarbeitung und Herausgabe des Gyldén'schen Nachlasses vollendet und, wie zu hoffen, detailliertere Vorschriften bezüglich der wirklichen Anwendung der horistischen Methode gegeben haben wird — die Gyldén als einen entscheidenden Fortschritt gegenüber allen seinen zuvor gebrauchten Verfahren bezeichnet — kann dieselbe zugleich in ihrer ganzen Tragweite übersehen werden.

Seine Kritik der zuvor in der analytischen Störungstheorie angewandten Integrationsmethoden fasst Gyldén dahin zusammen, »dass sowohl das von Hansen angewandte Integrationsverfahren, als auch das Leverrier'sche, welche beide ebenso wie die Mehrzahl der übrigen angewandten Methoden im Grunde identisch sind, streng genommen der wissenschaftlichen Berechtigung entbehren«. Und die großen Arbeiten der letzten Jahrzehnte seines Lebens zielten eben auf nichts Geringeres hinaus, als die gesammte bisherige Anschauung der Kepler'schen Ellipse als Ausgangspunkt für die planetarische Bewegung durch eine neue zu ersetzen, welcher nicht die principiellen Mängel der alten anhaften. »Die neuen Integrationsmethoden«, sagt Herr Backlund, »die Gyldén zu dem Zwecke schuf, und zwar in erster Linie die sogenannte horistische, gehören zu seinen genialsten Leistungen«. Und er weist darauf hin, dass die Untersuchungen, welche den Kernpunkt der zweiten Periode von Gyldén's wissenschaftlicher Lebensarbeit bilden, nach dessen eigener Meinung das Hauptresultat seiner Forschung repräsentieren. »Gyldén«, fährt Herr Backlund fort, »hat mit diesen Arbeiten eine neue Richtung eingeleitet und neue Methoden geschaffen.... Dass sie epochemachender Natur sind, sei es direct oder indirect, scheint mir keinem Zweifel zu unterliegen. Bei seiner eminenten mathematischen Begabung erfüllte Gyldén die Vorbedingungen, Epochemachendes zu leisten.... Ihm fiel es nicht schwer, auf die Anerkennung der Zeitgenossen zu verzichten, strebte er doch vor allen Dingen, die Wahrheit zu ergründen«.

Ist auch Gyldén in seiner schöpferischen Neubehandlung des Störungsproblems dem allgemeinen Verständnis zunächst vorausgeeilt, und »verlangen seine Methoden«, wie Herr Backlund sagt, »der Natur der Sache gemäß einen gewissen Zeitraum, um die astronomischen Anschauungen zu beeinflussen, resp. in ihnen das Bürgerrecht zu erwerben«, so übersteigen doch jene wegwerfenden Urtheile, die über die großen Arbeiten Gyldén's laut werden, noch die Grenzen bloßen Nichtverständnisses. Und in der That frägt man vergebens nach einer sachlichen Begründung dieser absprechenden Urtheile, die über die Theorie Gyldén's von Diesem und Jenem — gerade in Schweden — so leichthin gefällt werden.

Besonders warmen Dank möchte ich noch an dieser Stelle Herrn Brendel aussprechen für die vielseitige Belehrung und reiche wissenschaftliche Förderung, die er mir in Bezug auf Gyldén's Theorie fortgesetzt hat zutheil werden lassen, wie er ja auch der Einzige ist, der unermüdet bisher bestrebt gewesen, den Ideen seines großen Lehrers in Deutschland allmählich Eingang zu schaffen und der Gyldén's Richtung bei uns gefördert hat. Und das im folgenden auf Hilda angewandte Integrationsverfahren beruht ja auch auf der von Herrn Brendel in seiner Theorie der kleinen Planeten gegebenen

[1] H. Gyldén, »Nouvelles recherches sur les séries employées dans les théories des planetes«. Acta Mathematica, Tome 15 et 17

[2] Om bestämningen af ojemnheter med mycket lång period i theorien för planeters och satelliters rörelser. Översigt af Kongl. Vetenskaps-Academiens Förhandlingar 1895, Nr. 7, Stockholm.

Olika methoder att bestämma de horistiska termerna i den differentialeqvation, som förmedlar härledningen af ojemnheterna en planets longitud. I. Cf. ibidem 1896. Nr. 6.

Modification der Gyldén'schen Methode der partiellen Integration, die dieser selbst benützte, ehe er seine letzte, die horistische Methode, noch in ihren allgemeinen Zügen schuf.

Als Einleitung schicke ich eine kurze Analyse der Gyldén'schen Grundprincipien voraus und nehme bei Entwickelung der Störungsfunction Gelegenheit, einige noch nicht veröffentlichte Formeln Gyldén's anzuführen, die ich bereits in Stockholm bei meinen Rechnungen für Gyldén verwandte. Zugleich habe ich den Versuch gemacht, die folgende Darstellung für Hilda so zu geben, dass sie ein leicht verständliches Beispiel der wirklichen Anwendung von Gyldén's Principien bildet. Auch sind in derselben Glieder dritter Ordnung berücksichtigt worden, die Gyldén nicht näher in den Bereich seiner Untersuchungen gezogen hat, und es ist bei Berechnung der Lücke gezeigt, dass diese Glieder in einem extremen Falle, wie Hilda, einen bedeutenden Einfluss auf das Resultat ausüben. Entsprechend der neuen Gyldén'schen Anschauungsweise treten dabei in den folgenden Untersuchungen im ganzen sechs verschiedene Gliedertypen auf: Die von Gyldén sobenannten »elementären«, die »charakteristischen« und die »coordinierten« Glieder, von denen die beiden ersteren Gliederarten in den Entwickelungen für die partiellen Derivierten der Störungsfunction für jeden Planetentypus, wenn man ihn nach den Gyldén'schen Principien behandeln will, gesondert zu bestimmen sind, während die coordinierten Glieder nach Integration der Differentialgleichungen für S und ρ auf der rechten Seite der Differentialgleichung für die Zeitreduction auftreten; ferner die bei der numerischen Rechnung mitzuberücksichtigenden, noch in Betracht kommenden gewöhnlichen Störungsglieder. Aus allen diesen Gliedern setzen sich die rechten Seiten der zu integrierenden Gyldén'schen Differentialgleichungen in S, ρ, T zusammen. Bei der Integration dieser Differentialgleichungen ergibt dann die Variabilität des langperiodischen Theiles T_l in den Winkelargumenten der auftretenden trigonometrischen Functionen die sogenannten »exargumentalen« Glieder, während die Berücksichtigung der Variabilität der langperiodischen Functionen η, η', π, π_1 (insofern es sich nicht um die elementären Glieder der Form B, sondern um die charakteristischen handelt), die sogenannten »Zusatzglieder« liefert. Auch ist im Folgenden den Gliedern zweiter Ordnung ersten Grades in den Derivierten der Störungsfunction von vorneherein Rechnung getragen und beim dritten Grade sind, wie der zweite Theil zeigen wird, auch die exargumentalen Glieder noch berücksichtigt worden, da dies für Hilda nothwendig war, während beim nullten Grad die Glieder dritter Ordnung in P und Q mitgenommen sind. —

Die Weiterführung der numerischen Rechnung und die analytische Darstellung der Störungen höheren Grades für den Radius vector sammt der von der Neigung herrührenden Glieder, sowie der Breitenstörungen, Entwickelungen, die ich zum Theil bereits durchgeführt habe, werden in bald erscheinender Fortsetzung dieser Studien folgen.

Halle, im Februar 1902.

Der Verfasser.

Erstes Capitel.

Ableitung der Gyldén'schen Form der allgemeinen Differentialgleichungen der Planetenbewegung.

> ...Denn die sinnliche Erfahrung in Übereinstimmung mit dem Denken zu bringen, bleibt doch das höchste Ziel der Wissenschaft.
>
> Gyldén.

Um die Grundprincipien darzulegen, nach denen Gyldén das Problem der gestörten Bewegung behandelt, gehen wir aus von der bekannten allgemeinen Form der Differentialgleichungen des Problems der drei Körper,[1] durch welche die Bewegung eines gestörten Planeten um die Sonne charakterisiert wird:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2}+k^2(1+m)\frac{x}{r^3} &= k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial x} \\
\frac{d^2y}{dt^2}+k^2(1+m)\frac{y}{r^3} &= k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial y} \\
\frac{d^2z}{dt^2}+k^2(1+m)\frac{z}{r^3} &= k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial z},
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

wo die Störungsfunction Ω bestimmt ist durch die beiden Formen:

$$\left.\begin{aligned}
\Omega &= \frac{m'}{1+m}\left\{\frac{1}{\Delta}-\frac{xx'+yy'+zz'}{r'^3}\right\} \\
&= \frac{m'}{1+m}\left\{\frac{1}{\Delta}-\frac{r}{r'^2}\cos H\right\},
\end{aligned}\right. \quad (1a)$$

indem:

$$\begin{aligned}
\Delta^2 &= (x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2 \\
&= r^2+r'^2-2rr'\cos H
\end{aligned}$$

ist, und wo H den heliocentrischen Winkel bedeutet zwischen den Radienvectoren r und r' des gestörten, m, und des störenden Planeten m'; die Coordinaten x, y, z und x', y', z' des gestörten Planeten m und des störenden Planeten m', beziehen sich auf ein Coordinatensystem von festen Richtungen, das seinen Anfangspunkt im Mittelpunkt der Sonne hat. Die Zeit ist dabei in mittleren Sonnentagen zu zählen und k ist die Gauß'sche Constante.

A. Ableitung der Hansen'schen Form der Bewegungsgleichungen des Planeten in seiner instantanen Bahnebene.

Bei der Transformation der angeführten allgemeinen Differentialgleichungen behält Gyldén die von Hansen eingeführte gesonderte Betrachtung der Bewegung des gestörten Planeten in seiner augenblicklichen Bahnebene von derjenigen der Bahnebene selbst, im Raum, bei. Bekanntlich treten in den, durch

[1] Die Ableitung dieser Gleichungen cf. z. B. Klinkerfues, theoretische Astronomie, zweite Auflage, I. Capitel.

die Integration der Gleichungen der ungestörten Bewegung sich ergebenden Ausdrücken die Constanten ☊ und i, welche die Lage der Bahnebene bestimmen, getrennt auf von den Constanten a, e, π, ε, welche die Bewegung des Planeten in seiner elliptischen Bahn charakterisieren. Dieses ist in der gestörten Bewegung, also bei der Integration der Gleichungen (1) nicht mehr der Fall, vielmehr vermischen sich hier beide Gattungen von Constanten und ihr Einfluss auf die Störungen. Hansen hat jedoch gezeigt, dass eine Trennung der Gleichungen und somit der Constanten, welche die Bewegung in der gestörten Ellipse bestimmen, von den Gleichungen und Constanten, welche die Bahnlage bestimmen, möglich ist. Diese Trennung der Bewegung erreicht er, indem er die allgemeinen Bewegungsgleichungen (1) auf ein bewegliches Coordinatensystem x_1, y_1, z_1 transformiert, das seinen Ursprung, wie das erste, im Schwerpunkte der Sonne hat. Indem $\alpha, \beta \ldots \gamma_2$ die neun Richtungscosinus darstellen, hat man in bekannter Weise:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \alpha x + \beta y + \gamma z \\ y_1 &= \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z \\ z_1 &= \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

und umgekehrt:

$$\left.\begin{aligned} x &= \alpha x_1 + \alpha_1 y_1 + \alpha_2 z_1 \\ y &= \beta x_1 + \beta_1 y_1 + \beta_2 z_1 \\ z &= \gamma x_1 + \gamma_1 y_1 + \gamma_2 z_1 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

ferner, unter anderen, die folgenden Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha\alpha_1 + \beta\beta_1 + \gamma\gamma_1 &= 0 \qquad & \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= 1 \\ \alpha\alpha_2 + \beta\beta_2 + \gamma\gamma_2 &= 0 \qquad & \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 &= 1 \\ \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 + \gamma_1\gamma_2 &= 0 \qquad & \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 &= 1. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Die Eigenschaft nun, welche für x, y, z und ihre ersten Derivierten nach der Zeit in der Variation der Constanten zur Bedingung gemacht wird, dass sie die gleiche analytische Form in der gestörten wie ungestörten Bewegung haben sollen, behält Hansen für die »idealen« Coordinaten x_1, y_1, z_1 bei. Die ersten Differentialquotienten dieser Coordinaten nach der Zeit:

$$\frac{dx_1}{dt} = \alpha\frac{dx}{dt} + \beta\frac{dy}{dt} + \gamma\frac{dz}{dt} + x\frac{d\alpha}{dt} + y\frac{d\beta}{dt} + z\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \alpha_1\frac{dx}{dt} + \beta_1\frac{dy}{dt} + \gamma_1\frac{dz}{dt} + x\frac{d\alpha_1}{dt} + y\frac{d\beta_1}{dt} + z\frac{d\gamma_1}{dt}$$

$$\frac{dz_1}{dt} = \alpha_2\frac{dx}{dt} + \beta_2\frac{dy}{dt} + \gamma_2\frac{dz}{dt} + x\frac{d\alpha_2}{dt} + y\frac{d\beta_2}{dt} + z\frac{d\gamma_2}{dt}$$

aber erfüllen diese Bedingung, wenn:

$$\left.\begin{aligned} x\frac{d\alpha}{dt} + y\frac{d\beta}{dt} + z\frac{d\gamma}{dt} &= 0 \\ x\frac{d\alpha_1}{dt} + y\frac{d\beta_1}{dt} + z\frac{d\gamma_1}{dt} &= 0 \\ x\frac{d\alpha_2}{dt} + y\frac{d\beta_2}{dt} + z\frac{d\gamma_2}{dt} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

gesetzt wird.

Diese drei Bedingungen (5) bestimmen aber mit den sechs Bedingungen (4) die neun Größen $\alpha, \beta \ldots \gamma_2$ und damit das neue Coordinatensystem x_1, y_1, z_1 nicht vollständig, weil sie nicht unabhängig voneinander sind. Denn die drei Gleichungen (5) stellen nur zwei von einander unabhängige Bedingungen dar. Der Übergang von x, y, z auf das System x_1, y_1, z_1 ist also auf unendlich viele Arten möglich. Es bleibt somit zur Bestimmung des Coordinatensystems x_1, y_1, z_1 eine Bedingung zur freien Verfügung. Als solche wählt Hansen die, dass $z_1 = 0$ sei, so dass der Radius vector stets in die $x_1 y_1$-Ebene fällt. Damit ist aber offenbar die Betrachtung der Bewegung in der Ebene der Bahn von derjenigen der Bewegung dieser Ebene im Raum getrennt und das x_1, y_1, z_1-System ist vollständig charakterisiert, nämlich als beweglich im Raum, und zwar so, dass seine $x_1 y_1$-Ebene stetig durch den Radius vector des gestörten Körpers geht.

Diese Trennung der Bewegung legt Gyldén seinen Betrachtungen nun gleichfalls zugrunde. Hingegen definiert er die Bewegung der Bahnebene im Raum in durchaus anderer Weise als Hansen, wie wir später bei Betrachtung der Breitenstörungen sehen werden. Deshalb gehen wir auf die Hansensche Behandlung der Bewegung der Bahnebene im Raum zunächst nicht ein, führen aber die Transformation der allgemeinen Störungsgleichungen (1) auf das ideale Coordinatensystem x_1, y_1, z_1 für die beiden ersten Gleichungen, d. h. für die Bewegung des gestörten Körpers in seiner »momentanen« oder »instantanen« Bahnebene in Kürze durch, da wir so die Form der allgemeinen Bewegungsgleichungen erhalten, die Gyldén zum Ausgangspunkte wählt.

Da nach Voraussetzung $z_1 = 0$ ist, werden die Gleichungen (3):

$$x = \alpha x_1 + \alpha_1 y_1$$

$$y = \beta x_1 + \beta_1 y_1$$

$$z = \gamma x_1 + \gamma_1 y_1$$

oder differentiert:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha \frac{dx_1}{dt} + \alpha_1 \frac{dy_1}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta \frac{dx_1}{dt} + \beta_1 \frac{dy_1}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \gamma \frac{dx_1}{dt} + \gamma_1 \frac{dy_1}{dt},$$

ferner analog (5):

$$x_1 \frac{d\alpha}{dt} + y_1 \frac{d\alpha_1}{dt} = 0$$

$$x_1 \frac{d\beta}{dt} + y_1 \frac{d\beta_1}{dt} = 0$$

$$x_1 \frac{d\gamma}{dt} + y_1 \frac{d\gamma_1}{dt} = 0,$$

also, da z_1 beständig 0 sein soll:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \alpha \frac{d^2x_1}{dt^2} + \alpha_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} + \frac{d\alpha}{dt}\frac{dx_1}{dt} + \frac{d\alpha_1}{dt}\frac{dy_1}{dt}; \quad \alpha \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2x_1}{dt^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \beta \frac{d^2x_1}{dt^2} + \beta_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} + \frac{d\beta}{dt}\frac{dx_1}{dt} + \frac{d\beta_1}{dt}\frac{dy_1}{dt}; \quad \alpha_1 \frac{d^2x}{dt^2} + \beta_1 \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma_1 \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2y_1}{dt^2}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \gamma \frac{d^2x_1}{dt^2} + \gamma_1 \frac{d^2y_1}{dt^2} + \frac{d\gamma}{dt}\frac{dx_1}{dt} + \frac{d\gamma_1}{dt}\frac{dy_1}{dt}; \quad \alpha_2 \frac{d^2x}{dt^2} + \beta_2 \frac{d^2y}{dt^2} + \gamma_2 \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2z_1}{dt^2} = 0.$$

Schließlich werden die Derivierten der Störungsfunction:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} = \alpha \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \beta \frac{\partial \Omega}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial y_1} = \alpha_1 \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial \Omega}{\partial y} + \gamma_1 \frac{\partial \Omega}{\partial z}$$

Mit Hinblick auf die vorstehenden Gleichungssysteme gehen nun die Gleichungen von System (1) nach Multiplication entsprechend mit $\alpha\, \beta\, \gamma \ldots$ und Addition über in die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 x_1}{d t^2} + k^2(1+m)\frac{x_1}{r^3} &= k^2(1+m)\frac{\partial \Omega}{\partial x_1} \\ \frac{d^2 y_1}{d t^2} + k^2(1+m)\frac{y_1}{r^3} &= k^2(1+m)\frac{\partial \Omega}{\partial y_1}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

die der analytischen Form nach offenbar den ursprünglichen Gleichungen (1) äquivalent sind (was bei Transformation der dritten Gleichung in (1) jedoch bei Hansen nicht der Fall ist) und welche also die Bewegung des Planeten in seiner instantanen Bahnebene definieren.

In die Gleichungen (6) sind schließlich noch Polarcoordinaten einzuführen:

$$x_1 = r \cos v$$

$$y_1 = r \sin v.$$

Dabei hat man jetzt aber v nicht wie in der Ellipse von 0 bis 360°, sondern von $-\infty$ bis $+\infty$ zu zählen, da jetzt die Bahnform keine geschlossene mehr ist, weil der Radius vector in der im Raum beweglichen Ebene $x_1 y_1$ liegt. Zunächst folgt durch Differentiation:

$$dx_1 = dr \cos v - r dv \sin v$$

$$dy_1 = dr \sin v + r dv \cos v,$$

also:

$$d^2 x_1 = d^2 r \cos v - 2 dr dv \sin v - r d^2 v \sin v - r dv^2 \cos v$$

$$d^2 y_1 = d^2 r \sin v + 2 dr dv \cos v + r d^2 v \cos v - r dv^2 \sin v.$$

ferner, da $r^2 = x_1^2 + y_1^2$ ist:

$$r \frac{dr}{dx_1} = x_1 = r \cos v,$$

also:

$$\frac{dr}{dx_1} = \cos v \qquad \frac{dr}{dy_1} = \sin v,$$

woraus:

$$r \frac{dv}{dx_1} \sin v = 1 - \frac{dv}{dx_1} \cos v = 1 - \cos^2 v = \sin^2 v$$

$$+ r \frac{dv}{dy_1} \cos v = 1 - \frac{dv}{dy_1} \sin v = \cos^2 v$$

$$\frac{dv}{dx_1} = -\frac{1}{r} \sin v \qquad \frac{dv}{dy_1} = +\frac{1}{r} \cos v.$$

Die Relationen:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial x_1} = \frac{\partial\Omega}{\partial v}\frac{dv}{dx_1} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}\frac{dr}{dx_1}$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial y_1} = \frac{\partial\Omega}{\partial v}\frac{dv}{dy_1} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}\frac{dr}{dy_1}$$

gehen daher über in:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial x_1} = -\frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial v}\sin v + \frac{\partial\Omega}{\partial r}\cos v$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial y_1} = +\frac{1}{r}\frac{\partial\Omega}{\partial v}\cos v + \frac{\partial\Omega}{\partial r}\sin v.$$

Setzt man die so erhaltenen Formen in die rechten Seiten von (6), multipliciert passend mit $\sin v$ und $\cos v$, respective noch mit r und addiert, so folgen die Hansen'schen Formen in Polarcoordinaten, wo r der wahre Radius vector und v die wahre Länge ist:

$$r^2\frac{d^2v}{dt^2} + 2r\frac{dr}{dt}\frac{dv}{dt} = k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

$$r\frac{d^2r}{dt^2} - r^2\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{k^2(1+m)}{r} = k^2(1+m)r\frac{\partial\Omega}{\partial r}$$

oder:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left\{r^2\frac{dv}{dt}\right\} &= k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial v}\\ \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \frac{k^2(1+m)}{r^2} &= k^2(1+m)\frac{\partial\Omega}{\partial r}\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

und in diese Gleichungen substituiert Gyldén seine neuen Variabeln S, η und ρ.

B. Ableitung der Gyldén'schen Form der Bewegungsgleichungen aus der Hansen'schen.

Anstatt die Gleichungen (7) als solche in r und v aufzufassen, können wir die zweite als Gleichung in r, die erste aber als Gleichung in $r^2\frac{dv}{dt}$, der Flächengeschwindigkeit, auffassen. Integriert man diese Gleichungen für das Zweikörperproblem, indem man die rechten Seiten Null setzt, so ergibt die Integration der zweiten bekanntlich die elliptische Bahncurve:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(v-\Pi)};$$

die Integration der ersten ergibt die Flächengeschwindigkeit als eine Constante:

$$r^2\frac{dv}{dt} = k\sqrt{a(1-e^2)},$$

indem wir die Masse des kleinen Planeten, m, hinfort gegenüber der Sonnenmasse 1 vernachlässigt denken. In der elliptischen Bewegung bleibt also der Radius vector immer zwischen den endlichen Grenzen:

$$a(1-e) < r < a(1+e)$$

eingeschlossen.

Betrachtet man hingegen die gestörte Bewegung, so sieht man zunächst, dass die Planeten Bahnen beschreiben, die zwar stark von Ellipsen abweichen, sich aber innerhalb endlicher und selbst sehr großer Zeiträume nicht über gewisse Grenzen von ihnen entfernen, indem die Beobachtungen zeigen, dass der Radius vector des gestörten Körpers für endliche Zeiträume in endliche Grenzen eingeschlossen bleibt. Gyldén's Bemühungen waren darauf gerichtet, mathematisch nachzuweisen, dass die Halbaxen der Planetenbahnen nicht bloß für endliche, sondern für unbeschränkte Zeiten innerhalb endlicher Grenzen verbleiben, so dass die Bahnen »periplegmatische« Curven darstellen, die stets zwischen zwei endlich entfernten concentrischen Kugelschalen verbleiben. Eine solche Lösung des Problems der planetarischen Bewegung, welche als solche die unbedingte Convergenz aller gebrauchten Entwickelungen und des Integrationsverfahrens bedingt, nennt Gyldén eine »absolute« und diese würde also auch über die Stabilität des Planetensystems entscheiden. Durch seine ersten eingehenden Convergenzuntersuchungen[1] hinsichtlich dieser Frage, sowie vor allem durch seine letzten großen Convergenzuntersuchungen[2] ist Gyldén seinem Ziele stufenweise näher gerückt, indem er Convergenzverfahren von wachsender Vollkommenheit ausbildete. Ein abschließendes Urtheil darüber, wie nahe Gyldén diesem Ziele gekommen ist, wird erst nach Veröffentlichung seines Nachlasses möglich sein. Das eine indes steht fest, dass Gyldén durch das principielle Vermeiden der Entwickelungen nach Potenzen der störenden Masse der alten Theorie, die sicher zu keinen unbeschränkt convergenten, im Gegentheile häufig zu divergenten Resultaten führen, und durch sein ganzes neues Verfahren den ersten großen principiellen Fortschritt in der Ausbildung der Störungstheorie seit Laplace's Zeit gethan hat. Zugleich aber hat er vollkommenere Rechenmethoden geschaffen, als es die vorherigen waren. Denn es ist ausdrücklich hervorzuheben, dass die Gyldén'sche Bahn keineswegs bloß von Wichtigkeit für theoretische Untersuchungen über die Stabilität des Planetensystems ist, sondern sie ist auch von Bedeutung für die praktische Störungsrechnung. Hat auch Gyldén zunächst seine »absolute Bahn« definiert mit Hinblick auf die elementären Glieder, so will er bei Berechnung einer Bahn doch nicht diese allein, sondern auch die charakteristischen und wichtigen gewöhnlichen, d. h. eben alle wesentlichen Glieder berücksichtigt sehen, und gerade zur Erreichung dieses Zieles, die praktische Störungsrechnung durch seine Theorie zu fördern, hat er sein Tafelwerk für die kleinen Planeten geschaffen, auf welches bereits im Vorwort hingewiesen wurde. — Auch wenn man also der Gyldén'schen Theorie die Eigenschaft absprechen würde, eine absolute, d. h. unbegrenzt giltige Lösung für das Problem der planetarischen Bewegung zu geben, was man sich mit Recht indes noch gar nicht erlauben darf, so bleibt sie darum trotzdem ein Fortschritt über die vorherigen Methoden.

Indem wir im folgenden also die Frage offen lassen, inwieweit es berechtigt sei, anzunehmen, dass der von Gyldén eingeschlagene Weg auf eine absolute Lösung führe und aus diesem Grunde auch die Gyldén'sche Terminologie der absoluten Bahn zunächst noch vermeiden (z. B. halbe große Axe $a =$ »Protometer«, ein ewiges endliches Grundmaß, Planetenbahncurve periplegmatisch u.s.f.), beschränken wir uns vielmehr darauf, die von Gyldén zur Behandlung der gestörten Bewegung gegebenen Grundprincipien in kurzer und möglichst einfacher Weise darzulegen, während das Verfahren der partiellen Integration durch seine Anwendung auf unser Beispiel erläutert werden wird. Dass dies Verfahren — während die horistische Methode auf die absolute Lösung abzielt — indes von vorneherein nur eine für beschränkte Zeit giltige, convergente Lösung ergibt, sei gleich hier erwähnt. Denn man ist bei der partiellen Integration nicht streng imstande, das Verschwinden hyperelementärer Glieder in der Zeitreduction zu beweisen, wie wir in der zweiten Abtheilung sehen werden.

Aus dem Gesagten kann man schließen, dass die Gleichung der Bahn, da sie sich wenigstens innerhalb endlicher sehr großer Zeiträume nicht über alle Grenzen von der Ellipse entfernt, durch eine der

[1] Gyldén, Untersuchungen über die Convergenz der Reihen, welche zur Darstellung der Coordinaten der Planeten angewendet werden. Acta mathematica, t. 9 (1887).

[2] Gyldén, Nouvelles recherches sur les séries employées dans les théories des planètes. Acta mathematica, t. 15 et 17 (1892).

Ellipsengleichung analoge Form wird dargestellt werden können, und in diesem Sinne setzt Gyldén für den Radius vector:

$$r = \frac{a(1-\eta^2)}{1+\rho}, \tag{8}$$

wo, wie sich später ergeben wird, a eine Constante, η eine langperiodische Function und ρ der Inbegriff der elementären, der charakteristischen und der noch in Betracht kommenden gewöhnlichen Glieder ist. Indem sich η und ρ als Functionen von v ergeben werden, erhält man auch den Radius vector als:

$$r = f(v).$$

Der Größe a kommt eine bestimmte geometrische Bedeutung wie in der Ellipse nicht mehr zu; a ist die halbe große Axe der nichtgeschlossenen im Raume doppelt gekrümmten Bahn.

Wie Gyldén die Gleichung für den Bahnvector in einer der Kepler'schen Form analogen ansetzt, thut er dies auch bei der Beziehung zwischen t und v, welche den Ort des Planeten in seiner Bahn zu einer bestimmten Zeit festlegt. An Stelle der Kepler'schen Beziehung:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = k\sqrt{a(1-e^2)}$$

setzt er:

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{k\sqrt{a(1-\eta^2)}}{1+S}, \tag{9}$$

wo S eine kleine Größe ist, so dass die letztere Relation noch genähert die Flächengeschwindigkeit in der gestörten Bewegung darstellt. Selbst für große Zeiträume sind jedenfalls ρ und S kleine Größen. Wäre erwiesen, dass sie es für unbeschränkte Zeit bleiben, so repräsentierte der Ausdruck (8) den Radius vector der absoluten Bahn im Gyldén'schen Sinne. Die Function S enthält gemäß der später sich ergebenden Definition für η keine elementären Glieder, d. s. die den secularen Gliedern der alten Theorie entsprechenden Glieder. Als willkürliche Function hätte Gyldén η beliebig, also z. B. auch $\eta = \text{const.}$ definieren können. Da Gyldén sich indes die rein periodische Form aller Entwickelungen gerade principiell als Ziel gesetzt hat, so definiert er, um das Auftreten säcularer Glieder zu vermeiden, wie sich später zeigen wird (cf. Kapitel IV, Integration der Gleichung für ρ), η eben als langperiodische Function von v, weil dadurch S gleichfalls in Form einer periodischen Reihe erhalten wird. Erwähnt sei noch, dass die Analogie in der Form mit den Kepler'schen Formen natürlich nicht willkürlich, sondern von Gyldén gewählt ist, um nicht unnöthig die allmählich zur Behandlung dieser Formen gebildeten Rechenregeln der Kepler'schen Astronomie aufzugeben.

Um die Gyldén'schen Functionen η, S, ρ als $f(v)$ zu gewinnen, müssen dieselben in die Hansenschen Bewegungsgleichungen (7) des Planeten in seiner instantanen Bahnebene an Stelle von r und v eingeführt werden. Dabei hat Gyldén in ganz neuer Weise an Stelle der Zeit t die wahre Länge v als unabhängige Variable eingeführt, was für die praktische Störungsrechnung große Vortheile bietet, während es rein mathematisch gleichgiltig ist, ob v oder t als independente Variable figuriert, was an dieser Stelle nicht nachgewiesen werden soll. Gyldén hat seine Hauptgleichungen, wie er sie schließlich zugrunde legt (von den Darstellungen hinsichtlich der »intermediären« Bahn ist überhaupt im folgenden nicht die Rede), in zwei Darstellungen gegeben, die nur unbedeutend voneinander abweichen. Die ursprüngliche, auch von seinen meisten Schülern in ihren Arbeiten zugrunde gelegte, die sich nur unwesentlich von der in den Orbites absolues und in der Vorrede zum Gyldén'schen Tafelwerke gegebenen Form unterscheidet, soll auch für das Folgende den Ausgangspunkt bilden.

Führen wir jetzt die Gyldén'schen Coordinaten in das System (7) ein, so wird die erstere Gleichung, mit Hinblick auf die Gleichung (9), durch welche S eingeführt worden, indem ja $m = 0$ bereits angenommen worden, was ebensogut nach der folgenden Transformation geschehen könnte:

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}}{1+S}\right\} = k^2\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

oder:

$$\frac{d}{dv}\left\{\frac{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}}{1+S}\right\}\frac{dv}{dt} = k^2\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

differentiiert:

$$\frac{1}{r^2}\left\{\frac{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}}{1+S}\right\}\left\{-\frac{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}}{(1+S)^2}\frac{dS}{dv} - \frac{1}{2}\frac{k\sqrt{a}}{1+S}\frac{1}{\sqrt{1-\eta_1^2}}\frac{d\eta_1^2}{dv}\right\} = k^2\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

oder:

$$-\frac{ka(1-\eta_1^2)}{r^2(1+S)^3}\frac{dS}{dv} - \frac{1}{2}\frac{ka(1-\eta_1^2)}{r^2(1+S)^2(1-\eta_1^2)}\frac{d\eta_1^2}{dv} = k\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

oder:

$$\frac{1}{1+S}\cdot\frac{dS}{dv} = -(1+S)^2 Q + \frac{1}{2}\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv}, \qquad (10)$$

wo:

$$Q = \frac{r^2}{a(1-\eta_1^2)}\cdot\frac{\partial\Omega}{\partial v}$$

gesetzt ist. Dies ist die Differentialgleichung in S.

Um die Differentialgleichung in ρ zu erhalten, transformiert Gyldén die zweite Gleichung von System (7) mit Hinblick auf (8) und (9). Es wird zunächst:

$$\frac{dr}{dt} = -r^2\frac{d\frac{1}{r}}{dt} = -r^2\frac{d\frac{1}{r}}{dv}\frac{dv}{dt} = -\frac{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}}{1+S}\frac{d\frac{1}{r}}{dv},$$

also:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{k^2a(1-\eta_1^2)}{r^2(1+S)^2}\left\{\frac{d^2\frac{1}{r}}{dv^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv}\frac{d\frac{1}{r}}{dv} - \frac{1}{1+S}\frac{dS}{dv}\frac{d\frac{1}{r}}{dv}\right\}$$

$$= -\frac{k^2a(1-\eta_1^2)}{r^2(1+S)^2}\left\{\frac{d^2\frac{1}{r}}{dv^2} + (1+S)^2 Q\frac{d\frac{1}{r}}{dv}\right\},$$

da nach (10):

$$-\frac{1}{1+S}\frac{dS}{dv} - \frac{1}{2}\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} = (1+S)^2 Q$$

ist.

Durch Einsetzen des erhaltenen Wertes von $\frac{d^2r}{dt^2}$ und von:

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = \frac{ka(1-\eta_1^2)}{r^4(1+S)^2}$$

in System (7) wird dessen zweite Gleichung:

$$a(1-\eta^2)\left\{\frac{d^2\frac{1}{r}}{dv^2}+(1+S)^2 Q\frac{d\frac{1}{r}}{dv}+\frac{1}{r}\right\}-(1+S)^2=-r^2(1+S)^2\frac{\partial\Omega}{\partial r}, \tag{11}$$

womit an Stelle von t jetzt v und $\frac{1}{r}$ an Stelle von r in der ursprünglichen Gleichung getreten ist. Um ρ an Stelle von $\frac{1}{r}$ einzuführen, hat man nach (8):

$$\frac{1}{r}=\frac{1+\rho}{a(1-\eta^2)},$$

also:

$$\frac{d\frac{1}{r}}{dv}=\frac{1}{a(1-\eta^2)}\left\{\frac{d\rho}{dv}+\frac{1+\rho}{1-\eta^2}\frac{d\eta^2}{dv}\right\},$$

mithin:

$$\frac{d^2\frac{1}{r}}{dv^2}=\frac{1}{a(1-\eta^2)}\left\{\frac{d^2\rho}{dv^2}+\frac{2}{1-\eta^2}\frac{d\eta^2}{dv}\frac{d\rho}{dv}+2\frac{1+\rho}{(1-\eta^2)^2}\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2+\frac{1+\rho}{1-\eta^2}\frac{d^2\eta^2}{dv^2}\right\}.$$

Durch Einsetzen in Gleichung (11) folgt, entsprechend geordnet:

$$\begin{aligned}\frac{d^2\rho}{dv^2}+\rho=&-\left\{\frac{2}{1-\eta^2}\frac{d\eta^2}{dv}+(1+S)^2 Q\right\}\frac{d\rho}{dv}+2S+S^2-(1+S)^2 P\\&-\left\{\frac{1}{1-\eta^2}\frac{d^2\eta^2}{dv^2}+\frac{2}{(1-\eta^2)^2}\left(\frac{d\eta^2}{dv}\right)^2+\frac{(1+S)^2}{1-\eta^2}Q\frac{d\eta^2}{dv}\right\}(1+\rho),\end{aligned} \tag{12}$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned}P&=r^2\frac{\partial\Omega}{\partial r}\\Q&=\frac{r^2}{a(1-\eta^2)}\frac{\partial\Omega}{\partial v}\end{aligned}\right\} \tag{12a}$$

gesetzt ist.

Die Gleichung (12) in ρ ist diejenige, deren Integration den Radius vector:

$$r=\frac{a(1-\eta^2)}{1+\rho}$$

als Function von v ergibt. Die Gleichung (10) in S spielt nur die Rolle einer Hilfsgleichung, da S in der rechten Seite der Gleichung (12) enthalten ist.

Die beiden Gleichungen (10) und (12) ersetzen nun aber das System (7) offenbar noch nicht vollständig, da jede der Gleichungen des Systems (7) eine Differentialgleichung II. Ordnung, und zwar auch die Gleichung in ρ eine solche, die Gleichung in S hingegen I. Ordnung ist. Die Gleichung I. Ordnung, die zusammen mit den Gleichungen (10) und (12) das System (7) ersetzt, wird gegeben durch die Beziehung zwischen t und v in den Gyldén'schen Coordinaten. Diese aber folgt, indem wir in (9):

$$r^2\frac{dv}{dt}=\frac{k\sqrt{a(1-\eta^2)}}{1+S}$$

r durch ρ mittelst (8):

$$r=\frac{a(1-\eta^2)}{1+\rho}$$

ersetzen. So folgt:

$$\frac{dt}{dv} = \frac{r^2(1+S)}{k\sqrt{a(1-\eta_1^2)}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}(1-\eta_1)^{\frac{3}{2}}}{k(1+\rho)^2}(1+S). \tag{13}$$

Nun nimmt Gyldén an, dass die mittlere Entfernung a der neuen, von ihm definierten Planetenbahn mit der Größe n, welche in der Ellipse der mittleren täglichen Bewegung entspricht, durch dieselbe Relation verbunden sei, wie in der Kepler'schen Theorie und setzt daher auch:

$$n = \frac{k}{a^{\frac{3}{2}}}, \tag{14}$$

oder, wenn man die Masse m des kleinen Planeten nicht vernachlässigt:

$$n = \frac{k\sqrt{1+m}}{a^{\frac{3}{2}}}.$$

Dieses n entspricht aber nicht mehr in allen Fällen der mittleren täglichen Bewegung, sondern stellt eine Integrationsconstante dar, die wir mit Herrn Brendel als »Bewegungsconstante« bezeichnen wollen. Die wahre, in der Natur auftretende, mittlere tägliche Bewegung, die später mit n_1 bezeichnet werden wird, lernt man erst nach der Integration der Grundgleichungen kennen (cf. Cap. V). Später wird für den Typus $\frac{2}{3}$ im V. Capitel eine numerische Tabelle aufgestellt werden, die zeigt, wie sich die mittlere tägliche Bewegung n_1 mit n und gewissen anderen Größen ändert.

Im Hinblick auf die fundamentale Definitionsgleichung (14) wird jetzt Gleichung (13):

$$n\frac{dt}{dv} = \frac{(1-\eta_1^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\rho)^2}(1+S). \tag{15}$$

Die Größe ρ zerlegt Gyldén nun (wie wir hier aus dem III. und IV. Capitel vorwegnehmen müssen, was dort aber natürlich begründet werden wird) in der Art, dass er setzt:

$$\rho = (\rho)+R,$$

wo (ρ) alle »elementären Glieder des Typus B« enthält und auf Grund der Bedingungsgleichungen für η und π, wie sich gleichfalls später zeigen wird, die Form:

$$(\rho) = \eta\cos\{(1-\varsigma)v-\pi\} = \eta\cos \mathrm{v}$$

hat, indem ς die Apsidenbewegung charakterisiert und π eine andere Bedeutung hat als die Perihellänge Π der Ellipse, in der ja:

$$(\rho) = e\cos(v-\Pi)$$

ist. Die Größe R hingegen umfasst nach Gyldén die übrigen, d. h. die »charakteristischen« und die noch mitzunehmenden großen gewöhnlichen Glieder. Der durch Gleichung (8) eingeführte Radius vector der »Gyldén'schen Bahn«, wie wir von nun an einfach sagen werden, nimmt also die Form an:

$$r = \frac{a(1-\eta_1^2)}{1+(\rho)+R} \tag{16}$$

oder

$$r = \frac{(r)}{1 + \frac{R}{1+\eta\cos \mathrm{v}}},$$

wo:

$$(r) = \frac{a(1-\eta^2)}{1+(\rho)} = \frac{a(1-\eta^2)}{1+\eta\cos \mathrm{v}} \tag{17}$$

und:

$$\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$$

ist. Bei der wirklichen Berechnung einer Gyldén'schen Bahn hat man r aus (16) zu berechnen und (ρ) und R ergeben sich später, wie wir sehen werden, durch Integration von zwei getrennten Differentialgleichungen.

Die Gleichung (15), welche die Beziehung zwischen der Zeit und dem Orte des Planeten in seiner Bahn gibt, transformiert Gyldén nun noch, indem er den Begriff der »reducierten Zeit« ζ und der »Zeitreduction« T' einführt, und zwar durch folgende Entwickelungen.

Analog der Form:

$$(r) = \frac{a(1-\eta^2)}{1+\eta\cos \mathrm{v}} \tag{18}$$

setzt Gyldén, gleichfalls in Analogie mit der elliptischen Bewegung:

$$(r) = a(1-\eta\cos E), \tag{19}$$

wo E der excentrischen Anomalie in der Ellipse entspricht, aber eine andere Bedeutung hat, die wieder nicht geometrisch, wohl aber später analytisch zu definieren ist. Aus (18) und (19) folgt leicht:

$$\left.\begin{aligned} 1-\eta\cos E &= \frac{1-\eta^2}{1+\eta\cos \mathrm{v}} \\ \cos E = \frac{\eta+\cos \mathrm{v}}{1+\eta\cos \mathrm{v}} \qquad & \sin E = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{1+\eta\cos \mathrm{v}}\sin \mathrm{v}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Differentiiert man die letzte dieser drei Gleichungen, indem man η als constant betrachtet, so folgt:

$$\cos E\,dE = \left\{\frac{\sqrt{1-\eta^2}\sin \mathrm{v}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2}\eta\sin \mathrm{v} + \frac{\sqrt{1-\eta^2}\cos \mathrm{v}}{1+\eta\cos \mathrm{v}}\right\}d\mathrm{v}$$

$$= \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2}\{\eta\sin^2 \mathrm{v} + \cos \mathrm{v}(1+\eta\cos \mathrm{v})\}\,d\mathrm{v}$$

oder:

$$\cos E\,dE = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2}(\eta+\cos \mathrm{v})\,d\mathrm{v},$$

also:

$$dE = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2}\,\frac{(\eta+\cos \mathrm{v})}{\cos E}\,d\mathrm{v}$$

oder, mit Hinblick auf die zweite der drei obigen Relationen (20):

$$\frac{dE}{d\mathrm{v}} = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{1+\eta\cos \mathrm{v}}. \tag{21}$$

Multipliciert man diese Gleichung mit der ersten der Gleichungen (20), so folgt.

$$(1-\eta_1\cos E)\frac{dE}{d\mathrm{v}} = \frac{(1-\eta_1^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta_1\cos \mathrm{v})^2}.$$

Nun ist aber aus der elliptischen Bewegung die Entwickelung der wahren Anomalie M bekannt, nämlich:

$$M = E - e\sin E = (v-\Pi) + \Sigma B_n \sin n(v-\Pi),$$

wo:

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= -2e \\ B_2 &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{1}{8}e^4 + \dots \\ B_3 &= -\frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{8}e^5 - \dots \\ B_4 &= \frac{5}{32}e^4 + \dots \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

ist. Diese Relation acceptiert Gyldén der Form nach gleichfalls und setzt:

$$G = E - \eta_1 \sin E = \mathrm{v} + \Sigma B_n \sin n\mathrm{v}, \qquad (24)$$

wo:

$$\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$$

und die B genau durch die Reihen (23) definiert sind, wenn man in denselben e durch η_1 ersetzt, indes die der mittleren Anomalie der elliptischen Bewegung entsprechende Größe G, wie sich gleich zeigen wird, anders definiert ist, als M in der Ellipse.

Durch Differentiation von (24) folgt bei constant gehaltenem η_1:

$$dE - \eta_1 \cos E dE = d\mathrm{v} + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v}\, d\mathrm{v},$$

also:

$$(1-\eta_1\cos E)\frac{dE}{d\mathrm{v}} = 1 + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v} \qquad (25)$$

Der Vergleich von (22) und (23) ergibt die wichtige Entwickelung:

$$\frac{(1-\eta_1^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta_1\cos \mathrm{v})^2} = 1 + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v}. \qquad (26)$$

wo also:

$$\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$$

und als besonders wesentlich hervorzuheben ist, dass Gyldén durch seine Definition von η_1 erreicht, dass die rechte Seite der Gleichung (26) keine langperiodischen Glieder enthält, obwohl auf der linken Seite das langperiodische η_1^2 steht, indem η_1 und π, wie wir später zeigen werden, ja langperiodische Functionen sind.

Ehe wir nun Gleichung (15) mit Gyldén weiter transformieren, erinnern wir uns, dass in der elliptischen Bewegung die mittlere Anomalie M definiert ist durch:

$$M = n(t-\tau)$$

und die mittlere Länge L durch:

$$L = M+\Pi,$$

wo Π die Länge des Perihels. Bezeichnet man also in bekannter Weise durch:

$$\Pi - n\tau = \varepsilon,$$

die »mittlere Länge der Epoche«, d. h. die mittlere Länge zur Anfangszeit, so wird:

$$L = nt+\varepsilon,$$

also:

$$M = nt+\varepsilon-\Pi$$

und somit in der Ellipse:

$$nt+\varepsilon = M+\Pi.$$

Andererseits aber hat man in der elliptischen Bewegung, wie bereits erwähnt:

$$M = \mathrm{v}+\Sigma B_n \sin n\mathrm{v},$$

wo:

$$\mathrm{v} = v-\Pi$$

ist. Für die Kepler'sche Bewegung hat man daher:

$$nt+\varepsilon-\Pi = \mathrm{v}+\Sigma B_n \sin n\mathrm{v}$$

oder:

$$nt+\varepsilon = v+\Sigma B_n \sin n\mathrm{v} = v-2e\sin(v-\Pi)+\frac{3}{4}e^2\sin 2(v-\Pi)-\frac{1}{3}e^3\sin 3(v-\Pi)+\ldots, \tag{27}$$

wo:

$$\mathrm{v}-M = -\Sigma B_n \sin n\mathrm{v}$$

die »Mittelpunktsgleichung« ist.

Die formelle Analogie der folgenden Gyldén'schen Beziehungen zu diesen in der elliptischen Bewegung auftretenden Formen wird sogleich in die Augen springen.

Zunächst transformiert Gyldén Gleichung (15) in die folgende:

$$n\frac{dt}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{[1+(\rho)]^2}\,\frac{1+S}{\left[1+\frac{R}{1+(\rho)}\right]^2},$$

wo offenbar der erste Factor der elliptischen Bewegung entspricht, der zweite für $S=R=0$ aber gleich 1 wird. In weiterer Transformation setzt Gyldén, da ja, wie sich später zeigen wird, $(\rho) = \eta\cos\mathrm{v}$ ist:

$$n\frac{dt}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos\mathrm{v})^2}+\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos\mathrm{v})^2}\left(\frac{1+S}{\left[1+\frac{R}{1+\eta\cos\mathrm{v}}\right]^2}-1\right), \tag{28}$$

wo also:

$$\mathrm{v} = (1-\varsigma)v-\pi$$

ist.

Man sieht sofort nach dem Vorhergesagten, dass das erste Glied der elliptischen Bewegung streng entsprechen würde, wenn η und π Constanten wären, während sie wirklich langperiodische Functionen sind, was, wie gesagt, später evident werden wird. Indes betrachtet man sie in (28) doch zunächst als Constante, berücksichtigt aber den dadurch entstehenden Fehler in einer gleich zu besprechenden besonderen Weise. Das zweite Glied in (27) hingegen verschwindet für $R = S = 0$. Nun entsprechen ja der Zeit t in der elliptischen Bewegung die Werte r_0 und v_0 des Radius vector und der wahren Länge, in der gestörten Bewegung hingegen die Werte $r_0+\delta r$ und $v_0+\delta v$, wo δr und δv die Störungen sind. Bei Gyldén, wo v als independente Variable an Stelle von t tritt, hingegen entsprechen in der ungestörten Bewegung einem bestimmten Werte von v die Werte r_0 und t_0, in der gestörten Bewegung hingegen die Werte $r_0+\delta r$ und $t_0+\delta t$. Demnach stellt also das erste Glied der rechten Seite von Gleichung (28) eine Beziehung dar zwischen der wahren Länge v und der gestörten Zeit, wenn man so sagen will, oder, wie Gyldén sagt, der »reducierten« Zeit, die er zum Unterschiede von der ungestörten, wirklichen Zeit t mit ζ bezeichnet, so dass also:

$$n\frac{d\zeta}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2} \tag{29}$$

ist. Das zweite Glied von Gleichung (28):

$$\frac{dT}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2}\left\{\frac{1+S}{\left[1+\dfrac{R}{1+\eta\cos \mathrm{v}}\right]^2} - 1\right\} \tag{30}$$

aber repräsentiert, wenn man so sagen will, gewissermaßen die Störungen der Zeit. So dass nach diesen ganz eigenartigen Definitionen Gyldén's der Zusammenhang zwischen t und v, d. h. zwischen Zeit und Ort des Planeten in der gestörten Bewegung definiert ist durch:

$$n\frac{dt}{dv} = n\frac{d\zeta}{dv} + \frac{dT}{dv}$$

so dass:

$$\frac{dT}{dv} = n\frac{d(t-\zeta)}{dv},$$

also:

$$\frac{1}{n}T = (t-\zeta) = T' \tag{31}$$

ist.

Diese Differenz der wahren und reducierten Zeit, T', bezeichnet Gyldén als die »Zeitreduction«.

Analog nun, wie in der Ellipse, wo:

$$\mathrm{v} = v - \Pi$$

ist, die Zeit t definiert war durch:

$$nt+\varepsilon = M+\Pi$$

definiert Gyldén in der gestörten Bewegung die reducierte Zeit ζ durch:

$$n\zeta+\Lambda = G+\varsigma v+\pi \tag{32}$$

und, in Analogie mit Gleichung (27), welche die mittlere Länge L in der ungestörten Bewegung charakterisiert, setzt Gyldén in der gestörten:

$$nt + \Lambda = v + \Sigma B_n \sin n\mathrm{v} + T. \tag{33}$$

Da aber $\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$ und:

$$B_n \sin n\mathrm{v} = B_n \cos n(\varsigma v + \pi) \sin nv - B_n \sin n(\varsigma v + \pi) \cos nv$$

st, so wird, wenn wir differentiieren und setzen:

$$\sum \frac{dB_n \cos n(\varsigma v + \pi)}{dv} \sin nv - \sum \frac{dB_n \sin(\varsigma v + \pi)}{dv} \cos nv = \frac{dX}{dt}, \tag{33a}$$

offenbar:

$$n\frac{d\zeta}{dt} = 1 + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v} + \frac{dX}{dt}.$$

Wir leiteten aber ab Gleichung (26):

$$\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta \cos \mathrm{v})^2} = 1 + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v}$$

Es wird demnach auch:

$$n\frac{d\zeta}{dt} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta \cos \mathrm{v})^2} + \frac{dX}{dt} \tag{34}$$

oder:

$$\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta \cos \mathrm{v})^2} = n\frac{d\zeta}{dt} - \frac{dX}{dt}. \tag{35}$$

In Gleichung (34) wird nun aber durch Addition der Größe $\frac{dX}{dt}$ der Fehler ausgeglichen, der dadurch begangen worden war, dass wir die Größen η und π im ersten Gliede von Gleichung (28) als Constante betrachtet haben. Denn es ist ja:

$$n\zeta + \Lambda = v + \Sigma B_n \sin n\mathrm{v},$$

also differentiiert eben:

$$n\frac{d\zeta}{dt} = 1 + \Sigma n B_n \cos n\mathrm{v} + \frac{dX}{dt},$$

wo $\Sigma n B_n \cos n\mathrm{v}$ dadurch entsteht, dass η und π nicht variabel, sondern als constant betrachtet werden, während das Glied $\frac{dX}{dt}$, gegeben durch Gleichung (33*a*), dieser Variabilität Rechnung trägt.

Daher wird die ursprünglich für die reducierte Zeit ζ gegebene Definition (29) und ebenso die Relation, welche an Stelle der Gleichung (28) sive ursprünglich (15) trat:

$$n\frac{dt}{dv} = n\frac{d\zeta}{dv} + \frac{dT}{dv},$$

also:

$$nt = n\zeta + T$$

bestehen bleiben, wenn wir die Größe X von T in Abzug bringen, wie es in Gleichung (36) geschehen. Danach erhält man also, wenn man die Differentialgleichung (30) für T entwickelt, indem man den ersten Factor durch die Entwickelung:

$$\frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\eta\cos \mathrm{v})^2} = 1+\Sigma n B_n \cos n\mathrm{v}$$

ersetzt und im zweiten nach Potenzen von S und R entwickelt, das folgende Resultat, wobei wir also beim nullten Grad bis zu Gliedern dritter Ordnung inclusive gehen:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dT}{dv} = {} & S-2R-2RS+3R^2+3SR^2-4R^3+\ldots \\
& +\{6R-2S-12R^2+6RS-\ldots\}\eta\cos\{(1-\varsigma)v-\pi\} \\
& +3\eta^2R+\left\{\frac{3}{2}S-6R+\ldots\right\}\eta^2\cos 2\{(1-\varsigma)v-\pi\} \\
& +6R\eta^3\cos \mathrm{v}+\left\{\frac{19}{4}R-S\right\}\eta^3\cos 3\{(1-\varsigma)v-\pi\} \\
& \ldots\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
& -\frac{dX}{dv}
\end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

Die der Kepler'schen Gleichung für die Ellipse analoge Gleichung in der Gyldén'schen Bahn aber lautet nach den ausführlichen letzten Entwickelungen:

$$G = E-\eta\sin E = nt+\Lambda-(\varsigma v+\pi)-T. \qquad (37)$$

Um sie zu lösen, muss man offenbar obige Differentialgleichung für T integriert haben und zu deren Integration muss bereits diejenige der Gleichung in R (indem $\rho = (\rho)+R$ ist) und ebenso auch diejenige der Differentialgleichung für S geleistet sein, indem S und R gefunden sein müssen, ehe man behufs Integration von (36) die rechte Seite aus S und R bilden kann.

Ist T gefunden, so ist aus (37) auch das Gyldén'sche E, welches der excentrischen Anomalie der Ellipse entspricht, zu finden.

Zum Schlusse ist noch die Relation zwischen dem Gyldén'schen E und v zu finden. Man hat dazu:

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}.$$

Aus den Gleichungen (20) folgt aber:

$$1+\cos E = 1+\frac{\eta+\cos \mathrm{v}}{1+\eta\cos \mathrm{v}} = \frac{1+\eta\cos \mathrm{v}+\eta+\cos \mathrm{v}}{1+\eta\cos \mathrm{v}} = \frac{(1+\eta)(1+\cos \mathrm{v})}{1+\eta\cos \mathrm{v}},$$

ferner:

$$\sin E = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{1+\eta\cos \mathrm{v}}\sin \mathrm{v},$$

also:

$$\operatorname{tg}\frac{E}{2} = \frac{\sin E}{1+\cos E} = \frac{\sqrt{1-\eta^2}\sin \mathrm{v}}{(1+\eta)(1+\cos \mathrm{v})} = \sqrt{\frac{1-\eta}{1+\eta}}\operatorname{tg}\frac{\mathrm{v}}{2}$$

Also entspricht die Gyldén'sche Relation, welche den Zusammenhang zwischen v und E ergibt:

$$\operatorname{tg}\frac{\mathrm{v}}{2} = \sqrt{\frac{1+\eta_1}{1-\eta_1}}\operatorname{tg}\frac{E}{2}, \tag{38}$$

wo:

$$\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$$

ist, gleichfalls der Form nach völlig der Kepler'schen:

$$\operatorname{tg}\frac{\mathrm{v}}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{E}{2},$$

wo:

$$\mathrm{v} = v - \Pi$$

und e constant ist, während bei Gyldén $\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$ ist und η_1 eine langperiodische Function bedeutet, die wir bei Integration der Bewegung für den Typus $\frac{2}{3}$ näher kennen lernen werden, E aber eine andere Bedeutung zukommt, wie der excentrischen Anomalie in der Ellipse.

Zum Schlusse dieses Capitels stellen wir die eigenartigen Gyldén'schen Differentialgleichungen der planetarischen Bewegung, deren Integration uns in unserem Beispiele beschäftigen wird, in extenso zusammen:

Die Gyldén'schen Grundgleichungen für die planetarische Bewegung:

$$
\left.
\begin{aligned}
-\frac{1}{1+S}\frac{dS}{dv} &= (1+S)^2 Q + \frac{1}{2}\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} \\
\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho &= -\left\{\frac{2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} + (1+S)^2 Q\right\}\frac{d\rho}{dv} + 2S + S^2 - (1+S)^2 P \\
&\quad - \left\{\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d^2\eta_1^2}{dv^2} + \frac{2}{(1-\eta_1^2)^2}\left(\frac{d\eta_1^2}{dv}\right)^2 + \frac{(1+S)^2}{1-\eta_1^2} Q \frac{d\eta_1^2}{dv}\right\}(1+\rho) \\
\frac{dT}{dv} &= S - 2R - 2RS + 3R^2 + 3SR^2 - 4R^3 + \ldots \\
&\quad + \{6R - 2S - 12R^2 + 6RS - \ldots\}\eta \cos\{(1-\varsigma)v - \pi\} \\
&\quad - 3\eta_1^2 R + \left\{\frac{3}{2}S - 6R + \ldots\right\}\eta_1^2 \cos 2\{(1-\varsigma)v - \pi\} \\
&\quad + 6R\eta_1^3 \cos \mathrm{v} + \left\{\frac{19}{4}R - S\right\}\eta_1^3 \cos 3\{(1-\varsigma)v - \pi\} \\
&\quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\quad - \frac{dX}{dv},
\end{aligned}
\right\} \tag{39}
$$

wobei:

$$P = r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial r} \quad \text{und} \quad Q = \frac{r^2}{a(1-\eta_1^2)}\frac{\partial \Omega}{\partial v} \tag{40}$$

ist.

Durch dieses System ersetzt Gyldén die Hansen'schen Gleichungen (7), indem er die alte Anschauung einer Kepler'schen Ellipse als erster Näherung für die planetarische Bewegung, die der Variation der Constanten bei Laplace und bei Hansen zugrunde liegt, aufgibt.

Zweites Capitel.

Die Gyldén'sche Darstellung der Störungsfunction und ihrer Derivierten in der Brendel'schen Form und die numerische Entwickelung für Hilda.

A. Der allgemeine Gang der analytischen Entwickelung.

a) Erster Weg. Successive Berechnung der β, γ, Ω, P und Q, A und B.

Die Entwickelung der Störungsfunction, welche, vollständig durchgeführt, bei Gyldén einen beträchtlichen Theil seiner Schriften beansprucht, wollen wir hier wenigstens in ihren Hauptzügen insoweit andeuten, dass die folgenden für Hilda durchzuführenden Rechnungen nicht bloß den Charakter eines zu befolgenden Rechenschematismus, sondern das Gepräge eines verständlichen Zusammenhanges erhalten.

Die eigentliche Schwierigkeit der Integration der für S und ρ gewonnenen Differentialgleichungen liegt offenbar in den Größen P und Q, insofern als diese die partiellen Derivierten der Störungsfunction Ω sind, diese letztere aber den irrationalen Theil:

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos H}}$$

enthält, der einer directen Integration hinderlich ist. Da man durch Rationalmachen nichts gewönne, weil sich dadurch Gleichungen vom achten Grade ergeben würden, so besteht der einzig mögliche Weg in einer Reihenentwickelung, in welcher jedes einzelne Glied integrabel ist. Der Charakter der für Ω und damit zugleich der für P und Q anzusetzenden Reihenentwickelung ist natürlich durch die Differentialgleichungen in keiner Weise bedingt, vielmehr an sich willkürlich. Jedoch ist klar, dass die gewählte Form der Reihe auch a priori die Form bedingt, in der man die Integrale S und ρ erhält. Laplace entwickelt Ω nach Potenzen von r und r', dann aber entwickelt er r und r' nach Potenzen von e und e' durch Kugelfunctionen, und zwar entwickelt Laplace nach Vielfachen der mittleren Anomalie (also der Zeit). Gyldén hingegen entwickelt Ω in eine nach H und nach Potenzen von r und r' fortschreitende trigonometrische Reihe, die er in eine Entwickelung nach Potenzen von ρ, ρ', η und η' überführt, wobei er im Gegensatz zu Laplace nach Vielfachen der wahren Länge entwickelt.

Da Δ wieder denselben Wert annimmt, wenn H sich um 2π ändert und dabei r und r' ungeändert bleiben, so ist Δ — wenn man von r und r' absieht — eine periodische Function von H und lässt sich darum in eine Fourier'sche Reihe nach H entwickeln, die unbedingt convergiert, eine gerade Function ist und nur Cosinusglieder enthält, vorausgesetzt, dass a nicht unendlich und Δ nicht Null wird. Jedenfalls ist also:

$$\frac{a}{\Delta} = R_0+2R_1\cos H+2R_2\cos 2H+\ldots \qquad (1)$$

wo ein beliebiger Coefficient repräsentiert ist durch den bekannten Ausdruck:

$$R_n = \frac{a}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\cos n\psi\, d\psi}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\psi}} \qquad (2)$$

oder:

$$R_n = \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{r'} \int_0^{\pi} \frac{\cos n\psi \, d\psi}{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{r'}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{r'}\right) \cos\psi}} .$$

Diesen Ausdruck bringt Gyldén auf die einfachen Formen vollständiger elliptischer Integrale, indem er unter Beibehaltung der schon von Laplace eingeführten Bezeichnung für das Verhältnis der mittleren Entfernungen des gestörten und des störenden Körpers:

$$\frac{a}{a'} = \alpha, \tag{3}$$

die Variable χ einführt durch:

$$\left(\frac{a'}{r'}\right)^2 \left(\frac{r}{a}\right)^2 = 1 - \chi, \tag{4}$$

so dass also:

$$\left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \alpha^2(1-\chi) = k^2 \tag{5}$$

ist. So folgt zunächst:

$$R_n = \frac{a}{\pi} \cdot \frac{1}{r'} \int_0^{\pi} \frac{\cos n\psi \, d\psi}{\sqrt{1 + k^2 - 2k\cos\psi}} .$$

Mit Hinblick auf die von Jacobi in den fundamentis novis gegebene Form:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos n\psi \, d\psi}{(1 + k^2 - 2k\cos\psi)^{\frac{1}{2}}} = k^n \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n}\psi \, d\psi}{(1 + k^2 - 2k\cos\psi)^{n+\frac{1}{2}}},$$

die man durch Einführung der Variabeln φ an Stelle von ψ, indem man:

$$\cos\psi = k\sin^2\varphi + \cos\varphi\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}$$

setzt, unschwer überführt in die folgende:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos n\psi \, d\psi}{(1 + k^2 - 2k\cos\psi)^{\frac{1}{2}}} = k^n \int_0^{\pi} \frac{\sin^{2n}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}} = 2k^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}},$$

nimmt der Coefficient unserer Fourier'schen Entwickelung die Form an:

$$R_n = \frac{2}{\pi} \frac{a}{r'} k^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}}$$

oder, da k durch:

$$k = \alpha\sqrt{1 - \chi}$$

eingeführt ist, auch:

$$R_n = \frac{2}{\pi} \frac{a'}{r'} \alpha k^n \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - \alpha^2(1-\chi)\sin^2\varphi}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{a'}{r'} \alpha^{n+1}(1-\chi)^{\frac{n}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - \alpha^2\sin^2\varphi + \alpha^2\chi\sin^2\varphi}}. \tag{6}$$

Jetzt kann man im Nenner:

$$\sqrt{1 - \alpha^2\sin^2\varphi + \alpha^2\chi\sin^2\varphi} = \sqrt{1 - \alpha^2\sin^2\varphi}\sqrt{1 + \frac{\alpha^2\chi\sin^2\varphi}{1 - \alpha^2\sin^2\varphi}}$$

den zweiten Wurzelfactor nach Potenzen von $\frac{\alpha^2\chi\sin^2\varphi}{1 - \alpha^2\sin^2\varphi}$ entwickeln.

Nachdem wir also ursprünglich die Störungsfunction Ω, oder vielmehr ihren ersten Theil $\frac{a}{\Delta}$ in eine unendliche Reihe:

$$\frac{a}{\Delta} = R_0 + 2R_1 \cos H + 2R_2 \cos 2H + \dots$$

entwickelt haben, entwickelt man nun nach Gyldén jeden einzelnen Coefficienten dieser Reihe wiederum in eine unendliche Reihe, nämlich:

$$R_n = \frac{2}{\pi}\frac{a'}{r'}\alpha^{n+1}(1-\chi)^{\frac{n}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2n}\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2\sin^2\varphi}}\left\{1-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1.3}{2.4}\lambda^2-\dots\right\}d\varphi. \qquad (7)$$

indem zur Abkürzung:

$$\frac{\alpha^2\chi\sin^2\varphi}{1-\alpha^2\sin^2\varphi} = \lambda$$

gesetzt ist. Diese Entwickelung convergiert allgemein, wenn:

$$\frac{\alpha^2\chi\sin^2\varphi}{1-\alpha^2\sin^2\varphi} < 1$$

ist.

Damit auch im ungünstigsten Falle: $\sin\varphi = 1$ Convergenz stattfindet, ist nothwendig, dass:

$$\left|\frac{\alpha^2\chi}{1-\alpha^2}\right| < 1,$$

ist. Es ist aber:

$$\chi = 1 - \alpha^2\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

und:

$$\frac{r}{r'} < 1, \text{ ferner } \alpha^2 < 1$$

also:

$$\chi < 1 \text{ und } \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} < 1.$$

Wenn nun $\lambda < 1$ ist, was wir nach den Beobachtungen für endliche Zeiten annehmen, so convergiert die Reihe $1-\frac{1}{2}\lambda+\frac{1.3}{2.4}\lambda^2-\dots$

Die Entwickelung $(1-\chi)^{\frac{n}{2}} = 1-\frac{n}{2}\chi+\dots$ aber convergiert, wenn χ positiv ist für jedes n, so groß wir es auch wählen, also bis zur Grenze $n = \infty$; die nothwendige und hinreichende Bedingung, dass Convergenz stattfindet, ist also, dass:

$$\left|\alpha^2-\left(\frac{r}{r'}\right)^2\right| < 1$$

ist. Für den Fall nun, dass erstens $\frac{r}{r'} > \alpha$, ist diese Bedingung sicher erfüllt, da die eine Bahn ganz innerhalb der anderen liegt. Ist aber zweitens $\frac{r}{r'} < \alpha$, dann ist die obige Bedingung sicher erfüllt, wenn sie für den kleinsten Wert von $\frac{r}{r'}$ erfüllt ist und dieser ist:

$$\frac{\alpha(1-e)}{a'(1+e')} = \frac{\alpha(1-e)}{1+e'}.$$

Für diesen Fall also geht obige Bedingung über in:

$$\alpha^2 \left\{ 1 - \left(\frac{1-e}{1+e'} \right)^2 \right\} < 1 - \alpha^2$$

oder:

$$\left(\frac{1-e}{1+e'} \right)^2 > \frac{2\alpha^2 - 1}{\alpha^2}$$

Ist $\alpha^2 < \frac{1}{2}$, so ist diese Bedingung sicher erfüllt. Für gewisse Werte von α ist erforderlich, dass:

$$1-e > \sqrt{\frac{2\alpha^2 - 1}{\alpha^2}}\,(1+e')$$

ist. Betrachten wir als extremsten Fall den äußersten kleinen Planeten Thule, für den $\alpha = 0.82$ ist und setzen für die Jupiterexcentricität nach Leverrier $e' = \sin\varphi$, wo $\varphi = 2^\circ\, 45'\, 56''\!.5$, so findet man, da $\log e' = 8.683513$ und $\log \alpha = 9.913814$ ist:

$$\log \left(\frac{2\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \right)^{\frac{1}{2}} . (1+e') = 9.87544,$$

also:

$$1-e > 0.7506, \text{ d. h. } e < 1 - 0.7506, \text{ mithin } e < 0.2494.$$

Factisch ist aber für Thule $e = 0.0823$, also die Convergenzbedingung wirklich erfüllt. Für Hilda, wo $\alpha = 0.760$ ist, erst recht. Die Bedingung:

$$\left| \frac{\alpha^2 - \left(\frac{r}{r'} \right)^2}{1 - \alpha^2} \right| < 1$$

ist also auch für den kleinsten Wert von $\frac{r}{r'}$ und mithin für alle kleinen Planeten erfüllt, vorausgesetzt, dass $\frac{r}{r'} < 1$ bleibt. Unsere Reihen convergieren also wenigstens so lange, als diese Voraussetzung erfüllt bleibt.

Führt man in der unendlichen Reihe (7) nun nach Gyldén noch die Bezeichung:

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n} \varphi \, d\varphi}{(1 - \alpha^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{s}{2}}} = \beta_n^{(s)} \tag{8}$$

ein, welches elliptische Integral für Hilda später in 65 Werten behufs vollständiger Entwickelung der allgemeinen Grundlagen der Störungsfunction zu berechnen ist, so geht die Entwickelung (7) zunächst über in:

$$R_n = \frac{a'}{r'} \alpha^{n+1} (1 - \chi)^{\frac{n}{2}} \left\{ \beta_n^{(1)} - \frac{1}{2} \alpha^2 \chi . \beta_{n+1}^{(3)} + \frac{1.3}{2.4} \alpha^4 \chi^2 \beta_{n+2}^{(5)} - \cdots \right\} \tag{9}$$

eine Entwickelung, die Gyldén definitiv überführt in die folgende:

$$R_n = \frac{a'}{r'} (1-\chi)^{\frac{n}{2}} \left\{ \gamma_0^{(1,n)} - \gamma_1^{(1,n)} \chi + \gamma_2^{(1,n)} \chi^2 - \gamma_3^{(1,n)} \chi^3 + \gamma_4^{(1,n)} \chi^4 - \cdots \right\}. \tag{10}$$

indem er:

$$\alpha^{n+1}\,\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2n}\varphi\,d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}=\gamma_0^{1.n}$$

$$\frac{1}{2}\,\alpha^{n+3}\,\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2n}\varphi\,d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}=\gamma_1^{1.n}$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\frac{1.3.5\dots(2s-1)}{2.4.6\dots2s}\,\alpha^{n+2s+1}\,\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2n+s}\varphi\,d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{2s+1}{2}}}=\gamma_s^{1.n}$$

oder:

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_0^{1.n} &= \alpha^{n+1}\beta_n^{(1)}\\
\gamma_1^{1.n} &= \frac{1}{2}\,\alpha^{n+3}\beta_{n+1}^{(3)}\\
\gamma_2^{1.n} &= \frac{1.3}{2.4}\,\alpha^{n+5}\beta_{n+2}^{(5)}\\
&\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

setzt. Dabei hängen die γ lediglich von dem Verhältnisse der mittleren Entfernungen $\alpha=\frac{a}{a'}$ ab, da dies bei den β der Fall ist und sie sind für Hilda später gleichfalls numerisch zu berechnen.

Bisher ist nun aber nicht die ganze Störungsfunction:

$$a\Omega=m'\left(\frac{a}{\Delta}-\frac{a\,r}{r'^2}\cos H\right), \tag{12}$$

sondern bloß deren erster Theil $\frac{a}{\Delta}$ entwickelt worden. Um das ganze Ω nach Potenzen von χ zu entwickeln, multiplicieren wir das zweite Glied in (12) mit $\frac{a'}{a'}$ und bedenken, dass nach dem Früheren:

$$\frac{r}{r'}=\alpha\sqrt{1-\chi},$$

also:

$$\frac{a'}{r'}\,\frac{r}{r'}\,\frac{a}{a'}=\frac{a'}{r'}\,\alpha^2\sqrt{1-\chi}$$

ist. Dann folgt:

$$a\Omega=m'\left\{R_0+2\left[R_1-\frac{a'}{r'}(1-\chi)^{\frac{1}{2}}\frac{\alpha^2}{2}\right]\cos H+2R_2\cos 2H+\dots\right\}.$$

Und die Entwickelung der Störungsfunction wird ganz allgemein:

$$a\Omega=\Omega_0+2\Omega_1\cos H+2\Omega_2\cos 2H+\dots+2\Omega_n\cos nH=2\Sigma\Omega_n\cos nH. \tag{13}$$

wo der Factor 2 nur für $n=0$ fortzulassen und:

$$\Omega_n=m'\frac{a'}{r'}(1-\chi)^{\frac{n}{2}}\left\{\gamma_0^{1.n}-\gamma_1^{1.n}\chi+\gamma_2^{1.n}\chi^2-\dots\right\} \tag{14}$$

ist, und wobei offenbar:

$$\gamma_0^{1,n} = \gamma_0^{1,n} \tag{15}$$

ist für alle Werte von n mit einziger Ausnahme von $n = 1$, wo

$$\gamma_0^{1,1} = \gamma_0^{1,1} - \frac{1}{2}\,\alpha^2 \tag{16}$$

zu setzen ist. In dieser Weise berücksichtigt man unter Beibehaltung der allgemeinen Entwickelungsform (10) das zweite Glied des Ausdruckes (12) für Ω, indem man zu den Bedingungen (11) noch die Bedingung (16) hinzufügt.

An Stelle dieser Entwickelung nach χ führt Gyldén schließlich eine solche nach ρ, ρ', η^2, η'^2 ein. Da nach dem früheren:

$$r = \frac{a\,(1-\eta^2)}{1+\rho}$$

und analog für den störenden Körper:

$$r' = \frac{a'(1-\eta'^2)}{1+\rho'}$$

ist, so folgt:

$$\chi = 1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^2 = 1-\left(\frac{1-\eta^2}{1+\rho}\right)^2\left(\frac{1+\rho'}{1-\eta'^2}\right)^2.$$

Indem:

$$\left(\frac{1}{1+\rho}\right)^2 = 1-2\rho+3\rho^2-\ldots,$$

ergibt sich, wenn wir bis zum dritten Grade incl. gehen:

$$\begin{aligned}
\chi = {} & 2\rho-2\rho' \\
& -3\rho^2+4\rho\rho'-\rho'^2+2\eta^2-2\eta'^2 \\
& +4\rho^3-6\rho^2\rho'+2\rho\rho'^2-4\rho\eta^2+4\rho'\eta^2+4\rho\eta'^2-4\rho'\eta'^2 \\
\chi^2 = {} & 4\rho^2-8\rho\rho'+4\rho'^2 \\
& -12\rho^3+28\rho^2\rho'-20\rho\rho'^2+4\rho'^3+8\rho\eta^2+8\rho\eta'^2-8\rho'\eta^2-8\rho'\eta'^2 \\
\chi^3 = {} & 8\rho^3-24\rho^2\rho'+24\rho\rho'^2-8\rho'^3
\end{aligned}$$

Entwickelungen, die allgemein convergieren, solange ρ und ρ' kleine Größen sind, was für endliche Zeiträume nach den Beobachtungen angenommen werden kann. Ist eine Integrationsmethode imstande, S, (ρ), R und T durch unbeschränkt convergente Entwickelungen darzustellen, welche also für unbegrenzte Zeiträume giltige Näherungen ergeben würden, so wäre die Lösung eine »absolute« im Gyldén'schen Sinne.

Schließlich wird:

$$\begin{aligned}
\frac{a'}{r'}(1-\chi)^{\frac{n}{2}} = {} & \frac{(1+\rho')^{n+1}}{(1+\rho)^n}\,\frac{(1-\eta^2)^n}{(1-\eta'^2)^{n+1}} \\
= {} & 1-n\rho+(n+1)\rho' \\
& +\frac{n(n+1)}{2}\rho^2-n(n+1)\rho\rho'+\frac{n(n+1)}{2}\rho'^2-n\eta^2+(n+1)\eta'^2 \\
& -\frac{n(n+1)(n+2)}{6}\rho^3+\frac{n(n+1)^2}{2}\rho^2\rho'-\frac{n^2(n+1)}{2}\rho\rho'^2+\frac{(n-1)n(n+1)}{6}\rho'^3 \\
& +n^2\rho\eta^2-n(n+1)\rho'\eta^2-n(n+1)\rho\eta'^2+n(n+1)^2\rho'\eta'^2 \\
& +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in (14) folgt die ursprünglich von Gyldén für die Entwickelung der Störungsfunction gegebene Form, fortschreitend nach Potenzen von ρ, ρ', η^2, η'^2, nämlich allgemein:

$$a\Omega = 2m'\Sigma^5\Omega(n.s.s')_{\iota.\iota'}\,\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\iota}\eta'^{2\iota'}\cos nH. \qquad (17)$$

wo der Factor 2 wieder für $n = 0$ fortzulassen und

$$\Omega_n = m'\Sigma^4\Omega(n.s.s')_{\iota.\iota'}\,\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\iota}\eta'^{2\iota'} \qquad (18)$$

ist. Die vierfache, bezüglich fünffache Summe ist durch den Index angedeutet. Diese Coëfficienten Ω_n, die nur Functionen des numerisch zunächst genähert bekannten Verhältnisses α sind, hat nun Gyldén vollständig als Functionen der γ entwickelt, für die großen Planeten bis zu den siebenten Potenzen. Diese Relationen $\Omega = f(\gamma)$, die wir für die numerische Rechnung bei Hilda brauchen, sind:

I. Für den 0. Grad inclusive bis zur 3. Ordnung:

$$\Omega_{n.0.0} = \gamma_0^{1.n}$$

$$\Omega_{n.1.0} = -n\gamma_0^{1.n} - 2\gamma_1^{1.n}$$

$$\Omega_{n.2.0} = \frac{n(n+1)}{2}\gamma_0^{1.n} + (2n+3)\gamma_1^{1.n} + 4\gamma_2^{1.n}$$

$$\Omega_{n.3.0} = -\frac{n(n+1)(n+2)}{6}\gamma_0^{1.n} - (n+2)^2\gamma_1^{1.n} - 4(n+3)\gamma_2^{1.n} - 8\gamma_3^{1.n}.$$

II. Für den I. Grad inclusive bis zur 2. Ordnung:

$$\Omega_{n+1.1.1} = (n+1)(n+2)\bar{\gamma}_0^{1.n+1} + 2(2n+5)\gamma_1^{1.n+1} + 8\gamma_2^{1.n+1}$$

$$\Omega_{n-1.1.1} = -n(n-1)\bar{\gamma}_0^{1.n-1} - 2(2n+1)\gamma_1^{1.n-1} - 8\gamma_2^{1.n-1}$$

$$\Omega_{n+1.1.0} = -(n+1)\bar{\gamma}_0^{1.n+1} - 2\gamma_1^{1.n+1}$$

$$\Omega_{n-1.1.0} = -(n-1)\bar{\gamma}_0^{1.n-1} - 2\gamma_1^{1.n-1}$$

$$\Omega_{0.2.0} = 3\gamma_1^{1.0} + 4\gamma_2^{1.0}$$

$$\Omega_{1.1.1} = -2\bar{\gamma}_0^{1.1} - 10\gamma_1^{1.1} - 8\gamma_2^{1.1}$$

$$\Omega_{1.1.0} = -\bar{\gamma}_0^{1.1} - 2\gamma_1^{1.1}.$$

$$\Omega_{n+1.2.1} = \frac{(n+1)(n+2)^2}{2}\bar{\gamma}_0^{1.n+1} + (3n^2+16n+22)\gamma_1^{1.n+1} +$$
$$+ 4(3n+11)\gamma_2^{1.n+1} + 24\gamma_3^{1.n+1}$$

$$\Omega_{n-1.2.1} = \frac{n^2(n-1)}{2}\bar{\gamma}_0^{1.n-1} + (3n^2+4n+2)\gamma_1^{1.n-1} + 4(3n+5)\gamma_2^{1.n-1} + 24\gamma_3^{1.n-1}$$

$$\Omega_{n+1.2.0} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}\bar{\gamma}_0^{1.n+1} + (2n+5)\gamma_1^{1.n+1} + 4\gamma_2^{1.n+1} \qquad (19)$$

$$\Omega_{n-1.2.0} = \frac{n(n-1)}{2}\bar{\gamma}_0^{1.n-1} + (2n+1)\gamma_1^{1.n-1} + 4\gamma_2^{1.n-1}$$

$$\Omega_{0.3.0} = -4\gamma_1^{1.0} - 12\gamma_2^{1.0} - 8\gamma_3^{1.0}$$

$$\Omega_{1.2.1} = 2\bar{\gamma}_0^{1.1} + 22\gamma_1^{1.1} + 44\gamma_2^{1.1} + 24\gamma_3^{1.1}$$

$$\Omega_{1.2.0} = \bar{\gamma}_0^{1.1} + 5\gamma_1^{1.1} + 4\gamma_2^{1.1}$$

$$\left.\begin{aligned}
\Omega_{n+1.0.1} &= (n+2)\,\bar{\gamma}_0^{1.n+1} + 2\gamma_1^{1.n+1} \\
\Omega_{n-1.0.1} &= n\,\bar{\gamma}_0^{1.n-1} + 2\gamma_1^{1.n-1} \\
\Omega_{n+1.0.0} &= \bar{\gamma}_0^{1.n+1} \\
\Omega_{n-1.0.0} &= \bar{\gamma}_0^{1.n-1} \\
\Omega_{1.0.1} &= 2\bar{\gamma}_0^{1.1} + 2\gamma_1^{1.1} \\
\Omega_{1.0.0} &= \bar{\gamma}_0^{1.1}.
\end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Die zur Berechnung der Störungen der folgenden Grade erforderlichen Ω_n werden später da, wo wir dieselben bei der numerischen Rechnung brauchen, angegeben werden.

Bei der Integration unserer Differentialgleichungen für S und ρ brauchen wir nun aber nicht die Entwickelung der Störungsfunction selbst, sondern vielmehr diejenige ihrer Derivierten:

$$P = r^2 \frac{\partial \Omega}{\partial r} \qquad\qquad Q = \frac{r^2}{a(1-\eta^2)} \frac{\partial \Omega}{\partial v}.$$

Diese entwickelt Gyldén gleichfalls als Functionen der Ω und damit als solche der γ, so dass auch die P und Q nur wieder von dem numerisch zunächst genähert bekannten Verhältnis der mittleren Entfernungen α abhängig erscheinen.

Da es hier, wie gesagt, bloß darauf ankommen kann, den Gang der ganzen Entwickelung insoweit anzudeuten, dass die späteren Rechnungen in ihrem Zusammenhange verständlich sind, begnügen wir uns hinsichtlich dieser Darstellung mit folgenden kurzen Bemerkungen.

Weil:

$$r = \frac{a(1-\eta^2)}{1+\rho}$$

ist, so wird:

$$Q = \frac{1-\eta^2}{(1+\rho)^2} \frac{\partial (a\Omega)}{\partial v}$$

oder, wenn man den ersten Factor entwickelt und Ω nach v differentiiert:

$$Q = -(1-2\rho+3\rho^2-\eta^2+\ldots)\,2\Sigma n\,\Omega(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'} \sin nH \frac{\partial H}{\partial v}.$$

Denkt man ρ und η aus der Klammer in ρ und η unter dem Summenzeichen multipliciert, so folgt allgemein:

$$Q = -2\Sigma n\,Q(n.s.s')_{\nu.\nu'}\,\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'} \sin H \frac{\partial H}{\partial v}, \qquad (20)$$

wo die Q unter dem Summenzeichen gegebene Functionen der Ω und damit also der γ sind, somit auch nur von α allein abhängen, nämlich:

$$\frac{1}{m'} Q(n.s.s')_{\nu.\nu'} = \Omega(n.s.s')_{\nu.\nu'} - 2\Omega(n.s-1.s')_{\nu.\nu'} + 3\Omega(n.s-2.s')_{\nu.\nu'} - \ldots\Big\}. \qquad (21)$$

Ganz analog wird, da:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial r} = \frac{\partial \Omega}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial r} = -\frac{a(1-\eta^2)}{r^2}\frac{\partial \Omega}{\partial \rho}$$

ist,

$$P = -(1-\eta^2)\frac{\partial a\Omega}{\partial \rho}$$

oder, in gleichem Sinne entwickelt wie bei Q:

$$a\Omega = \Sigma\,\Omega(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH,$$

also, da $\frac{\partial \rho^s}{\partial \rho} = s\rho^{s-1}$ ist:

$$\frac{\partial a\Omega}{\partial \rho} = \Sigma\, s\,\Omega(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^{s-1}\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH$$

und somit:

$$P = -(1-\eta^2)2\Sigma\, s\,\Omega(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^{s-1}\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH.$$

oder, wenn man $s+1$ für s schreibt:

$$\frac{\partial a\Omega}{\partial \rho} = \Sigma(s+1)\,\Omega(n.s+1.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH$$

und:

$$P = 2\Sigma P(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH, \tag{22}$$

wo für $n = 0$ wieder die 2 fortzulassen ist und die P lediglich Functionen der Ω und damit der γ also von α allein sind, nämlich allgemein:

$$\frac{1}{m'}P(n.s.s')_{\nu\nu'} = -(s+1)\Omega(n.s+1.s')_{\nu.\nu'} + (s+1)\Omega(n.s+1.s')_{\nu-1.\nu'} - \ldots \tag{23}$$

Führt man die hiermit allgemein angedeutete Transformation wirklich durch, so erhält man nach Gyldén als Resultat die folgenden Relationen für die Coefficienten der Entwickelungen (20) und (22)

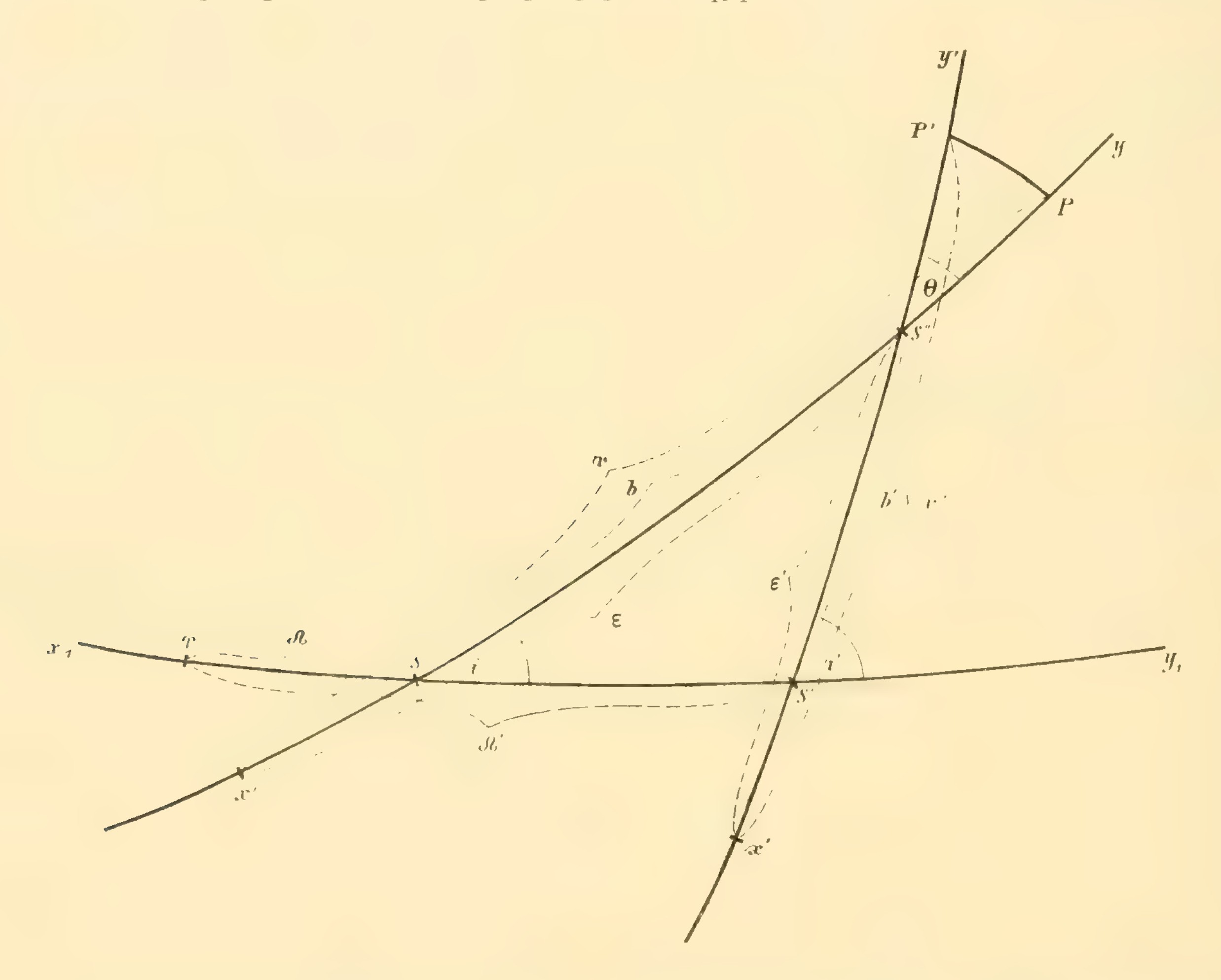
I. Des 0. Grades inclusive bis zur 3. Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} P_{n.0.0} &= -\Omega_{n.1.0} \\ P_{n.1.0} &= -2\Omega_{n.2.0} \\ P_{n.2.0} &= -3\Omega_{n.3.0} \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} Q_{n.0.0} &= \Omega_{n.0.0} \\ Q_{n.1.0} &= \Omega_{n.1.0} - 2\Omega_{n.0.0} \\ Q_{n.2.0} &= \Omega_{n.2.0} - 2\Omega_{n.1.0} + 3\Omega_{n.0.0}. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

II. Des I. Grades inclusive bis zur 2. Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} P_{n+1.0.1} &= -\Omega_{n+1.1.1} & P_{n+1.1.1} &= -2\Omega_{n+1.2.1} \\ P_{n-1.0.1} &= -\Omega_{n-1.1.1} & P_{n-1.1.1} &= -2\Omega_{n-1.2.1} \\ P_{n+1.0.0} &= -\Omega_{n+1.1.0} & P_{n+1.1.0} &= -2\Omega_{n+1.2.0} \\ P_{n-1.0.0} &= -\Omega_{n-1.1.0} & P_{n-1.1.0} &= -2\Omega_{n-1.2.0} \\ P_{0.1.0} &= -2\Omega_{0.2.0} & P_{0.2.0} &= -3\Omega_{0.3.0} \\ P_{1.0.1} &= -\Omega_{1.1.1} & P_{1.1.1} &= -2\Omega_{1.2.1} \\ P_{1.0.0} &= -\Omega_{1.1.0} & P_{1.1.0} &= -2\Omega_{1.2.0} \\ Q_{n+1.0.1} &= \Omega_{n+1.0.1} & Q_{n+1.1.1} &= \Omega_{n+1.1.1} - 2\Omega_{n+1.0.1} \\ Q_{n-1.0.1} &= \Omega_{n-1.0.1} & Q_{n-1.1.1} &= \Omega_{n-1.1.1} - 2\Omega_{n-1.0.1} \\ Q_{n+1.0.0} &= \Omega_{n+1.0.0} & Q_{n+1.1.0} &= \Omega_{n+1.1.0} - 2\Omega_{n+1.0.0} \\ Q_{n-1.0.0} &= \Omega_{n-1.0.0} & Q_{n-1.1.0} &= \Omega_{n-1.1.0} - 2\Omega_{n-1.0.0} \\ Q_{1.0.1} &= \Omega_{1.0.1} & Q_{1.1.1} &= \Omega_{1.1.1} - 2\Omega_{1.0.1} \\ Q_{1.0.0} &= \Omega_{1.0.0} & Q_{1.1.0} &= \Omega_{1.1.0} - 2\Omega_{1.0.0} \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

In den Entwickelungen für $\underset{\sim}{Q}$ und P (20) und (22) ist nur noch der heliocentrische Winkel H durch die wahren Längen v und v' des gestörten und des störenden Planeten auszudrücken. Dazu denken wir uns die feste $x_1 y_1$-Ebene, die Ekliptik, und die instantane Bahnebene xy des gestörten Planeten, der sich zu einer beliebigen Zeit in P befinde, so dass die Neigung i und der Knoten ☊ des Planeten zugleich die Neigung und den Knoten der in die momentane Bahnebene fallenden osculierenden Ellipse repräsentieren. Ferner denken wir uns die momentane Bahnebene $x'y'$ des störenden Planeten, welche gegen die erstere um den Winkel Θ geneigt sei und die Neigung i' gegen die $x_1 y_1$-Ebene habe.



Die Schnittpunkte beider Bahnebenen mit der $x_1 y_1$-Ebene seien S und S', ihr gemeinsamer Schnittpunkt S''; P und P' die momentanen Orte des kleinen Planeten und Jupiters in ihren Bahnen. Dann folgt aus $\Delta PS''P'$ nach dem Cosinussatze der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos H = \cos S''P \cos S''P' + \sin S''P \sin S''P' \cos \theta$$

$$= \cos (S''P - S''P') - 2 \sin S''P \sin S''P' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

oder, wenn man die Längen ε und ε' des Schnittpunktes S'' in der augenblicklichen Bahnebene einführt, also

$$PS'' = v - \varepsilon$$
$$P'S'' = v' - \varepsilon'$$

setzt, auch:

$$\cos H = \cos (v - v' - \varepsilon + \varepsilon') - 2 \sin (v - \varepsilon) \sin (v' - \varepsilon') \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Führt man jetzt noch die auf die Bahnebene des gestörten Planeten reducierte Länge v_1' des störenden Planeten:

$$v_1' = v' + \varepsilon - \varepsilon'$$

ein, so wird:

$$\cos H = \cos(v - v_1') - 2\sin(v-\varepsilon)\sin(v'-\varepsilon')\sin^2\frac{\Theta}{2}. \tag{25}$$

Da für die kleinen Planeten höchstens $\Theta = 90$, so ist im allgemeinen $\sin\frac{\Theta}{2} < \sqrt{\frac{1}{2}}$, also $\sin^2\frac{\Theta}{2} < \frac{1}{2}$. Deshalb kann man, da Θ in der Regel eine kleiner Winkel ist, der weit unter 90° liegt, z. B. 10° beträgt, zunächst $\sin^2\frac{\Theta}{2}$ vernachlässigen, was also besagt, dass man Glieder vom Quadrat der Neigung fortlässt, denen später in der zweiten Abtheilung indes nachträglich noch Rechnung getragen werden wird. Vorläufig indes machen wir diese Vernachlässigung, die z. B. auch in Herrn Masals großer Arbeit[1] zugrunde gelegt wird, wo Herr Masal von $H = v - v'$ direct ausgeht. Aus:

$$\sin^2\frac{\Theta}{2} = 0$$

folgt nun aber:

$$H = v - v_1'$$

oder:

$$H = v - v',$$

also:

$$\frac{\partial H}{\partial v} = 1.$$

Wenn man nämlich das zweite Glied rechts in Gleichung (25) und somit zweite Potenzen der Neigung nicht in Betracht zieht, so ist ja nach der Figur:

$$\varepsilon = \Omega + b$$

$$\varepsilon' = \Omega' + b'.$$

also:

$$\varepsilon' - \varepsilon = b' - b - (\Omega - \Omega').$$

Nun ist aber:

$$\cos(\Omega - \Omega') = \cos b \cos b' + \sin b \sin b' \cos\Theta$$

$$\cos(b' - b) = \cos b \cos b' + \sin b \sin b'$$

also:

$$\cos(b'-b) - \cos(\Omega - \Omega') = \sin b \sin b' (1 - \cos\Theta),$$

oder auch:

$$-2\sin\frac{b'-b+\Omega-\Omega'}{2}\sin\frac{\varepsilon'-\varepsilon}{2} = 2\sin b \sin b' \sin^2\frac{\Theta}{2}.$$

Mit $\sin^2\frac{\Theta}{2}$ verschwindet offenbar die linke Seite letzterer Gleichung. Indes bleibt rein numerisch $\Omega - \Omega'$ für Jupiter und einen kleinen Planeten stets endlich, oder in anderer Motivierung, da:

$$\frac{\sin i'}{\sin b} = \frac{\sin\Theta}{\sin(\Omega - \Omega')}.$$

---

[1] Hans Masal, Formeln und Tafeln zur Berechnung der absoluten Störungen der Planeten. Kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar. Bandet 23, No. 7.

also:

$$\sin(\Omega-\Omega') = \frac{\sin b}{\sin i}\sin\theta$$

ist, so wird, weil i und Θ von derselben Größenordnung klein werden, doch $\Omega-\Omega'$ auch bei abnehmendem Θ nicht klein. Daher wird also $\sin\frac{\varepsilon'-\varepsilon}{2}$ mit $\sin^2\frac{\Theta}{2}$ zugleich verschwinden und folglich bei Vernachlässigung der Glieder vom Quadrat der Neigung:

$$\varepsilon' = \varepsilon,$$

also:

$$H = v - v'$$

gesetzt werden können.

Unter dieser Annahme werden die Entwickelungen für P und Q:

$$P = 2\Sigma P(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos nH\ldots \tag{26}$$

$$Q = -2\Sigma n\,Q(n.s.s')_{\nu.\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\sin nH\ldots, \tag{27}$$

wo für $n=0$ die 2 fortzulassen und die P und Q-Coefficienten unter dem Summenzeichen durch die Relationen (21), (23) und (24) zur numerischen Rechnung vollständig gegeben sind.

Als einzige Aufgabe, um die Entwickelung der Derivierten P und Q zum definitiven Abschlusse zu bringen, bleibt nur noch die Transformation des Argumentes v' auf das Argument v, da wir für die weiteren Entwickelungen und die Integration natürlich nur die einzige Variable v, die auch in den Differentialgleichungen für S, ρ, T als unabhängige Veränderliche auftritt, haben müssen. Hinsichtlich dieser Darstellung, die Gyldén bereits in seinem ersten größeren Werke[1] und in größter Ausführlichkeit in den Orbites absolues[2] gibt, schließe ich mich Herrn Brendel's Behandlung an, die auf eine etwas modificierte Form der Entwickelung, die Gyldén für P und Q gibt, führt, da wir diese Brendel'sche Form der numerischen Rechnung zugrunde legen wollen. An und für sich verdient keine der beiden Formen vor der anderen den Vorzug. Von dieser sehr umfangreichen Transformation, hinsichtlich deren ich im Detail auf die beiden genannten Werke Gyldén's, sowie Herrn Brendel's »Theorie der kleinen Planeten« verweise, sei indes hier das Grundprincip angegeben.

Nach den Entwickelungen des ersten Capitels ist die Beziehung zwischen der Zeit und dem Ort des gestörten Körpers in seiner Bahn gegeben durch die Relation:

$$nt+\Lambda = v - 2\eta\sin[(1-\varsigma)v-\pi] + \frac{3}{4}\eta^2\sin 2[(1-\varsigma)v-\pi] - \ldots + T. \tag{28}$$

Analog ist für den störenden Körper:

$$n't+\Lambda' = v' - 2\eta'\sin[(1-\varsigma')v'-\pi'] + \frac{3}{4}\eta'^2\sin 2[(1-\varsigma')v'-\pi'] - \ldots + T'. \tag{29}$$

Multipliciert man jetzt Gleichung (28) mit $\mu = \frac{n'}{n}$, so folgt:

$$n't = \mu v - \mu\Lambda - 2\mu\eta\sin[(1-\varsigma)v-\pi] + \frac{3}{4}\mu\eta^2\sin 2[(1-\varsigma)v-\pi] - \ldots + \mu T. \tag{30}$$

---

[1] Hugo Gyldén, Undersökningar af theorien för himlakropparnes rörelser. (Untersuchungen zur Theorie der Bewegung der Himmelskörper.) I, II, III Bihang till svenska Vet. Acad. Handlingar Band 6, No. 8, Band 6, No. 16, Band 7, No. 2.

[2] Hugo Gyldén, Traité analytique des orbites absolues des huit planètes principales (Berlin Mayer und Müller; Paris A. Herrmann; Stockholm F. & G. Beijer).

Wie früher setzen wir nun:

$$(1-\varsigma)v-\pi = \mathrm{v}$$

$$(1-\varsigma_1)v-\pi_1 = \mathrm{v}_1,$$

wo:

$$\varsigma_1 = \mu\varsigma'$$

ist, sowie weiter:

$$(1-\varsigma)v'-\pi' = \mathrm{v}'_1.$$

Dann folgt aus Gleichung (29) und (30):

$$v' = \mu v+B+G+\mu T \tag{31}$$

wobei:

$$B = \Lambda'-\mu\Lambda$$

und:

$$G = -2\mu\eta_1 \sin \mathrm{v}+2\eta'_1 \sin \mathrm{v}'_1+\frac{3}{4}\mu\eta_1^2 \sin 2\mathrm{v}+2\eta_1'^2 \sin 2\mathrm{v}'_1+\ldots \tag{32}$$

ist.

Dabei ist die Größe T' fortgelassen, da sie ziemlich klein ist, vorzüglich aber deshalb, weil sie nur solche Glieder enthält, die von der mittleren Bewegung Saturns abhängen und T' deshalb keine großen Glieder bei Hilda erzeugen kann; T' repräsentiert ja Störungen, die Jupiter durch Saturn erleidet; indem wir T' fortlassen, vernachlässigen wir also bloß die »indirecten« Saturnstörungen für Hilda, d. h. die Störungen, welche dadurch entstehen, dass Saturn den Jupiter stört und diese Modification der Jupiterbewegung ihrerseits wieder die Hildabewegung beeinflusst. Diese Vernachlässigung ist aber deshalb erlaubt, weil wir schon die »directen« Saturnstörungen (von Saturn auf Hilda) wenigstens bis auf die elementären bei der Rechnung zunächst vernachlässigen werden.

Damit nun durch die Gleichung:

$$v' = \mu v+B+G+\mu T$$

v' rein durch v ausgedrückt werde, ist v' aus den Argumenten:

$$\mathrm{v}'_1 = (1-\varsigma')v'-\pi'$$

in Gleichung (32) herauszubringen, derart, dass an Stelle des Argumentes v'_1 vielmehr:

$$\mathrm{v}_1 = (1-\varsigma_1)v-\pi_1$$

tritt.

Aus Gleichung (31) folgt:

$$v-v' = (1-\mu)v-B-G-\mu T = w_1-G \tag{33}$$

wenn man setzt:

$$(1-\mu)v-B-\mu T = w_1.$$

Unsere Aufgabe ist nun also, $\cos(v-v')$ als Function von v zu entwickeln, d. h. v' auf v zu transformieren. Aus Gleichung (33) folgt:

$$v'-(\varsigma'v'+\pi') = -w_1+G+v-(\varsigma'v'+\pi')$$

oder, wenn man:

$$\varsigma_1 v = \mu\varsigma' v$$

an Stelle von $\varsigma' v'$ setzt, auch:

$$\mathrm{v}'_1 = -w_1+G+\mathrm{v}_1 \tag{34}$$

Die Berechtigung davon, dass man in dieser Weise $\varsigma' v'$ durch v ausdrückt, erhellt wie folgt. Nach Gleichung (31) ist:

$$\varsigma' v' = \mu\varsigma' v + \varsigma' B + \varsigma' G + \mu\varsigma' T.$$

Da nun ς' eine äußerst kleine Größe ist, so kann man $\varsigma' G$ und $\mu\varsigma' T$ fortlassen, erhält also:

$$\varsigma' v' = \mu\varsigma' v + \varsigma' B$$

oder:

$$\varsigma' v' + \pi' = \mu\varsigma' v + \pi' + \varsigma' B.$$

Jetzt bezeichnet man:

$$\mu\varsigma' = \varsigma_1$$

$$\pi' + \varsigma' B = \pi_1.$$

Dann wird:

$$\varsigma' v' + \pi' = \varsigma_1 v + \pi_1,$$

wo ς_1 und π_1 bekannt sind, da $\varsigma' \pi'$ und Λ' durch die Jupitertheorie gegeben sind.

Um jetzt $\cos n(v - v')$ als Function von v zu entwickeln, entwickeln wir zunächst $\eta_1' \sin \mathrm{v}_1'$ nach dem Taylor'schen Satze:

$$-\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v}_1 - G) = -\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v}_1) + \eta_1' G \cos(w_1 - \mathrm{v}_1) - \dots \tag{35}$$

Sowohl bei der nun folgenden, wie bei sehr vielen späteren Entwickelungen, so bei Bestimmung der elementären und charakteristischen Glieder für Hilda, bei Bildung und bei Integration der Differentialgleichung des Hildatypus u. s. f. hat man immer da, wo Producte von trigonometrischen Functionen auftreten, dieselben durchweg in die algebraische Summe der Summe und Differenz dieser Functionen zu zerlegen, was bekanntlich mittelst folgender Formeln geschieht:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\alpha.\sin\beta &= -\frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta) \\
\sin\alpha.\cos\beta &= \frac{1}{2}\sin(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\sin(\alpha-\beta) \\
\cos\alpha.\cos\beta &= \frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta).
\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

Setzt man nun Gleichung (35) in (32) ein, so folgt, wenn man bloß bis zum I. Grade inclusive geht:

$$G = -2\mu\eta_1 \sin \mathrm{v} - 2\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v}_1)$$

also, wenn man diesen letzteren Wert in (35) einsetzt:

$$\eta_1' \sin \mathrm{v}_1' = -\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v}_1) - 2\mu\eta_1\eta_1' \sin \mathrm{v} \cos(w_1 - \mathrm{v}_1) - 2\mu\eta_1'^2 \sin(w_1 - \mathrm{v}_1)\cos(w_1 - \mathrm{v}_1)$$

oder mit Hinblick auf die Grundformeln (36):

$$\begin{aligned}
\eta_1' \sin \mathrm{v}_1' = {} & -\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v}_1) - \mu\eta_1\eta_1' \sin(w_1 + \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) + \mu\eta_1\eta_1' \sin(w_1 - \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) \\
& -\eta_1'^2 \sin(2w_1 - 2\mathrm{v}_1) + \text{Glieder 3. Grades etc.}
\end{aligned}$$

Ebenso findet man:

$$-\frac{3}{4}\eta_1'^2 \sin 2\mathrm{v}_1' = \frac{3}{4}\eta_1'^2 \sin 2(w_1 - \mathrm{v}_1 + G) + \frac{3}{4}\eta_1'^2 \sin 2(w_1 - \mathrm{v}_1) + \ldots$$

Durch Einsetzen der beiden letzteren Ausdrücke in (32) folgt G rein als Function von v bis inclusive zu Gliedern II. Grades:

$$\left.\begin{aligned} G = & -2\mu\eta_1 \sin \mathrm{v} - 2\eta_1' \sin (w_1 - \mathrm{v}_1) \\ & + \frac{3}{4}\mu\eta_1^2 \sin 2\mathrm{v} - 2\mu\eta_1\eta_1' \sin (w_1 + \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) \\ & + 2\mu\eta_1\eta_1' \sin (w_1 - \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) - \frac{5}{4}\eta_1'^2 \sin (2w_1 - 2\mathrm{v}_1) \\ & + \text{Glieder 3. Grades.} \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Jetzt kann man mit Hinblick darauf, dass:

$$v - v' = (1-\mu)v - B - G - \mu T = w_1 - G$$

ist, $\cos n(v-v')$ nach Potenzen von G nach dem Taylor'schen Lehrsatze entwickeln:

$$\cos n(v - v') = \cos n w_1 + nG \sin n w_1 - \frac{(-nG)^2}{2} \cos n w_1 + \ldots \tag{38}$$

und hat nun für G in dieser letzteren Gleichung den Ausdruck (37) einzusetzen. Das zweite Glied rechts in (38) wird dann, indem wir beispielsweise die Rechnung mit den drei ersten Gliedern von G (37) andeuten, auf Grund der Fundamentalformeln (36):

$$\begin{aligned} nG \sin n w_1 = & -2n\mu\eta_1 \sin \mathrm{v} \sin n w_1 - 2\eta_1' n \sin n w_1 \sin (w_1 - \mathrm{v}_1) \\ & + \frac{3}{4} n\mu\eta_1^2 \sin n w_1 \sin 2\mathrm{v} \\ = & \; n\mu\eta_1 \cos (\mathrm{v} + n w_1) - n\mu\eta_1 \cos (n w_1 - \mathrm{v}) + \eta_1' n \cos [(n+1) w_1 - \mathrm{v}_1] \\ & - \eta_1' n \sin [(n-1) w_1 + \mathrm{v}_1] - \frac{3}{8} n\mu\eta_1^2 \sin (n w_1 + 2\mathrm{v}) + \frac{3}{8} n\mu\eta_1^2 \sin (n w_1 - 2\mathrm{v}) \end{aligned}$$

Beim Bilden des dritten Gliedes rechts in (38) hat man, da der III. Grad zunächst ausgeschlossen wurde, auszugehen von:

$$G = -2\mu\eta_1 \sin \mathrm{v} + 2\eta_1' \sin (w_1 - \mathrm{v}_1),$$

also für G^2 zu setzen, nachdem man wieder die Formeln (38) angewendet hat:

$$\begin{aligned} G^2 = & \; 2\mu^2\eta_1^2 - 2\mu^2\eta_1^2 \cos 2\mathrm{v} - 4\mu\eta_1\eta_1' \cos [w_1 + \mathrm{v} - \mathrm{v}_1] + 4\mu\eta_1\eta_1' \cos (w_1 - \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) \\ & + 2\eta_1'^2 - 2\eta_1'^2 \cos (2w_1 - 2\mathrm{v}_1). \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck ist nach (38) mit $\frac{1}{2} n^2 \cos n w_1$ zu multiplicieren und dann wieder mit Hinblick auf die Formeln (36) weiterzubehandeln. Führt man in diesem Sinne die Transformation vollständig

durch, so erhält man als Resultat $\cos n(v-v')$ entwickelt als reine Function von v allein, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}\cos n(v-v') = \cos nw_1 &+ g_1\eta \cos(nw_1+\nu)\\ &+ g_2\eta \cos(nw_1-\nu)\\ &+ g_3\eta' \cos[(n-1)w_1+\nu_1]\\ &+ g_4\eta' \cos[(n+1)w_1-\nu_1]\\ &+ g_5\eta^2 \cos nw_1\\ &+ g_6\eta^2 \cos(nw_1+2\nu)\\ &+ g_7\eta^2 \cos(nw_1-2\nu)\\ &+ g_8\eta\eta' \cos[(n-1)w_1+\nu+\nu_1]\\ &+ g_9\eta\eta' \cos[(n+1)w_1+\nu-\nu_1]\\ &+ g_{10}\eta\eta' \cos[(n-1)w_1-\nu+\nu_1]\\ &+ g_{11}\eta\eta' \cos[(n+1)w_1-\nu-\nu_1]\\ &+ g_{12}\eta'^2 \cos nw_1\\ &+ g_{13}\eta'^2 \cos[(n-2)w_1+2\nu_1]\\ &+ g_{14}\eta'^2 \cos[(n+2)w_1-2\nu_1],\end{aligned}\right\} \quad (39)$$

wobei:

$$g_1 = n\mu;\quad g_2 = -n\mu;\quad g_3 = -n;\quad g_4 = +n;\quad g_5 = -n^2\mu^2;\quad g_6 = \left\{\frac{n^2\mu^2}{2} - \frac{3}{8}n\mu\right\};$$

$$g_7 = \left\{\frac{n^2\mu^2}{2} + \frac{3}{8}n\mu\right\};\quad g_8 = -n(n-1)\mu;\quad g_9 = +n(n+1)\mu;\quad g_{10} = +n(n-1)\mu;\quad g_{11} = -n(n+1)\mu;$$

$$g_{12} = -n^2;\quad g_{13} = \left\{\frac{n^2}{2} - \frac{5}{8}n\right\};\quad g_{14} = \left\{\frac{n^2}{2} + \frac{5}{8}n\right\}$$

gesetzt ist. Bei dem Ausdrucke $\sin n(v-v')$ tritt in (39) nur an Stelle des cosinus überall der sinus.

Auf die ganzen weitläufigen weiteren Detailentwickelungen gehen wir nicht mehr ein. Im Princip bestand unsere Aufgabe darin, P als Function von v zu entwickeln:

$$P = 2\Sigma P(n.s.s')_{\nu\nu'}\rho^s\rho'^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos n(v-v').$$

Da nun aber:

$$\rho = \eta\cos\{(1-\varsigma)v-\pi\} + R = \eta\cos\nu + R,$$

was, wie schon erwähnt, später klar werden wird, so ist:

$$\rho^s = \{(\rho)+R\}^s = (\rho)^s + s(\rho)^{s-1}.R + \frac{s(s-1)}{1.2}(\rho)^{s-2}R^2 + \ldots,$$

wo (ρ) »den elementären Theil der Form B« repräsentiert, R den »charakteristischen und den gewöhnlichen«. Entwickelt man daher P nach Potenzen dieses letzteren Theiles, so folgt:

$$\left.\begin{aligned}&P = P_0 + P_1R + P_2R^2 + \ldots + P_\sigma R^\sigma + \ldots,\\ &\text{wobei:}\\ &P_\sigma = 2\Sigma P_\sigma(n.s.s')_{\nu\nu'}(\rho)^s.(\rho')^{s'}\eta^{2\nu}\eta'^{2\nu'}\cos(v-v')\end{aligned}\right\} \quad (40)$$

und speciell jeder einzelne Coefficient gegeben ist durch eine unendliche Reihe, nämlich, indem s, s', ν, ν' bezüglich $= 0, 1, 2, 3 \ldots$, zu setzen:

$$
\left.\begin{aligned}
P_0 = & \; 2\Sigma P(n.0.0)_{0.0} \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.1.0)_{0.0}(\rho)^1 \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.0.1)_{0.0}\rho' \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.2.0)_{0.0}(\rho)^2 \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.1.1)_{0.0}(\rho)\rho' \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.0.2)_{0.0}\rho'^2 \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.0.0)_{1.0}\eta^2 \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.0.0)_{0.1}\eta'^2 \cos n(v-v') \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
P_1 = & \; 2\Sigma P(n.1.0)_{0.0}R \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.2.0)_{0.0}R(\rho) \cos n(v-v') \\
& + 2\Sigma P(n.1.1)_{0.0}R\rho' \cos n(v-v') \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \qquad (40\,a)
$$

etc., wo für $n = 0$ der Factor 2 vor der Summe wegfällt.

Analoge Entwickelungen folgen für P_2, P_3 etc. Wirklich zu bilden sind dann die Ausdrücke $(\rho)^2$, (ρ), $(\rho)^1$, $\rho \cos n(v-v')$, $\rho' \cos n(v-v')$, $\rho^2 \cos n(v-v')$ etc., immer in Hinblick auf die Fundamentalformeln (36), was im einzelnen durchzuführen uns hier natürlich viel zu weit führen würde. Vereinigt man, wenn man in Besitz aller dieser Entwickelungen ist, die Glieder gleicher Argumente und ordnet dieselben gradweise, so ergibt sich als Entwickelung der partiellen Derivierten P der Störungsfunction Ω eine unendliche Reihe, die nur die Argumente v, v_1 und w_1 enthält und fortschreitet nach Potenzen von η, η' und R, nämlich:

$$
\left.\begin{aligned}
P = & \; \Sigma B_{n.0.0} \cos n w_1 + \Sigma B^{(+1)}_{n.1.0}\eta \cos n(w_1+\mathrm{v}) + \Sigma B^{(-1)}_{n.1.0}\eta \cos n(w_1-\mathrm{v}) + \ldots \\
& + R\left\{\Sigma B^{1.0}_{n.0.0} \cos n w_1 + \Sigma B^{+1.1.0}_{n.1.0}\eta \cos(n w_1+\mathrm{v}) + \Sigma B^{-1.1.0}_{n.1.0}\eta \cos n(w_1-\mathrm{v})\right\} \\
& + R^2\left\{\Sigma B^{2.0}_{n.0.0} \cos n w_1 + \ldots\right\} \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}\right\} \qquad (41)
$$

wobei das Wesentliche ist, dass die B nur Functionen der P, also völlig bekannt sind, da ja die P bereits als Functionen der Ω durch (24) und diese als Functionen der γ durch (19) ermittelt waren, die γ aber Functionen der β nach (11) und damit von α allein sind. Somit hängen die B gleichfalls nur von dem zunächst numerisch genähert bekannten Verhältnisse der mittleren Entfernungen $\frac{a}{a'} = \alpha$ ab, sind also für jeden Planeten berechenbare Größen.

Diese allgemeine Gyldén'sche Entwickelung nun transformiert Herr Brendel noch in eine etwas andere Form, die wir als Grundlage für die numerische Berechnung wählen werden. Zum Übergang auf dieselbe müssen wir aus dem dritten Capitel vorausgreifend entnehmen, dass die Functionen S, R, T jede einen langperiodischen, einen kurzperiodischen und einen gewöhnlichen Theil besitzt, indem eine jede derselben langperiodische und kurzperiodische elementäre, langperiodische und kurzperiodische charakteristische, sowie schließlich gewöhnliche Glieder enthält. In diesem Sinne ist also:

$$T = \gamma v + T_l + T_k + T_g.$$

wo T_l der langperiodische, T_k der kurzperiodische und T_g der gewöhnliche Theil ist, während das Auftreten des säcularen Gliedes γv später bei den Entwickelungen für Hilda klar werden wird. Nach Herrn Brendel trennen wir nun in der Art, dass:

$$T_k + T_g = K,$$

also:

$$T = \gamma v + T_l + K$$

wird.

Da aber nach dem Früheren:

$$n w_1 = n(1-\mu)v - nB - n\mu T$$

ist, so wird:

$$n w_1 = n(1-\mu_2)v - nB - n\mu T_l - n\mu K,$$

indem zur Abkürzung:

$$\mu(1+\gamma) = \mu_2$$

gesetzt ist; oder, wenn man:

$$(1-\mu_2)v - B - \mu T_l = w$$

bezeichnet, auch:

$$w_1 = w - \mu K. \tag{42}$$

Nach Potenzen dieses kleinen Theiles K von T (indem T_l der größte Theil von T ist) entwickelt Herr Brendel w_1. Nach dem Taylor'schen Lehrsatze wird dann:

$$\sin n w_1 = \sin n w - n\mu K \cos n w - \frac{n^2\mu^2 K^2}{1 \cdot 2} \sin n w - .$$

Durch Substitution folgt jetzt die Entwickelung der Gyldén'schen Derivierten P in der Brendel'schen Form, die wir zur Grundlage und zum Ausgangspunkte der numerischen und analytischen Behandlung des Hildatypus wählen wollen, indem noch w an Stelle von w_1 gesetzt werde:

$$\left.\begin{aligned}
P = {} & \underbrace{\Sigma B_{n,0,0} \cos n w}_{\text{0. Grad}} + \Sigma B^{(+1)}_{n,1,0}\,\eta \cos(n w + \mathrm{v}) + \Sigma B^{(-1)}_{n,1,0}\,\eta \cos(n w - \mathrm{v}) && \text{1. Grad} \\
& + \Sigma B^{(+1)}_{n,0,1}\,\eta' \cos(n w + \mathrm{v}_1) + \Sigma B^{(-1)}_{n,0,1}\,\eta' \cos(n w - \mathrm{v}_1) && \\
& + \Sigma B_{n,2,0}\,\eta^2 \cos n w && \\
& + \Sigma B^{(+2)}_{n,2,0}\,\eta^2 \cos(n w + 2\mathrm{v}) + \Sigma B^{(-2)}_{n,2,0}\,\eta^2 \cos(n w - 2\mathrm{v}) && \\
& + \Sigma B^{(+2)}_{n,1,1}\,\eta\eta' \cos(n w + \mathrm{v} + \mathrm{v}_1) + \Sigma B^{(+1)}_{n,1,1}\,\eta\eta' \cos(n w + \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) && \text{I. Ordg.} \\
& + \Sigma B^{(-1)}_{n,1,1}\,\eta\eta' \cos(n w - \mathrm{v} + \mathrm{v}_1) + \Sigma B^{(-2)}_{n,1,1}\,\eta\eta' \cos(n w - \mathrm{v} - \mathrm{v}_1) && \text{2. Grad} \\
& + \Sigma B_{n,0,2}\,\eta'^2 \cos n w && \\
& + \Sigma B^{(+2)}_{n,0,2}\,\eta'^2 \cos(n w + 2\mathrm{v}_1) + \Sigma B^{(-2)}_{n,0,2}\,\eta'^2 \cos(n w - 2\mathrm{v}_1) && \\
& + \ldots\ldots\ldots\ldots && \\
& + K\,\{\Sigma B^{1,0}_{n,0,0} \cos n w + \Sigma B^{+1,1,0}_{n,1,0}\,\eta \cos(n w + \mathrm{v}) + \Sigma B^{-1,1,0}_{n,1,0}\,\eta \cos(n w - \mathrm{v}) && \\
& \qquad + \Sigma B^{+1,1,0}_{n,0,1}\,\eta' \cos(n w + \mathrm{v}_1) + \Sigma B^{-1,1,0}_{n,0,1}\,\eta' \cos(n w - \mathrm{v}_1) && \\
& \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots && \text{II. Ordnung} \\
& + \mu K\,\{\Sigma n B_{n,0,0} \sin n w + \Sigma n B^{(+1)}_{n,1,0}\,\eta \sin(n w + \mathrm{v}) + \Sigma n B^{(-1)}_{n,1,0}\,\eta \sin(n w - \mathrm{v}) && \\
& \qquad + \Sigma n B^{(+1)}_{n,0,1}\,\eta' \sin(n w + \mathrm{v}_1) + \Sigma n B^{(-1)}_{n,0,1}\,\eta' \sin(n w - \mathrm{v}_1) && \\
& \qquad + \ldots\ldots\ldots\ldots &&
\end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$
\left.\begin{aligned}
&+R^2\{\Sigma B^{2.0}_{n.0.0}\cos nw + \ldots\} \\
&+\mu RK\{\Sigma n\,B^{1.0}_{n.0.0}\sin nw + \ldots\} \\
&\;\mu^2K^2\left\{\sum \frac{n^2}{2} B_{n.0.0}\cos nw + \ldots\right\} \\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\} \text{III. Ordnung} \qquad (43)
$$

Einen völlig analogen Ausdruck erhält man für Q, nur dass stets an Stelle des cosinus der sinus tritt und umgekehrt, und dass außerdem die Klammerglieder von μK das entgegengesetzte Vorzeichen erhalten, also auch das Glied dritter Ordnung in μRK; an Stelle der B aber treten A Coefficienten, die ebenfalls sofort angegeben werden sollen.

Man bezeichnet nun in der Gyldén'schen Störungstheorie ein Glied, welches die n^{te} Potenz von η oder η' enthält, als ein Glied n^{ten} Grades; ein Glied, das die n^{te} Potenz der störenden Masse m' enthält, als ein Glied n^{ter} Ordnung. Und zwar wollen wir eine von Herrn Brendel in seiner im Vorwort citierten schwedischen Abhandlung über den Hestiatypus (Om användningen ..) bereits angewandte Bezeichnungsweise gleichfalls gebrauchen und ein Glied, das die n^{te} Potenz der störenden Masse enthält und mit derselben auch seinem absoluten Betrage nach vergleichbar ist, als ein Glied rein n^{ter} Ordnung bezeichnen; hingegen ein Glied, das die n^{te} Potenz der störenden Masse enthält, aber seinem absoluten Betrage nach mit ihr nicht verglichen werden kann, indem es einen kleinen Divisor von der Ordnung δ enthält, schlechthin ein Glied n^{ter} Ordnung nennen. Dabei sollen die Glieder rein n^{ter} Ordnung durch lateinische, diejenigen der n^{ten} Ordnung (die also einen kleinen Integrationsdivisor δ enthalten) durch griechische Buchstaben bezeichnet werden, so dass infolge dieser Bezeichnungsweise der Charakter eines Gliedes sofort direct kenntlich gemacht ist. Um zu bezeichnen, dass ein Glied überhaupt »von der Ordnung« eine Größe sei, wird im folgenden nach Gyldén das Zeichen: $\asymp$ angewandt werden und wenn es »der Ordnung nach größer«, bezüglich kleiner ist, die Zeichen $\gg$, respective $\ll$. Um also zu bezeichnen, dass ein Coefficient a_n rein von der Ordnung der störenden Masse und ein anderer α_n schlechthin von der Ordnung der störenden Masse sei, schreiben wir kurz:

$$
a_n \asymp m'; \qquad \alpha_n \asymp \frac{m'}{\delta}
$$

In den Untersuchungen über den Hildatypus wird dies Zeichen, ohne dass wir nochmals auf seine Bedeutung zurückkommen, stets angewandt werden.

Es wird sich später zeigen, dass die:

$$
A \asymp m'; \qquad B \asymp m'; \qquad R \asymp \frac{m'}{\delta}; \qquad K \asymp \frac{m'}{\delta}
$$

sind. Demnach repräsentiert also in unserem Ausdrucke (43), in dem offenbar die Glieder nach dem 0., 1., 2.... Grade geordnet sind, der erste Theil, der weder R noch K enthält, die Glieder erster Ordnung; der zweite und dritte Theil in R, bezüglich in K, da $R\cdot B$, respective $K\cdot B \asymp \frac{m'^2}{\delta}$ ist, die Glieder zweiter Ordnung; der Theil in R^2, $R\cdot K$, K^2 (d. h. natürlich das Product eines Gliedes aus der trigonometrischen Reihe R^2 in ein Klammerglied!) die Glieder dritter Ordnung u. s. f. Somit ist in dem allgemeinen Ausdruck für P sowohl der Grad, wie die Ordnung eines jeden Gliedes völlig übersichtlich gegeben und die Form (43) ist dabei völlig streng, wenn man die Glieder vom Quadrate der gegenseitigen Neigung vernachlässigt, die indes später leicht hinzuzufügen sind; während praktisch der Ausdruck (43) vollständig ausreichend ist, wenn die Neigungen klein sind.

In der Gyldén'schen Theorie entwickelt man also direct nach Grad und Ordnung und so lange R, K, η und η' kleine Größen sind, was für lange Zeiten sicher stattfindet, convergiert der Ausdruck (43) unbedingt. Nach der alten Theorie würde es endloser Rechnungen bedürfen, um zu den Gliedern dritter Ordnung zu gelangen, während wir dieselben später, beim Hildatypus, gleich in der ersten Näherung, wie mit einem Federstrich, mitnehmen werden. Bisher ist man im allgemeinen nur bis zu Gliedern II. Ordnung bei Anwendung der Gyldén'schen Methoden gegangen und nur Herr Brendel hat bei Hestia, wo die Glieder der 3. Ordnung vom 0. Grade als verschwindend klein gar nicht in Betracht kommen, einige Glieder 3. Ordnung höheren Grades, die groß werden, bereits dort mitgenommen. Bei Behandlung der Lücke des Hildatypus zeigte sich indes die Nothwendigkeit, den Gliedern III. Ordnung hinsichtlich des 0. Grades vollständig Rechnung zu tragen.

Als Resultat der ganzen zuvor im Princip angedeuteten Entwickelung ergeben sich, wenn man dieselbe im Detail ausführt, zur numerischen Berechnung der Brendel'schen B, respective A Coefficienten in den Entwickelungen für P und Q, folgende Relationen zur Ermittelung der Störungen:

I. Des 0. Grades inclusive bis zur 3. Ordnung:

$$
\left.\begin{array}{llll}
B_{n.0.0} = 2P_{n.0.0} & B_{0.0.0} = P_{0.0.0} & A_{n.0.0} = -2nQ_{n.0.0} & A_{0.0.0} = 0 \\
B^{1.0}_{n.0.0} = 2P_{n.1.0} & B^{1.0}_{0.0.0} = P_{0.1.0} & A^{1.0}_{n.0.0} = -2nQ_{n.1.0} & A^{1.0}_{0.0.0} = 0 \\
B^{2.0}_{n.0.0} = 2P_{n.2.0} & B^{2.0}_{0.0.0} = P_{0.2.0} & A^{2.0}_{n.0.0} = -2nQ_{n.2.0} & A^{2.0}_{0.0.0} = 0.
\end{array}\right\} \quad (44)
$$

wobei die P und Q durch die Gleichungen (24) als Functionen der Ω gegeben, also bekannt sind; ferner:

II. Des I. Grades inclusive bis zur 2. Ordnung:

$$
\left.\begin{array}{ll}
B^{(+1)}_{n.1.0} = P_{n.1.0} + 2n\mu P_{n.0.0} & B^{(+1)}_{0.1.0} = P_{0.1.0} \\
B^{(-1)}_{n.1.0} = P_{n.1.0} - 2n\mu P_{n.0.0} & B^{(-1)}_{0.1.0} = 0 \\
B^{(+1)}_{n.0.1} = P_{n+1.0.1} - 2(n+1)P_{n+1.0.0} & B^{(+1)}_{0.0.1} = P_{1.0.1} - 2P_{1.0.0} \\
B^{(-1)}_{n.0.1} = P_{n-1.0.1} + 2(n-1)P_{n-1.0.0} & B^{(-1)}_{0.0.1} = 0. \\
B^{+1.1.0}_{n.1.0} = 2P_{n.2.0} + 2n\mu P_{n.1.0} & B^{+1.1.0}_{0.1.0} = 2P_{0.2.0} \\
B^{-1.1.0}_{n.1.0} = 2P_{n.2.0} - 2n\mu P_{n.1.0} & B^{-1.1.0}_{0.1.0} = 0 \\
B^{+1.1.0}_{n.0.1} = P_{n+1.1.1} - 2(n+1)P_{n+1.1.0} & B^{+1.1.0}_{0.0.1} = P_{1.1.1} - 2P_{1.1.0} \\
B^{-1.1.0}_{n.0.1} = P_{n-1.1.1} + 2(n-1)P_{n-1.1.0} & B^{-1.1.0}_{0.0.1} = 0.
\end{array}\right\} \quad (45)
$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
A^{(+1)}_{n.1.0} = -n\{Q_{n.1.0} + 2n\mu Q_{n.0.0}\} & A^{(+1)}_{0.1.0} = 0 \\
A^{(-1)}_{n.1.0} = -n\{Q_{n.1.0} - 2n\mu Q_{n.0.0}\} & A^{(-1)}_{0.1.0} = 0 \\
A^{(+1)}_{n.0.1} = -(n+1)\{Q_{n+1.0.1} - 2(n+1)Q_{n+1.0.0}\} & A^{(+1)}_{0.0.1} = -Q_{1.0.1} + 2Q_{1.0.0} \\
A^{(-1)}_{n.0.1} = -(n-1)\{Q_{n-1.0.1} + 2(n-1)Q_{n-1.0.0}\} & A^{(-1)}_{0.0.1} = 0 \\
A^{+1.1.0}_{n.1.0} = -n\{2Q_{n.2.0} + 2n\mu Q_{n.1.0}\} & A^{+1.1.0}_{0.1.0} = 0 \\
A^{-1.1.0}_{n.1.0} = -n\{2Q_{n.2.0} - 2n\mu Q_{n.1.0}\} & A^{-1.1.0}_{0.1.0} = 0 \\
A^{+1.1.0}_{n.0.1} = -(n+1)\{Q_{n+1.1.1} - 2(n+1)Q_{n+1.1.0}\} & A^{+1.1.0}_{0.0.1} = -Q_{1.1.1} + 2Q_{1.1.0} \\
A^{-1.1.0}_{n.0.1} = -(n-1)\{Q_{n-1.1.1} + 2(n-1)Q_{n-1.1.0}\} & A^{-1.1.0}_{0.0.1} = 0.
\end{array}\right\} \quad (46)
$$

Der einfache Zusammenhang dieser Brendel'schen und der Gyldén'schen, in Gyldén's Tafelwerk tabulierten »A« und »B« Coefficienten wird noch angegeben werden.

b) Zweiter Weg: Successive Berechnung der $\beta, \gamma, \vartheta, A, B$.

Außer dem im vorhergehenden angegebenen Verfahren Gyldén's, successive aus den β die γ, aus diesen die Ω, mittelst derselben die P und Q und aus letzteren schließlich die Entwickelungscoefficienten A und B der partiellen Derivierten P und Q der Störungsfunction Ω zu berechnen, hat Gyldén in seinen späteren Jahren noch eine andere Berechnungsform für die A und B aufgestellt. Dieselbe ist nicht nur von Interesse deshalb, weil sie zwei Operationen — die Ermittlung der Ω aus den γ und der P und Q aus den Ω durch eine einzige — die Berechnung der »ϑ« aus den γ und danach der A und B direct aus diesen ϑ-Transcendenten — ersetzt; sie bildet zugleich eine wertvolle Rechencontrole. Denn die β sind controlierbar, wie wir sehen werden. Sind also nur die γ richtig gerechnet, die durch eine einfache Operation folgen, so müssen die aus diesen γ Werten auf die genannten zwei verschiedenen Arten gerechneten A und B-Coefficienten übereinstimmen.

Was mich indes speciell veranlasst, diesen zweiten Weg Gyldén's hier noch anzugeben — der im Anschluss an das bereits Mitgetheilte ganz in Kürze dargelegt werden kann — ist der Umstand, dass ich in der Lage bin, die noch unveröffentlichten Endresultate dieses Verfahrens, nämlich die A und B als $f(\vartheta)$, hier anzuführen, die ich von Gyldén in Stockholm während meiner für ihn ausgeführten Rechnungen erhielt und die zudem im folgenden bei der Rechnung für Hilda als Controlformeln wirklich zur Verwendung kommen.

Nach dem Vorhergehenden ist ja allgemein:

$$\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m = \left(\frac{a'}{r'}\right)^m C_0^{(m)} + 2\left(\frac{r}{a}\right)\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+1} C_1^{(m)} \cos H + 2\left(\frac{r}{a}\right)^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+2} C_2^{(m)} \cos 2H + \ldots \qquad (47)$$

wo $C_n^{(1)}$ gegeben ist durch das Integral:

$$C_n^{(1)} = \frac{2}{\pi}\, \alpha^{n-1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1-\alpha^2 \sin^2\varphi + \alpha^2 \chi \sin^2\varphi}}$$

und:

$$\beta_s^{(n)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{(1-\alpha^2 \sin^2\varphi)^{\frac{s}{2}}},$$

ferner:

$$\gamma_s^{(1,n)} = \frac{1.3.5\ldots(2s-1)}{2.4.6\ldots 2s}\, \alpha^{n+2s+1} . \beta_{n+s}^{(2s+1)}$$

ist.

Durch Differentiation erhält man:

$$r\,\frac{\partial\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m}{\partial r} = \left(\frac{a'}{r'}\right)^m E_0^{(m)} + 2\,\frac{r}{a}\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+1} E_1^{(m)} \cos H + 2\left(\frac{r}{a}\right)^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^{m+2} E_2^{(m)} \cos 2H + \ldots \qquad (48)$$

wobei:

$$E_n^{(m)} = r\,\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial r} + n\, C_n^{(m)}$$

ist. Mit Hinblick auf den früheren Ausdruck:

$$\chi = 1 - \left(\frac{a'}{r'}\right)^2 \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

aber folgt:

$$r\,\frac{\partial \chi}{\partial r} = -2(1-\chi).$$

also:

$$r\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial r} = -2(1-\chi)\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial \chi},$$

mithin:

$$E_n^{(m)} = -2(1-\chi)\frac{\partial C_n^{(m)}}{\partial \chi} + n C_n^{(m)}.$$

Genau wie im vorhergehenden $C_n^{(1)}$ nach Potenzen von χ entwickelt wurde, kann man nun auch $C_n^{(m)}$ und $E_n^{(m)}$ entwickeln. Als Coefficienten dieser Entwickelungen:

$$C_n^{(m)} = \gamma_0^{m.n} - \gamma_1^{m.n}\chi + \gamma_2^{m.n}\chi^2 - \ldots \tag{49}$$

$$E_n^{(m)} = \eta_0^{m.n} - \eta_1^{m.n}\chi + \eta_2^{m.n}\chi^2 - \ldots \tag{50}$$

ergeben sich die Werte:

$$\gamma_s^{1.n} = \frac{1.3.5\ldots(2s-1)}{2.4.6\ldots2s}\,\alpha^{n+2s+1}\beta_{n+s}^{(2s+1)} \tag{51}$$

$$\eta_i^{m.n} = [2i+n]\gamma_i^{m.n} + 2(i+1)\gamma_{i+1}^{m.n}$$

deren erster früher schon abgeleitet wurde.

Bei dieser zweiten Art der Gyldén'schen Entwickelung von P und Q braucht man aber außer den »niederen« $\gamma_i^{1.n}$ auch die »höheren« $\gamma_i^{3.n}$, $\gamma_i^{5.n}$, zu deren Ermittelung eben die η dienen. Um sie zu erhalten, differentiiert man zunächst:

$$\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m = \frac{a^m}{(r^2+r'^2-2rr'\cos H)^{\frac{m}{2}}}$$

und erhält:

$$r\frac{\partial\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m}{\partial r} = -m a^m \frac{r^2-rr'\cos H}{\Delta^{m+2}},$$

oder, mit Hinblick auf:

$$r^2 - rr'\cos H = \frac{1}{2}\{\Delta^2+r^2-r'^2\}$$

auch:

$$r\frac{\partial\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m}{\partial r} = -\frac{1}{2}m\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m + \frac{m}{2\alpha^2}\left(\frac{r'}{a'}\right)^2\left(1-\frac{r^2}{r'^2}\right)\left(\frac{a}{\Delta}\right)^{m+2} \tag{52}$$

Danach erhält man:

$$\left(\frac{a}{\Delta}\right)^{m+2} = \alpha^2\left(\frac{a'}{r'}\right)^2\{1-\alpha^2(1-\chi)\}^{-1}\cdot\left\{\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m + \frac{2}{m}\,r\frac{\partial\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m}{\partial r}\right\}. \tag{53}$$

Ersetzt man hierin $\left(\frac{a}{\Delta}\right)^m$ und $\left(\frac{a}{\Delta}\right)^{m+2}$ nach Gleichung (47) und (48), so erhält man mit Hinblick auf die Entwickelungen (49) und (50):

$$\gamma_i^{m+2.n} = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\gamma_i^{m.n} + \frac{2}{m}\eta_i^{m.n}\right\} + \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\gamma_{i-1}^{m+2.n} \tag{54}$$

eine Gleichung, aus der sich für $m = 1.3.5\ldots$, bezüglich die $\gamma_i^{1.n}$, $\gamma_i^{3.n}$, $\gamma_i^{5.n}\ldots$ ergeben, und die sich auch bereits im 3. Bande der »Undersökningar«, S. 51 und 52 abgeleitet findet.

Durch Multiplication von (48) mit:

$$\left(\frac{r}{a}\right)^n \left(\frac{a'}{r'}\right)^n = (1-\chi)^{\frac{n}{2}}$$

folgt die neue Fundamentalentwickelung;

$$\left(\frac{r}{a}\right)^n \left(\frac{a'}{r'}\right)^n C_n^{(m)} = \vartheta_0^{m.n} - \vartheta_1^{m.n}\chi + \vartheta_2^{m.n}\chi^2 - \vartheta_3^{m.n}\chi^3 + \vartheta_4^{m.n}\chi^4 - \ldots, \tag{55}$$

wobei die ϑ zwar als Functionen von α dargestellt werden könnten, indes nach Gyldén für die numerische Rechnung besser durch folgende Relationen zu ermitteln sind:

$$\left.\begin{aligned}
\vartheta_0^{m.n} &= \gamma_0^{m.n} \\
\vartheta_1^{m.n} &= \gamma_1^{m.n} + \frac{n}{2}\gamma_0^{m.n} \\
\vartheta_2^{m.n} &= \gamma_2^{m.n} + \frac{n}{2}\gamma_1^{m.n} + \frac{n(n-2)}{2.4}\gamma_0^{m.n} \\
\vartheta_3^{m.n} &= \gamma_3^{m.n} + \frac{n}{2}\gamma_2^{m.n} + \frac{n(n-2)}{2.4}\gamma_1^{m.n} + \frac{n(n-2)(n-4)}{2.4.6}\gamma_0^{m.n} \\
\vartheta_4^{m.n} &= \gamma_4^{m.n} + \frac{n}{2}\gamma_3^{m.n} + \frac{n(n-2)}{2.4}\gamma_2^{m.n} + \frac{n(n-2)(n-4)}{2.4.6}\gamma_1^{m.n} + \frac{n(n-2)(n-4)(n-6)}{2.4.6.8}\gamma_0^{m.n}.
\end{aligned}\right\} \tag{56}$$

Bis zu $\vartheta_4^{m.n}$ inclusive hat man nämlich die ϑ numerisch zu berechnen. Die Formeln (55) und (56) finden sich erst in den Orbites absolues, Band I, S. 392.

Aus diesem ϑ nun lassen sich die Entwickelungscoefficienten A und B der Derivierten der Störungsfunction direct darstellen, durch Formeln, die sogleich angeführt werden sollen, da wir sie bei der numerischen Rechnung für Hilda verwenden werden und die, wie gesagt, bis jetzt noch nicht veröffentlicht sind.

Will man diesen Rechenschematismus wirklich anwenden, so hat man, wie folgt, zu verfahren. Zuerst rechnet man, wie beim ersten Weg (über die Ω und die P und Q), ein für allemal die $\beta_s^{(n)}$ und $\gamma_i^{1.n}$. Wie dies numerisch geschieht, was hinsichtlich der $\beta_s^{(n)}$ keineswegs einfach ist, werden wir sogleich bei Hilda sehen. Sodann rechnet man aus den $\gamma_i^{1.n}$ die:

$$\left.\begin{aligned}
\eta_0^{1.n} &= n\gamma_0^{1.n} + 2\gamma_1^{1.n} \\
\eta_1^{1.n} &= (2+n)\gamma_1^{1.n} + 4\gamma_2^{1.n} \\
\eta_2^{1.n} &= (4+n)\gamma_2^{1.n} + 6\gamma_3^{1.n},
\end{aligned}\right\} \tag{57}$$

wo $n = 1, 2, 3\ldots$ zu setzen und der höchste Index n durch das bei der numerischen Rechnung der $\gamma_s^{1.n}$ erhaltene höchste γ bedingt ist.

Danach rechnet man mittelst dieser η-Werte:

$$\left.\begin{aligned}
\gamma_0^{3.n} &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n}\right\} \\
\gamma_1^{3.n} &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\Big\{\gamma_1^{1.n} + 2\eta_1^{1.n} + \underbrace{\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}(\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n})}_{=\gamma_0^{3.n}}\Big\} \\
\gamma_2^{3.n} &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\Big\{\gamma_2^{1.n} + 2\eta_2^{1.n} + \underbrace{\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}(\gamma_1^{1.n} + 2\eta_1^{1.n}) + \left(\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\right)^2(\gamma_0^{1.n} + 2\eta_0^{1.n})}_{=\gamma_1^{3.n}}\Big\}.
\end{aligned}\right\} \tag{58}$$

wobei die Formel:

$$\gamma_0^{5.n} - \gamma_1^{5.n} + \gamma_2^{5.n} - \ldots = \alpha^2[\gamma_0^{1.n} - \gamma_1^{1.n} + \gamma_2^{1.n} - \ldots]$$
$$+ 2\alpha^2[\gamma_{10}^{1.n} - \gamma_{11}^{1.n} + \gamma_{12}^{1.n} - \ldots]$$

eine Controle für die Richtigkeit der numerischen Rechnung bietet.

Auf Grund dieser Relationen rechnet man:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{10}^{3.n} &= n\gamma_0^{3.n} + 2\gamma_1^{3.n} \\ \gamma_{11}^{3.n} &= (2+n)\gamma_1^{3.n} + 4\gamma_2^{3.n} \end{aligned}\right\} \tag{59}$$

und hieraus schließlich:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_0^{5.n} &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\gamma_0^{3.n} + \frac{2}{3}\gamma_{10}^{3.n}\right\} \\ \gamma_1^{5.n} &= \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left\{\gamma_1^{3.n} + \frac{2}{3}\gamma_{11}^{3.n} + \underbrace{\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}\left(\gamma_0^{3.n} + \frac{2}{3}\gamma_{10}^{3.n}\right)}_{=\gamma_0^{5.n}}\right\}. \end{aligned}\right\} \tag{60}$$

Danach erhält man direct die niederen und höheren ϑ durch Einsetzen der diesbezüglichen γ-Werte in die Formeln (56).

Die definitiven, bis jetzt noch nirgends mitgetheilten Formeln für die Gyldén'schen A und B als Functionen der ϑ sind für die Glieder erster Ordnung die folgenden:

I. Für den 0. Grad:

$$A_{0.0}(n,-n)_{0.0} = -2n\,\vartheta_0^{1.n}$$
$$B_{0.0}(n,-n)_{0.0} = +4n\,\vartheta_1^{1.n}$$

II. Für den 1. Grad:

$$\left.\begin{aligned} A_{1.0}(n+1,-n)_{0.0} &= 2n(1-n\varphi)\vartheta_0^{1.n} + 2n\vartheta_1^{1.n} \\ A_{1.0}(n-1,-n)_{0.0} &= 2n(1+n\varphi)\vartheta_0^{1.n} + 2n\vartheta_1^{1.n} \end{aligned}\right\}\text{ in }\eta$$
$$\left.\begin{aligned} A_{0.1}(n,-n+1)_{0.0} &= n(2n-1)\vartheta_0^{1.n} - 2n\vartheta_1^{1.n} \\ A_{0.1}(n,-n-1)_{0.0} &= -n(2n+1)\vartheta_0^{1.n} - 2n\vartheta_1^{1.n} \end{aligned}\right\}\text{ in }\eta' \tag{61}$$

$$\left.\begin{aligned} B_{1.0}(n+1,-n)_{0.0} &= -2(3-2n\varphi)\vartheta_1^{1.n} - 8\vartheta_2^{1.n} \\ B_{1.0}(n-1,-n)_{0.0} &= -2(3+2n\varphi)\vartheta_1^{1.n} - 8\vartheta_2^{1.n} \end{aligned}\right\}\text{ in }\eta$$
$$\left.\begin{aligned} B_{0.1}(n,-n+1)_{0.0} &= -2(2n-3)\vartheta_1^{1.n} + 8\vartheta_2^{1.n} \\ B_{0.1}(n,-n-1)_{0.0} &= +2(2n+3)\vartheta_1^{1.n} + 8\vartheta_2^{1.n} \end{aligned}\right\}\text{ in }\eta'$$

In der Brendel'schen Bezeichnungsweise hätte man in (61) und ebenso in (62) bloß rechts φ durch μ zu ersetzen und an Stelle der linken Seite die in der folgenden Zusammenstellung (63) gegebenen A- und B-Coefficienten zu setzen.

Die Angabe der weiteren A und B für den 2. und 3. Grad würde hier zu viel Raum in Anspruch nehmen.

Wir brauchen indes zur Controle der Berechnung der »Hilda-Lücke« im fünften Capitel für den 0. Grad auch die A- und B-Coefficienten der zweiten und dritten Ordnung als Functionen der ϑ. Da ich

diese Formeln seinerzeit nicht von Gyldén erhalten habe, sollen sie hier abgeleitet werden. Dazu haben wir offenbar bloß in den Formeln (19) des zweiten Capitels, welche die Ω als Functionen der γ geben, die γ mit Hinblick auf die Formeln (56) desselben Capitels durch die ϑ auszudrücken und finden so:

$$\left.\begin{aligned} \Omega_{n.0.0} &= \vartheta_0^{1.n} \\ \Omega_{n.1.0} &= -2\vartheta_1^{1.n} \\ \Omega_{n.2.0} &= 3\vartheta_1^{1.n} + 4\vartheta_2^{1.n} \\ \Omega_{n.3.0} &= -4\vartheta_1^{1.n} - 12\vartheta_2^{1.n} - 8\vartheta_3^{1.n}. \end{aligned}\right\} \quad (61\,a)$$

Aus diesen Relationen erhält man aber mit Hinblick auf die Formeln (24), welche die P und Q als Functionen der Ω, sowie der Gleichungen (44), welche die A und B als Functionen der P und Q geben, die folgenden Werte für die A- und B-Coefficienten 0. Grades:

Erster Ordnung:

$$A_{n.0.0} = -2n\vartheta_0^{1.n}; \qquad B_{n.0.0} = +4\vartheta_1^{1.n}.$$

Zweiter Ordnung:

$$A^{1.0}_{n.0.0} = 4n\vartheta_0^{1.n} + 4n\vartheta_1^{1.n}$$

$$B^{1.0}_{n.0.0} = -12\vartheta_1^{1.n} - 16\vartheta_2^{1.n}. \quad (61\,b)$$

Dritter Ordnung:

$$A^{2.0}_{n.0.0} = -6n\vartheta_0^{1.n} - 14n\vartheta_1^{1.n} - 8n\vartheta_2^{1.n}$$

$$B^{2.0}_{n.0.0} = 24\vartheta_1^{1.n} + 72\vartheta_2^{1.n} + 48\vartheta_3^{1.n}.$$

Zu erwähnen bleibt noch, dass auch eine directe Darstellung der A und B als Functionen der niederen γ möglich ist, die Herr Masal in seiner bereits citierten großen Arbeit »Formeln und Tafeln...« vollständig ausgeführt hat. Einen besonderen Vorzug vor den beiden anderen Gyldén'schen hier mitgetheilten Methoden verdient dieser von Herrn Masal ausgeführte dritte Gyldén'sche Weg zur Entwickelung der Störungsfunction indes insofern nicht, als die Rechenformeln, welche die:

$$A, B = f(\gamma)$$

geben, für die höheren Grade äußerst complicierte sind. Für den 0. und 1. Grad hingegen sind sie noch ziemlich einfach und haben, indem wir sie hier beispielsweise anführen, folgende Werte, bloß mit Rücksicht auf die Glieder erster Ordnung. Nämlich für den:

0. Grad:

$$\left.\begin{aligned} A_{0.0}(n, m) &= -2n\bar{\gamma}_0^{1.n}\,[1] \\ B_{0.0}(n, m) &= +2n\bar{\gamma}_0^{1.n} + 4\gamma_1^{1.n}. \end{aligned}\right| \quad (62)$$

[1] Der Strich über dem γ besagt also, dass für alle Werte von n bezüglich $\bar{\gamma}_0^{1.n} = \gamma_0^{1.n}$ ist, mit Ausnahme von $n = 1$, wo $\bar{\gamma}_0^{1.1} = \gamma_0^{1.1} - \frac{1}{2}\alpha^2$ ist.

1. Grad:

$$A_{1.0}(n+1,-n) = \gamma_0^{1.n}\{(n^2+2n)-2n^2\varphi\}+2n\gamma_1^{1.n}$$

$$A_{1.0}(n-1,-n) = \gamma_0^{1.n}\{(n^2+2n)+2n^2\varphi\}+2n\gamma_1^{1.n}$$

$$B_{1.0}(n+1,-n) = \gamma_0^{1.n}\{-(n^2+n)+2n^2\varphi\}+\gamma_1^{1.n}\{-(4n+6)+4n\varphi\}-8\gamma_2^{1.n}$$

$$B_{1.0}(n-1,-n) = \gamma_0^{1.n}\{-(n^2+n)-2n^2\varphi\}+\gamma_1^{1.n}\{-(4n+6)-4n\varphi\}-8\gamma_2^{1.n}$$

$$A_{0.1}(n,-n+1) = \gamma_0^{1.n}(n^2-n)-2n\gamma_1^{1.n}$$

$$A_{0.1}(n,-n-1) = -\gamma_0^{1.n}(3n^2+n)-2n\gamma_1^{1.n}$$

$$B_{0.1}(n,-n+1) = -\gamma_0^{1.n}(n^2-n)+6\gamma_1^{1.n}+8\gamma_2^{1.n}$$

$$B_{0.1}(n,-n-1) = +\gamma_0^{1.n}(3n^2+n)+\gamma_1^{1.n}(8n+6)+8\gamma_2^{1.n}, \qquad (62)$$

wo:

$$\varphi = \frac{n'}{n}\,\frac{1-\varsigma'}{1-\varsigma} = \mu\,\frac{1-\varsigma}{1-\varsigma}$$

ist, und es in erster Annäherung schon genügt, $\varphi=\mu$ zu setzen.

Zum Schluss dieser allgemeinen Übersicht über die Entwickelung der Störungsfunction soll noch der Zusammenhang der Gyldén'schen und Brendel'schen A und B mitgetheilt werden. Auf Grund desselben kann man bei Berechnung der absoluten Störungen eines kleinen Planeten, welcher sich im Gyldén'schen Tafelwerk tabuliert findet, die in demselben gegebenen A- und B-Coefficienten bei Anwendung der Brendel'schen Entwickelungsform direct benützen.

»Zusammenhang der Gyldén'schen und Brendel'schen Entwickelungs-Coefficienten der Störungsfunction.«

1. $AB_{n.0.0} = AB(n,-n)_{0.0}$; $A_{0.0.0}=0$, aber: $B_{0.0.0} = B(0,-0)_{0.0}$[1]
2. $AB^{(-1)}_{n.1.0} = AB(n-1,-n)_{0.0}$; $AB^{(-1)}_{0.1.0}=0$
3. $AB^{(+1)}_{n.1.0} = AB(n+1,-n)_{0.0}$; $A^{(+1)}_{0.1.0}=0$, aber $B^{(+1)}_{0.1.0}=2B(1,-0)_{0.0}$
4. $AB^{(-1)}_{n+1.0.1} = AB(n,-n-1)_{0.0}$; $AB^{(-1)}_{0.0.1}=0$; $A^{(-1)}_{1.0.1}=0$.
5. $AB^{(+1)}_{n-1.0.1} = AB(n,-n+1)_{0.0}$; $B^{(+1)}_{1.0.1}=B(0,+1)+B(0,-1)$
6. $AB^{(-2)}_{n.2.0} = AB(n-2,-n)_{0.0}$; $AB^{(-2)}_{0.2.0}=0$;
   $AB^{(-2)}_{1.2.0}$ ist bei Gyldén nicht tabuliert.
7. $AB^{(-1)}_{n-1.1.1} = AB(n-1,-n+1)$ für die Werte von $n=2$ an; $AB^{(-1)}_{0.1.0}=0$,
   für $n=1$: $A^{(+1)}_{0.1.1} = A(\overbrace{n-1,-n}^{n=1}+1)_{0.0}$; $B^{(+1)}_{0.1.1}=B(n-1,-n+1)_{0.0}$
8. $AB^{(-2)}_{n+1.1.1} = AB(n-1,-n-1)_{0.0}$ für alle Werte von $n=1$ an; $AB^{(-2)}_{0.1.1}=0$;
   für $n=0$: $A^{(-2)}_{1.1.1} = A(n+1,-n+1)+A(n-1,-n-1)=0$.
   $B^{(-2)}_{1.1.1} = B(n+1,-n+1)+B(n-1,-n-1)$.
   $B^{(-2)}_{1.1.1}$ ist bei Gyldén nicht tabuliert. (63)

[1] In den [Hilfstafeln] cf. Seite XIX, [Zeile] 16—17 von unten) aber hat Gyldén den doppelten Betrag von seinem $B(0,-0)_{0.0}$ gegeben.

9. $\mathfrak{B}^{(-2)}_{n+2.0.2} = \mathfrak{B}(n, -n-2)_{0.0}$ für die Werte von $n = 1$ an: $\mathfrak{B}^{(-2)}_{0.0.2} = 0$;

$$A^{(-2)}_{1.0.2} = -A(\overbrace{n, -n+2}^{n=1}) \text{ ist bei Gyldén nicht tabuliert.}$$

$$B^{(-2)}_{1.0.2} = B(\overbrace{n, -n+2}^{n=1}) \quad » \quad » \quad „ \quad „$$

$$B^{(-2)}_{2.0.2} = B(\overbrace{n, -n+2}^{n=0}) + B(\overbrace{n, -n-2}^{n=0}) \text{ ist bei Gyldén nicht tabuliert,} \qquad (63)$$

dagegen:

$$A^{(-2)}_{2.0.2} = -A(\overbrace{n, -n+2}^{n=0}) + A(\overbrace{n, -n-2}^{n=0}) = 0.$$

10. $\mathfrak{B}_{n.2.0} = \{\mathfrak{B}_{2.0}(n, -n)_{0.0} + \mathfrak{B}(n, -n)_{1.0}\}$ für alle Werte von n,

aber:

$$A_{0.2.0} = 0; \qquad B_{0.2.0} = \{B_{2.0}(\overbrace{n, -n}^{n=0})_{0.0} + B(\overbrace{n, -n}^{n=0})_{1.0}\}.$$

11. $\mathfrak{B}_{n.0.2} = \{\mathfrak{B}_{0.2}(n, -n)_{0.0} + \mathfrak{B}(n, -n)_{0.1}\}$ für alle Werte von n,

$$\text{aber:} \quad A_{0.0.2} = 0; \qquad B_{0.0.2} = \{B_{2.0}(\overbrace{n, -n}^{n=0})_{0.0} + B(\overbrace{n, -n}^{n=0})_{1.0}\}.$$

Ferner ist bei Gyldén gleichfalls noch nicht tabuliert:

$\mathfrak{B}^{(+2)}_{n-1.1.1} = \mathfrak{B}(n+1, -n+1)$ für alle Werte von $n = 1$ an; $\mathfrak{B}^{(+2)}_{0.1.1} = 0$,

$\mathfrak{B}^{(+1)}_{n+1.1.1} = \mathfrak{B}(n+1, -n-1)$ » » » $n = 1$ an,

$$\text{aber:} \quad A^{(-1)}_{0.1.1} = -A(\overbrace{n-1, -n+1}^{n=1}); \qquad B^{(-1)}_{0.1.1} = B(\overbrace{n-1, -n+1}^{n=1}),$$

$$A^{(+1)}_{1.1.1} = -A(\overbrace{n-1, -n+1}^{n=0}) + A(\overbrace{n+1, -n-1}^{n=0}) = 0,$$

$$B^{(+1)}_{1.1.1} = B(\overbrace{n-1, -n+1}^{n=0}) + B(\overbrace{n+1, -n-1}^{n=0}).$$

Ebenso sind bei Gyldén andere Glieder noch nicht erschöpfend tabuliert. In der Vorrede seiner Hilfstafeln spricht Gyldén aus, dass die Aussichten zur Vervollständigung seines Tafelwerkes[1] für die kleinen Planeten wohl nicht ganz fehlen würden. —

B. Die numerische Entwickelung der Störungsfunction für den Planeten (153) Hilda.

Wie bereits erwähnt, ist die numerische Entwickelung der Störungsfunction für die Mehrzahl der kleinen Planeten durch das Gyldén'sche Tafelwerk bereits zum größten Theile durchgeführt, insofern, als in demselben wenigstens die wichtigsten A- und B-Coefficienten größtentheils tabuliert sind. Zunächst hat

---

[1] Im Gyldén'schen Tafelwerk sind mir die folgenden Druckfehler aufgefallen

I. Auf Seite 84 muss in Colonne $n = 5$, Zeile 1 bis 30, 8 statt 9 stehen.

II. Auf Seite 87 muss in Colonne $n = 7$, Zeile 13, in der 6. Decimale 7 statt 1 stehen.

Herr Masal[1] in seiner »β-Tafel« für alle Werte von $\log\alpha = 9.300$ bis $\log\alpha = 9.850$ die Transcendenten $\beta_n^{(s)}$ tabuliert und damit die Grundlagen für die Gyldén'schen Hilfstafeln geschaffen, welche für die Argumente $\log\alpha = 9.620$ bis $\log\alpha = 9.800$ die aus den β folgenden $\gamma_i^{1 \cdot n}, \gamma_i^{3 \cdot n}, \gamma_i^{5 \cdot n}$, sowie die A und B geben.

Für Hilda müssen indes diese Rechnungen von Grund aus durchgeführt werden, da das Hilda entsprechende $\log\alpha = 9.881$ nicht mehr in den Gyldén'schen Tafeln enthalten ist. Zunächst ist das elliptische Integral:

$$\beta_n^{(s)} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{s}{2}}}$$

und zwar die folgenden Werteserien desselben:

$$\left.\begin{matrix} \beta_0^{(1)}, & \beta_1^{(1)}, & \beta_2^{(1)} \cdots \beta_{12}^{(1)} \\ \beta_0^{(3)}, & \beta_1^{(3)}, & \beta_2^{(3)} \cdots \beta_{12}^{(3)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \beta_0^{(9)}, & \beta_1^{(9)}, & \beta_2^{(9)} \cdots \beta_{12}^{(9)} \end{matrix}\right\} \tag{64}$$

numerisch für Hilda zu bestimmen. Durch unter Gyldén's Leitung seinerzeit ausgeführte Rechnungen und die dabei von ihm erhaltenen Aufschlüsse bin ich in der Lage, die folgende Darstellung in seinem Sinne zu geben, wie sie sich sonst nicht findet. Auf alle in den Gyldén'schen Tafeln nicht tabulierten kleinen Planeten, also auf die verschiedenen Planeten des Hildatypus, auf Thule u. a. m. finden die folgenden Vorschriften daher Anwendung.

Da die Einzelberechnung dieser 65 β-Werte, die nach (64) zu bestimmen sind, mit erheblicher Arbeit verbunden wäre, hat Gyldén zu ihrer Ermittelung im Anschluss an Hansen ein abkürzendes Verfahren gegeben, das wir benützen wollen.

Zunächst rechnet man den Grundwert $\beta_0^{(1)}$ direct, entweder mit Hilfe einer hypergeometrischen Reihe oder, was häufig günstiger, durch mechanische Quadratur, oder auch durch das Gauss'sche Verfahren des arithmetisch-geometrischen Mittels. Die folgenden $\beta_n^{(1)}$ aber bestimmt man nicht direct, sondern mittelst der Relation zwischen drei aufeinanderfolgenden β, bezüglich deren Ableitung auf Gyldén's »Untersuchungen zur Theorie der Bewegung der Himmelskörper« verwiesen sei:[2]

$$(2n+1)\beta_n^{(s)} - [2n+2+\alpha^2(2n-s+3)]\beta_{n+1}^{(s)} + \alpha^2[2n-s+4]\beta_{n+2}^{(s)} = 0, \tag{65}$$

die, wenn man:

$$\lambda_n = \frac{2n+1}{2n+2+\alpha^2(2n-s+3)}, \quad n = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

$$f_n = \alpha^2 \frac{2n-s+4}{2n+1} \lambda_n \lambda_{n+1}, \tag{66}$$

$$\vartheta_n = \frac{\beta_{n+1}^{(s)}}{\lambda_n \beta_n^{(s)}}$$

setzt, übergeht in:

$$\vartheta_n = \frac{1}{1-f_n\vartheta_{n+1}}, \tag{67}$$

---

[1] Hans Masal: Table de l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2n}\varphi\, d\varphi}{(1-\alpha^2\sin^2\varphi)^{\frac{s}{2}}}$ servant à la détermination des perturbations des petites planètes dar Jupiter et Saturne.

[2] Cf. Undersökningar af theorien för kimlakropparnas rörelser, Band II, Seite 23. [Die deutsche Übersetzung dieses übrigens zum Theil veralteten Werkes (das zu Gyldén's ersten größeren Arbeiten über die Mechanik des Himmels gehört), welche vom Verfasser vorliegender Abhandlung ausgeführt worden ist, befindet sich im Besitze Herrn Professor Seeligers.]

oder, als Kettenbruch geschrieben:

$$\vartheta_n = \cfrac{1}{1 - \cfrac{f_n}{1 - \cfrac{f_{n+1}}{1 - \ldots \cfrac{f_{n+\nu-1}}{1 - f_{n+\nu}\vartheta_{n+\nu+1}}}}}.$$

Für große Werte von n nähert sich ϑ_n der Grenze:

$$\lim(\vartheta_n) = 1+\alpha^2.$$

Darnach hat man also, nachdem λ_n und f_n berechnet worden, einen Ausgangswert ϑ_n für genügend hohes n anzusetzen und aus diesem successive $\vartheta_{n-1}, \vartheta_{n-2} \ldots \vartheta_0$ zu berechnen. Im Besitze dieser $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2 \ldots$ erhält man dann aus:

$$p_n = \vartheta_n \lambda_n \tag{68}$$

successive $p_0, p_1, p_2 \ldots$ und mittelst dieser Werte und dem direct berechneten $\beta_0^{(1)}$ nach der Beziehung:

$$\beta_{n+1}^{(s)} = \beta_n^{(s)} p_n \tag{69}$$

successive $\beta_1^{(1)}, \beta_2^{(1)} \ldots \beta_{12}^{(1)}$. Den Endwert $\beta_{12}^{(1)}$ bestimmt man dann zur Controle gleichfalls wieder direct mittelst mechanischer Quadratur oder hypergeometrischer Reihe. Das Übereinstimmen des direct gerechneten Wertes $\beta_{12}^{(1)}$ mit dem durch die Formel (69) erhaltenen verbürgt die Richtigkeit der $\beta_n^{(1)}$-Serie.

Aus dieser $\beta_n^{(1)}$-Serie ergeben sich jetzt die übrigen β, nämlich:

$$\beta_n^{(3)}, \quad \beta_n^{(5)}, \quad \beta_n^{(7)}, \quad \beta_n^{(9)}$$

mittelst der Recursivformel:

$$\beta_n^{(s+2)} = \beta_n^{(s)} + \alpha^2 \beta_{n+1}^{(s+2)}, \tag{70}$$

indem man $\beta_{12}^{(3)}, \beta_{12}^{(5)}, \beta_{12}^{(7)}, \beta_{12}^{(9)}$ wieder direct berechnet mittelst Reihe oder Quadratur und dann zunächst aus $\beta_{12}^{(3)}$ successive $\beta_{11}^{(3)}, \beta_{10}^{(3)} \ldots \beta_0^{(3)}$ rückwärts rechnet nach der Gleichung (70). Ebenso bei $\beta_n^{(5)}, \beta_n^{(7)}, \beta_n^{(9)}$. Zur Controle dieser ganzen Rechnung ermittelt man dann wieder $\beta_0^{(3)}, \beta_0^{(5)}$ etc. direct und wenn diese letzteren Werte mit den durch das Recursivverfahren erhaltenen Endwerten $\beta_0^{(3)}$ etc. übereinstimmen, so ist die Richtigkeit aller β überhaupt gesichert. Direct rechnet man also sowohl die fünf Anfangswerte:

$$\beta_0^{(1)}, \quad \beta_0^{(3)}, \quad \beta_0^{(5)}, \quad \beta_0^{(7)}, \quad \beta_0^{(9)}$$

wie die fünf Endwerte:

$$\beta_{12}^{(1)}, \quad \beta_{12}^{(3)}, \quad \beta_{12}^{(5)}, \quad \beta_{12}^{(7)}, \quad \beta_{12}^{(9)},$$

und zwar $\beta_0^{(1)}, \beta_{12}^{(3)}, \beta_{12}^{(5)}, \beta_{12}^{(7)}, \beta_{12}^{(9)}$ eo ipso, um überhaupt das Recursivverfahren anwenden zu können, die Werte $\beta_{12}^{(1)}, \beta_0^{(3)}, \beta_0^{(5)}, \beta_0^{(7)}, \beta_0^{(9)}$ aber zur Controle.

Was dabei die numerische Wahl des Index n in:

$$\vartheta_n = 1+\alpha^2$$

betrifft, so ist Folgendes festzuhalten. Bei einem einfacheren Planeten genügt es schon, $n = 12$ oder 14 zu setzen; bei Planeten des Hildatypus aber muss man von vorneherein mindestens etwa $n = 20$ oder höher ansetzen. Wählt man nämlich den Index n zu niedrig, so convergieren die ϑ nicht in der Art, dass man mittelst derselben solche $\beta_n^{(1)}$ erhält, welche auf Grund von (69) zu einem $\beta_0^{(1)}$ Wert führen, der mit dem direct gerechneten übereinstimmt.

Für Hilda setzte ich zunächst:

$$\vartheta_{21} = 1+\alpha^2,$$

fand aber so einen Wert von $\beta_0^{(1)}$, der von dem direct gerechneten noch um 12 Einheiten der 6. Decimale abwich. In der Vermuthung, noch zu niedrig gegriffen zu haben, setzte ich:

$$\vartheta_{30} = 1+\alpha^2$$

erhielt dadurch aber in der Reihe der ϑ von ϑ_{12} an bis zu ϑ_0 wieder genau die gleichen Werte, ein Zeichen, dass die Wahl von $n = 24$ doch hoch genug war und die genannte Abweichung blieb so bestehen. Um sie zu beseitigen, führte ich die ganze Rechnung zum drittenmale siebenstellig durch und erhielt so ein genügendes Resultat.

Ehe wir die gefundenen Rechenresultate für Hilda mittheilen, erübrigt noch eine Bemerkung über das bei der directen Berechnung der $\beta_n^{(s)}$ einzuschlagende Verfahren. Man kann die β einerseits berechnen mittelst einer hypergeometrischen Reihe, und zwar: die Werte $\beta_0^{(1)}, \beta_0^{(3)}, \beta_0^{(5)}, \beta_0^{(7)}, \beta_0^{(9)}$ aus:

$$\beta_n^{(s)} = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots2n}\left\{1+\frac{s}{2}\,\frac{2n+1}{2n+2}\,\alpha^2+\frac{s(s+2)(2n+1)(2n+3)}{2.4\,(2n+2)(2n+4)}\,\alpha^4+\ldots\right\} \tag{71}$$

hingegen $\beta_{12}^{(1)}, \beta_{12}^{(3)}, \beta_{12}^{(5)}, \beta_{12}^{(7)}, \beta_{12}^{(9)}$ aus:

$$\beta_n^{(s)} = \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots2n}\,\frac{1}{(1-\alpha^2)^{\frac{s}{2}}}\left\{1-\frac{s}{2}\,\frac{1}{2n+2}\,\beta^2+\frac{s(s+2)}{2.4}\,\frac{1.3}{(2n+2)(2n+4)}\,\beta^4-\ldots\right\}, \tag{72}$$

wobei in (72) rechts in der Klammer:

$$\beta^2 = \frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}$$

ist. Im allgemeinen convergieren diese Reihen so schnell, dass schon nach Mitnahme einer kleinen Zahl von Gliedern der Rest der Reihe numerisch zu vernachlässigen ist, indem z. B. die folgenden Glieder nicht mehr in Betracht kommen, wenn man bei sechsstelliger Rechnung an ein Glied der Reihe gekommen, das z. B. 0.000001 beträgt.

Bei Planeten hingegen, für die α so beschaffen, dass die Reihen (71) und (72) langsam oder eventuell gar nicht mehr convergieren, ist die Berechnung der β mittelst mechanischer Quadraturen anzuwenden, die auch andere Vorzüge, z. B. den der Selbstcontrole der Rechnung bietet. Das allgemeine Verfahren der Bestimmung elliptischer Integrale auf diesem Wege besteht kurz in folgendem.

Es ist:

$$\frac{2}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\varphi)\,d\varphi = \Phi = \frac{1}{18}\left\{\frac{1}{2}f(0^\circ)+f(5^\circ)+f(10^\circ)+\ldots+f(85^\circ)+\frac{1}{2}f(90^\circ)\right\} \tag{73}$$

Setzt man indes einerseits:

$$\Phi = \frac{1}{9}\left\{\frac{1}{2}f(0^\circ)+f(10^\circ)+f(20^\circ)+\ldots+f(80^\circ)+\frac{1}{2}f(90^\circ)\right\}, \tag{74}$$

andererseits:

$$\Phi = \frac{1}{9}\{f(5^\circ)+f(15^\circ)+\ldots+f(75^\circ)+f(85^\circ)\}, \tag{75}$$

so liegt der wahre Φ-Wert zwischen den beiden durch (74) und (75) gegebenen, deren arithmetisches Mittel also für Φ zu adoptieren ist, und wobei eine Rechencontrole darin besteht, dass (74) und (75) nahezu den gleichen Φ-Wert ergeben müssen.

Der Wert unseres elliptischen Integrales $\beta_n^{(s)}$ ergibt sich demnach als Mittel aus den zwei Werten:

$$\beta_n^{(s)} = \frac{1}{9}\left\{\frac{1}{2}\,\frac{\sin^{2n}(0^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(0^\circ)]^{\frac{s}{2}}}+\frac{\sin^{2n}(10^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(10^\circ)]^{\frac{s}{2}}}+\ldots+\frac{\sin^{2n}(80^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(80^\circ)]^{\frac{s}{2}}}+\frac{1}{2}\,\frac{1}{[1-\alpha^2]^{\frac{s}{2}}}\right\} \tag{76}$$

und:

$$\beta_n^{(s)} = \frac{1}{9}\left\{\frac{\sin^{2n}(5^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(5^\circ)]^{\frac{s}{2}}}+\frac{\sin^{2n}(15^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(15^\circ)]^{\frac{s}{2}}}+\ldots+\frac{\sin^{2n}(85^\circ)}{[1-\alpha^2\sin^2(85^\circ)]^{\frac{s}{2}}}\right\}, \tag{77}$$

die für das bestimmte α des betreffenden kleinen Planeten numerisch auszurechnen sind.

Dabei ist noch zu bemerken, dass für $n = 0$ die Formel (76) nicht brauchbar ist, weil das erste Glied derselben in diesem Fall unbestimmt wird. Das zu berechnende Integral wird in diesem Falle:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1-\alpha^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Wendet man auf dasselbe die Formel der mechanischen Quadratur an, so ergibt sich, da die zu integrierende Function für $\varphi = 0$ den Wert 1 annimmt:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1-\alpha^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{9}\left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{[1-\alpha^2 \sin^2 (5^\circ)]^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{[1-\alpha^2 \sin^2 (15^\circ)]^{\frac{3}{2}}} + \ldots\right\}.$$

Man kann also auch sagen, dass in der Formel (76), wenn $n = 0$ ist, das erste Glied gleich $\frac{1}{2}$ zu setzen ist.

Indem ich nun nach Gyldén für Hilda der Rechnung den folgenden α-Wert zugrunde legte:

$$\log \alpha = 9.8810475,$$

erhielt ich zunächst (indem $\log \vartheta_{n+1} = 0.1981684$ angenommen wurde) die folgenden Werte:

n	$\log \lambda_n$	$\log f_n$	$\log \vartheta_n$
0	9.5008010	9.4109108	0.2422677
1	9.6708929	9.3834809	0.2140832
2	9.7220503	9.3747129	0.2066580
3	9.7438396	9.3711532	0.2035157
4	9.7566741	9.3693024	0.2018689
5	9.7640431	9.3683358	0.2008910
6	9.7696470	9.3676928	0.2002599
7	9.7738029	9.3672635	0.1998278
8	9.7770080	9.3669629	0.1995185
9	9.7795552	9.3667441	0.1992893
10	9.7816282	9.3665799	0.1991134
11	9.7833482	9.3664537	0.1989767
12	9.7847983	9.3663545	0.1988676
13	9.7860374	9.3662749	0.1987791
14	9.7871083	9.3662103	0.1987063
15	9.7880433	9.3661571	0.1986455
16	9.7888666	9.3661128	0.1985938
17	9.7895671	9.3660755	0.1985490
18	9.7902467	9.3660438	0.1985090
19	9.7908362	9.3660167	0.1984716
20	9.7913662	9.3659932	0.1984341
21	9.7918474	9.3659727	0.1983929
22	9.7922863	9.3659550	0.1983424
23	9.7926883	9.3659392	0.1982728
24	9.7930577		

(78)

Dabei sind diese, wie überhaupt alle folgenden Rechnungen zweimal unabhängig durchgeführt.

Um die Grenze der Verwertbarkeit der hypergeometrischen Reihen in einem so extremen Falle, wie Hilda, zu prüfen (nur für Thule ist ja α noch größer als für die Planeten des Hildatypus), wo die Reihe (72), da $\beta^2 > 1$ ist, divergiert, wurden die folgenden Werte gerechnet. Zunächst nach (71) die $\beta_0^{(s)}$, wobei die Reihe für $\beta_0^{(1)}$ und $\beta_0^{(3)}$ bei α^{50}, die Reihe für $\beta_0^{(5)}$ und $\beta_0^{(7)}$ bei α^{62}, die Reihe für $\beta_0^{(9)}$ erst bei α^{70} abgebrochen werden konnte; die Reihe (72) konnte für $\beta_{12}^{(1)}$ bei β^{26}, für $\beta_{12}^{(3)}$ aber bei β^{56} abgebrochen werden. Die numerische Divergenz hingegen trat ein bei $\beta_{12}^{(5)}$, wo die Reihe bis zum Gliede in α^{56} immer abnahm, um, wie man sich überzeugt, an dieser Stelle umzukehren und wieder zu wachsen, so dass die Ermittelung von $\beta_{12}^{(5)}$, $\beta_{12}^{(7)}$, $\beta_{12}^{(9)}$ überhaupt nur mittelst mechanischer Quadratur möglich war. Ich fand:

I. Aus den hypergeometrischen Reihen:

$$\left.\begin{aligned}
\log \beta_0^{(1)} &= 0.0886963\\
\log \beta_0^{(3)} &= 0.2961145\\
\log \beta_0^{(5)} &= 0.5409142\\
\log \beta_0^{(7)} &= 0.8167040\\
\log \beta_0^{(9)} &= 1.1159814\\
\log \beta_{12}^{(1)} &= 9.3842637\\
\log \beta_{12}^{(3)} &= 9.7393370.
\end{aligned}\right\} \quad (79)$$

II. Durch mechanische Quadratur:

$$\left.\begin{aligned}
\log \beta_0^{(1)} &= 0.0886963\\
\log \beta_0^{(3)} &= 0.2961147\\
\log \beta_0^{(5)} &= 0.5409150\\
\log \beta_0^{(7)} &= 0.8167048\\
\log \beta_0^{(9)} &= 1.1159842\\
\log \beta_{12}^{(1)} &= 9.3842636\\
\log \beta_{12}^{(3)} &= 9.7393375\\
\log \beta_{12}^{(5)} &= 0.0958159\\
\log \beta_{12}^{(7)} &= 0.453538\\
\log \beta_{12}^{(9)} &= 0.812366.
\end{aligned}\right\} \quad (80)$$

Was die etwas stärkere Abweichung des durch die Reihe und des durch mechanische Quadratur erhaltenen Wertes von $\beta_0^{(9)}$ betrifft, so ist festzuhalten, dass die aus der Reihe (71) gerechneten β-Werte insofern weniger zuverlässig sind, wie die durch mechanische Quadratur erhaltenen, als man nicht weiß, wie groß der vernachlässigte Rest der Reihe ist. Denn die letzten vernachlässigten Glieder können zwar für sich klein, ihre Summe aber kann groß sein, während bei der Reihe (72), die einen regelmäßigen Zeichenwechsel hat, der Fehler stets kleiner ist, als das erste vernachlässigte Glied.

Weiter fand ich für Hilda:

$$\left.\begin{aligned}
&\log \beta_0^{(1)} = 0.0886963 \quad &&\log \beta_5^{(1)} = 9.557348 \quad &&\log \beta_9^{(1)} = 9.442347\\
&\log \beta_1^{(1)} = 9.831766 &&\log \beta_6^{(1)} = 9.522282 &&\log \beta_{10}^{(1)} = 9.421191\\
&\log \beta_2^{(1)} = 9.722742 &&\log \beta_7^{(1)} = 9.492189 &&\log \beta_{11}^{(1)} = 9.401933\\
&\log \beta_3^{(1)} = 9.652050 &&\log \beta_8^{(1)} = 9.465820 &&\log \beta_{12}^{(1)} = 9.384258\\
&\log \beta_4^{(1)} = 9.599405
\end{aligned}\right\} \quad (81)$$

$$
\left.\begin{array}{lll}
\log \beta_0^{(3)} = 0.296114 & \log \beta_5^{(3)} = 9.893754 & \log \beta_9^{(3)} = 9.792290 \\
\log \beta_1^{(5)} = 0.113492 & \log \beta_6^{(3)} = 9.863338 & \log \beta_{10}^{(3)} = 9.773124 \\
\log \beta_2^{(3)} = 0.030165 & \log \beta_7^{(3)} = 9.836859 & \log \beta_{11}^{(3)} = 9.755556 \\
\log \beta_3^{(3)} = 9.973341 & \log \beta_8^{(3)} = 9.813386 & \log \beta_{12}^{(3)} = 9.739338 \\
\log \beta_4^{(3)} = 9.929573 & & \\
 & & \\
\log \beta_0^{(5)} = 0.540904 & \log \beta_5^{(5)} = 0.234618 & \log \beta_9^{(5)} = 0.144349 \\
\log \beta_1^{(5)} = 0.413157 & \log \beta_6^{(5)} = 0.207979 & \log \beta_{10}^{(5)} = 0.126882 \\
\log \beta_2^{(5)} = 0.348662 & \log \beta_7^{(5)} = 0.184482 & \log \beta_{11}^{(5)} = 0.110772 \\
\log \beta_3^{(5)} = 0.302328 & \log \beta_8^{(5)} = 0.163433 & \log \beta_{12}^{(5)} = 0.095816 \\
\log \beta_4^{(5)} = 0.265469 & & \\
 & & \\
\log \beta_0^{(7)} = 0.816703 & \log \beta_5^{(7)} = 0.579191 & \log \beta_9^{(7)} = 0.498233 \\
\log \beta_1^{(7)} = 0.726790 & \log \beta_6^{(7)} = 0.555638 & \log \beta_{10}^{(7)} = 0.482222 \\
\log \beta_2^{(7)} = 0.675914 & \log \beta_7^{(7)} = 0.534618 & \log \beta_{11}^{(7)} = 0.467389 \\
\log \beta_3^{(7)} = 0.637518 & \log \beta_8^{(7)} = 0.515607 & \log \beta_{12}^{(7)} = 0.453538 \\
\log \beta_4^{(7)} = 0.606060 & & \\
 & & \\
\log \beta_0^{(9)} = 1.115981 & \log \beta_5^{(9)} = 0.926865 & \log \beta_9^{(9)} = 0.853727 \\
\log \beta_1^{(9)} = 1.051098 & \log \beta_6^{(9)} = 0.905856 & \log \beta_{10}^{(9)} = 0.838991 \\
\log \beta_2^{(9)} = 1.010066 & \log \beta_7^{(9)} = 0.886910 & \log \beta_{11}^{(9)} = 0.825246 \\
\log \beta_3^{(9)} = 0.977715 & \log \beta_8^{(9)} = 0.869629 & \log \beta_{12}^{(9)} = 0.812366. \\
\log \beta_4^{(9)} = 0.950516 & &
\end{array}\right\} \quad (81)
$$

Der Vergleich der so durch die Formeln (69) und (70) erhaltenen Endwerte der β mit den **direct** gerechneten, durch die Formeln (80) gegebenen Werten zeigt die Richtigkeit der sämmtlichen in (81) enthaltenen β-Werte. Die Abweichung des direct berechneten Wertes von $\beta_{12}^{(5)}$ mit dem recursiv erhaltenen Werte von $\beta_{12}^{(5)}$, die nur die sechste Stelle entstellt und für das Folgende belanglos ist, konnte nicht beseitigt werden, da die directe Berechnung der Quadratur für $\beta_{12}^{(5)}$ sowohl, wie das Recursivverfahren für die 12 Werte $\beta_n^{(5)}$, dreimal unabhängig durchgeführt, stets zu denselben Resultaten führte und belanglose Abweichungen in den höheren Decimalen, als durch das Recursivverfahren bedingt, nicht ausgeschlossen erscheinen. Dabei wurden $\beta_n^{(1)}$, $\beta_n^{(3)}$ und $\beta_n^{(5)}$ 7-stellig gerechnet und dann 6-stellig gekürzt.

Mittelst der so erhaltenen Werte der β fand ich für **Hilda** folgende γ-Werte:

$$
\left.\begin{array}{lll}
\log \gamma_0^{1.0} = 9.9697438 & \log \gamma_0^{1.5} = 8.843633 & \log \gamma_0^{1.9} = 8.252822 \\
\log \bar{\gamma}_0^{1.1} = 9.014555\ ^{[1]} & \log \gamma_0^{1.6} = 8.689615 & \log \gamma_0^{1.10} = 8.112714 \\
\log \gamma_0^{1.2} = 9.365884 & \log \gamma_0^{1.7} = 8.540569 & \log \gamma_0^{1.11} = 7.974503 \\
\log \gamma_0^{1.3} = 9.176240 & \log \gamma_0^{1.8} = 8.395248 & \log \gamma_0^{1.12} = 7.837875 \\
\log \gamma_0^{1.4} = 9.004643 & &
\end{array}\right\} \quad (82)
$$

---

[1] Dabei ist entsprechend den früheren allgemeinen Entwickelungen bei Berechnung dieses Wertes die **Subtraction** von $\frac{1}{2}\alpha^2$ **bereits ausgeführt.** Und ebenso ist dieselbe bei allen denjenigen der folgenden niederen und höheren η, γ und ϑ berücksichtigt, in deren analytischem Ausdruck $\bar{\gamma}_0^{1.1} = \gamma_0^{1.1} - \frac{\alpha^2}{2}$ auftritt, die dementsprechend in den Formeln (83) bis 89) durch $\bar{\gamma}_0^{1.1}$, $\bar{\gamma}_0^{2.1}$ etc. bezeichnet sind.

$$\left.\begin{array}{lll}
\log \gamma_1^{1.0} = 9.455604 & \log \gamma_1^{1.4} = 8.760056 & \log \gamma_1^{1.8} = 8.182783 \\
\log \gamma_1^{1.1} = 9.253325 & \log \gamma_1^{1.5} = 8.610688 & \log \gamma_1^{1.9} = 8.044664 \\
\log \gamma_1^{1.2} = 9.077548 & \log \gamma_1^{1.6} = 8.465256 & \log \gamma_1^{1.10} = 7.908143 \\
\log \gamma_1^{1.3} = 8.914828 & \log \gamma_1^{1.7} = 8.322831 & \log \gamma_1^{1.11} = 7.772973 \\
 & & \\
\log \gamma_2^{1.0} = 9.327931 & \log \gamma_2^{1.4} = 8.711438 & \log \gamma_2^{1.8} = 8.154531 \\
\log \gamma_2^{1.1} = 9.162644 & \log \gamma_2^{1.5} = 8.568989 & \log \gamma_2^{1.9} = 8.019467 \\
\log \gamma_2^{1.2} = 9.006833 & \log \gamma_2^{1.6} = 8.428987 & \log \gamma_2^{1.10} = 7.885560 \\
\log \gamma_2^{1.3} = 8.857029 & \log \gamma_2^{1.7} = 8.290950 & \\
 & & \\
\log \gamma_3^{1.0} = 9.299701 & \log \gamma_3^{1.4} = 8.720991 & \log \gamma_3^{1.7} = 8.311737 \\
\log \gamma_3^{1.1} = 9.149290 & \log \gamma_3^{1.5} = 8.583027 & \log \gamma_3^{1.8} = 8.177952 \\
\log \gamma_3^{1.2} = 9.003469 & \log \gamma_3^{1.6} = 8.446701 & \log \gamma_3^{1.9} = 8.045148 \\
\log \gamma_3^{1.3} = 8.860965 & & \\
 & & \\
\log \gamma_4^{1.0} = 9.136802 & \log \gamma_4^{1.3} = 8.896338 & \log \gamma_4^{1.6} = 8.491562 \\
\log \gamma_4^{1.1} = 9.174198 & \log \gamma_4^{1.4} = 8.760105 & \log \gamma_4^{1.7} = 8.358864 \\
\log \gamma_4^{1.2} = 9.034237 & \log \gamma_4^{1.5} = 8.625250 & \log \gamma_4^{1.8} = 8.227032.
\end{array}\right\} \quad (82)$$

Hieraus ergeben sich folgende Werte für die niederen η:

$$\left.\begin{array}{lll}
\log \eta_0^{1.0} = 9.756634 & \log \eta_1^{1.0} = 0.152935 & \log \eta_2^{1.0} = 0.311214 \\
\log \bar{\eta}_0^{1.1} = 9.664451 & \log \eta_1^{1.1} = 0.048943 & \log \eta_2^{1.1} = 0.196804 \\
\log \eta_0^{1.2} = 9.847277 & \log \eta_1^{1.2} = 9.946718 & \log \eta_2^{1.2} = 0.084335 \\
\log \eta_0^{1.3} = 9.788548 & \log \eta_1^{1.3} = 9.844326 & \log \eta_2^{1.3} = 9.972793 \\
\log \eta_0^{1.4} = 9.715504 & \log \eta_1^{1.4} = 9.741256 & \log \eta_2^{1.4} = 9.861686 \\
\log \eta_0^{1.5} = 9.633900 & \log \eta_1^{1.5} = 9.637377 & \log \eta_2^{1.5} = 9.750750 \\
\log \eta_0^{1.6} = 9.546530 & \log \eta_1^{1.6} = 9.532682 & \log \eta_2^{1.6} = 9.639834.
\end{array}\right\} \quad (83)$$

Und damit die folgende erste Serie von höheren γ-Werten:

$$\left.\begin{array}{lll}
\log \gamma_0^{3.0} = 0.453967 & \log \gamma_1^{3.0} = 0.913276 & \log \gamma_2^{3.0} = 1.233837 \\
\log \bar{\gamma}_0^{3.1} = 0.148583 & \log \bar{\gamma}_1^{3.1} = 0.719725 & \log \bar{\gamma}_2^{3.1} = 1.068303 \\
\log \gamma_0^{3.2} = 0.351659 & \log \gamma_1^{3.2} = 0.753584 & \log \gamma_2^{3.2} = 1.050839 \\
\log \gamma_0^{3.3} = 0.276616 & \log \gamma_1^{3.3} = 0.664690 & \log \gamma_2^{3.3} = 0.954644 \\
\log \gamma_0^{3.4} = 0.193871 & \log \gamma_1^{3.4} = 0.571980 & \log \gamma_2^{3.4} = 0.856201 \\
\log \gamma_0^{3.5} = 0.105784 & \log \gamma_1^{3.5} = 0.476340 & \log \gamma_2^{3.5} = 0.755928 \\
\log \gamma_0^{3.6} = 0.013757 & \log \gamma_1^{3.6} = 0.378374 & \log \gamma_2^{3.6} = 0.654131.
\end{array}\right\} \quad (84)$$

Aus diesen erhält man als höhere η:

$$\left.\begin{array}{ll}
\log \eta_0^{3.0} = 1.214306 & \log \eta_1^{3.0} = 1.928970 \\
\log \bar{\eta}_0^{3.1} = 1.075454 & \log \bar{\eta}_1^{3.1} = 1.796206 \\
\log \eta_0^{3.2} = 1.199607 & \log \eta_1^{3.2} = 1.830252 \\
\log \eta_0^{3.3} = 1.173566 & \log \eta_1^{3.3} = 1.771851
\end{array}\right\} \quad (85)$$

und daraus die folgende zweite Serie von höheren γ:

$$
\begin{array}{ll}
\log \gamma_0^{5.0} = 1.275759 & \log \gamma_1^{5.0} = 2.059568 \\
\log \bar{\gamma}_0^{5.1} = 1.107339 & \log \bar{\gamma}_1^{5.1} = 1.913325 \\
\log \gamma_0^{5.2} = 1.244347 & \log \gamma_1^{5.2} = 1.971568 \\
\log \gamma_0^{5.3} = 1.210096 & \log \gamma_1^{5.3} = 1.917085.
\end{array}
\tag{86}
$$

Aus den Systemen der niederen γ aber erhielt ich für Hilda die folgenden Werte der niederen ϑ-Transcendenten:

$$
\begin{array}{lll}
\log \vartheta_0^{1.0} = 9.969744 & \log \vartheta_1^{1.0} = 9.455604 & \log \vartheta_2^{1.0} = 9.327931 \\
\log \bar{\vartheta}_0^{1.1} = 9.014555 & \log \bar{\vartheta}_1^{1.1} = 9.363422 & \log \bar{\vartheta}_2^{1.1} = 9.346545 \\
\log \vartheta_0^{1.2} = 9.365884 & \log \vartheta_1^{1.2} = 9.546247 & \log \vartheta_2^{1.2} = 9.344658 \\
\log \vartheta_0^{1.3} = 9176240 & \log \vartheta_1^{1.3} = 9.487519 & \log \vartheta_2^{1.3} = 9.400548 \\
\log \vartheta_0^{1.4} = 9004643 & \log \vartheta_1^{1.4} = 9.414474 & \log \vartheta_2^{1.4} = 9.427541 \\
\log \vartheta_0^{1.5} = 8843633 & \log \vartheta_1^{1.5} = 9.332870 & \log \vartheta_2^{1.5} = 9.431174 \\
\log \vartheta_0^{1.6} = 8.689615 & \log \vartheta_1^{1.6} = 9.245506 & \log \vartheta_2^{1.6} = 9.417023 \\
\log \vartheta_0^{1.7} = 8.540569 & \log \vartheta_1^{1.7} = 9.153958 & \log \vartheta_2^{1.7} = 9.389239 \\
\log \vartheta_0^{1.8} = 8.395248 & \log \vartheta^{1.8} = 9.059241 & \log \vartheta_2^{1.8} = 9.350789 \\
\log \vartheta_0^{1.9} = 8.252822 & \log \vartheta_1^{1.9} = 8.962026 & \log \vartheta_2^{1.9} = 9.303812 \\
\log \vartheta_0^{1.10} = 8.112714 & \log \vartheta_1^{1.10} = 8.862786 & \log \vartheta^{1.10} = 9.249893 \\
\log \vartheta_0^{1.11} = 7.974503 & \log \vartheta_1^{1.11} = 8.761874 & \\
\log \vartheta_0^{1.12} = 7.837875 & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\log \vartheta_3^{1.0} = 9.299701 & \log \vartheta_4^{1.0} = 9.316802 \\
\log \bar{\vartheta}_3^{1.1} = 9.296226 & \log \bar{\vartheta}_4^{1.1} = 9.319816 \\
\log \vartheta_3^{1.2} = 9.306185 & \log \vartheta_4^{1.2} = 9.320157 \\
\log \vartheta_3^{1.3} = 9.305295 & \log \vartheta_4^{1.3} = 9.328449 \\
\log \vartheta_3^{1.4} = 9.328510 & \log \vartheta_4^{1.4} = 9.330850 \\
\log \vartheta_3^{1.5} = 9.360326 & \log \vartheta_4^{1.5} = 9.337325 \\
\log \vartheta_3^{1.6} = 9.389232 & \log \vartheta_4^{1.6} = 9.351555 \\
\log \vartheta_3^{1.7} = 9.409673 & \log \vartheta_4^{1.7} = 9.372146 \\
\log \vartheta_3^{1.8} = 9.419854 & \log \vartheta_4^{1.8} = 9.395401. \\
\log \vartheta_3^{1.9} = 9.419789 &
\end{array}
\tag{87}
$$

Und aus den höheren γ ergeben sich als Werteserien für die höheren ϑ:

$$
\begin{array}{lll}
\log \vartheta_0^{3.0} = 0.453967 & \log \vartheta_1^{3.0} = 0.913276 & \log \vartheta_2^{3.0} = 1.233837 \\
\log \bar{\vartheta}_0^{3.1} = 0.148583 & \log \vartheta_1^{3.1} = 0.774423 & \log \vartheta_2^{3.1} = 0.558312 \\
\log \vartheta_0^{3.2} = 0.351659 & \log \vartheta_1^{3.2} = 0.898577 & \log \vartheta_2^{3.2} = 1.228192 \\
\log \vartheta_0^{3.3} = 0.276616 & \log \vartheta_1^{3.3} = 0.872536 & \log \vartheta_2^{3.3} = 1.221364 \\
\log \vartheta_0^{3.4} = 0.193871 & \log \vartheta_1^{3.4} = 0.836178 & \log \vartheta_2^{3.4} = 1.209745 \\
\log \vartheta_0^{3.5} = 0.105784 & \log \vartheta_1^{3.5} = 0.791278 & \log \vartheta_2^{3.5} = 1.192551 \\
\log \vartheta_0^{3.6} = 0.013757 & \log \vartheta_1^{3.6} = 0.739288 & \log \vartheta_2^{3.6} = 1.169547
\end{array}
\tag{88}
$$

$$\left.\begin{array}{ll} \log \vartheta_0^{5.0} = 1.275759 & \log \vartheta_1^{5.0} = 2.059568 \\ \log \vartheta_0^{5.1} = 1.107339 & \log \bar{\vartheta}_1^{5.1} = 1.946009 \\ \log \vartheta_0^{5.2} = 1.244347 & \log \vartheta_1^{5.2} = 2.046167 \\ \log \vartheta_0^{5.3} = 1.210096 & \log \vartheta_1^{5.3} = 2.029191. \end{array}\right\} \quad (89)$$

Damit ist die Störungsfunction für Hilda in den Grundlagen entwickelt. Die Berechnung der A und B beginnt im V. Capitel, wo die Grenzen der Lücke im System der kleinen Planeten, die bei Hilda auftritt, in erster Näherung bestimmt werden.

Drittes Capitel.

Die Bestimmung der elementären und der charakteristischen Glieder für den Hildatypus.

Unsere eigentliche Aufgabe ist es nun, die allgemeinen Gyldén'schen Bewegungsgleichungen, die am Schluss des ersten Capitels angegeben sind, für den Hildatypus wirklich aufzustellen und dann durch Integration derselben die Größen S, ρ, T zu bestimmen. Diese Integration wird im folgenden zunächst für den 0. und 1. Grad durchgeführt. Im später erscheinenden zweiten Theile dieser Untersuchungen, wo die Integration für den 2. und, soweit das erforderlich, für den 3. Grad durchgeführt werden wird, ist dann schließlich mittelst der so erhaltenen definitiven Werte von S, ρ, T der Radius vector als Function von v zu berechnen; ebenso ist die Beziehung zwischen der Zeit und dem Orte des Planeten in seiner Bahn, d. h. die Relation zwischen t und v für die Planeten vom Hildatypus wirklich herzustellen und die Bestimmung der Breitenstörungen auszuführen.

Um die erste dieser Aufgaben zu lösen, die allgemeine Form der Gyldén'schen Differentialgleichungen der planetarischen Bewegung für den Hildatypus wirklich herzustellen, müssen wir zunächst nach Gyldén's Princip in den unendlichen Reihen, die wir für P und Q gewonnen haben, die langperiodischen und die kurzperiodischen »elementären« und ebenso die langperiodischen und die kurzperiodischen »charakteristischen« Glieder für die Planeten des Hildatypus ermitteln, da diese Glieder den wesentlichsten Theil der Functionen P und Q repräsentieren. Ihre Bestimmung wird den Inhalt dieses Capitels bilden. Erst nachdem P und Q präcisiert sind, können wir die rechten Seiten der Differentialgleichungen aus ihnen bilden und dieselben hierauf integrieren.

Nach dem Principe Gyldén's berücksichtigt man also die Glieder von vorneherein nach ihrer Wichtigkeit und nicht successive einfach nach der Potenz der Masse, in die sie multipliciert sind, wie in der alten Theorie. Gyldén's eigentlicher Grundgedanke ist, in P und Q einen solchen Theil mitzunehmen, dass der vernachlässigte Rest der Reihe unter einer gewissen Grenze bleibt, derart, dass die durch die Lösung der Differentialgleichungen charakterisierte Bewegung niemals von der wirklichen, in der Natur stattfindenden Bewegung sich über gewisse Grenzen entfernt, sondern sich von derselben höchstens um Werte unterscheidet, die hinsichtlich ihrer Größenordnung mit der störenden Masse vergleichbar, also kleine Größen sind.

Wir wollen nun die langperiodischen und die kurzperiodischen Glieder für den Typus $\frac{2}{3}$ aufsuchen. Denn diese Glieder sind für die verschiedenen Planetentypen durchaus verschieden. Für den Typus $\frac{1}{3}$ z.B. umfasst inclusive bis zu Gliedern zweiten Grades P bezüglich 29, Q nur 17 solcher wesentlichen Glieder. Gerade für die Typen niedrigzahliger Commensurabilitäten, zu denen z. B. auch der Hecubatypus $\left(\frac{1}{2}\right)$ gehört, hingegen ist ihre Zahl sehr groß und ihre Bestimmung mühsam. Wenn wir bis zum zweiten Grade inclusive gehen, was zunächst in dieser ersten Abtheilung geschieht, so zeigt sich, dass Q für den Typus $\frac{2}{3}$ bezüglich 171 und P bezüglich 216 kurzperiodische und langperiodische Glieder umfasst. Dabei sind aber außerdem in Q gleich von vorneherein noch gewisse gewöhnliche Glieder, 35 an Zahl, von den auf Seite 67 [375] angegebenen Argumenten zu berücksichtigen, da dieselben theils in der Differentialgleichung für R bei Bildung des Productes $Q\frac{d\rho}{dv}$ zu charakteristischen Gliedern führen, theils zu Gliedern, die in T groß werden. So dass also Q bezüglich 206 von vorneherein mitzunehmende Glieder enthält, und im ganzen beim Hilda-Typus, wenn man nur inclusive bis zu Gliedern zweiten Grades geht, 422 Gieder der Störungsfunctionsentwickelung als wesentlich von vorneherein berücksichtigt werden müssen. Außerdem müssen dann bei der numerischen Rechnung später noch eine Anzahl gewöhnlicher Störungsglieder mitberücksichtigt werden. Dass die Gyldén'sche Theorie in den besonders schwierigen Fällen des Systems der kleinen Planeten so verwickelte Resultate ergibt, wird man ihr nicht zum Vorwurfe machen, da die alten Methoden in diesen Fällen überhaupt ganz versagen.

Allgemein können wir zunächst die Differentialgleichungen in S und ρ wie folgt schreiben, da die Functionen P und Q in trigonometrischen Reihen angesetzt sind und damit die periodische Form der Lösung bedingt ist:[1]

$$\frac{dS}{dv} = \sum_0^\infty{}_n\, a_n \sin(\lambda_n v - B_n) \tag{1}$$

also:

$$S = a_0 - \sum_0^\infty{}_n \frac{a_n}{\lambda_n} \cos(\lambda_n v - B_n) \tag{1a}$$

Ferner:

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = \sum_0^\infty{}_n\, b_n \cos(\lambda_n v - B_n) \tag{2}$$

also:

$$\rho = \varkappa \cos(v - \Gamma) + \sum_0^\infty{}_n \frac{b_n}{1-\lambda_n^2} \cos(\lambda_n v - B_n), \tag{2a}$$

wie man sofort durch zweimalige Differentiation und Einsetzen ersieht:

$$\frac{d\rho}{dv} = -\varkappa \sin(v - \Gamma) - \sum_0^\infty{}_n \frac{\lambda_n b_n}{1-\lambda_n^2} \sin(\lambda_n v - B_n)$$

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} = -\varkappa \cos(v - \Gamma) - \sum_0^\infty{}_n \frac{\lambda_n^2 b_n}{1-\lambda_n^2} \cos(\lambda_n v - B_n).$$

[1] Dass die strengen Differentialgleichungen des ersten Capitels durch die obigen Formen ersetzbar sind, wird im vierten Capitel begründet werden.

In der That folgt die ursprüngliche Differentialgleichung (2), wenn man letzteren Wert zu dem durch (2a) gegebenen ρ-Wert addiert, der also die Differentialgleichung erfüllt. Im vierten Capitel werden wir jedoch auf diese Integration der Gleichung für ρ, von einem anderen Gesichtspunkt ausgehend, ausführlicher zurückkommen.

Auf Grund der Gleichungen (1) und (2) wird aber auch die Gleichung in T, deren rechte Seite sich aus S und R [indem ja $\rho = (\rho) + R$ ist] zusammensetzt, periodische Form annehmen:

$$\frac{dT}{dv} = \sum_0^\infty {}_n c_n \cos(\lambda_n v - B), \tag{3}$$

so dass:

$$T = c_0 + \sum_0^\infty {}_n \frac{c_n}{\lambda_n} \sin(\lambda_n v - B_n) \tag{3a}$$

ist. Diese Gleichung ist also derjenigen für S analog.

Zu betrachten haben wir demnach nur die beiden Gleichungen (1) und (2). Auch wenn nun die Coefficienten a_n und b_n in der Differentialgleichung klein sind, so werden sie offenbar im Integral doch große Werte annehmen, wenn in den Integrationsdivisoren λ_n und $1-\lambda_n^2$ bezüglich λ_n nahe gleich 0 oder gleich 1 wird, da dann $\frac{a_n}{\lambda_n}$ und $\frac{b_n}{1-\lambda_n^2}$ im Integrale groß sind, auch wenn a_n und b_n in der Differentialgleichung klein waren.

Wird aber der Integrationsdivisor λ_n in (1a) nahe gleich Null, so wird auch λ_n unter dem Cosinus sehr klein. Der Cosinus nimmt nun denselben Wert an, wenn sich $\lambda_n v$ um 2π ändert. Dies geschieht, wenn v sich ändert um $\frac{360}{\lambda_n}$, und dies ist somit die Periode des Gliedes. Wird λ_n nahe gleich 0, so wird diese also sehr lang. Im gleichen Maße wie λ_n abnimmt, wächst die Periode des Gliedes, und deshalb nennt man diese Glieder »langperiodische«. Beispielsweise wird, wenn $\lambda = \frac{1}{500}$ wäre, da $a \equiv m'$, also circa $\frac{1}{1000}$ ist, das entsprechende Störungsglied im Integral gleich $\frac{1}{2}$, also sehr groß, obwohl es ursprünglich in der Differentialgleichung sehr klein war.

Wird ferner der Integrationsdivisor λ_n in (2a) nahe gleich 1, also auch λ_n unter dem Cosinus nahe 1, so wird die Periode:

$$\frac{360}{\lambda_n}$$

des betreffenden Gliedes also nahe 360°. Diese Glieder, deren Periode also nahe gleich der Umlaufszeit ist, nennt man »kurzperiodische« Glieder.

Es werden also in der Differentialgleichung für S die langperiodischen Glieder durch den Integrationsprocess vergrößert, die kurzperiodischen hingegen nicht; während bei der Differentialgleichung für ρ umgekehrt die kurzperiodischen Glieder im Integral groß werden, die langperiodischen aber nicht.

Ganz allgemein wird nun im folgenden der langperiodische Theil einer periodischen Function durch Beifügung des Index l, der kurzperiodische Theil durch Beifügung von k, und der Inbegriff der gewöhnlichen Glieder, welche die Function enthält, durch Beifügung des Index g an die Function bezeichnet werden, so dass:

$$\left.\begin{aligned} S &= S_l + S_k + S_g \\ \rho &= (\rho) + R \\ R &= R_l + R_k + R_g \\ T &= \gamma v + T_l + K, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

wo

$$K = T_k + T_g$$

ist. Dabei wird sich zeigen, dass die durch (ρ) repräsentierten »elementären Glieder der Form B« kurzperiodisch sind, und ebenso wird das Auftreten des secularen Gliedes γv in T später evident werden.

Die mittlere Bewegung von Jupiter steht nun also zu derjenigen von Hilda sehr nahe im Verhältnis 2 : 3, oder es verhält sich die Umlaufszeit von Jupiter zu derjenigen von Hilda wie 3 : 2; denn da

$$n = \frac{k\sqrt{1+m}}{a^{\frac{3}{2}}}$$

und nach dem 3. Kepler'schen Gesetz:

$$a^3 : a'^3 = T^2 : T'^2.$$

so verhalten sich die Umlaufszeiten umgekehrt wie die mittleren Bewegungen. In der That beträgt die Umlaufszeit von Jupiter circa zwölf, diejenige von Hilda circa acht Jahre. Demnach setzen wir für das Folgende:

$$\frac{n'}{n_2} = \mu_2 = \frac{2-\delta_2}{3},$$

wo δ_2 sehr klein, also:

$$1-\mu_2 = \frac{1+\delta_2}{3}$$

ist, und erinnern uns, dass die allgemeine Form des Argumentes w, das in der Entwickelung der Derivierten der Störungsfunction P und Q auftrat:

$$nw = n(1-\mu_2)v - nB - n\mu T_l \text{ [1]}$$

war.

Um zunächst die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder in der unendlichen Reihe P [cf. Gleichung (43), Cap. II] zu bestimmen, wollen wir diejenigen Werte von n aufsuchen, für welche der Factor von v in den Argumenten w der einzelnen Glieder bezüglich 0 oder 1 wird. Es wird offenbar $n(1-\mu_2) = 0$ im 1. Gliede für $n = 0$; das gibt des langperiodische Glied $B_{0.0.0}$, indem wir eine Constante als ein Glied von ∞ langer Periode betrachten. Für $n = 3$ wird $n(1-\mu_2)$ nahe $= 1$, und es folgt das kurzperiodische Glied $B_{3.0.0}\cos 3w$. Im 2. und 4. Gliede wird der Factor von v gleich $n(1-\mu_2)+1$, also gleich 1 für $n = 0$; daher ergeben sich zwei kurzperiodische Glieder $B_{0.1.0}^{(+1)}\eta \cos \mathrm{v}$ und $B_{0.0.1}^{(+1)}\eta' \cos \mathrm{v}_1$. Im 3. und 5. Gliede wird der Factor von v gleich $n(1-\mu_2)-1$; also gleich -1 für $n = 0$, mithin folgen zwei kurzperiodische Glieder $B_{0.1.0}^{(-1)}\eta \cos \mathrm{v}$ und $B_{0.0.1}^{(-1)}\eta' \cos \mathrm{v}_1$; ferner nahe gleich 0 für $n = 3$, daher hat man zwei langperiodische Glieder $B_{3.1.0}^{(-1)}\eta \cos (3w-\mathrm{v})$ und $B_{3.0.1}^{(-1)}\eta' \cos (3w-\mathrm{v}_1)$; schließlich nahe gleich $+1$ für $n = 6$, also folgen zwei kurzperiodische Glieder $B_{6.1.0}^{(-1)}\eta \cos (6w-\mathrm{v})$ und $B_{6.0.1}^{(-1)}\eta' \cos (6w-\mathrm{v}_1)$.

Damit sind die Glieder der I. Ordnung hinsichtlich des 0. und 1. Grades erschöpft. Um auch noch die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder 2. Grades der I. Ordnung zu bestimmen, so ergibt offenbar das sechste und dreizehnte Glied für $n=0$ die langperiodischen Glieder $B_{0.2.0}\eta^2$ und $B_{0.0.2}\eta'^2$; für $n = 3$ hingegen die kurzperiodischen Glieder $B_{3.2.0}\eta^2 \cos 3w$ und $B_{3.0.2}\eta'^2 \cos 3w$. Im zehnten und elften Gliede wird der Factor von v bezüglich gleich 0 und nahe gleich 1 für $n = 0$ und $n = 3$; im ersten Falle folgen die beiden langperiodischen Glieder $B_{0.1.1}^{(+1)}\eta\eta' \cos (\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$ und $B_{0.1.1}^{(-1)}\eta\eta' \cos (\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$; im zweiten die kurzperiodischen Glieder $B_{3.1.1}^{(+1)}\eta\eta' \cos (3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$ und $B_{3.1.1}^{(-1)}\eta\eta' \cos (3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1)$. Das siebente und vierzehnte Glied hingegen ergeben offenbar weder langperiodische noch kurzperiodische Glieder. Hingegen wird der Factor von v im achten und fünfzehnten Gliede $n(1-\mu_2)-2$ nahe $= -1$ für $n = 3$, ferner nahe gleich 0 für $n = 6$ und schließlich nahe gleich $+1$ für $n = 9$; man erhält also im

---

[1] Hingegen ist: $nw = n(1-\mu_1)v - nB - n\mu V$, wo aber $V = \gamma_0 v + Tl$ ist, wie in Capitel IV, Abtheilung II, A, 4 gezeigt.

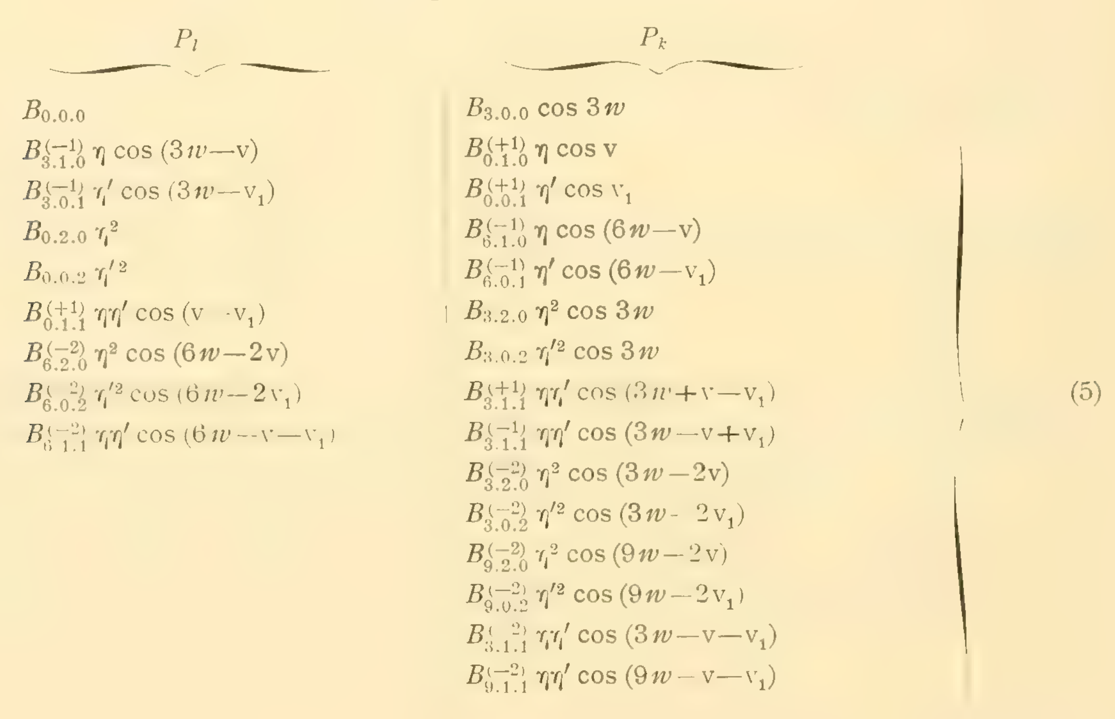
ersten Falle die kurzperiodischen Glieder $B^{(-2)}_{3.2.0}\eta^2 \cos(3w-2\mathrm{v})$ und $B^{(-2)}_{3.0.2}\eta'^2 \cos(3w-2\mathrm{v}_1)$; im zweiten die langperiodischen Glieder $B^{(-2)}_{6.2.0}\eta^2 \cos(6w-2\mathrm{v})$ und $B^{(-2)}_{6.0.2}\eta'^2 \cos(6w-2\mathrm{v}_1)$; schließlich im dritten die kurzperiodischen Glieder $B^{(-2)}_{9.2.0}\eta^2 \cos(9w-2\mathrm{v})$ und $B^{(-2)}_{9.0.2}\eta'^2 \cos(9w-2\mathrm{v}_1)$. Das neunte Glied, in dem der Factor von v gleich $n(1-\mu_2)+2$ ist, indes liefert wieder keine langperiodischen oder kurzperiodischen Glieder. Hingegen ergibt schließlich das zwölfte Glied, in dem der Factor von v gleich $n(1-\mu_2)-2$ ist, offenbar für $n = 3, 6, 9$ bezüglich das kurzperiodische Glied $B^{(-2)}_{3.1.1}\eta\eta' \cos(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$, das langperiodische $B^{(-2)}_{6.1.1}\eta\eta' \cos(6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$ und das kurzperiodische Glied $B^{(-2)}_{9.1.1}\eta\eta' \cos(9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$.

Von diesen 27 Gliedern werden indes die drei folgenden Null:

$$B^{(-1)}_{0.1.0}\eta \cos \mathrm{v}, \qquad B^{(-1)}_{0.0.1}\eta' \cos \mathrm{v}_1, \qquad B^{(-1)}_{0.1.1}\eta\eta' \cos(\mathrm{v}-\mathrm{v}_1),$$

da für jedes α, d. h. für alle kleinen Planeten deren Coefficienten verschwinden. Im Sinne der eingeführten Bezeichnung umfassen also P_l und P_k folgende:

Glieder I. Ordnung in P 0., 1., 2. Grades:



P_l	P_k
$B_{0.0.0}$	$B_{3.0.0}\cos 3w$
$B^{(-1)}_{3.1.0}\eta\cos(3w-\mathrm{v})$	$B^{(+1)}_{0.1.0}\eta\cos\mathrm{v}$
$B^{(-1)}_{3.0.1}\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)$	$B^{(+1)}_{0.0.1}\eta'\cos\mathrm{v}_1$
$B_{0.2.0}\eta^2$	$B^{(-1)}_{6.1.0}\eta\cos(6w-\mathrm{v})$
$B_{0.0.2}\eta'^2$	$B^{(-1)}_{6.0.1}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1)$
$B^{(+1)}_{0.1.1}\eta\eta'\cos(\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$	$B_{3.2.0}\eta^2\cos 3w$
$B^{(-2)}_{6.2.0}\eta^2\cos(6w-2\mathrm{v})$	$B_{3.0.2}\eta'^2\cos 3w$
$B^{(-2)}_{6.0.2}\eta'^2\cos(6w-2\mathrm{v}_1)$	$B^{(+1)}_{3.1.1}\eta\eta'\cos(3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$
$B^{(-2)}_{6.1.1}\eta\eta'\cos(6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$	$B^{(-1)}_{3.1.1}\eta\eta'\cos(3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1)$
	$B^{(-2)}_{3.2.0}\eta^2\cos(3w-2\mathrm{v})$
	$B^{(-2)}_{3.0.2}\eta'^2\cos(3w-2\mathrm{v}_1)$
	$B^{(-2)}_{9.2.0}\eta^2\cos(9w-2\mathrm{v})$
	$B^{(-2)}_{9.0.2}\eta'^2\cos(9w-2\mathrm{v}_1)$
	$B^{(-2)}_{3.1.1}\eta\eta'\cos(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$
	$B^{(-2)}_{9.1.1}\eta\eta'\cos(9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)$

(5)

Die Glieder II. Ordnung vernachlässigt man in der Gyldén'schen Störungstheorie nicht in erster Näherung, wie in der alten Theorie, sondern nimmt sie gleich von vorneherein mit. Von diesen Gliedern wollen wir beim Hildatypus zunächst aber nur die Glieder 0. und 1. Grades aufsuchen, da die Glieder II. Ordnung 2. Grades meist sehr klein sind; die spätere numerische Rechnung entscheidet dann darüber, ob noch einige Glieder II. Ordnung 2. Grades mitzunehmen sind.

Um die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder zweiter Ordnung in P zu bestimmen, fassen wir erstens den langperiodischen Theil von $R = R_l + R_k$ ins Auge, suchen also die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder in:

$$\begin{aligned} P_{R_l} = R_l \{ \Sigma B^{1.0}_{n.0.0} \cos nw &+ \Sigma B^{+1.1.0}_{n.1.0}\eta \cos(nw+\mathrm{v}) \\ &+ \Sigma B^{-1.1.0}_{n.1.0}\eta \cos(nw-\mathrm{v}) \\ &+ \Sigma B^{+1.1.0}_{n.0.1}\eta' \cos(nw+\mathrm{v}_1) \\ &+ \Sigma B^{-1.1.0}_{n.0.1}\eta' \cos(nw-\mathrm{v}_1) \} \end{aligned} \tag{6}$$

auf.

Da R selbst, wie sich zeigen wird, durch eine trigonometrische Reihe gegeben ist, so treten bei der Multiplication dieser zwei trigonometrischen Reihen in P_{R_l} neue Argumente auf, wenn man mit Hinblick auf die Fundamentalformeln (36) des zweiten Capitels die Producte der trigonometrischen Functionen zerlegt. Dabei setzt sich allgemein die Periode des Productes der langperiodischen oder kurzperiodischen Functionen χ und ξ additiv und subtractiv zusammen aus den Perioden der Functionen selbst. Denn sei:

$$\chi = m \cos (xv + l_1)$$
$$\xi = n \cos (yv + l_2)$$

wo m, n, l_1, l_2 Constante und durch x die Periode von χ, durch y diejenige von ξ gegeben ist, so sind, wenn x und y nahe gleich 0 sind, χ und ξ langperiodische, wenn x und y nahe gleich 1 sind, kurzperiodische Functionen. Und da:

$$\chi \cdot \xi = \frac{1}{2} mn \cos [(x+y)v + l_1 + l_2] + \frac{1}{2} mn \cos [(x-y)v + l_1 - l_2], \tag{7}$$

so bestimmen $x+y$ und $x-y$ in der That die Perioden des Productes. Speciell ergibt das Product zweier langperiodischen Functionen eine langperiodische Function:

$$\chi_l \cdot \xi_l = \psi_l.$$

Ferner gibt:

$$\chi_l \cdot \xi_k = \psi_k; \qquad \chi_k \xi_k = \psi_l + \psi_s; \qquad \chi_l \xi_s = \psi_s; \tag{8}$$

und es kann geben:

$$\chi_k \xi_s = \psi_k + \psi_s; \qquad \chi_s \xi_s = \psi_l + \psi_k + \psi_s.$$

Fassen wir also durch Gleichung (6) zuerst den langperiodischen Theil von R ins Auge, so ist x in (7) gleich 0 zu setzen. Suchen wir dann den Theil des Productes von R_l mit Klammergliedern, für welchen $x+y$, respective $x-y$ entweder 0 oder 1 wird, so tritt dies, bei $x = 0$, ein für $y = 0$ und $y = 1$.

Der Factor von v aber wird im ersten Gliede von (6) gleich 0 für $n = 0$ und nahe gleich 1 für $n = 3$, wodurch das langperiodische Glied $B^{1.0}_{0.0.0}$ und das kurzperiodische $B^{1.0}_{3.0.0} \cos 3w$ entsteht. Für das zweite und vierte Glied wird $n(1-\mu_2)+1$ gleich 1 für $n = 0$, man erhält also die kurzperiodischen Glieder $B^{+1.1.0}_{0.1.0} \eta \cos v$ und $B^{+1.1.0}_{0.0.1} \eta' \cos v_1$. Während im dritten und fünften Gliede $n(1-\mu_2)-1$ gleich -1 für $n = 0$, nahe gleich 0 für $n = 3$, und schließlich nahe gleich $+1$ für $n = 6$ wird. So folgen die kurzperiodischen Glieder $B^{-1.1.0}_{0.1.0} \eta \cos v$ und $B^{-1.1.0}_{0.0.1} \eta' \cos v_1$; ferner die langperiodischen $B^{-1.1.0}_{3.1.0} \eta \cos (3w - v)$ und $B^{-1.1.0}_{3.0.1} \eta' \cos (3w - v_1)$; schließlich die kurzperiodischen Glieder $B^{-1.1.0}_{6.1.0} \eta \cos (6w - v)$ und $B^{-1.1.0}_{6.0.1} \eta' \cos (6w - v_1)$. Von diesen Gliedern fallen indes zwei fort, da allgemein:

$$B^{-1.1.0}_{0.1.0} = 0, \qquad B^{-1.1.0}_{0.0.1} = 0$$

ist. Einen Theil der zu berücksichtigenden Glieder zweiter Ordnung erhält man also, indem man R multipliciert mit folgenden Klammergliedern:

$(P_{R_l})_l$	$(P_{R_l})_k$	
$B^{1.0}_{0.0.0}$	$B^{1.0}_{3.0.0} \cos 3w$	
$B^{-1.1.0}_{3.1.0} \eta \cos (3w - v)$	$B^{+1.1.0}_{0.1.0} \eta \cos v$	(9)
$B^{-1.1.0}_{3.0.1} \eta' \cos (3w - v_1)$	$B^{+1.1.0}_{0.0.1} \eta' \cos v_1$	
	$B^{-1.1.0}_{6.1.0} \eta \cos (6w - v)$	
	$B^{-1.1.0}_{6.0.1} \eta' \cos (6w - v_1)$.	

Zweitens haben wir nun noch den kurzperiodischen Theil von R ins Auge zu fassen und dabei die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder, die aus:

$$P_{R_k} = R_k \{ \Sigma B^{1.0}_{n.0.0} \cos nw + \Sigma B^{+1.1.0}_{n.1.0} \eta \cos(nw+\mathrm{v}) + \ldots \} \tag{10}$$

hervorgehen, zu bestimmen. Dazu ist in unserem Schema (7) $x = 1$ zu setzen. Für $x = 1$ aber wird $x+y$, respective $x-y$ gleich 0 oder 1, für die Werte $y = 0$, $y = 1$, $y = 2$. Man erhält demnach in diesem Falle zunächst wieder genau die gleichen langperiodischen und kurzperiodischen Glieder wie zuvor, also die in (9) gegebenen Glieder. Außerdem aber erhält man noch folgende gewöhnliche Glieder, für die der Factor von v gleich 2 wird, die später bei Multiplication mit der trigonometrischen Reihe R_k nach den Fundamentalgleichungen (36) Cap. II auch wieder zu langperiodischen und kurzperiodischen Gliedern Anlass geben. Es wird aber in (10) im ersten Gliede der Factor von v nahe gleich 2 für $x = 6$, also entsteht das gewöhnliche Glied $B^{1.0}_{6.0.0} \cos 6w$. Im zweiten und vierten Gliede wird der Factor von v: $n(1-\mu_2)+1$ nahe $= 2$ für $n = 3$, woraus die gewöhnlichen Glieder $B^{+1.1.0}_{3.1.0}\eta \cos(3w+\mathrm{v})$ und $B^{+1.1.0}_{3.0.1}\eta' \cos(3w+\mathrm{v}_1)$ folgen. Während im dritten und fünften Gliede $n(1-\mu_2)-1$ nahe $= 2$ wird, für $n = 9$, mithin die gewöhnlichen Glieder $B^{-1.1.0}_{9.1.0}\eta \cos(9w-\mathrm{v})$ und $B^{-1.1.0}_{9.0.1}\eta' \cos(9w-\mathrm{v}_1)$ folgen.

Einen weiteren Theil der Glieder zweiter Ordnung erhält man also durch Multiplication von R_k mit folgenden Klammergliedern:

$(P_{R_k})_l$	$(P_{R_k})_k$	
$B^{1.0}_{0.0.0}$	$B^{1.0}_{3.0.0} \cos 3w$	
$B^{-1.1.0}_{3.1.0}\eta \cos(3w-\mathrm{v})$	$B^{+1.1.0}_{0.1.0}\eta \cos \mathrm{v}$	
$B^{-1.1.0}_{3.0.1}\eta' \cos(3w-\mathrm{v}_1)$	$B^{+1.1.0}_{0.0.1}\eta' \cos \mathrm{v}_1$	
	$B^{-1.1.0}_{6.1.0}\eta \cos(6w-\mathrm{v})$	
	$B^{-1.1.0}_{6.0.1}\eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1)$	(11)
	$B^{1.0}_{6.0.0} \cos 6w$	
	$B^{+1.1.0}_{3.1.0}\eta \cos(3w+\mathrm{v})$	
	$B^{+1.1.0}_{3.0.1}\eta' \cos(3w+\mathrm{v}_1)$	
	$B^{-1.1.0}_{9.1.0}\eta \cos(9w-\mathrm{v})$	
	$B^{-1.1.0}_{9.0.1}\eta' \cos(9w-\mathrm{v}_1)$.	

Damit sind die zu berücksichtigenden Glieder zweiter Ordnung indes noch nicht erschöpft. Vielmehr ergeben sich in P noch langperiodische und kurzperiodische Glieder II. Ordnung aus dem Ausdruck:

$$\left. \begin{aligned} P_K = \mu K_k \{ \Sigma n B_{n.0.0} \sin nw + \Sigma n\, B^{(+1)}_{n.1.0}\eta \sin(nw+\mathrm{v}) + \Sigma n\, B^{(-1)}_{n.1.0}\eta \sin(nw-\mathrm{v}) \\ \Sigma n\, B^{(+1)}_{n.0.1}\eta' \sin(nw+\mathrm{v}_1) + \Sigma n\, B^{(-1)}_{n.0.1}\eta' \sin(nw-\mathrm{v}_1) \}, \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

der allein ins Auge zu fassen, da nach dem Früheren $K_l = 0$ ist. Offenbar folgen für dieselben n Werte, wie zuvor, in der Klammer langperiodische und kurzperiodische Glieder, mit Ausnahme von $n=0$, da n in 12 als Factor auftritt. Mitzunehmende Glieder zweiter Ordnung erhält man also schließlich noch durch Multiplication der trigonometrischen Reihe K_k mit den folgenden Gliedern:

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{3\mu B_{3.0.0} \sin 3w} \\ 6\mu B^{(-1)}_{6.1.0}\eta \sin(6w-\mathrm{v}); & 6\mu B^{(-1)}_{6.0.1}\eta' \sin(6w-\mathrm{v}_1) \\ \multicolumn{2}{c}{6\mu B_{6.0.0} \sin 6w} \\ 3\mu B^{(-1)}_{3.1.0}\eta \sin(3w-\mathrm{v}) & 3\mu B^{(-1)}_{3.0.1}\eta' \sin(3w-\mathrm{v}_1) \\ 3\mu B^{(+1)}_{3.1.0}\eta \sin(3w+\mathrm{v}); & 3\mu B^{(+1)}_{3.0.1}\eta' \sin(3w+\mathrm{v}_1) \\ 9\mu B^{(-1)}_{9.1.0}\eta \sin(9w-\mathrm{v}); & 9\mu B^{(-1)}_{9.0.1}\eta' \sin(9w-\mathrm{v}_1). \end{array} \tag{13}$$

Die Glieder dritter Ordnung in den Ausdrücken für P und Q kommen wohl bei den meisten kleinen Planeten nicht mehr in Betracht. Der Versuch für den Hildatypus zeigt jedoch die Nothwendigkeit, zur Bestimmung der Grenzen der Lücke denselben in diesem Ausnahmefalle Rechnung zu tragen. Ich berücksichtige dieselben in P und Q nur hinsichtlich des 0. Grades und erhalte aus den Gliedern:

$$\Sigma B_{n.0.0}^{2.0} R_0^2 \cos nw; \qquad \Sigma n\mu B_{n.0.0}^{1.0} R_0 K_0 \sin nw; \qquad -\frac{1}{2}\Sigma n^2 \mu^2 B_{n.0.0} K_0^2 \cos nw$$

für $n = 3$ und $n = 9$ die folgenden Glieder dritter Ordnung in P für die Planeten des Hildatypus:

$$\left.\begin{aligned} & B_{3.0.0}^{2.0} R_0^2 \cos 3w + B_{9.0.0}^{2.0} R_0^2 \cos 9w \\ & +3\mu B_{3.0.0}^{1.0} R_0 K_0 \sin 3w + 9\mu B_{9.0.0}^{1.0} R_0 K_0 \sin 9w \\ & -\frac{9}{2}\mu^2 B_{3.0.0} K_0^2 \cos 3w - \frac{81}{2}\mu^2 B_{9.0.0} K_0^2 \cos 9w, \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

welche bei Einsetzen der Werte von R_0 und K_0 zu langperiodischen und kurzperiodischen Gliedern Veranlassung geben. Dabei ergibt das Glied $\Sigma B_{n.0.0}^{2.0} R_0^2 \cos nw$ für $n = 0$ ein constantes Glied: $\frac{1}{2} B_{0.0.0}^{2.0} \beta_1^2$, das zwar schon sehr klein, aber doch noch in p_0 auf S. 79 [387] Berücksichtigung gefunden hat.

Stellen wir die gewonnenen Resultate zusammen, so sind im partiellen Differentialquotienten P der Störungsfunction für den Typus $\frac{2}{3}$ folgende Glieder zu berücksichtigen:

$$\begin{aligned} P = {} & B_{0.0.0} + B_{3.0.0}\cos 3w + B_{0.1.0}^{(+1)}\eta\cos v + B_{3.1.0}^{(-1)}\eta\cos(3w-v) + B_{6.1.0}^{(-1)}\eta\cos(6w-v) \\ & + B_{0.0.1}^{(+1)}\eta'\cos v_1 + B_{3.0.1}^{(-1)}\eta'\cos(3w-v_1) + B_{6.0.1}^{(-1)}\eta'\cos(6w-v_1) \\ & + B_{0.2.0}\eta^2 + B_{0.0.2}\eta'^2 + B_{0.1.1}^{(+1)}\eta\eta'\cos(v-v_1) \\ & + B_{3.2.0}\eta^2\cos 3w + B_{3.2.0}^{(-2)}\eta^2\cos(3w-2v) + B_{6.2.0}^{(-2)}\eta^2\cos(6w-2v) + B_{9.2.0}^{(-2)}\eta^2\cos(9w-2v) \\ & + B_{3.1.1}^{(+1)}\eta\eta'\cos(3w+v-v_1) + B_{3.1.1}^{(-2)}\eta\eta'\cos(3w-v-v_1) + B_{6.1.1}^{(-2)}\eta\eta'\cos(6w-v-v_1) + B_{9.1.1}^{(-2)}\eta\eta'\cos(9w-v-v_1) \\ & + B_{3.1.1}^{(-1)}\eta\eta'\cos(3w-v+v_1) + B_{3.0.2}^{(-2)}\eta'^2\cos(3w-2v_1) + B_{6.0.2}^{(-2)}\eta'^2\cos(6w-2v_1) + B_{9.0.2}^{(-2)}\eta'^2\cos(9w-2v_1) \\ & + B_{3.0.2}\eta'^2\cos 3w. \end{aligned}$$

Glieder I. Ordnung.

$$\begin{aligned} & + \{B_{6.0.0}^{1.0}\cos 6w + B_{3.1.0}^{+1.1.0}\eta\cos(3w+v) + B_{9.1.0}^{-1.1.0}\eta\cos(9w-v) \\ & \qquad + B_{3.0.1}^{+1.1.0}\eta'\cos(3w+v_1) + B_{9.0.1}^{-1.1.0}\eta'\cos(9w-v_1)\}\,.\,R_k \\ & + \{B_{0.0.0}^{1.0} + B_{3.0.0}^{1.0}\cos 3w + B_{0.1.0}^{+1.1.0}\eta\cos v + B_{3.1.0}^{-1.1.0}\eta\cos(3w-v) + B_{6.1.0}^{-1.1.0}\eta\cos(6w-v) \\ & \qquad + B_{0.0.1}^{+1.1.0}\eta'\cos v_1 + B_{3.0.1}^{-1.1.0}\eta'\cos(3w-v_1) + B_{6.0.1}^{-1.1.0}\eta'\cos(6w-v_1)\}\,(R_l+R_k) \\ & + \{3B_{3.0.0}\sin 3w + 6B_{6.0.0}\sin 6w + 3B_{3.1.0}^{(+1)}\eta\sin(3w+v) + 3B_{3.0.1}^{(+1)}\eta'\sin(3w+v_1) \\ & \qquad + 3B_{3.1.0}^{(-1)}\eta\sin(3w-v) + 6B_{6.1.0}^{(-1)}\eta\sin(6w-v) + 9B_{9.1.0}^{(-1)}\eta\sin(9w-v) \\ & \qquad + 3B_{3.0.1}^{(-1)}\eta'\sin(3w-v_1) + 6B_{6.0.1}^{(-1)}\eta'\sin(6w-v_1) + 9B_{9.0.1}^{(-1)}\eta'\sin(9w-v_1)\}\,.\,\mu(K_k+K_l)^{1} \end{aligned}$$

Glieder II. Ordnung.

$$\begin{aligned} & + \{B_{3.0.0}^{2.0}\cos 3w + B_{9.0.0}^{2.0}\cos 9w\}\,.\,R_0^2 \\ & + \{3B_{3.0.0}^{1.0}\sin 3w + 9B_{9.0.0}^{1.0}\sin 9w\}\,.\,\mu R_0 K_0 \\ & - \left\{\frac{9}{2}B_{3.0.0}\cos 3w + \frac{81}{2}B_{9.0.0}\cos 9w\right\}.\,\mu^2 K_0^2 \end{aligned}$$

Glieder III. Ordnung. (15)

[1] Cf. Bemerkung auf Seite 76 [384].

Für die partielle Derivierte Q folgt ein ähnlicher Ausdruck, nur fallen hier noch einige Glieder fort, nämlich:

$$A_{0.0.0} = A_{0.1.0}^{(+1)} = A_{0.1.0}^{(-1)} = A_{0.0.1}^{(-1)} = A_{0.1.1}^{(-1)} = A_{0.2.0} = 0$$

$$A_{0.0.2} = A_{0.0.0}^{1.0} = A_{0.1.0}^{+1.1.0} = A_{0.1.0}^{-1.1.0} = A_{0.0.1}^{-1.1.0} = 0.$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}
Q = {} & A_{3.0.0} \sin 3w + A_{3.1.0}^{(-1)} \eta \sin (3w - v) + A_{6.1.0}^{(-1)} \eta \sin (6w - v) \\
& + A_{0.0.1}^{(+1)} \eta' \sin v_1 + A_{3.0.1}^{(-1)} \eta' \sin (3w - v_1) + A_{6.0.1}^{(-1)} \eta' \sin (6w - v_1) \\
& + A_{0.1.1}^{(+1)} \eta\eta' \sin (v - v_1) \\
& + A_{3.2.0} \eta^2 \sin 3w + A_{3.2.0}^{(-2)} \eta^2 \sin (3w - 2v) + A_{6.2.0}^{(-2)} \eta^2 \sin (6w - 2v) + A_{9.2.0}^{(-2)} \eta^2 \sin (9w - 2v) \\
& + A_{3.1.1}^{(+1)} \eta\eta' \sin (3w + v - v_1) + A_{3.1.1}^{(-2)} \eta\eta' \sin (3w - v - v_1) + A_{6.1.1}^{(-2)} \eta\eta' \sin (6w - v - v_1) + A_{9.1.1}^{(-2)} \eta\eta' \sin (9w - v - v_1) \\
& + A_{3.1.1}^{(-1)} \eta\eta' \sin (3w - v + v_1) + A_{3.0.2}^{(-2)} \eta'^2 \sin (3w - 2v_1) + A_{6.0.2}^{(-2)} \eta'^2 \sin (6w - 2v_1) + A_{9.0.2}^{(-2)} \eta'^2 \sin (9w - 2v_1) \\
& + A_{3.0.2} \eta'^2 \sin 3w
\end{aligned}$$

Glieder I. Ordnung.

$$\begin{aligned}
& + \{ A_{6.0.0}^{1.0} \sin 6w + A_{3.1.0}^{+1.1.0} \eta \sin (3w + v) + A_{9.1.0}^{-1.1.0} \eta \sin (9w - v) \\
& \qquad + A_{3.0.1}^{+1.1.0} \eta' \sin (3w + v_1) + A_{9.0.1}^{-1.1.0} \eta' \sin (9w - v_1) \} . R_k \\
& + \{ A_{3.0.0}^{1.0} \sin 3w + {} + A_{3.1.0}^{-1.1.0} \eta \sin (3w - v) + A_{6.1.0}^{-1.1.0} \eta \sin (6w - v) \\
& \qquad + A_{0.0.1}^{+1.1.0} \eta' \sin v_1 + A_{3.0.1}^{-1.1.0} \eta' \sin (3w - v_1) + A_{6.0.1}^{-1.1.0} \eta' \sin (6w - v_1) \} . (R_l + R_k) \\
& - \{ 3A_{3.0.0} \cos 3w + 6A_{6.0.0} \cos 6w + 3A_{3.1.0}^{(+1)} \eta \cos (3w + v) + 3A_{3.0.1}^{(+1)} \eta' \cos (3w + v_1) \\
& \qquad + 3A_{3.1.0}^{(-1)} \eta \cos (3w - v) + 6A_{6.1.0}^{(-1)} \eta \cos (6w - v) + 9A_{9.1.0}^{(-1)} \eta \cos (9w - v) \\
& \qquad + 3A_{3.0.1}^{(-1)} \eta' \cos (3w - v_1) + 6A_{6.0.1}^{(-1)} \eta' \cos (6w - v_1) + 9A_{9.0.1}^{(-1)} \eta' \cos (9w - v_1) \} . \mu (K_k + K_g)^1
\end{aligned}$$

Glieder II. Ordnung.

$$\begin{aligned}
& + \{ A_{3.0.0}^{2.0} \sin 3w + A_{9.0.0}^{2.0} \sin 9w \} . R_0^2 \\
& - \{ 3A_{3.0.0}^{1.0} \cos 3w + 9A_{9.0.0}^{1.0} \cos 9w \} . \mu R_0 K_0 \\
& - \left\{ \frac{9}{2} A_{3.0.0} \sin 3w + \frac{81}{2} A_{9.0.0} \sin 9w \right\} . \mu^2 K_0^2 .
\end{aligned}$$

Glieder III. Ordnung.

$$\begin{aligned}
& + \{ A_{6.0.0} \cos 6w + A_{3.1.0}^{(+1)} \eta \cos (3w + v) + A_{9.1.0}^{(-1)} \eta \cos (9w - v) \\
& \qquad + A_{3.0.1}^{(+1)} \eta' \cos (3w + v_1) + A_{9.0.1}^{(-1)} \eta' \cos (9w - v_1) \}
\end{aligned} \qquad (16)$$

gewöhnliche Glieder I. Ordnung.

Ehe man nun aber diese Werte von P und Q in die Differentialgleichungen einsetzen kann, müssen die Functionen R_l, R_k und K_k bestimmt werden. Bei der dann auszuführenden Multiplication von Producten trigonometrischer Reihen hat man mit Hinblick auf das Gyldén'sche Princip bei Zerlegung der Producte in Summen und Differenzen mittelst der Gleichungen (36), Cap. II, immer nur die Glieder, welche lang-

[1] Cf Bemerkung auf Seite 76 [384].

periodische und kurzperiodische Argumente aufweisen, beizubehalten, alle anderen aber zu verwerfen. Eine Ausnahme machen nur die gewöhnlichen Glieder der Argumente:

$$6w,\quad 3w+\mathrm{v},\quad 3w+\mathrm{v}_1,\quad 9w-\mathrm{v},\quad 9w-\mathrm{v}_1$$

für den Hildatypus, die in T groß werden, die auch bezüglich der zweiten Ordnung gleich mit zu berücksichtigen sind, so wie sie im Ausdruck (16) bezüglich der ersten Ordnung bereits explicite (5 an Zahl) angegeben sind; während eben die Glieder zweiter Ordnung dieser Argumente noch implicite in den Producten von R und K mit den Klammergliedern enthalten sind; und zwar sind es 11 Glieder der obigen Argumente, welche sich aus (16) durch Ausführung der Multiplication ergeben. Schließlich ergeben sich gewöhnliche Glieder der obigen Argumente, und zwar 19 an Zahl, wie man unschwer findet, noch aus den folgenden, und zwar bloß den folgenden Producten:

$$\left\{\begin{array}{l}\beta_2\eta_1\cos(3w-\mathrm{v})\\ +\beta_3\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.A^{1.0}_{6.0.0}\sin 6w;$$

$$\{A^{+1.1.0}_{6.1.0}\eta_1\sin(6w+\mathrm{v})+A^{+1.1.0}_{6.0.1}\eta_1'\sin(6w+\mathrm{v}_1)\}.\beta_1\cos 3w;$$

$$-6\mu\left\{\begin{array}{l}A^{(+1)}_{6.1.0}\eta_1\cos(6w+\mathrm{v})\\ +A^{(+1)}_{6.0.1}\eta_1'\cos(6w+\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.\gamma_1\sin 3w;$$

$$\left\{\begin{array}{l}\beta_4\eta_1\cos(6w-\mathrm{v})\\ +\beta_5\eta_1'\cos(6w-\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.A^{1.0}_{9.0.0}\sin 9w;\qquad 9\mu\left\{\begin{array}{l}\gamma_4\eta_1\sin(6w-\mathrm{v})\\ +\gamma_5\eta_1'\sin(6w-\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.A_{9.0.0}\cos 9w.$$

$$\left\{\begin{array}{l}-9\mu A_{9.0.0}\cos 9w.\gamma_1\sin 3w\\ +A^{1.0}_{9.0.0}\sin 9w.\beta_1\cos 3w\\ -12\mu A_{12.0.0}\cos 12w.\gamma_6\eta_1\sin(3w+\mathrm{v})\end{array}\right\};$$

$$\left\{\begin{array}{l}A^{-1.1.0}_{12.1.0}\eta_1\sin(12w-\mathrm{v})\\ +A^{-1.1.0}_{12.0.1}\eta_1'\sin(12w-\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.\beta_1\cos 3w;$$

$$-12\mu.\left\{\begin{array}{l}A^{(-1)}_{12.1.0}\eta_1\cos(12w-\mathrm{v})\\ +A^{(-1)}_{12.0.1}\eta_1'\cos(12w-\mathrm{v}_1)\end{array}\right\}.\gamma_1\sin 3w.$$

Und es ist noch zu bemerken, dass die Glieder der genannten Argumente $6w$, $3w+\mathrm{v}$, $3w+\mathrm{v}_1$, $9w-\mathrm{v}$, $9w-\mathrm{v}_1$ nur in Q und nicht in P mitgenommen sind, weil auf der rechten Seite der Differentialgleichung für ρ das Glied $Q\frac{d\rho}{d\mathrm{v}}$ auftritt, während ein ähnliches Glied in P, also $P\frac{d\rho}{d\mathrm{v}}$ oder $P\rho$ nicht auftritt.

Als definitives Resultat erhält man dann schließlich, wenn man zunächst bis zu Gliedern 2. Grades inclusive geht, Ausdrücke der Form:

$$P = P_0+P_1+P_2$$

$$Q = Q_0+Q_1+Q_2$$

und dementsprechend auch:

$$S = S_0+S_1+S_2$$

$$R = R_0+R_1+R_2$$

$$T = T_0+T_1+T_2.$$

wobei z. B. P_0 die Glieder 0. Grades (I., II. und III. Ordnung), P_1 die Glieder 1. Grades (I. und II. Ordnung) in η und η' und schließlich P_2 die Glieder 2. Grades (I. Ordnung) in $\eta^2, \eta\eta', \eta'^2$ enthält. Infolgedessen erscheinen dann also auch die rechten Seiten der Differentialgleichungen geordnet nach Gliedern 0., 1., 2. Grades, so dass die Integration successive gradweise auszuführen ist.

Um die Werte der Functionen S_l, S_k, R_l, R_k und K_k für den Typus $\frac{2}{3}$ zu bestimmen, wollen wir übersichtlich, wie folgt, verfahren. Im Hinblick darauf, dass:

$$\mu_2 = \frac{2-\delta_2}{3}, \text{ also: } 1-\mu_2 = \frac{1+\delta_2}{3}$$

und:

$$nw = n(1-\mu_2)v - nB - n\mu T_l$$

ist, lassen wir n die natürliche Zahlenreihe durchlaufen und erhalten leicht für Hilda das folgende, offenbar für die verschiedenen Commensurabilitätstypen sich verschieden gestaltende

Schema:

n	nw	$nw+v$ $nw+v_1$	$nw-v$ $nw-v_1$	nw $nw+v-v_1$ $nw-v+v_1$	$nw+2v$ $nw+v+v_1$ $nw+2v_1$	$nw-2v$ $nw-v-v_1$ $nw-2v_1$
0	(0)	(v)	($-v$)	0	$2v$	$-2v$
1	$\frac{1}{3}v$	$\frac{4}{3}v$	$-\frac{2}{3}v$	$\frac{1}{3}v$	$\frac{7}{3}v$	$-\frac{5}{3}v$
2	$\frac{2}{3}v$	$\frac{5}{3}v$	$\frac{1}{3}v$	$\frac{2}{3}v$	$\frac{8}{3}v$	$-\frac{4}{3}v$
3	v	$2v$	0	v	$3v$	($-v$)
4	$\frac{4}{3}v$	$\frac{7}{3}v$	$+\frac{1}{3}v$	$\frac{4}{3}v$	$\frac{10}{3}v$	$-\frac{2}{3}v$
5	$\frac{5}{3}v$	$\frac{8}{3}v$	$+\frac{2}{3}v$	$\frac{5}{3}v$	$\frac{11}{3}v$	$-\frac{1}{3}v$
6	$2v$	$3v$	($+v$)	$2v$	$4v$	0
7	$\frac{7}{3}v$	$\frac{10}{3}v$	$\frac{4}{3}v$	$\frac{7}{3}v$	$\frac{13}{3}v$	$+\frac{1}{3}v$
8	$\frac{8}{3}v$	$\frac{11}{3}v$	$\frac{5}{3}v$	$\frac{8}{3}v$	$\frac{14}{3}v$	$+\frac{2}{3}v$
9	$3v$	$4v$	$2v$	$3v$	$5v$	($+v$)
10	$\frac{10}{3}v$	$\frac{13}{3}v$	$\frac{7}{3}v$	$\frac{10}{3}v$	$\frac{16}{3}v$	$\frac{4}{3}v$
11	$\frac{11}{3}v$	$\frac{14}{3}v$	$\frac{8}{3}v$	$\frac{11}{3}v$	$\frac{17}{3}v$	$\frac{5}{3}v$
12	$4v$	$5v$	$3v$	$4v$	$6v$	$4v$

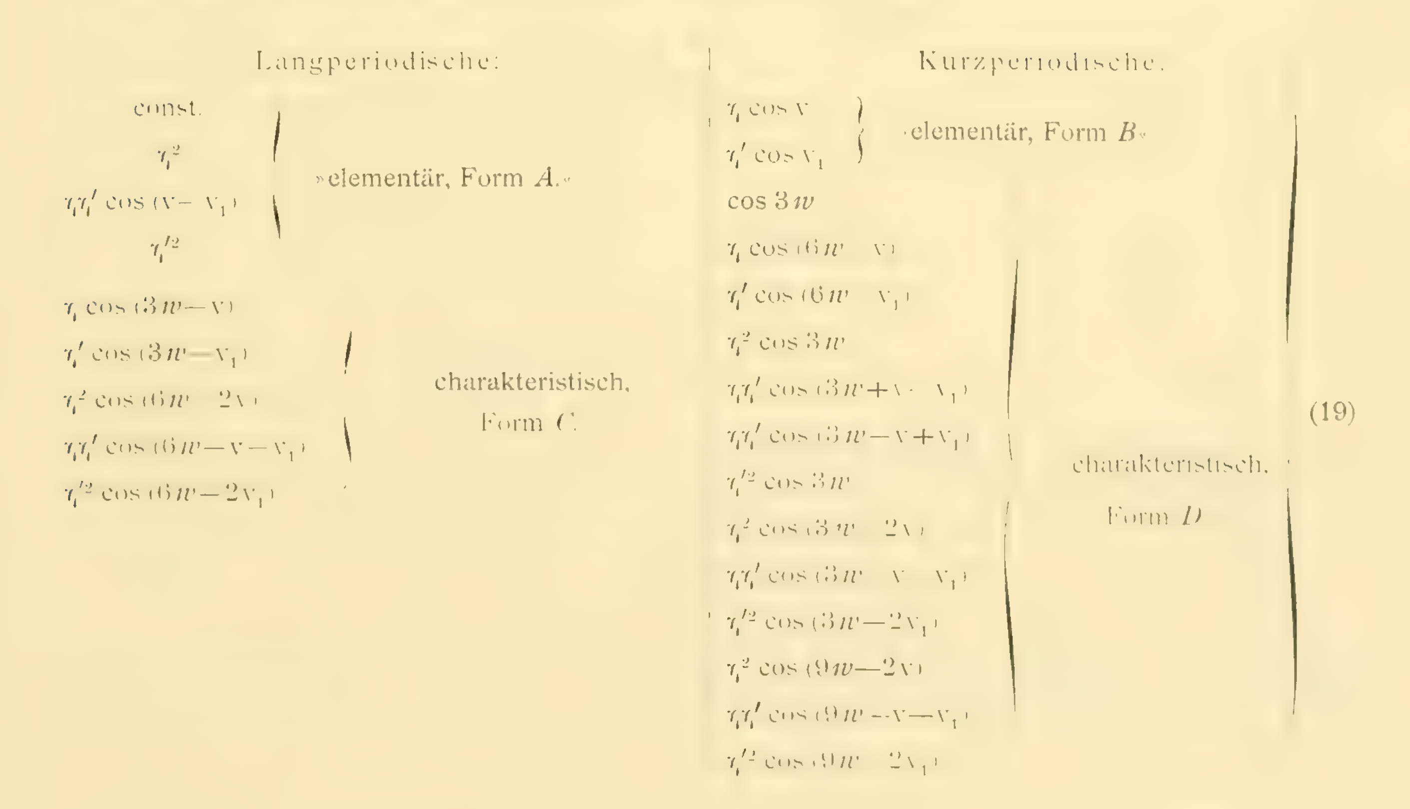
(17)

welches für den Hildatypus über $n = 12$ hinaus keine typischen Argumentformen mehr aufweist. Dasselbe ergibt direct die folgenden langperiodischen und kurzperiodischen Argumente:

n	nw	$nw+\mathrm{v}$ $nw+\mathrm{v}_1$	$nw-\mathrm{v}$ $nw-\mathrm{v}_1$	nw $nw+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$ $nw-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1$	$nw-2\mathrm{v}$ $nw-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$ $nw-2\mathrm{v}_1$
0	const. l	v, v_1 k	v, v_1 k	const., $\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$ l	
1					
2					
3	$3w$ $k.$		$3w-\mathrm{v}$, $3w-\mathrm{v}_1$ $l.$	$3w$, $3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$, $3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1$ k	$3w-2\mathrm{v}$, $3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$, $3w-2\mathrm{v}_1$ k
4					
5					
6			$6w-\mathrm{v}$, $6w-\mathrm{v}_1$ $k.$		$6w-2\mathrm{v}$, $6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$, $6w-2\mathrm{v}_1$ l
7					
8					
9					$9w-2\mathrm{v}$, $9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1$, $9w-2\mathrm{v}_1$ k

(18)

und demnach in S, R, K die folgenden in Betracht kommenden Glieder:



Langperiodische:

$\left.\begin{array}{l} \text{const.} \\ \eta_1^2 \\ \eta_1\eta_1' \cos(\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1'^2 \end{array}\right\}$ »elementär, Form *A*.«

$\left.\begin{array}{l} \eta_1 \cos(3w-\mathrm{v}) \\ \eta_1' \cos(3w-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1^2 \cos(6w-2\mathrm{v}) \\ \eta_1\eta_1' \cos(6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1'^2 \cos(6w-2\mathrm{v}_1) \end{array}\right\}$ charakteristisch, Form *C*.

Kurzperiodische.

$\left.\begin{array}{l} \eta_1 \cos \mathrm{v} \\ \eta_1' \cos \mathrm{v}_1 \end{array}\right\}$ »elementär, Form *B*«

$\left.\begin{array}{l} \cos 3w \\ \eta_1 \cos(6w-\mathrm{v}) \\ \eta_1' \cos(6w-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1^2 \cos 3w \\ \eta_1\eta_1' \cos(3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1\eta_1' \cos(3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1) \\ \eta_1'^2 \cos 3w \\ \eta_1^2 \cos(3w-2\mathrm{v}) \\ \eta_1\eta_1' \cos(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1'^2 \cos(3w-2\mathrm{v}_1) \\ \eta_1^2 \cos(9w-2\mathrm{v}) \\ \eta_1\eta_1' \cos(9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\ \eta_1'^2 \cos(9w-2\mathrm{v}_1) \end{array}\right\}$ charakteristisch, Form *D*.

(19)

Um den Charakter dieser Glieder näher kennen zu lernen, schreiben wir sie in etwas anderer Form. Da:

$$\mu_2 = \frac{2-\delta_2}{3},$$

also:

$$3(1-\mu_2) = 1+\delta_2$$

ist, so wird:

$$3w = (1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l.$$

Setzen wir noch im Augenblick zur Abkürzung:

$$\varsigma v+\pi = \Pi; \qquad \varsigma_1 v+\pi_1 = \Pi_1$$

und bedenken die Werte von v und v_1, so erhält man leicht:

$$\begin{array}{ll} \text{Langperiodische Glieder:} & \text{Kurzperiodische Glieder:} \\ \text{»Form } A\text{«} \left\{ \begin{array}{l} \text{const.} \\ \eta^2 \\ \eta\eta' \cos[\varsigma v+(\pi-\Pi_1)] \\ \eta'^2 \end{array} \right. & \text{»Form } B\text{«} \left\{ \begin{array}{l} \eta \cos[(1-\varsigma)v-\pi] \\ \eta' \cos[(1-\varsigma_1)v-\pi_1] \end{array} \right. \end{array} \qquad (20)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Langperiodische Glieder:} & \text{Kurzperiodische Glieder:} \\ \text{»Form } C\text{«} \left\{ \begin{array}{l} \eta \cos[\delta_2 v-3B-3\mu T_l+\Pi] \\ \eta' \cos[\delta_2 v-3B-3\mu T_l+\Pi_1] \\ \eta^2 \cos[2\delta_2 v-6B-6\mu T_l+2\Pi] \\ \eta\eta' \cos[2\delta_2 v-6B-6\mu T_l+\Pi+\Pi_1] \\ \eta'^2 \cos[2\delta_2 v-6B-6\mu T_l+2\Pi_1] \end{array} \right. & \text{»Form } D\text{«} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l] \\ \eta \cos[(1+2\delta_2)v-6B-6\mu T_l+\Pi] \\ \eta' \cos[(1+2\delta_2)v-6B-6\mu T_l+\Pi_1] \\ \eta^2 \cos[(1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l] \\ \eta\eta' \cos[(1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l-\Pi+\Pi_1] \\ \eta\eta' \cos[(1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l+\Pi-\Pi_1] \\ \eta'^2 \cos[(1+\delta_2)v-3B-3\mu T_l] \\ \eta^2 \cos[(1-\delta_2)v+3B+3\mu T_l-2\Pi] \\ \eta\eta' \cos[(1-\delta_2)v+3B+3\mu T-\Pi-\Pi_1] \\ \eta'^2 \cos[(1-\delta_2)v+3B+3\mu T_l-2\Pi_1] \\ \eta^2 \cos[(1+3\delta_2)v-9B-9\mu T_l+2\Pi] \\ \eta\eta' \cos[(1+3\delta_2)v-9B-9\mu T_l+\Pi+\Pi_1] \\ \eta'^2 \cos[(1+3\delta_2)v-9B-9\mu T_l+2\Pi_1]. \end{array} \right. \end{array} \qquad (20)$$

Unter diesen Gliedern enthalten offenbar die beiden ersten kurzperiodischen δ_2 nicht; dieselben treten demnach für jeden Wert der mittleren Bewegung, d. h. bei allen Planeten auf. Der Factor von v ist in ihnen nahezu gleich 1 (da, wie sich später, cf. S. 120 [428], zeigen wird, allgemein: $\varsigma = m'$), und wenn die störende Masse verschwindet, so verschwinden diese Glieder offenbar nicht, sondern eine Combination von $\varsigma v+\pi$ und $\varsigma_1 v+\pi_1$ bildet die Perihellänge und eine Combination von η und η' die Excentricität der Ellipse, in welche die gestörte Bewegung bei Verschwinden der Störungen übergeht. Aus diesem Grunde nennt Gyldén, im Hinblick auf die Elemente der Ellipse, diese Glieder »elementäre Glieder«.

Die übrigen kurzperiodischen Glieder hingegen, welche δ_2 enthalten, treten in der angegebenen Form offenbar nur für die Planeten des Hildatypus auf, indem ihre Form durch die Annahme über das

Verhältnis der mittleren Bewegungen bedingt ist. Je nachdem μ einen anderen Wert hat, sind diese Glieder für die verschiedenen Planetentypen verschieden, und aus diesem Grunde bezeichnet Gyldén sie als »charakteristische Glieder«.

Unter den langperiodischen Gliedern enthalten wieder die vier ersten δ_2 nicht, sind also für jeden Planeten vorhanden und verschwinden nicht mit der störenden Masse; mithin sind sie »elementär«, während die übrigen Glieder, die δ_2 enthalten, in der angezeigten Form nur beim Hildatypus auftreten und somit »charakteristisch« sind.

In diesem Sinne unterscheidet also Gyldén vier Classen von Gliedern, und zwar nennt er:

I. »Glieder der Form A« alle Glieder vom Argument:

$$\varsigma v - A,$$

also die langperiodisch-elementären Glieder.

II. »Glieder der Form B« alle Glieder vom Argument:

$$(1-\varsigma)v - B,$$

also die kurzperiodisch-elementären Glieder.

III. »Glieder der Form C« alle Glieder vom Argument:

$$\delta v - C,$$

also die langperiodisch-charakteristischen Glieder.

IV. »Glieder der Form D« alle Glieder vom Argument:

$$(1-\delta)v - D,$$

also die kurzperiodisch-charakteristischen Glieder.

Dabei tritt in den Argumenten der Glieder vom Typus C und Typus D die mit der Zeit langsam veränderliche Größe T_l auf, d. h. der langperiodische Theil von T, welches durch die dritte Gyldén'sche Fundamentalgleichung der planetarischen Bewegung definiert war. Dieser Umstand, dass im Argument der trigonometrischen Functionen, aus denen sich die rechten Seiten der Gyldén'schen Differentialgleichungen der Bewegung zusammensetzen, selbst wieder eine variable Größe auftritt, während außerdem η und π variabel sind, compliciert später die Integration. Gyldén begegnet dieser Schwierigkeit durch partielle Integration, und die Variabilität von T_l im Argument der trigonometrischen Functionen führt, wie wir später sehen werden, zu seinen sogenannten »exargumentalen« Gliedern. Bemerken wollen wir noch, dass in den Gliedern (20) bei Hilda zwar auch $2\delta_2$, $3\delta_2$, $\delta+\varsigma$ u. s. f. als Factor von v auftritt. Die Argumente wie $(1+2\delta_2)v+\ldots$, $(1+\delta_2\pm\varsigma)v+\ldots$ etc. sind aber doch alle »von der Form D«, indem der Factor von v von der Einheit nur um eine kleine Größe von der Ordnung δ_2 abweicht und dies der eigentliche Sinn dieser Gyldén'schen Definition ist.

Man sieht auch direct — um dieses Fundamentalprincip der Gyldén'schen Störungstheorie am Falle des Hildatypus völlig zur Evidenz zu bringen —, dass ein Glied der Form A, da bei der Integration der Divisor ς in den Nenner tritt und $\varsigma \propto m'$, $a \propto m'$ ist:

$$\frac{a_n}{\varsigma} \propto m'^0$$

wird, also die störende Masse nicht mehr enthält und mithin, wenn diese verschwindet, in eine Combination der Elemente der Ellipse übergeht. Ganz analog bei den Gliedern der Form B, wo:

$$\frac{b_n}{\varsigma} \propto m'^0$$

ist; so dass diese Glieder elementar sind. Während hingegen bei den Gliedern der Form C und der Form D, wo δ bei der Integration in den Nenner tritt, da δ nicht von der Ordnung der störenden Masse ist, offenbar:

$$\frac{a_n}{\delta} \asymp \frac{m'}{\delta}; \qquad \frac{b_n}{\delta} \asymp \frac{m'}{\delta}$$

ist; so dass diese Glieder, »welche die kleinsten, mit der störenden Masse nicht verschwindenden Integrationsdivisoren enthalten«, mit der störenden Masse immer verschwinden.

Es werden also, mit Hinblick auf das Frühere, durch die Integration der Differentialgleichung für S die Glieder der Form A und C vergrößert, bei Integration der Differentialgleichung für ρ hingegen die Glieder vom Typus B und D. Und deshalb ist:

$$\frac{dS}{dv} \asymp m'; \qquad S_k \asymp m'; \qquad S_l \asymp \frac{m'}{\delta};$$

$$R_k \asymp \frac{m'}{\delta}; \qquad R_l \asymp \frac{m'}{\delta}.$$

Was die Differentialgleichung für T betrifft, so ist ihre rechte Seite offenbar zum Theil von der Ordnung m', zum Theile aber auch von der Ordnung $\frac{m'}{\delta}$. Daher wird offenbar durch die Integration:

$$T_k \asymp \frac{m'}{\delta}; \qquad \text{aber} \quad T_l \asymp \frac{m'}{\delta} \quad \text{oder} \quad \frac{m'}{\delta^2}.$$

Hingegen wird stets:

$$\frac{dT_l}{dv} \asymp \frac{m'}{\delta} \quad \text{und nie} \asymp \frac{m'}{\delta^2}.$$

Die partielle Integration später aber wirkt so, dass die exargumentalen Glieder mit $\frac{dT_l}{dv}$ (nicht mit T_l) multipliciert sind, wobei aus diesen exargumentalen Gliedern dann weiterhin wieder exargumentale Glieder mit $\left(\frac{dT_l}{dv}\right)^2$ als Factor entstehen u. s. f., wo die letzteren aber schon klein sind.

Schließlich ist:

$$K_k = T_k \asymp \frac{m'}{\delta}, \text{ da } K_l = 0.$$

Hingegen ist:

$$S_g \asymp m'; \quad R_g \asymp m'; \quad T_g = K_g \asymp m'$$

Die Größe ρ zerlegt nun Gyldén in einen Theil (ρ), der alle elementären Glieder der Form B umfasst, und in einen zweiten Theil R, der die übrigen Glieder, also die elementären Glieder der Form A und die charakteristischen Glieder der Formen C und D, sowie die noch zu berücksichtigenden gewöhnlichen Glieder umfasst und er setzt also in diesem Sinne:

$$\rho = (\rho) + R.$$

Die zu integrierende Differentialgleichung für ρ zerfällt somit in zwei verschiedene Differentialgleichungen, die eine in (ρ), die andere in R, welche also durch die verschiedenen Glieder, die sie enthalten, charakterisiert und in einer ganz verschiedenen Weise zu integrieren sind. Dabei sind die

elementären Glieder der Form A in der Differentialgleichung für S stets mindestens vom 2. Grad, wie wir ja auch beim Typus $\frac{2}{3}$ sehen, und sie tilgen sich später bei der Integration für den 2. Grad gegen $\frac{1}{2}\frac{d\eta^2}{dv}$, wie hier schon beiläufig erwähnt sei, da es für die Convergenz von fundamentaler Wichtigkeit ist.

Auf Grund der Entwickelungen dieses Capitels können wir jetzt für die Planeten des Hildatypus für die Functionen S, R, K die folgenden Integralansätze mit unbestimmten Coefficienten machen:

$$\left.\begin{aligned}
S = a_0 + a_1 \cos 3w \quad & + a_2\eta \cos v \quad + \alpha_2\eta \cos(3w - v) \quad + a_4\eta \cos(6w - v) \\
& + a_3\eta' \cos v_1 \quad + \alpha_3\eta' \cos(3w - v_1) \quad + a_5\eta' \cos(6w - v_1) \\
+ a_7\eta^2 \cos 3w \quad & + a_{11}\eta^2 \cos(3w - 2v) \quad + \alpha_{14}\eta^2 \cos(6w - 2v) \quad + a_{17}\eta^2 \cos(9w - 2v) \\
+ a_8\eta\eta' \cos(3w + v - v_1) \quad & + a_{12}\eta\eta' \cos(3w - v - v_1) + \alpha_{15}\eta\eta' \cos(6w - v - v_1) + a_{18}\eta\eta' \cos(9w - v - v_1) \\
+ a_9\eta\eta' \cos(3w - v + v_1) \quad & + a_{13}\eta'^2 \cos(3w - 2v_1) \quad + \alpha_{16}\eta'^2 \cos(6w - 2v_1) \quad + a_{19}\eta'^2 \cos(9w - 2v_1) \\
+ a_{10}\eta'^2 \cos 3w \quad & \qquad + S_a
\end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Dabei ist also:

$$\left.\begin{aligned}
S_l = a_0 + \alpha_2\eta \cos(3w - v) + \alpha_{14}\eta^2 \cos(6w - 2v) \\
+ \alpha_3\eta' \cos(3w - v_1) + \alpha_{15}\eta\eta' \cos(6w - v - v_1) \\
+ \alpha_{16}\eta'^2 \cos(6w - 2v_1),
\end{aligned}\right\} \quad (21a)$$

während der Wert von S_k die übrigen Glieder von (21) umfasst, die in (21 a) nicht enthalten sind und S_a den elementären Theil der Form A in S bezeichnet. Und dabei sind also alle:

$$a \mp m', \qquad \alpha \mp \frac{m'}{\delta}.$$

Ferner erhalten wir für R, da die Glieder der Form B nach (ρ) kommen:

$$\left.\begin{aligned}
R = b_0 + \beta_1 \cos 3w \quad & + \beta_2\eta \cos(3w - v) \quad + \beta_4\eta \cos(6w - v) \\
& + \beta_3\eta' \cos(3w - v_1) \quad + \beta_5\eta' \cos(6w - v_1) \\
+ \beta_7\eta^2 \cos 3w \quad & + \beta_{11}\eta^2 \cos(3w - 2v) \quad + \beta_{14}\eta^2 \cos(6w - 2v) \quad + \beta_{17}\eta^2 \cos(9w - 2v) \\
+ \beta_8\eta\eta' \cos(3w + v - v_1) & + \beta_{12}\eta\eta' \cos(3w - v - v_1) + \beta_{15}\eta\eta' \cos(6w - v - v_1) + \beta_{18}\eta\eta' \cos(9w - v - v_1) \\
+ \beta_9\eta\eta' \cos(3w - v + v_1) & + \beta_{13}\eta'^2 \cos(3w - 2v_1) \quad + \beta_{16}\eta'^2 \cos(6w - 2v_1) \quad + \beta_{19}\eta'^2 \cos(9w - 2v_1) + R_a \\
+ \beta_{10}\eta'^2 \cos 3w, &
\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

wo wieder:

$$\left.\begin{aligned}
R_l = b_0 + \beta_2\eta \cos(3w - v) + \beta_{14}\eta^2 \cos(6w - 2v) \\
+ \beta_3\eta' \cos(3w - v_1) + \beta_{15}\eta\eta' \cos(6w - v - v_1) \\
+ \beta_{16}\eta'^2 \cos(6w - 2v_1),
\end{aligned}\right\} \quad (22a)$$

und sämmtliche:

$$\beta \mp \frac{m'}{\delta}$$

sind, also auch $\beta_2, \beta_3, \beta_{14}, \beta_{15}, \beta_{16}$, obwohl sie ja bei der Integration der Gleichung in ρ keinen kleinen Divisor erhalten, den sie aber bereits bei der Integration der Differentialgleichung für S erhalten haben.

Auf den ersten Blick könnte es befremden, dass Gyldén, analog wie ρ, nicht auch S zerlegt. Indes enthält eben ρ wirklich elementäre Glieder vom Typus B, während S keine wirklich elementären

Glieder enthält. Denn die Glieder in den Coefficienten a_2 und a_3 in unserem allgemeinen Ansatz für S sind von der Ordnung m' und sogar rein von der Ordnung m', verschwinden also mit der störenden Masse und sind zwar Glieder elementärer Form, aber keine wirklich elementären Glieder, was wohl zu unterscheiden ist.

Schließlich ist, da $K_l = 0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} K_k + K_g = \gamma_1 \sin 3w \quad & + \gamma_4 \eta \sin (6w - v) \quad + \gamma_6 \eta \sin (3w + v) \\ & + \gamma_5 \eta' \sin (6w - v_1) \\ + \gamma_7 \eta^2 \sin 3w \quad & + \gamma_{11} \eta^2 \sin (3w - 2v) \quad + \gamma_{17} \eta^2 \sin (9w - 2v) \\ + \gamma_8 \eta\eta' \sin (3w + v - v_1) & + \gamma_{12} \eta\eta' \sin (3w - v - v_1) + \gamma_{18} \eta\eta' \sin (9w - v - v_1) \\ + \gamma_9 \eta\eta' \sin (3w - v + v_1) & + \gamma_{13} \eta'^2 \sin (3w - 2v_1) \quad + \gamma_{19} \eta'^2 \sin (9w - 2v_1) \\ + \gamma_{10} \eta'^2 \sin 3w \quad & \qquad\qquad + \gamma_{20} \eta^2 \sin (3w + 2v) \\ & \qquad\qquad + \gamma_{21} \eta^2 \sin 6w \\ & \qquad\qquad + \gamma_{22} \eta\eta' \sin (6w + v - v_1), \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

wobei:

$$\begin{aligned} K_g = & \gamma_6 \eta \sin (3w + v) \\ & + \gamma_{20} \eta^2 \sin (3w + 2v) + \gamma_{21} \eta^2 \sin 6w + \gamma_{22} \eta\eta' \sin (6w + v - v_1) \end{aligned}$$

der besonders große gewöhnliche (das sind die Argumente der »coordinierten« Glieder, cf. Capitel IV, Gleichung 117) Theil von K ist, der gleich mitberücksichtigt werden muss und:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{dT}{dv}\right)_l = \gamma_2 \eta \cos (3w - v) & + \gamma_{14} \eta^2 \cos (6w - 2v) \\ + \gamma_3 \eta' \cos (3w - v_1) & + \gamma_{15} \eta\eta' \cos (6w - v - v_1) \\ & + \gamma_{16} \eta'^2 \cos (6w - 2v_1) \\ & + \left(\frac{dT}{dv}\right)_a \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dT_l}{dv} = -\gamma_0 + \gamma_2 \eta \cos (3w - v) & + \gamma_{14} \eta^2 \cos (6w - 2v) \\ + \gamma_3 \eta' \cos (3w - v_1) & + \gamma_{15} \eta\eta' \cos (6w - v - v_1) \\ & + \gamma_{16} \eta'^2 \cos (6w - 2v_1) \\ & + \left(\frac{dT}{dv}\right)_a \end{aligned}\right\} \tag{24a}$$

ist.[1]

Es führen nämlich die gewöhnlichen Glieder der Argumente $3w+v$, $3w+2v$, $6w$ und $6w+v-v_1$ in K bei der Multiplication der Klammerausdrücke in (15) und (16) mit K wieder zu kurzperiodischen und langperiodischen Gliedern und sind deshalb in K mitzunehmen, während dies bei R nicht der Fall ist.

In den Ansätzen für S und R ist dabei der Coefficient vom Index 6 deshalb fortgelassen, weil das große gewöhnliche Glied vom Argument $3w+v$, das für Hilda in T auftritt (cf. Cap. IV), in S und R nicht enthalten ist. Indem α_6 und β_6 in S und R fortgelassen sind, stimmen offenbar die Indices von α, β, γ, S, R, T im übrigen überein, was für die weiteren Entwickelungen aus formalen Gründen wünschenswert war. Die a, α, β, γ sind die bei der Integration zu bestimmenden Unbekannten des Problems.

[1] Es ist nämlich, wie im Capitel IV, Abtheilung II, A, 4, gezeigt, $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l = \gamma_0 + \frac{dT_l}{dv}$, also $\frac{dT_l}{dv} = -\gamma_0 + \left(\frac{dT}{dv}\right)_l$, wo $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$ keinen constanten Theil enthält und γ_0 vom 2. Grade ist.

Die für R_k und R_l erhaltenen Ausdrücke sind nun in die Werte (15) und (16) von P und Q wirklich einzusetzen, um zum Inbegriff aller für die Planeten der Hildagruppe existierenden elementären und charakteristischen Glieder inclusive bis zum 2. Grad zu gelangen. Bei der Ausmultiplication der trigonometrischen Reihen hat man nach unserem Princip nach den Gleichungen (36), Cap. II bloß die langperiodischen und kurzperiodischen Glieder zu berücksichtigen, alle anderen Glieder aber, die bei der Zerlegung der Producte in Summen und Differenzen entstehen und die verschiedenartigsten neuen Argumente aufweisen, zu verwerfen; mit Ausnahme jedoch der gewöhnlichen Glieder in Q vom Argument:

$$6w, \quad 3w+v, \quad 3w+v_1 \quad 9w-v, \quad 9w-v_1,$$

da diese, wie sich zeigt, für den Typus $^2/_3$ in T groß werden.

Ehe wir das Resultat dieser ganzen Operation, die zur Controle zweimal unabhängig und während des Druckes noch ein drittesmal durchgeführt wurde, angeben, soll bei den Gliedern der dritten Ordnung 0. Grades in P gezeigt werden, wie dieselben gefunden werden. Da offenbar, weil es sich um den 0. Grad bei diesen Gliedern der dritten Ordnung handelt:

$$R_0^2 = \frac{1}{2}\beta_1^2 + \frac{1}{2}\beta_1^2 \cos 6w$$

$$R_0 K_0 = \beta_1\gamma_1 \cos 3w \sin 3w = \frac{1}{2}\beta_1\gamma_1 \sin 6w$$

$$K_0^2 = \gamma_1^2 \sin^2 3w = \frac{1}{2}\gamma_1^2 - \frac{1}{2}\gamma_1^2 \cos 6w$$

ist, so geht der in Gleichung (15) für die Glieder dritter Ordnung in P gefundene Ausdruck über in:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} B^{2.0}_{3.0.0}\beta_1^2 \cos 3w + \frac{1}{2} B^{2.0}_{3.0.0}\beta_1^2 \cos 6w \cos 3w + \frac{1}{2} B^{2.0}_{9.0.0}\beta_1^2 \cos 6w \cos 9w \\
&+ \frac{3}{2}\mu B^{1.0}_{3.0.0}\beta_1\gamma_1 \sin 6w \sin 3w + \frac{9}{2}\mu B^{1.0}_{9.0.0}\beta_1\gamma_1 \sin 6w \sin 9w \\
&- \frac{9}{4}\mu^2 B_{3.0.0}\gamma_1^2 \cos 3w + \frac{9}{4}\mu^2 B_{3.0.0}\gamma_1^2 \cos 6w \cos 3w + \frac{81}{4}\mu^2 B_{9.0.0}\gamma_1^2 \cos 6w \cos 9w = \\
&= \left\{\frac{1}{2} B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4} B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4} B^{2.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1^2 \cos 3w \\
&+ \left\{\frac{3}{4}\mu B^{1.0}_{3.0.0} + \frac{9}{4}\mu B^{1.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1\gamma_1 \cos 3w \\
&+ \left\{-\frac{9}{4}\mu^2 B_{3.0.0} + \frac{9}{8}\mu^2 B_{3.0.0} + \frac{81}{8}\mu^2 B_{9.0.0}\right\}\gamma_1^2 \cos 3w
\end{aligned} \tag{25}$$

Die Glieder dritter Ordnung in Q findet man analog.

Combiniert man schließlich die Glieder gleicher Argumente und ordnet, so findet man als Werte von P und Q bis inclusive Gliedern 2. Grades für den Typus $^2/_3$ die folgenden definitiven Ausdrücke, welche in die allgemeinen Gyldén'schen Bewegungsgleichungen einzusetzen sind: [1]

---

[1] Dabei sind aber in dem Wert (26) für Q, wie in der zweiten Abtheilung dieser Untersuchungen dargethan werden wird, noch eine Anzahl gewöhnlicher Glieder zweiten Grades mitzunehmen, die bei Berechnung der Störungen 2. Grades in Multiplication mit $\frac{dR}{dv}$ neue elementäre und charakteristische Glieder ergeben. Denn in der Differentialgleichung (6) des IV. Capitels für ρ tritt ja die Größe $Q_2 \left(\frac{dR}{dv}\right)_0$ auf.

$$
\begin{aligned}
Q = q_1 \sin 3w &+ q_2\eta \sin \mathrm{v} && + q_4\eta \sin(3w-\mathrm{v}) && + q_6\eta \sin(6w-\mathrm{v}) \\
&+ q_3\eta' \sin \mathrm{v}_1 && + q_5\eta' \sin(3w-\mathrm{v}_1) && + q_7\eta' \sin(6w-\mathrm{v}_1) \\
+ q_8\eta^2 \sin 3w &+ q_{12}\eta^2 \sin(3w-2\mathrm{v}) && + q_{15}\eta^2 \sin(6w-2\mathrm{v}) && + q_{18}\eta^2 \sin(9w-2\mathrm{v}) \\
+ q_9\eta\eta' \sin(3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) &+ q_{13}\eta\eta' \sin(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) && + q_{16}\eta\eta' \sin(6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) && + q_{19}\eta\eta' \sin(9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\
+ q_{10}\eta\eta' \sin(3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1) &+ q_{14}\eta'^2 \sin(3w-2\mathrm{v}_1) && + q_{17}\eta'^2 \sin(6w-2\mathrm{v}_1) && + q_{20}\eta'^2 \sin(9w-2\mathrm{v}_1) \\
+ q_{11}\eta'^2 \sin 3w & && && + q_{21}\eta\eta' \sin(\mathrm{v}-\mathrm{v}_1) \\
+ g_1 \sin 6w &+ g_2\eta \sin(3w+\mathrm{v}) && + g_4\eta \sin(9w-\mathrm{v}) && \\
&+ g_3\eta' \sin(3w+\mathrm{v}_1) && + g_5\eta' \sin(9w-\mathrm{v}_1) + G, &&
\end{aligned}
\tag{26}
$$

wobei die Glieder in den q die elementären und charakteristischen, diejenigen in den g aber die gewöhnlichen Glieder sind, welche in T groß werden; G umfasst die übrigen gewöhnlichen Glieder, die keine kleinen Divisoren beim Integrationsprocesse erhalten, und die also im Integral nicht groß sind. Die wenigen zu berücksichtigenden unter diesen gewöhnlichen Gliedern »G« bestimmt man direct bei der numerischen Rechnung.

Somit repräsentiert jetzt in der That der Ausdruck (26) den wesentlichen Theil der Function Q derart, dass die Summe der vernachlässigten Glieder gegenüber den mitgenommenen klein ist. Wenn wir also diese Glieder aus (26) in die Differentialgleichungen einsetzen, so wird deren Integration jedenfalls eine bessere Darstellung der in der Natur herrschenden Bewegung ergeben, als es bei der alten Störungstheorie der Fall ist, welche nicht die wichtigsten Glieder in diesem Umfange von vorneherein in Rechnung zieht. Mit welchem Grade von Genauigkeit und für wie lange Zeiträume dabei die Gyldén'sche Bahn die in der Natur stattfindende Bewegung wiedergibt, soll in dieser Abhandlung nicht zum Gegenstande der Untersuchung gemacht werden, da diese Frage wesentlich mit der Integrationsmethode zusammenhängt und allem Anscheine nach in endgiltiger und befriedigender Weise nur bei Anwendung von Gyldén's horistischer Integrationsmethode oder einer Modification derselben ihre Lösung findet, eine Methode, die auch die Nothwendigkeit zeigt, Gliedern dritten Grades von vorneherein Rechnung zu tragen, von denen wir bloß zunächst in diesem ersten Theile abgesehen haben. Doch denke ich bald auf diese Frage und die horistische Methode zurückzukommen.

Als Werte für die Coefficienten fand ich folgende Ausdrücke,[1] indem Q gradweise geordnet, ist:

$$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2.$$

0. Grad. Coefficienten in Q_0:

$$
\begin{aligned}
q_1 = \underbrace{A_{3.0.0}}_{\text{I. Ordg.}} + \underbrace{\frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_1 + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_1}_{\text{II. Ordnung}} &+ \left\{\frac{1}{2} A^{2.0}_{3.0.0} - \frac{1}{4} A^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4} A^{2.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1^2 \\
&- \mu\left\{\frac{3}{4} A^{1.0}_{3.0.0} - \frac{9}{4} A^{1.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1\gamma_1 \\
&+ \underbrace{\mu^2\left\{\frac{9}{4} A_{3.0.0} - \frac{9}{8} A_{3.0.0} + \frac{81}{8} A_{9.0.0}\right\}\gamma_1^2}_{\text{III. Ordnung}} \\
g_1 = A_{6.0.0} + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0}\beta_1 &- \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_1 + \frac{9}{2}\mu A_{9.0.0}\gamma_1.
\end{aligned}
\tag{27}
$$

---

[1] Bei Bildung der definitiven Werte von P und Q ist nicht zu vergessen, dass in Q alle durch Multiplication mit K entstehenden Glieder das entgegengesetzte Vorzeichen, wie im Ausdruck von P [cf. Gleichung (43), Cap. II] haben, indem diese Glieder in P positiv, in Q aber negativ sind.

1. Grad. Coefficienten in Q_1:

$$
\begin{aligned}
q_2 &= \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_2 - \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_6 + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_4 + \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_1 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_1 \\
q_3 &= A^{(+1)}_{0.0.1} + \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_3 - \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 \\
&\quad + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_5 + \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_1 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.0.1}\gamma_1 \\
q_4 &= A^{(-1)}_{3.1.0} - \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_1 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_4 + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_6 + 3\mu A^{(-1)}_{6.1.0}\gamma_1 \\
q_5 &= A^{(-1)}_{3.0.1} - \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_5 - \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{0.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.0.1}\beta_1 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_5 + 3\mu A^{(-1)}_{6.0.1}\gamma_1 \\
q_6 &= A^{(-1)}_{6.1.0} + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{9.1.0}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_2 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.1.0}\gamma_1 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_1 \\
q_7 &= A^{(-1)}_{6.0.1} + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{9.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_3 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.0.1}\gamma_1 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.0.1}\gamma_1 \\
g_2 &= A^{(+1)}_{3.1.0} + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_2 + \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{6.1.0}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0}\beta_4 \\
&\quad + 3\mu A^{(+1)}_{6.1.0}\gamma_1 + \frac{9}{2}\mu A_{9.0.0}\gamma_4 \\
g_3 &= A^{(+1)}_{3.0.1} + \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{0.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_3 + \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{6.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0}\beta_5 \\
&\quad + 3\mu A^{(+1)}_{6.0.1}\gamma_1 + \frac{9}{2}\mu A_{9.0.0}\gamma_5 \\
g_4 &= A^{(-1)}_{9.1.0} + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_2 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_4 \\
&\quad - 3\mu A^{(-1)}_{6.1.0}\gamma_1 + 6\mu A_{12.0.0}\gamma_6 + 6\mu A^{(-1)}_{12.1.0}\gamma_1 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{12.1.0}\beta_1 \\
g_5 &= A^{(-1)}_{9.0.1} + \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_3 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_5 \\
&\quad - 3\mu A^{(-1)}_{6.0.1}\gamma_1 + 6\mu A^{(-1)}_{12.0.1}\gamma_1 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{12.0.1}\beta_1.
\end{aligned}
\tag{28}
$$

2. Grad. Coefficienten in Q_2:

$$
\begin{aligned}
q_8 &= A_{3.2.0} + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{9.1.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}\beta_7 - \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_2 \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{21} + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_7 + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.1.0}\gamma_4 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_4
\end{aligned}
\tag{29}
$$

$$
\begin{aligned}
q_9 &= A^{(+1)}_{3.1.1} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{9.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_9 - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.1.0}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{6.0.1}\beta_2 \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{22} + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_9 + \frac{9}{2}\mu A^{(+1)}_{9.0.1}\gamma_1 - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_5 \\[6pt]
q_{10} &= A^{(+1)}_{3.1.1} + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{9.1.0}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_8 + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_2 - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.0.1}\beta_4 \\
&\quad + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{6.1.0}\beta_3 + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_8 + \frac{9}{2}\mu A^{(+1)}_{9.1.0}\gamma_5 - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.0.1}\gamma_4 \\[6pt]
q_{11} &= A_{3.0.2} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{9.0.1}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_{10} + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_3 - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.0.1}\beta_5 \\
&\quad + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{6.0.1}\beta_3 + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{10} + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.0.1}\gamma_5 - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_5 \\[6pt]
q_{12} &= A^{(-2)}_{3.2.0} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.1.0}\beta_4 - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_{17} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{11} - 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{17} \\
&\quad + 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{20} - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_4 + 3\mu A^{(+1)}_{6.1.0}\gamma_6 \\[6pt]
q_{13} &= A^{(+1)}_{3.1.1} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.0.1}\beta_4 - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.1.0}\beta_5 - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_{18} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{15} \\
&\quad - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_2 - 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{18} - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_5 - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_4 + 3\mu A^{(-1)}_{6.0.1}\gamma_6 \\[6pt]
q_{14} &= A^{(-2)}_{3.0.2} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.0.1}\beta_5 - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_{19} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{16} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_3 \\
&\quad - 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{19} - \frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_5 \\[6pt]
q_{15} &= A^{(-2)}_{6.2.0} + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{11} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{17} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3.1.0}\beta_2 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{11} \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{17} + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.1.0}\gamma_6 \\[6pt]
q_{16} &= A^{(-2)}_{6.1.1} + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{12} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{18} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.1.0}\beta_3 \\
&\quad + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3.0.1}\beta_2 - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{12} - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{18} + \frac{9}{2}\mu A^{(-1)}_{9.0.1}\gamma_6 \\[6pt]
q_{17} &= A^{(-2)}_{6.0.2} + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{13} - \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{19} - \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{0.0.1}\beta_5 + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.0.1}\beta_3 \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{13} - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_{19} \\[6pt]
q_{18} &= A^{(-2)}_{9.2.0} + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6.0.0}\beta_{11} + \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3.0.0}\beta_{14} + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3.1.0}\beta_4 + \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{6.1.0}\beta_2 \\
&\quad - 3\mu A_{6.0.0}\gamma_{11} - \frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_4
\end{aligned}
\tag{29}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
q_{19} &= A^{(2)}_{9.1.1}+\frac{1}{2}A^{1.0}_{6.0.0}\beta_{12}+\frac{1}{2}A^{1.0}_{3.0.0}\beta_{15}+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{3.1.0}\beta_5+\\
&\quad+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{3.0.1}\beta_4+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{6.1.0}\beta_3+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{6.0.1}\beta_2-3\mu A_{6.0.0}\gamma_{12}-\frac{3}{2}\mu A^{(1)}_{3.0.1}\gamma_4\\
&\quad-\frac{3}{2}\mu A^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_5\\
q_{20} &= A^{(2)}_{9.0.2}+\frac{1}{2}A^{1.0}_{6.0.0}\beta_{13}+\frac{1}{2}A^{1.0}_{3.0.0}\beta_{16}+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{3.0.1}\beta_5+\\
&\quad+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{6.0.1}\beta_3-3\mu A_{6.0.0}\gamma_{13}-\frac{3}{2}\mu A^{(1)}_{3.0.1}\gamma_5\\
q_{21} &= A^{(+1)}_{9.1.1}-\frac{1}{2}A^{1.0}_{6.0.0}\beta_8+\frac{1}{2}A^{1.0}_{3.0.0}\beta_9-\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{3.1.0}\beta_3+\frac{1}{2}A^{-1.1.0}_{3.0.1}\beta_2\\
&\quad-\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{6.1.0}\beta_5+\frac{1}{2}A^{1.1.0}_{6.0.1}\beta_4-\frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_8+\frac{3}{2}\mu A_{3.0.0}\gamma_9\\
&\quad-3\mu A_{6.0.0}\gamma_{22}-\frac{3}{2}\mu A^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_6-3\mu A^{(1)}_{6.1.0}\gamma_5+3\mu A^{(1)}_{6.0.1}\gamma_4.
\end{aligned}\right\}\qquad(29)
$$

Analog erhält man für P:

$$
\left.\begin{aligned}
P = p_0 &+ p_1\cos 3w+p_2\eta_1\cos \mathrm{v}+p_4\eta_1\cos(3w-\mathrm{v})+p_6\eta_1\cos(6w-\mathrm{v})\\
&+p_3\eta_1'\cos \mathrm{v}_1+p_5\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+p_7\eta_1'\cos(6w-\mathrm{v}_1)\\
&+p_8\eta_1^2\\
&+p_9\eta_1^2\cos 3w \quad +p_{14}\eta_1^2\cos(3w-2\mathrm{v}) \quad +p_{17}\eta_1^2\cos(6w-2\mathrm{v}) \quad +p_{20}\eta_1^2\cos(9w-2\mathrm{v})\\
&+p_{10}\eta_1\eta_1'\cos(3w+\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)+p_{15}\eta_1\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)+p_{18}\eta_1\eta_1'\cos(6w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)+p_{21}\eta_1\eta_1'\cos(9w-\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)\\
&+p_{11}\eta_1\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}+\mathrm{v}_1)+p_{16}\eta_1'^2\cos(3w-2\mathrm{v}_1) \quad +p_{19}\eta_1'^2\cos(6w-2\mathrm{v}_1) \quad +p_{22}\eta_1'^2\cos(9w-2\mathrm{v}_1)\\
&+p_{12}\eta_1'^2\cos 3w \quad +p_{23}\eta_1\eta_1'\cos(\mathrm{v}-\mathrm{v}_1)\\
&+p_{13}\eta_1'^2 \quad +G',
\end{aligned}\right\}\qquad(30)
$$

wobei:

Constanter Theil:

$$
p_0=\underbrace{B_{0.0.0}}_{\text{I. Ordng.}}+\underbrace{\frac{1}{2}B^{1.0}_{3.0.0}\beta_1+\frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_1}_{\text{II. Ordnung}}+\underbrace{\frac{1}{2}B^{2.0}_{0.0.0}\beta_1^2}_{\text{III. Ordng.}}\qquad(31)
$$

0. Grad. Coefficienten in P_0:

$$
\left.\begin{aligned}
p_1 &= \underbrace{B_{3.0.0}}_{\text{I. Ordng.}}+\underbrace{\left(B^{1.0}_{0.0.0}+\frac{1}{2}B^{1.0}_{6.0.0}\right)\beta_1+3\mu B_{6.0.0}\gamma_1}_{\text{II. Ordnung}}\\
&\quad+\left\{\frac{1}{2}B^{2.0}_{3.0.0}+\frac{1}{4}B^{2.0}_{3.0.0}+\frac{1}{4}B^{2.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1^2\\
&\quad+\mu\left\{\frac{3}{4}B^{1.0}_{3.0.0}+\frac{9}{4}B^{1.0}_{9.0.0}\right\}\beta_1\gamma_1\\
&\quad\underbrace{+\mu^2\left\{-\frac{9}{4}B_{3.0.0}+\frac{9}{8}B_{3.0.0}+\frac{81}{8}B_{9.0.0}\right\}\gamma_1^2.}_{\text{III. Ordnung}}
\end{aligned}\right\}\qquad(32)
$$

1. Grad. Coefficienten in P_1:

$$\left.\begin{aligned}
p_2 &= B^{(+1)}_{0.1.0} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0}\beta_1 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_2 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 \\
&\quad + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_6 + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_1 + \frac{3}{2}\mu B^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_1 + \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_1 \\
p_3 &= B^{(+1)}_{0.0.1} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0}\beta_5 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_3 + \\
&\quad + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_5 + \frac{3}{2}\mu B^{(+1)}_{3.0.1}\gamma_1 + \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.0.1}\gamma_1 \\
p_4 &= B^{(-1)}_{3.1.0} + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_2 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_4 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{0.1.0}\beta_1 \\
&\quad + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_1 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_4 + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_6 + 3\mu B^{(-1)}_{6.1.0}\gamma_1 \\
p_5 &= B^{(-1)}_{3.0.1} + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_3 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_5 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{0.0.1}\beta_1 + \\
&\quad + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{6.0.1}\beta_1 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_5 + 3\mu B^{(-1)}_{6.0.1}\gamma_1 \\
p_6 &= B^{(-1)}_{6.1.0} + B^{-1.1.0}_{9.1.0}\beta_1 + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_4 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_2 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_1 + \frac{9}{2}\mu B^{(-1)}_{9.1.0}\gamma_1 \\
&\quad \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_1 \\
p_7 &= B^{(-1)}_{6.0.1} + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{9.0.1}\beta_1 + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_5 + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_3 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.0.1}\beta_1 + \frac{9}{2}\mu B^{(-1)}_{9.0.1}\gamma_1 \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.0.1}\gamma_1 .
\end{aligned}\right\} \qquad (33)$$

2. Grad. Coefficienten in P_2:

$$\left.\begin{aligned}
p_8 &= B_{0.2.0} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}\beta_7 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_2 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_4 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_7 \\
&\quad + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_{21} + \frac{3}{2}\mu B^{(+1)}_{3.1.0}\gamma_6 + 3\mu B^{(-1)}_{6.1.0}\gamma_4 \\
p_9 &= B_{3.2.0} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0}\beta_7 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{9.1.0}\beta_4 + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_7 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{0.1.0}\beta_2 \\
&\quad + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_4 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{6.1.0}\beta_2 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_{21} \\
&\quad + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_7 + \frac{9}{2}\mu B^{(-1)}_{9.1.0}\gamma_4 + \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_4 \\
p_{10} &= B^{(+1)}_{3.1.1} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0}\beta_9 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{9.0.1}\beta_4 + B^{1.0}_{0.0.0}\beta_8 + \frac{1}{2} B^{+1.1.0}_{0.1.0}\beta_3 \\
&\quad + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{3.1.0}\beta_5 + \frac{1}{2} B^{-1.1.0}_{6.0.1}\beta_2 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_{22} \\
&\quad + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_9 + \frac{9}{2}\mu B^{(-1)}_{9.0.1}\gamma_4 + \frac{3}{2}\mu B^{(-1)}_{3.1.0}\gamma_5
\end{aligned}\right| \qquad (34)$$

$$
\left.\begin{aligned}
p_{11} &= B_{3.1.1}^{(1)} + \frac{1}{2} B_{6.0.0}^{1.0} \beta_8 + \frac{1}{2} B_{9.1.0}^{1.1.0} \beta_5 + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_9 + \frac{1}{2} B_{0.0.1}^{+1.1.0} \beta_2 \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{-1.1.0} \beta_4 + \frac{1}{2} B_{6.1.0}^{1.1.0} \beta_3 + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_8 \\
&\quad + \frac{9}{2} \mu B_{9.1.0}^{(1)} \gamma_5 + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.1}^{(1)} \gamma_4 \\
p_{12} &= B_{3.0.2} + \frac{1}{2} B_{6.0.0}^{1.0} \beta_{10} + \frac{1}{2} B_{0.0.1}^{+1.1.0} \beta_3 + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{1.1.0} \beta_5 \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{6.0.1}^{1.1.0} \beta_3 + \frac{1}{2} B_{9.0.1}^{1.1.0} \beta_5 + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{10} + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_{10} \\
&\quad + \frac{9}{2} \mu B_{9.0.1}^{(1)} \gamma_5 + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.1}^{(1)} \gamma_5 \\
p_{13} &= B_{0.0.2} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{10} + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{1.1.0} \beta_3 + \frac{1}{2} B_{6.0.1}^{1.1.0} \beta_5 + \\
&\quad + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.0} \gamma_{10} + 3\mu B_{6.0.1}^{(1)} \gamma_5 \\
p_{14} &= B_{3.2.0}^{(2)} + \frac{1}{2} B_{6.0.0}^{1.0} \beta_{17} + \frac{1}{2} B_{3.1.0}^{+1.1.0} \beta_4 + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{11} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{14} \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{0.1.0}^{+1.1.0} \beta_2 + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_{17} + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_{20} + \frac{3}{2} \mu B_{3.1.0}^{(+1)} \gamma_4 \\
&\quad + 3\mu B_{6.1.0}^{(1)} \gamma_6 \\
p_{15} &= B_{3.1.1}^{(2)} + \frac{1}{2} B_{6.0.0}^{1.0} \beta_{18} + \frac{1}{2} B_{3.1.0}^{-1.1.0} \beta_5 + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{+1.1.0} \beta_4 + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{12} \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{15} + \frac{1}{2} B_{0.1.0}^{+1.1.0} \beta_3 + \frac{1}{2} B_{0.0.1}^{+1.1.0} \beta_2 \\
&\quad + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_{18} + \frac{3}{2} \mu B_{3.1.0}^{(+1)} \gamma_5 + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.1}^{(+1)} \gamma_4 + \mu B_{6.0.1}^{(1)} \gamma_6 \\
p_{16} &= B_{3.0.2}^{(2)} + \frac{1}{2} B_{6.0.0}^{1.0} \beta_{19} + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{+1.1.0} \beta_5 + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{13} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{16} \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{0.0.1}^{+1.1.0} \beta_3 + 3\mu B_{6.0.0} \gamma_{19} + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.1}^{(+1)} \gamma_5 \\
p_{17} &= B_{6.2.0}^{(2)} + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{14} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{11} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{17} + \frac{1}{2} B_{0.1.0}^{+1.1.0} \beta_4 \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{3.1.0}^{-1.1.0} \beta_2 - \frac{3}{2} \mu B_{3.0.0} \gamma_{11} + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.0} \gamma_{17} \\
&\quad + \frac{9}{2} \mu B_{9.1.0}^{(1)} \gamma_6 \\
p_{18} &= B_{6.1.1}^{(-2)} + B_{0.0.0}^{1.0} \beta_{15} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{12} + \frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} \beta_{18} + \frac{1}{2} B_{0.1.0}^{+1.1.0} \beta_5 \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{0.0.1}^{+1.1.0} \beta_4 + \frac{1}{2} B_{3.1.0}^{-1.1.0} \beta_3 \\
&\quad + \frac{1}{2} B_{3.0.1}^{1.1.0} \beta \quad \frac{3}{2} \mu B_{3.0.0} \gamma_{12} + \frac{3}{2} \mu B_{3.0.0} \gamma_{18} + \frac{9}{2} \mu B_{9.0.1}^{(1)} \gamma_6
\end{aligned}\right\} \tag{34}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
p_{19} &= B_{6.0.2}^{(-2)} + B_{0.0.0}^{1.0}\beta_{16} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_{13} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_{19} + \frac{1}{2}B_{0.0.1}^{1.1.0}\beta_5 \\
&\quad \frac{1}{2}B_{3.0.1}^{1.1.0}\beta_3 - \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_{13} + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_{19} \\
p_{20} &= B_{9.2.0}^{(-2)} + \frac{1}{2}B_{6.0.0}^{1.0}\beta_{11} + B_{0.0.0}^{1.0}\beta_{17} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_{14} + \frac{1}{2}B_{3.1.0}^{1.1.0}\beta_4 \\
&\quad + \frac{1}{2}B_{6.1.0}^{1.1.0}\beta_2 - 3\mu B_{6.0.0}\gamma_{11} - \frac{3}{2}\mu B_{3.1.0}^{(-1)}\gamma_4 \\
p_{21} &= B_{9.1.1}^{(-2)} + \frac{1}{2}B_{6.0.0}^{1.0}\beta_{12} + B_{0.0.0}^{1.0}\beta_{18} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_{15} + \frac{1}{2}B_{3.1.0}^{1.1.0}\beta_5 \\
&\quad + \frac{1}{2}B_{3.0.1}^{1.1.0}\beta_4 + \frac{1}{2}B_{6.1.0}^{-1.1.0}\beta_3 + \frac{1}{2}B_{6.0.1}^{1.1.0}\beta_2 - 3\mu B_{6.0.0}\gamma_{12} - \\
&\quad - \frac{3}{2}\mu B_{3.0.1}^{(-1)}\gamma_4 - \frac{3}{2}\mu B_{3.1.0}^{(-1)}\gamma_5 \\
p_{22} &= B_{9.0.2}^{(-2)} + \frac{1}{2}B_{6.0.0}^{1.0}\beta_{13} + B_{0.0.0}^{1.0}\beta_{19} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_{16} + \frac{1}{2}B_{3.0.1}^{1.1.0}\beta_5 \\
&\quad + \frac{1}{2}B_{6.0.1}^{1.1.0}\beta_3 - 3\mu B_{6.0.0}\gamma_{13} - \frac{3}{2}\mu B_{3.0.1}^{(-1)}\gamma_5 \\
p_{23} &= B_{0.1.1}^{(+1)} + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_8 + \frac{1}{2}B_{3.0.0}^{1.0}\beta_9 + \frac{1}{2}B_{3.1.0}^{-1.1.0}\beta_3 + \frac{1}{2}B_{3.0.1}^{1.1.0}\beta_2 \\
&\quad + \frac{1}{2}B_{6.1.0}^{1.1.0}\beta_5 + \frac{1}{2}B_{6.0.1}^{-1.1.0}\beta_4 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_8 + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_9 \\
&\quad + 3\mu B_{6.0.0}\gamma_{22} + \frac{3}{2}\mu B_{3.0.1}^{(+1)}\gamma_6 + 3\mu B_{6.1.0}^{(-1)}\gamma_5 + 3\mu B_{6.0.1}^{(-1)}\gamma_4.
\end{aligned}\right\} \quad (34)
$$

Capitel IV.

Die Integration der Differentialgleichungen des Hildatypus mittelst des Gyldén'schen Verfahrens der partiellen Integration in der Brendel'schen Modification.

I. Vorbereitung der Integration.

A. Übergang auf die zu integrierenden Differentialgleichungen des Hildatypus.

Im Besitze von P und Q können wir aus der allgemeinen Form der Gyldén'schen Differentialgleichungen für die planetarische Bewegung:

$$\frac{1}{1+S}\frac{dS}{dv} = (1+S)^2 Q - \frac{1}{2}\frac{1}{1-\eta^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} \qquad (1)$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = &- \left\{\frac{2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} + (1+S)^2 Q\right\}\frac{d\rho}{dv} + 2S + S^2 - (1+S)^2 P \\ &- \left\{\frac{1}{1-\eta_1^2}\frac{d^2\eta_1^2}{dv^2} + \frac{2}{(1-\eta_1^2)^2}\left(\frac{d\eta_1^2}{dv}\right)^2 + \frac{(1+S)^2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv}Q\right\}(1+\rho)\end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dv} = &\ S - 2R - 2RS + 3R^2 + 3SR^2 - 4R^3 \\ &+ \{6R - 2S - 12R^2 + 6RS - \ldots\}\eta_1 \cos v \\ &- 3\eta^2 R + \left\{\frac{3}{2}S - 6R + \ldots\right\}\eta^2 \cos 2v \\ &+ 6R\eta_1^3 \cos v + \left\{\frac{19}{4}R - S\right\}\eta_1^3 \cos 3v \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &- \frac{dX}{dv}\end{aligned} \qquad (3) \qquad (I)$$

jetzt leicht die specielle gewinnen, welche für die Planeten der Hildagruppe der Integration zugrunde zu legen ist.

Zur Bestimmung derjenigen Genauigkeitsgrenze, die zu erreichen wir dabei vorläufig anstreben, diene folgende allgemeine Erwägung. Es ist in Bogenmaß $\pi = 3.141\ldots = 180°$, mithin circa:

1	gleich	$57°$	$\frac{1}{1000}$	gleich	$3'.4$
$\frac{1}{10}$	»	$5°7$	$\frac{1}{10000}$	»	$20''$
$\frac{1}{100}$	»	$34'$	$\frac{1}{100000}$	»	$2''0$

Man kann also, wenigstens in allgemeinem Überschlage, schließen, dass ein Störungsglied von der Größe $m' = \frac{1}{1000}$ etwa in Bogenmaß den Betrag von 3'.4 hat (indem die Jupitermasse $m' = \frac{1}{1048}$ ist). Will man den Ort eines Himmelskörpers, was wir uns vorläufig als Ziel setzen, auf eine Bogenminute genau angeben, da dies zu seiner Auffindung am Himmel ausreicht, so muss man also die Glieder, welche so groß wie m' sind, deren Logarithmus mithin etwa 7.0—10 ist, noch mitnehmen. Die Glieder, welche von der Ordnung $\frac{m'}{\delta_1}$ sind, sind natürlich um so größer, je kleiner δ_1 ist. Ist δ_1 etwa gleich $\frac{1}{100}$, so ist $\frac{m'}{\delta_1}$ etwa gleich $\frac{1}{10}$. Die charakteristischen Störungen können also den Ort des kleinen Planeten um ein paar Grade ändern. Die Excentricität η (indem $\eta \asymp e$, d. h. der elliptischen Excentricität der Größenordnung nach vergleichbar) ist bei den kleinen Planeten auch im Durchschnitte gleich $\frac{1}{10}$, ebenso groß wie die charakteristischen Glieder. Im Falle der charakteristischen Planeten $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\text{ etc.}\right)$ kann also der Unterschied zwischen der gestörten und ungestörten Bahn ebenso groß sein, wie zwischen der Kepler'schen Ellipse und der Kreisbahn, Glieder von der Ordnung $\frac{m'}{\delta_1^2}$ können sogar sehr groß werden.

Bei Beurtheilung der Größe eines Gliedes darf man aber nicht vergessen, dass es noch mit irgend einer Potenz von η oder η' multipliciert ist, und dadurch verkleinert wird. So hat beispielsweise ein Glied:

nullten Grades der Ordnung	$\frac{m'}{\delta_1}$	die Größe	$\frac{m'}{\delta_1}$	circa gleich	$\frac{1}{10}$
ersten „ „	$\frac{m'}{\delta_1}$	„ „	$\frac{m'}{\delta_1}\eta$	„ „	$\frac{1}{100}$
zweiten „ „	$\frac{m'}{\delta_1}$	„ „	$\frac{m'}{\delta_1}\eta'^2$	„ „	$\frac{1}{1000}$

Ein Glied von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$ gleich $\frac{1}{10000}$ ist schon ziemlich klein, während ein solches von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1^2}$ nicht klein zu sein braucht. Außerdem aber hängt es natürlich nicht bloß von dem absoluten Betrage einer Größe ab, ob man dieselbe vernachlässigt, sondern davon, ob sie klein ist im Verhältnis zu einer größeren Größe.

In diesem Sinne also haben wir die Größe der Störungsglieder zu beurtheilen und wollen demnach in unseren Differentialgleichungen die Glieder, welche rein zweiter Ordnung sind, also die Glieder $\asymp m'^2$, und erst recht die Glieder $\asymp m'^3$ etc. ganz fortlassen, sie hingegen, wenn sie mit kleinen Divisoren behaftet sind, mitnehmen, und zwar die Glieder von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$ noch beim ersten und zweiten, die Glieder $\asymp \frac{m'^3}{\delta_1}$ aber nur noch beim nullten Grade. Indem wir in die rechten Seiten der Differentialgleichungen (1), (2), (3), die für den Typus 2/3 im Capitel III ermittelten speciellen Werte der Functionen P, Q, S und R einsetzen, haben wir nun also zu bestimmen, welche Glieder von der Ordnung m'^2 etc. werden und mithin fortzulassen, und welche dagegen mitzunehmen sind.

Betrachten wir die Differentialgleichung für S, so ist in derselben:

$$(1+S)^3 Q = Q + 3SQ + 3S^2Q + S^3Q.$$

Das Glied S^3Q kommt für uns, weil von der 4. Ordnung, überhaupt nicht in Betracht. Das Glied S^2Q ist von der 3. Ordnung. Es ist aber $S_0^2 \asymp m'^2$ und $Q \asymp m'$, also $S_0^2 Q \asymp m'^3$, fällt mithin fort. Ferner

ist zwar $(S_1)_l^2 Q_0 \asymp \frac{m'^3}{\delta_1^2}$, aber nicht vom 0. Grad, fällt also gleichfalls fort. Die folgenden Glieder $S_1^2(Q_1+Q_2)$ und $S_2^2(Q_0+Q_1+Q_2)$ aber fallen erst recht fort.

Allgemein war nun $Q \asymp m'$ und daher:

$$\frac{dS}{dv} \asymp m', \text{ d. h. } \left.\begin{matrix}\frac{dS_l}{dv}, & \frac{dS_k}{dv}, & \frac{dS_g}{dv}\end{matrix}\right\} \asymp m'$$

und ebenso $\left.S_k, S_g\right\} \asymp m'$, dagegen $S_l > m'$.

In Bezug auf das Product SQ fällt somit, da $S_0 \asymp m'$ ist, das Glied $S_0(Q_0+Q_1+Q_2) \asymp m'^2$ fort. Hingegen liefert $(S_1)_l Q_0$ offenbar Glieder der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$, indem $(S_1)_l$ die Glieder der Form C in den Coefficienten α_2 und α_3 repräsentiert, während offenbar die übrigen Glieder in S_1 der Form B und D, weil von der Ordnung m', im Product mit Q_0 Glieder $\asymp m'^2$ ergeben. Ebenso gibt $(S_2)_l Q_0$ mitzunehmende Glieder zweiten Grades $\asymp \frac{m'^2}{\delta_1}$. Schließlich liefert auch das Product $(S_1)_l Q_1 \asymp \frac{m'^2}{\delta_1}$ mitzunehmende Glieder zweiten Grades, während $S_2 Q_1$ und $S_1 Q_2$ Glieder dritten Grades ergeben und daher für uns jetzt fortfallen.

Das zweite Glied der Differentialgleichung für S zerfällt in die beiden Glieder:

$$\frac{1}{2}\,\frac{1}{1-\eta_1^2}\,\frac{d\eta_1^2}{dv}+\frac{1}{2}\,\frac{S}{1-\eta_1^2}\,\frac{d\eta_1^2}{dv}.$$

Denken wir das erste dieser Glieder $\frac{1}{2}(1-\eta_1^2)^{-1}\frac{d\eta_1^2}{dv}$ entwickelt, so fällt von dieser Entwickelung bereits das zweite Glied $\eta_1^2\frac{d\eta_1^2}{dv}$, weil 4. Grades, fort, denn es ist η_1^2 und ebenso $\frac{d\eta_1^2}{dv}$ vom 2. Grad, da:

$$\eta_1^2 = \varkappa^2+\Sigma\varkappa_n^2+\Sigma\Sigma\varkappa_n\varkappa_m\cos\left[(\zeta_n-\zeta_m)+\Gamma_n-\Gamma_m\right],$$

also:

$$\frac{d\eta_1^2}{dv} = \quad 2\Sigma\Sigma(\zeta_n-\zeta_m)\varkappa_n\varkappa_m\sin\left[(\zeta_n-\zeta_m)v+\Gamma_n-\Gamma_m\right]$$

ist.

Bei der Integration der Gleichung für ρ werden wir nämlich sehen, dass

$$\eta_1\cos(\zeta v+\pi) = \varkappa\cos(\zeta v+\Gamma)+\Sigma\varkappa_n\cos(\zeta_n v+\Gamma_n)$$
$$\eta_1\sin(\zeta v+\pi) = \varkappa\sin(\zeta v+\Gamma)+\Sigma\varkappa_n\sin(\zeta_n v+\Gamma_n)$$

ist, woraus durch Quadrieren und Addieren folgt:

$$\begin{aligned}\eta_1^2\cos^2(\zeta v+\pi)+\eta_1^2\sin^2(\zeta v+\pi) = \eta_1^2 = \varkappa^2\{&\cos^2(\zeta v+\Gamma)+\sin^2(\zeta v+\Gamma)\}\\ &+\Sigma\varkappa_n^2\{\cos^2(\zeta_n v+\Gamma_n)+\sin^2(\zeta_n v+\Gamma_n)\}\\ +\varkappa\Sigma\varkappa_n\{&\cos(\zeta v+\Gamma)\cos(\zeta_n v+\Gamma_n)+\sin(\zeta v+\Gamma)\sin(\zeta_n v+\Gamma_n)\}\\ +\Sigma\Sigma\varkappa_n\varkappa_m\{&\cos(\zeta_m v+\Gamma_m)\cos(\zeta_n v+\Gamma_n)+\sin(\zeta_m v+\Gamma_m)\sin(\zeta_n v+\Gamma_n)\}.\end{aligned}$$

oder, wenn man das dritte Glied der rechten Seite mit in der Doppelsumme enthalten denkt, kann man auch kürzer:

$$\eta_1^2 = \varkappa^2+\Sigma\varkappa^2+\Sigma\Sigma\varkappa_n\varkappa_m\cos\{(\zeta_n-\zeta_m)v+\Gamma_n-\Gamma_m\}$$

schreiben.

Mitzunehmen ist hingegen das erste Glied der Entwickelung $-\frac{1}{2}\frac{d\eta_1^2}{dv}$. Weiter ist:

$$\frac{d\eta_1^2}{dv} \asymp m', \text{ weil } \zeta \asymp m' \text{ ist, also } S_0 \frac{d\eta_1^2}{dv} \asymp m'^2$$

und $S_1 \frac{d\eta_1^2}{dv}$ vom 3. Grad, beide Glieder fallen also fort. Als zu integrierende Differentialgleichung für S erhalten wir somit innerhalb der festgesetzten Genauigkeitsgrenze, die natürlich sowohl im Princip, wie in der praktischen Ausführung auch weiter gesteckt werden kann, wovon wir aber, um überhaupt nur erst einmal einen Anfang in der Behandlung der ganzen verwickelten Aufgabe zu machen, zunächst in dieser ersten Abtheilung absehen:

$$\frac{dS}{dv} = Q_0 + Q_1 + Q_2 + 3(S_1)_l Q_0 + 3(S_2)_l Q_0 + 3(S_1)_l Q_1 - \frac{1}{2}\frac{d\eta_1^2}{dv}. \tag{4}$$

Führen wir die Integration zunächst für den 0. und 1. Grad in diesem Theile durch, so haben wir vorläufig erst folgende Differentialgleichung zu integrieren:

$$\frac{dS}{dv} = Q_0 + Q_1 + 3(S_1)_l Q_0,$$

wobei wir also in Q_0 bis zur 3., in Q_1 bis zur 2. (nicht aber rein 2.) Ordnung gehen.

Um die zu integrierende Form der Differentialgleichung für ρ bis inclusive der Glieder 2. Grades festzustellen, ist zunächst im 1. Glied der 2. Zeile der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2\eta_1^2}{dv^2} \asymp m'^2;$$

im 2. Glied ist:

$$\left(\frac{d\eta_1^2}{dv}\right)^2 \text{ vom 4. Grad und von der Ordnung } m'^2;$$

im 3. Glied ist:

$$Q\frac{d\eta_1^2}{dv} \asymp m'^2;$$

so dass die zu behandelnde Differentialgleichung zunächst die Form hat:

$$\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = -\left\{\frac{2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} + (1+S)^2 Q\right\}\frac{d\rho}{dv} + 2S + S^2 - (1+S)^2 P. \tag{5}$$

Nach den Entwickelungen von Capitel III ist aber:

$$\left(\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho\right)_k \asymp m'$$

und $\rho_k \gg m'$. Ebenso aber auch $\rho_l \gg m'$, obwohl ρ_l durch den Integrationsprocess nicht vergrößert wird, denn es ist offenbar schon:

$$\left(\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho\right)_l \gg m'.$$

Fassen wir zunächst das 4. Glied der rechten Seite ins Auge:

$$-P - 2SP - S^2P.$$

so ist offenbar $S_0^2 P_0 \asymp m'^3$, fällt also fort, $S_1^2 P_0 \asymp \frac{m'^3}{\delta_1}$ aber ist vom 1. Grad und darum auch zu vernachlässigen. Hingegen ist:

$$(S_1)_l \asymp \frac{m'}{\delta_1} \text{ und } (S_2)_l \asymp \frac{m'}{\delta_1}, \text{ während } S_0, (S_1)_k, (S_2)_k \asymp m'$$

sind. Daher ist:

$$(S_1)_l (P_0 + P_1) \quad \text{und} \quad (S_2)_l P_0$$

mitzunehmen, hingegen $(S_1)_l P_2$ und $(S_2)_l (P_1 + P_2)$, weil vom 3., bezüglich 4. Grad, fortzulassen.

Betrachten wir weiter das 3. Glied:

$$S^2 = S_0^2 + S_1^2 + S_2^2 + 2S_0S_1 + 2S_0S_2 + 2S_1S_2,$$

so ist:

$$S_0^2 \asymp m'^2 \text{ und } S_2^2 \text{ vom 4. Grad.}$$

Diese Glieder fallen also fort, während $(S_1)_l^2 \asymp \frac{m'^2}{\delta_1^2}$ mitzunehmen ist. Aus demselben Grunde sind $2S_0(S_1)_l$ und $2S_0(S_2)_l$, obwohl schon ziemlich klein, weil von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$, doch mitzunehmen, hingegen ist zwar $S_1S_2 \gg m'^2$ aber vom 3. Grade und deshalb fortzulassen, so dass also:

$$S^2 = (S_1)_l^2 + 2S_0(S_1)_l + 2S_0(S_2)_l$$

zu setzen ist.

Vom 1. Glied der rechten Seite in Gleichung (5):

$$-\left\{\frac{2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv} + (1+S)^2 Q\right\}\frac{d\rho}{dv} = -\frac{2}{1-\eta_1^2}\frac{d\eta_1^2}{dv}\frac{d\rho}{dv} - Q\frac{d\rho}{dv} - 2SQ\frac{d\rho}{dv} - S^2 Q\frac{d\rho}{dv},$$

untersuchen wir zunächst das Glied $Q\frac{d\rho}{dv}$. Es ist:

$$\frac{d\rho}{dv} = \frac{d(\rho)}{dv} + \left(\frac{dR}{dv}\right)_0 + \left(\frac{dR}{dv}\right)_1 + \left(\frac{dR}{dv}\right)_2,$$

wobei:

$$\frac{d(\rho)}{dv} = -\eta \sin v + \text{Gliedern rein I. Ordnung},$$

da $\varsigma \asymp m'$ ist. Von diesen Gliedern der Ordnung m' in (ρ) aber sehen wir natürlich ab, da dieselben in Multiplication mit Q Glieder der Ordnung m'^2 ergeben. Mitzunehmen ist also nur:

$$-Q\frac{d(\rho)}{dv} = +(Q_0 + Q_1)\eta \sin v,$$

da $-Q_2\frac{d(\rho)}{dv}$ Glieder 3. Grades ergibt. Ferner sind die Glieder, welche aus:

$$(Q_0 + Q_1 + Q_2)\left(\frac{dR}{dv}\right)_0$$

folgen, mitzunehmen, da alle $\beta \asymp \frac{m'}{\delta_1}$ sind.

Und ferner sind die aus:

$$(Q_0 + Q_1)\left(\frac{dR}{dv}\right)_1 \text{ und } Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_2$$

resultierenden Glieder mitzunehmen, während:

$$Q_2\left(\frac{dR}{dv}\right)_1 \quad \text{und} \quad Q_1\left(\frac{dR}{dv}\right)_2 \text{ als vom 3. Grade und } Q_2\left(\frac{dR}{dv}\right)_2 \text{ als vom 4. Grade}$$

fortfallen. Dabei werden jedoch bie langperiodischen charakteristischen Glieder in R_1 und R_2, d. h. die von den Coefficienten β_2, β_3 und $\beta_{14}, \beta_{15}, \beta_{16}$ durch die Differentation mit δ_1 multipliciert, da nach Capitel III:

$$\eta \cos(3w-v) = \eta \cos(\delta_2 v - 3B - 3\mu T_l + \Pi) \text{ etc.}$$
$$\eta^2 \cos(6w-2v) = \eta^2 \cos(2\delta_2 v - 6B - 6\mu T_l + 2\Pi) \text{ etc.}$$

ist, so dass diese Glieder der Form C in $\left(\frac{dR}{dv}\right)_1$ und $\left(\frac{dR}{dv}\right)_2$ rein von der Ordnung m' werden, weil:

$$\left.\begin{matrix}\delta_1\beta_2, & \delta_1\beta_3, & \delta_1\beta_{14}, & \delta_1\beta_{15}, & \delta_1\beta_{16}\end{matrix}\right\} \asymp m',$$

da ja alle $\beta \asymp \frac{m'}{\delta_1}$ sind. In Multiplication mit Q ergeben diese Glieder von $\left(\frac{dR}{dv}\right)_1$ und $\left(\frac{dR}{dv}\right)_2$ also Glieder der Ordnung m'^2. Und es tritt also bei der Differentiation δ_1 und nicht δ_2 als Factor auf, da ebenso partiell differentiert werden muss, wie integriert wird, und δ_1, nicht aber δ_2 der Integrationsdivisor wird, wie in Capitel IV, Abtheilung II, A 4 eingehend auseinandergesetzt ist.

Übrigens wäre auch wirklich $\delta_2 . \frac{m'}{\delta_1} \asymp m'$, denn δ, δ_1, δ_2 sind alle von derselben Ordnung oder, wenn sie nicht alle sehr nahe gleich sind, so ist immer δ_1 das größte; es können also δ und δ_2 klein sein gegen δ_1, aber niemals erheblich größer als δ_1.

Mithin ist:

$$Q\frac{d\rho}{dv} = (Q_0+Q_1)\,\eta \sin \mathrm{v} - (Q_0+Q_1+Q_2)\left(\frac{dR}{dv}\right)_0$$
$$-(Q_0+Q_1) \text{ pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_1 - Q_0 \text{ pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_2 .$$

Im Product $-2SQ\frac{d\rho}{dv}$ wird:

$$2S_0Q_0\frac{d(\rho)}{dv} \text{ und } 2S_0Q_1\frac{d(\rho)}{dv}\Big\} \asymp m'^2,$$

da $S_0Q \asymp m'$ aber $(\rho) \asymp m'^0$ ist, weil elementär. Dagegen sind die Glieder 2. Grades, die aus:

$$2(S_1)_l\,Q_0\,\eta \sin \mathrm{v}$$

entspringen, mitzunehmen, während:

$$2S_0Q_2\frac{d(\rho)}{dv}, \quad 2S_1(Q_1+Q_2)\,\eta \sin \mathrm{v} \text{ und } 2S_2(Q_0+Q_1+Q_2)\,\eta \sin \mathrm{v}$$

offenbar Glieder von einem höheren als dem 2. Grad ergeben, die darum jetzt fortfallen.

Das Product $2SQ\frac{dR}{dv}$ ferner ist von der 3. Ordnung, also in demselben bloß:

$$-2S_0Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0$$

mitzunehmen, da sämmtliche übrigen aus dem Product entstehenden Glieder zwar 3. Ordnung, aber höher als vom 0. Grade sind. Es ist also:

$$-2SQ\frac{d\rho}{dv} = +2(S_1)_l\,Q_0\,\eta \sin \mathrm{v} - 2S_0Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 .$$

Im Glied $-S^2 Q \frac{d\rho}{dv}$ ist $-S^2 Q \frac{d(\rho)}{dv} \equiv m'^3$, aber schon vom 1. Grad, wenn man S_0 und Q_0 einsetzt, während $-S^2 Q \frac{dR}{dv}$ von der 4. Ordnung ist.

Schließlich ist noch das Glied $-\frac{2}{1-\eta_1^2} \frac{d\eta_1^2}{dv} \frac{d\rho}{dv}$ zu untersuchen. Es ist entwickelt:

$$2(1-\eta_1^2)^{-1} \frac{d\eta_1^2}{dv} = 2 \frac{d\eta_1^2}{dv} + \ldots$$

Da aber $\frac{d\eta_1^2}{dv} \equiv m'$ und 2. Grades, so ist bereits das 1. Glied $\frac{d\eta_1^2}{dv} \frac{d(\rho)}{dv}$ vom 3. Grade, und folglich fällt in der Differentialgleichung (5) das Glied $\frac{2}{1-\eta_1^2} \frac{d\eta_1^2}{dv} \frac{d(\rho)}{dv}$ fort, während das Glied $-2 \frac{d\eta_1^2}{dv} \left(\frac{dR}{dv}\right)_0$ mitzunehmen ist, wo hingegen $-2 \frac{d\eta_1^2}{dv} \left(\frac{dR}{dv}\right)_1$ und $-2 \frac{d\eta_1^2}{dv} \left(\frac{dR}{dv}\right)_2$ vom 3., bezüglich 4. Grade sind.

Als Differentialgleichung für ρ in derjenigen Form, die der Integration zugrunde zu legen ist, erhalten wir somit:

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = {} & 2S_0 - P_0 - Q_0 \left(\frac{dR}{dv}\right)_0 - 2 S_0 Q_0 \left(\frac{dR}{dv}\right)_0 \\
& + 2S_1 - P_1 - 2(S_1)_l P_0 + 2 S_0 (S_1)_l + Q_0 \eta_1 \sin \mathrm{v} - Q_0 \operatorname{pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_1 - Q_1 \operatorname{pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_0 \\
& + 2S_2 - P_2 - 2(S_1)_l P_1 - 2(S_2)_l P_0 + 2 S_0 (S_2)_l + (S_1)_l^2 \\
& + Q_1 \eta_1 \sin \mathrm{v} - Q_2 \left(\frac{dR}{dv}\right)_0 - Q_1 \operatorname{pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_1 - Q_0 \operatorname{pars} \left(\frac{dR}{dv}\right)_2 \\
& + 2(S_1)_l Q_0 \eta_1 \sin \mathrm{v} - 2 \frac{d\eta_1^2}{dv} \left(\frac{dR}{dv}\right)_0
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

Diese zu integrierenden Formen der Differentialgleichungen sind immer zuerst zu präcisieren, wenn man die analytischen Störungen eines kleinen Planeten nach den Gyldén'schen Principien berechnen will. Denn sie werden verschieden, je nachdem P, Q und R, S eine verschiedene Form haben. Beim Typus $\frac{1}{3}$ z. B., wo keine langperiodischen Glieder für den 1. Grad auftreten, also $(S_1)_l = 0$ und ferner $Q \frac{dR_0}{dv} \equiv m'^2$ ist etc., sind die rechten Seiten der zu integrierenden Differentialgleichungen in ganz anderer Weise zusammengesetzt, als in unserem Falle der Bewegung vom Typus $\frac{2}{3}$. Jedoch haben S und R für die verschiedenen »Classen« kleiner Planeten die gleiche analytische Form (hingegen verschiedene Argumente), so dass die zu integrierenden Differentialgleichungen für die verschiedenen Typen derselben Classe mit Ausnahme der Argumente der Form nach gleich werden. Hinsichtlich des Begriffes der Planetenclasse sei dabei auf Herrn Brendel's Theorie der kleinen Planeten verwiesen, da auf diese Betrachtung weiter einzugehen außerhalb des Rahmens der hier zu behandelnden Aufgabe liegt

Indem wir, wie schon gesagt, in diesem ersten Theile zunächst die Integration für den 0. und 1. Grad durchführen, haben wir jetzt also die folgenden Gleichungen zu behandeln:

$$\frac{dS}{dv} = -Q_0 - Q_1 - 3(S_1)_l Q_0 \tag{7}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = 2S_0 - P_0 - Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 - 2S_0Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 \\ +2S_1 - P_1 - 2(S_1)_l P_0 - 2S_0(S_1)_l + Q_0\eta_l \sin \mathrm{v} - Q_0 \text{ pars}\left(\frac{dR}{dv}\right)_1 - Q_1 \text{ pars}\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

B. Genäherte Darstellung der α und γ durch die β für den 0. und 1. Grad.

Wir wollen nun die α- und γ-Coefficienten mit Vernachlässigung von Gliedern 2. und rein 1. Ordnung durch die unbekannten Coefficienten der Function R ausdrücken, wodurch wir die wichtigsten Theile von S und T, ausgedrückt durch die β erhalten. Offenbar ist dann:

$$S = \alpha_2\eta_l \cos(3w - \mathrm{v}) + \alpha_3\eta_l' \cos(3w - \mathrm{v}_1)$$

$$\left.\begin{aligned} R = \beta_1 \cos 3w + \beta_2\,\eta_l \cos(3w - \mathrm{v}) + \beta_4\eta_l \cos(6w - \mathrm{v}) \\ + \beta_3\eta_l' \cos(3w - \mathrm{v}_1) + \beta_5\eta_l' \cos(6w - \mathrm{v}_1) \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

$$\frac{d^2R}{dv^2} + R = 2S \text{ oder, da } \frac{d^2R}{dv^2} \lessapprox m'$$

$$R = 2\alpha_2\eta_l \cos(3w - \mathrm{v}) + 2\alpha_3\eta_l' \cos(3w - \mathrm{v}_1),$$

also, mit Hinblick auf den formell bekannten Integralsatz:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2}\beta_2; \qquad \alpha_3 = \frac{1}{2}\beta_3.$$

Die Gleichung für T aber wird innerhalb der festgesetzten Genauigkeitsgrenze:[1]

$$\left.\begin{aligned} \frac{dT}{dv} = -2R_0 + S_1 - 2R_1 + 6R_0\eta_l \cos \mathrm{v} \\ = \gamma - 2\beta_1 \cos 3w + (\alpha_2 - 2\beta_2 + 3\beta_1)\,\eta_l \cos(3w - \mathrm{v}) - 2\beta_4\eta_l \cos(6w - \mathrm{v}) \\ + (\alpha_3 - 2\beta_3)\,\eta_l' \cos(3w - \mathrm{v}_1) - 2\beta_5\eta_l' \cos(6w - \mathrm{v}_1) \\ + 3\beta_1\eta_l \cos(3w + \mathrm{v}). \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

---

[1] Es ist $\frac{dT}{dv} = \gamma +$ periodische Glieder. Bildet man T aus $\frac{dT}{dv}$ durch Integration, so erhält man in T erstens den secularen Theil γv, und zweitens aus den exargumentalen Gliedern den secularen Theil $\gamma_0 v$, also im ganzen $T = \bar{\gamma} v +$ periodische Glieder wo $\bar{\gamma} v = (\gamma + \gamma_0)v$. Bildet man demnach aus T, das den secularen Theil $\bar{\gamma}$ enthält, durch Differentiation $\frac{dT}{dv}$, so erhält man in $\frac{dT}{dv}$ erstens den constanten Theil $\bar{\gamma}$ und zweitens aus den exargumentalen Gliedern den constanten Theil $-\gamma_0$, als im ganzen $\bar{\gamma} - \gamma_0 = \gamma$ cf. des Näheren, Abtheilung II, A, Nr. 4 dieses Capitels.

Nach dem früheren ist aber:

$$\frac{dT}{dv} = \bar{\gamma} + \frac{dT_l}{dv} + \frac{dK}{dv}, \text{ wo } \bar{\gamma} = \gamma + \gamma_0$$

$$K = \gamma_1 \sin 3w + \gamma_4 \eta \sin(6w - v) + \gamma_6 \eta \sin(3w + v)$$
$$+ \gamma_5 \eta' \sin(6w - v_1)$$

$$\frac{dT_l}{dv} = -\gamma_0 + \gamma_2 \eta \cos(3w - v) + \gamma_3 \eta' \cos(3w - v_1),$$

also durch Differentiation:

$$\frac{dT}{dv} = \bar{\gamma} - \gamma_0 + (1+\delta_1)\gamma_1 \cos 3w + \gamma_2 \eta \cos(3w - v) + (1+2\delta_1)\gamma_4 \eta \cos(6w - v)$$
$$+ \gamma_3 \eta' \cos(3w - v_1) + (1+2\delta_1)\gamma_5 \eta' \cos(6w - v)$$
$$+ (2+\delta_1)\gamma_6 \eta \cos(3w + v),$$

mithin:

$$\gamma_1 = -\frac{2\beta_1}{1+\delta_1}; \qquad \gamma_2 = \alpha_2 - 2\beta_2 + 3\beta_1; \qquad \gamma_3 = \alpha_3 - 2\beta_3.$$

$$\gamma_4 = -\frac{2\beta_4}{1+2\delta_1}; \qquad \gamma_5 = -\frac{2\beta_5}{1+2\delta_1}; \qquad \gamma_6 = \frac{3\beta_1}{2+\delta_1},$$

oder, da δ_1 sehr klein gegen 1:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_1 &= -2\beta_1; \qquad \gamma_2 = 3\beta_1 - \frac{3}{2}\beta_2; \qquad \gamma_3 = -\frac{3}{2}\beta_3 \\ \gamma_4 &= -2\beta_4; \qquad \gamma_5 = -2\beta_5; \qquad \gamma_6 = \frac{3}{2}\beta_1. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Nimmt man in der rechten Seite der Differentialgleichung (9) noch das Glied 2. Ordnung $+3R^2$ mit, so enthält R^2 nach (9) offenbar nur zwei Glieder der Form C, nämlich:

$$3R^2 = 3\beta_1\beta_4 \eta \cos(3w - v) + 3\beta_1\beta_5 \eta' \cos(3w - v_1)$$

mit Rücksicht auf welche genauer:

$$\left.\gamma_2 = 3\beta_1 - \frac{3}{2}\beta_2 + 3\beta_1\beta_4; \qquad \gamma_3 = -\frac{3}{2}\beta_3 + 3\beta_1\beta_5\right\} \tag{12}$$

ist.

Der Wert von Q war nun für den Hildatypus bis inclusive Glieder 1. Grades:

$$\left.\begin{aligned} Q &= q_1 \sin 3w + q_2 \eta \sin v + q_4 \eta \sin(3w - v) + q_6 \eta \sin(6w - v) \\ &+ q_3 \eta' \sin v_1 + q_5 \eta' \sin(3w - v_1) + q_7 \eta' \sin(6w - v). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Ersetzt man in den q-Coefficienten die γ durch die β nach den Relationen (11) und ordnet successive nach den β, so findet man:

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= q_1^{(0)} + q_1^{(1)}\beta_1 + q_1^{(2)}\beta_1^2 \\ q_2 &= q_2^{(0)} + q_2^{(1)}\beta_1 + q_2^{(2)}\beta_2 + q_2^{(4)}\beta_4 \\ q_3 &= q_3^{(0)} + q_3^{(1)}\beta_1 + q_3^{(3)}\beta_3 + q_3^{(5)}\beta_5 \\ q_4 &= q_4^{(0)} + q_4^{(1)}\beta_1 + q_4^{(4)}\beta_4 \\ q_5 &= q_5^{(0)} + q_5^{(1)}\beta_1 + q_5^{(5)}\beta_5 \\ q_6 &= q_6^{(0)} + q_6^{(1)}\beta_1 + q_6^{(2)}\beta_2 \\ q_7 &= q_7^{(0)} + q_7^{(1)}\beta_1 + q_7^{(5)}\beta_5. \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Dabei bedeutet:

$$q_1^{(0)} = A_{3,0,0}; \qquad q_1^{(1)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6,0,0} - 6\mu A_{6,0,0};$$

$$q_1^{(2)} = -\frac{1}{2} A^{(2,0)}_{3,0,0} - \frac{1}{4} A^{(2,0)}_{6,0,0} + \frac{1}{4} A^{(2,0)}_{9,0,0} + \frac{3}{2} \mu A^{(1,0)}_{3,0,0} - \frac{9}{2} \mu A^{(1,0)}_{9,0,0} - 9\mu^2 A_{6,0,0};$$

$$-\frac{9}{2} \mu^2 A_{3,0,0} + \frac{81}{2} \mu^2 A_{9,0,0}.$$

$$q_2^{(0)} = 0; \qquad q_2^{(1)} = \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3,1,0} - \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3,1,0} - \frac{9}{4} \mu A_{6,0,0} - 3\mu A^{(+1)}_{3,1,0} + 3\mu A^{(-1)}_{3,1,0};$$

$$q_2^{(2)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0}; \qquad q_2^{(4)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6,0,0} - 6\mu A_{6,0,0}.$$

$$q_3^{(0)} = A^{(1)}_{0,0,1}; \qquad q_3^{(1)} = \frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{3,0,1} - \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3,0,1} - 3\mu A^{(+1)}_{3,0,1} + 3\mu A^{(-1)}_{3,0,1};$$

$$q_3^{(3)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0}; \qquad q_3^{(6)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{6,0,0} - 6\mu A_{6,0,0}.$$

$$q_4^{(0)} = A^{(1)}_{3,1,0}; \qquad q_4^{(1)} = \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{6,1,0} - 6\mu A^{(-1)}_{6,1,0} + \frac{9}{2} \mu A_{6,0,0};$$

$$q_4^{(4)} = -\frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0} + 3\mu A_{3,0,0}.$$

$$q_5^{(0)} = A^{(1)}_{3,0,1}; \qquad q_5^{(1)} = -\frac{1}{2} A^{(+1,1,0)}_{6,0,1} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{6,0,1} - 6\mu A^{(-1)}_{6,0,1};$$

$$q_5^{(5)} = -\frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0} + 3\mu A_{3,0,0}.$$

$$q_6^{(0)} = A^{(-1)}_{6,1,0}; \qquad q_6^{(1)} = -\frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{9,1,0} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3,1,0} - 9\mu A^{(-1)}_{9,1,0} + 3\mu A^{(-1)}_{3,1,0}; \qquad q_6^{(2)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0}.$$

$$q_7^{(0)} = A^{(-1)}_{6,0,1}; \qquad q_7^{(1)} = -\frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{9,0,1} + \frac{1}{2} A^{(-1,1,0)}_{3,0,1} - 9\mu A^{(-1)}_{9,0,1} + 3\mu A^{(-1)}_{3,0,1}; \qquad q_7^{(3)} = \frac{1}{2} A^{(1,0)}_{3,0,0} \tag{15}$$

Aus diesen Relationen ersieht man, dass für den Typus $\frac{2}{3}$ zwischen den q die folgenden, für das Spätere wichtigen Beziehungen bestehen:

$$\begin{aligned} q_1^{(1)} &= q_2^{(4)} = q_3^{(6)}; \\ q_2^{(2)} &= q_3^{(3)} = q_6^{(2)} = q_7^{(3)}; \\ q_4^{(4)} &= q_5^{(5)}; \qquad q_2^{(0)} = 0, \end{aligned} \tag{16}$$

die außerdem die numerische Rechnung vereinfachen.

In analoger Weise findet man für die p-Coefficienten in P:

$$P = p_0 + p_1 \cos 3w + p_2 \eta \cos v + p_4 \eta \cos (3w - v) + p_6 \eta \cos (6w - v)$$
$$+ p_3 \eta' \cos v_1 + p_5 \eta' \cos (3w - v_1) + p_7 \eta' \cos (6w - v_1) \qquad (17)$$

Die Werte:

$$\begin{aligned}
p_0 &= p_0^{(0)} + p_0^{(1)} \beta_1 + p_0^{[1]} \beta_1^2 \\
p_1 &= p_1^{(0)} + p_1^{(1)} \beta_1 + p_1^{[1]} \beta_1^2 \\
p_2 &= p_2^{(0)} + p_2^{(1)} \beta_1 + p_2^{(2)} \beta_2 + p_2^{(4)} \beta_4 \\
p_3 &= p_3^{(0)} + p_3^{(1)} \beta_1 + p_3^{(3)} \beta_3 + p_3^{(5)} \beta_5 \\
p_4 &= p_4^{(0)} + p_4^{(1)} \beta_1 + p_4^{(2)} \beta_2 + p_4^{(4)} \beta_4 \\
p_5 &= p_5^{(0)} + p_5^{(1)} \beta_1 + p_5^{(3)} \beta_3 + p_5^{(5)} \beta_5 \\
p_6 &= p_6^{(0)} + p_6^{(1)} \beta_1 + p_6^{(2)} \beta_2 + p_6^{(4)} \beta_4 \\
p_7 &= p_7^{(0)} + p_7^{(1)} \beta_1 + p_7^{(3)} \beta_3 + p_7^{(5)} \beta_5 .
\end{aligned} \qquad (18)$$

Dabei sind die $p_\nu^{(i)}$ wieder sämmtlich Functionen der bekannten Entwickelungscoefficienten B der Derivierten P, und zwar:

$$p_0^{(0)} = B_{0.0.0}; \qquad p_0^{(1)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0} - 3\mu B_{3.0.0}; \qquad p_0^{[1]} = \frac{1}{2} B^{2.0}_{0.0.0}.$$

$$p_1^{(0)} = B_{3.0.0}; \qquad p_1^{(1)} = B^{1.0}_{0.0.0} + \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0} - 6\mu B_{6.0.0};$$
$$p_1^{[1]} = \frac{1}{2} B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4} B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4} B^{2.0}_{9.0.0} - \frac{3}{2} \mu B^{1.0}_{3.0.0} - \frac{9}{2} \mu B^{1.0}_{9.0.0}$$
$$- 9\mu^2 B_{3.0.0} + \frac{9}{2} \mu^2 B_{3.0.0} + \frac{81}{2} \mu^2 B_{9.0.0}$$

$$p_2^{(0)} = B^{0.1}_{0.1.0}; \qquad p_2^{(1)} = \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{3.1.0} + \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{-3.1.0} + \frac{9}{4} \mu B_{3.0.0} - 3\mu B^{0.1}_{3.1.0} - 3\mu B^{(-1)}_{3.1.0};$$
$$p_2^{(2)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{0.0.0}; \qquad p_2^{(4)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0} - 6\mu B_{3.0.0}.$$

$$p_3^{(0)} = B^{0.1}_{0.0.1}; \qquad p_3^{(1)} = \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{3.0.1} + \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{-3.0.1} - 3\mu B^{0.1}_{3.0.1} - 3\mu B^{0.1}_{-3.0.1};$$
$$p_3^{(3)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}; \qquad p_3^{(5)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{6.0.0} - 6\mu B_{6.0.0}.$$

$$p_4^{(0)} = B^{0.1}_{3.1.0}; \qquad p_4^{(1)} = \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{0.1.0} + \frac{1}{2} B^{1.1.0}_{6.1.0} + \frac{9}{2} \mu B_{6.0.0} - 6\mu B^{0.1}_{6.1.0};$$
$$p_4^{(2)} = B^{1.0}_{0.0.0}; \qquad p_4^{(4)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0} - 3\mu B_{3.0.0}. \qquad (19)$$

$$p_5^{(0)} = B^{(+1)}_{3.0.1}; \qquad p_5^{(1)} = \frac{1}{2} B^{(+1.1.0)}_{0.0.1} + \frac{1}{2} B^{(+1.1.0)}_{6.0.1} - 6\mu B^{(+1)}_{6.0.1};$$

$$p_5^{(3)} = B^{1.0}_{0.0.0}; \qquad p_5^{(5)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0} - 3\mu B_{3.0.0}.$$

$$p_6^{(0)} = B^{(+1)}_{6.1.0}; \qquad p_6^{(1)} = \frac{1}{2} B^{(-1.1.0)}_{9.1.0} + \frac{1}{2} B^{(+1.1.0)}_{3.1.0} - 9\mu B^{(-1)}_{9.1.0} + 3\mu B^{(+1)}_{3.1.0};$$

$$p_6^{(2)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}; \qquad p_6^{(4)} = B^{1.0}_{0.0.0}.$$

$$p_7^{(0)} = B^{(+1)}_{6.0.1}; \qquad p_7^{(1)} = \frac{1}{2} B^{(-1.1.0)}_{9.0.1} + \frac{1}{2} B^{(+1.1.0)}_{3.0.1} - 9\mu B^{(-1)}_{9.0.1} + 3\mu B^{(+1)}_{3.0.1};$$

$$p_7^{(3)} = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0}; \qquad q_7^{(5)} = B^{1.0}_{0.0.0}. \tag{19}$$

Und man erkennt, dass:

$$\left.\begin{aligned} p_2^{(2)} &= p_3^{(3)} = p_6^{(2)} = p_7^{(3)}; \\ p_4^{(2)} &= p_5^{(3)} = p_6^{(4)} = p_7^{(5)}; \\ p_1^{(1)} &= p_5^{(5)}; \quad p_2^{(4)} = p_3^{(5)}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Schließlich findet man für den gewöhnlichen Theil von Q, der in die Differentialgleichung für die Zeitreduction große Glieder liefert:

$$\left.\begin{aligned} Q_g = g_1 \sin 6w + g_2\eta \sin(3w+v) + g_4\eta \sin(9w-v) \\ + g_3\eta' \sin(3w+v_1) + g_5\eta' \sin(9w-v_1), \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= g_1^{(0)} + g_1^{(1)}\beta_1 \\ g_2 &= g_2^{(0)} + g_2^{(1)}\beta_1 + g_2^{(2)}\beta_2 + g_2^{(4)}\beta_4 \\ g_3 &= g_3^{(0)} + g_3^{(1)}\beta_1 + g_3^{(3)}\beta_3 + g_3^{(5)}\beta_5 \\ g_4 &= g_4^{(0)} + g_4^{(1)}\beta_1 + g_4^{(2)}\beta_2 + g_4^{(4)}\beta_4 \\ g_5 &= g_5^{(0)} + g_5^{(1)}\beta_1 + g_5^{(3)}\beta_3 + g_5^{(5)}\beta_5 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

und:

$$g_1^{(0)} = A_{6.0.0}; \qquad g_1^{(1)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0} + \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0} + 3\mu A_{3.0.0} - 9\mu A_{9.0.0}.$$

$$g_2^{(0)} = A^{(+1)}_{3.1.0}; \qquad g_2^{(1)} = \frac{1}{2} A^{(+1.1.0)}_{6.1.0} - 6\mu A^{(+1)}_{6.1.0}; \qquad g_2^{(2)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0};$$

$$g_2^{(4)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0} - 9\mu A_{9.0.0}.$$

---

(23)

$$\left.\begin{aligned}
g_3^{(0)} = A^{(-1)}_{3.0.1}; \qquad g_3^{(1)} &= \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{0.0.1} + \frac{1}{2} A^{+1.1.0}_{6.0.1} - 6\mu A^{(-1)}_{6.0.1}; \\
g_3^{(3)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}; \qquad g_3^{(5)} &= \frac{1}{2} A^{1.0}_{9.0.0} - 9\mu A_{9.0.0}. \\
& \\
g_4^{(0)} = A^{(-1)}_{9.1.0}; \qquad g_4^{(1)} &= \frac{1}{2} A^{-1.1.0}_{6.1.0} + 6\mu A^{(-1)}_{6.1.0} + 9\mu A_{12.0.0} - 12\mu A^{(-1)}_{12.1.0} + \frac{1}{2} A^{1.1.0}_{12.1.0}; \\
g_4^{(2)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}; \qquad g_4^{(4)} &= \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0} + 3\mu A_{3.0.0}. \\
& \\
g_5^{(0)} = A^{(-1)}_{9.0.1}; \qquad g_5^{(1)} &= \frac{1}{2} A^{1.1.0}_{6.0.1} + 6\mu A^{(-1)}_{6.0.1} - 12\mu A^{(-1)}_{12.0.1} + \frac{1}{2} A^{1.1.0}_{12.0.1}; \\
g_5^{(3)} = \frac{1}{2} A^{1.0}_{6.0.0}; \qquad g_5^{(5)} &= \frac{1}{2} A^{1.0}_{3.0.0} + 3\mu A_{3.0.0}.
\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Schließlich:

$$\left.\begin{aligned}
g_2^{(2)} = g_3^{(3)} = g_4^{(2)} = g_5^{(3)}; \\
g_2^{(4)} = g_3^{(5)}; \qquad g_4^{(4)} = g_5^{(5)}.
\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

II. Ausführung der Integration.

Bei der nun folgenden Integration der Gleichungen für S, ρ, T wenden wir das Gyldén'sche Verfahren der partiellen Integration an, und zwar in der Modification, welche Herr Brendel demselben gegeben hat, also dessen in seiner Theorie der kleinen Planeten dargelegte Methode, welche auch die Behandlung strenger Commensurabilitätstypen ermöglicht. Von besonderem Vortheil erweist sich dabei die Brendel'sche Berechnungsweise der charakteristischen Störungen, welche in der »Theorie der kleinen Planeten« beim Typus $\frac{1}{2}$ angewendet, sich auch beim Typus $\frac{2}{3}$ benutzen lässt.

A. Die Integration für den o. Grad bis inclusive Glieder III. Ordnung.

1. Integration der Differentialgleichung für S.

Für den 0. Grad gestaltet sich die Integration noch äußerst einfach. Um in der Bezeichnung mit dem folgenden in Symmetrie zu bleiben, schreiben wir die Differentialgleichung in S für den 0. Grad:

$$\frac{dS}{dv} = -Q_0^{(1)} \sin 3w, \tag{25}$$

wo $Q_0^{(1)} = q_1$ direct durch die Formeln (14) und (15) gegeben ist; während für die folgenden Grade die Coefficienten der rechten Seite der Differentialgleichungen in S und ρ nicht mehr direct durch die q bezüglich p gegeben sind, was uns zu dieser neuen Bezeichnungsweise veranlasst.

Da die Variabilität von T_l im Winkelargument:

$$w = (1-\mu_2)v - B - \mu T_l$$

keine Glieder 0. Grades, sondern, wie wir sehen werden, stets Glieder eines **höheren**, als des bezüglich zu integrierenden Grades erzeugt, so findet man beim 0. Grad ganz einfach incl. bis zur 3. Ordnung:

$$S_0 = a_0 + a_1 \cos 3w,$$

wobei:

$$a_1 = \frac{A_{3.0.0}}{3(1-\mu_1)} + \frac{A^{1.0}_{6.0.0}}{6(1-\mu_1)}\beta_1 + \frac{\mu A_{6.0.0}}{(1-\mu_1)}\gamma_1 + \left\{\frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{6(1-\mu_1)} - \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{12(1-\mu_1)} + \frac{A^{2.0}_{9.0.0}}{12(1-\mu_1)}\right\}\beta_1^2$$
$$- \mu\left\{\frac{A^{1.0}_{3.0.0}}{4(1-\mu_1)} - \frac{3A^{1.0}_{9.0.0}}{4(1-\mu_1)}\right\}\beta_1\gamma_1$$
$$+ \mu^2\left\{-\frac{3A_{3.0.0}}{4(1-\mu_1)} - \frac{3A_{3.0.0}}{8(1-\mu_1)} + \frac{27A_{9.0.0}}{8(1-\mu_1)}\right\}\gamma_1^2.$$

Führt man den Integrationsdivisor δ_1 ein mit Hinblick darauf, dass beim Typus $\left(\frac{2}{3}\right)$ ja $\mu_1 = \frac{2-\delta_1}{3}$ ist und ersetzt γ_1 durch β_1 mittelst $\gamma_1 = -\frac{2}{1+\delta_1}\beta_1$, so erhält man [1]:

$$S_0 = a_0 + (q' + q''\beta_1 + q'''\beta_1^2)\cos 3w, \tag{26}$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned}
q' &= \frac{A_{3.0.0}}{1+\delta_1}\\
q'' &= \frac{A^{1.0}_{6.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{6\mu A_{6.0.0}}{(1+\delta_1)^2}\\
q''' &= \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{4(1+\delta_1)} + \frac{A^{2.0}_{9.0.0}}{4(1+\delta_1)}\\
&\quad + \frac{3\mu A^{1.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)^2} - \frac{9\mu A^{1.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)^2}\\
&\quad - \frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^3} - \frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)^3} + \frac{81\mu^2 A_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)^3}
\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Dabei ist a_0 Integrationsconstante, über die später verfügt werden wird (cf. Abtheilung *C*, die Integrationsconstanten); die A sind berechenbar, δ_1 ist aus den Beobachtungen zu bestimmen und es repräsentiert q' die Glieder der 1., $q''\beta_1$ diejenigen der 2., $q'''\beta_1^2$ die Glieder der 3. Ordnung. Die einzige noch unbekannte Größe im Integral (26), β_1, ergibt sich durch Lösung einer cubischen Gleichung, deren Discussion den Inhalt des nächsten Capitels bildet. Das **Integral** S_0 ist mithin nach Bestimmung von β_1 **vollständig bekannt**.

Die **gewöhnlichen** Glieder in S_0 folgen aus:

$$\frac{dS}{dv} = \Sigma A_{n.0.0} \sin n w$$

für alle Werte von n, mit Ausnahme von $n = 3$, also aus:

$$S_{n.0.0} = \frac{A_{n.0.0}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)} \cos nw, \tag{28}$$

wobei die wenigen, überhaupt in Betracht kommenden Werte von n sich bei der **numerischen** Rechnung ergeben.

[1] Dass μ_1, also δ_1 und nicht δ, Integrationsdivisor wird, ist in Nr. 4 dieser Abtheilung gezeigt.

2. Die Integration der Differentialgleichung für ρ.

Die Differentialgleichung für ρ wird, da nach den Entwickelungen vom Capitel III elementäre Glieder der Form B für den 0. Grad überhaupt nicht auftraten, also $(\rho) = 0$ ist, einfach:

$$\frac{d^2R}{dv^2} + R = 2S_0 - P_0 - Q_0\frac{dR_0}{dv}. \tag{29}$$

Auf der rechten Seite ist $P_0 = p_0 + p_1 \cos 3w$ durch die Formeln (18) und (19) bekannt; S_0 haben wir eben gefunden. Um $Q_0\frac{dR_0}{dv}$ zu finden, bedenken wir, dass:

$$Q_0 = \Sigma A_{n,0,0} \sin nw + \Sigma A^{1,0}_{n,0,0} R_0 \sin nw - \Sigma n\mu A_{n,0,0} K_0 \cos nw$$

$$\frac{dR_0}{dv} = -(1+\delta_1)\beta_1 \sin 3w$$

ist. Also wird man aus:

$$Q_0\frac{dR_0}{dv} = \Sigma A_{n,0,0}\frac{dR_0}{dv}\sin nw + \Sigma A^{1,0}_{n,0,0} R_0 \frac{dR_0}{dv} \sin nw$$

$$-\Sigma n\mu A_{n,0,0} K_0 \frac{dR_0}{dv} \cos nw,$$

da offenbar:

$$R_0\frac{dR_0}{dv} = -\frac{1}{2}(1+\delta_1)\beta_1^2 \sin 6w$$

$$K_0\frac{dR_0}{dv} = -\frac{1}{2}(1+\delta_1)\beta_1\gamma_1 + \frac{1}{2}(1+\delta_1)\beta_1\gamma_1 \cos 6w$$

ist und das 1. Glied für $n = 3$ und $n = 6$, das 2. und 3. je für $n = 3$ und $n = 9$ kurzperiodische Glieder ergeben, das folgende Resultat erhalten:

$$\left.\begin{aligned} Q_0\frac{dR_0}{dv} = {} & -\frac{1+\delta_1}{2}A_{3,0,0}\beta_1 - \frac{1+\delta_1}{2}A_{6,0,0}\beta_1 \cos 3w \\ & -\left\{\frac{1+\delta_1}{4}A^{1,0}_{3,0,0} + \frac{1+\delta_1}{4}A^{1,0}_{9,0,0}\right\}\beta_1^2 \cos 3w \\ & + \left\{\frac{3}{4}\mu(1+\delta_1)A_{3,0,0} - \frac{9}{4}\mu(1+\delta_1)A_{9,0,0}\right\}\beta_1\gamma_1 \cos 3w. \end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Zunächst wird daher die Differentialgleichung in R:

$$\frac{d^2R}{dv^2} + R = 2a_0 + p_0 + \{(p)_1 + (p)_2\beta_1 + (p)_3\gamma_1 + (p)_4\beta_1^2 + (p)_5\beta_1\gamma_1 + (p)_6\gamma_1^2\} \cos 3w,$$

wobei:

$$p_0 = -B_{[illegible]} - \frac{1}{2}B^{1,0}_{[illegible]}\beta_1 + \frac{1+\delta_1}{2}A_{[illegible]}\beta_1 - \frac{3}{2}\mu B_{[illegible]}\gamma_1 - \frac{1}{2}B_{[illegible]}\beta_1^2$$

$$(p)_1 = -B_{3,0,0} + \frac{2A_{3,0,0}}{1+\delta_1}$$

$$(p)_2 = -B^{1,0}_{[illegible]} - \frac{1}{2}B^{1,0}_{[illegible]} + \frac{A^{1,0}_{6,0,0}}{1+\delta_1} + \frac{1+\delta_1}{2}A_{[illegible]}$$

$$(p)_3 = -3\mu B_{[illegible]} + \frac{6\mu A_{[illegible]}}{1+\delta_1}$$

$$(p)_1 = -\frac{1}{2}B^{2.0}_{3.0.0} - \frac{1}{4}B^{2.0}_{3.0.0} - \frac{1}{4}B^{2.0}_{9.0.0} + \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{1+\delta_1} - \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)}$$

$$+\frac{A^{2.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)} + \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{3.0.0} + \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{9.0.0}$$

$$(p)_5 = -\frac{3}{4}\mu B^{1.0}_{3.0.0} - \frac{9}{4}\mu B^{1.0}_{9.0.0} - \frac{3\mu A^{1.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} + \frac{9\mu A^{1.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)}$$

$$-\frac{3}{4}\mu(1+\delta_1)A_{3.0.0} + \frac{9}{4}\mu(1+\delta_1)A_{9.0.0}$$

$$(p)_6 = \frac{9}{4}\mu^2 B_{3.0.0} - \frac{9}{8}\mu^2 B_{3.0.0} - \frac{81}{8}\mu^2 B_{9.0.0} - \frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)}$$

$$-\frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{4(1+\delta_1)} + \frac{81\mu^2 A_{9.0.0}}{4(1+\delta_1)}$$

ist.

Aus dem formell bekannten Integralansatz aber erhält man:

$$\frac{d^2R_0}{dv^2} + R_0 = b_0 - (2\delta_1 + \delta_1^2)\beta_1 \cos 3w,$$

mithin:

$$b_0 = 2a_0 + p_0$$

$$(2\delta_1 + \delta_1^2)\beta_1 = -(p)_1 - (p)_2\beta_1 - (p)_3\gamma_1 - (p)_4\beta_1^2 - (p)_5\beta_1\gamma_1 - (p)_6\gamma_1^2.$$

Ersetzt man jetzt γ_1 durch β_1, so ergibt sich als Bestimmungsgleichung der Unbekannten β_1:

$$(2\delta_1 + \delta_1^2)\beta_1 = p' + p''\beta_1 + p'''\beta_1^2, \tag{31}$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned}
p' &= B_{3.0.0} - \frac{2A_{3.0.0}}{1+\delta_1} \\
p'' &= B^{1.0}_{0.0.0} + \frac{1}{2}B^{1.0}_{6.0.0} - \frac{A^{1.0}_{6.0.0}}{1+\delta_1} - \frac{1+\delta_1}{2}A_{6.0.0} - \frac{6\mu B_{6.0.0}}{1+\delta_1} + \frac{12\mu A_{6.0.0}}{(1+\delta_1)^2} \\
p''' &= -\frac{1}{2}B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4}B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4}B^{2.0}_{9.0.0} - \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{1+\delta_1} + \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{A^{2.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)} \\
&\quad - \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{3.0.0} - \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{9.0.0} - \frac{3\mu B^{1.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{9\mu B^{1.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{3\mu A^{1.0}_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^2} \\
&\quad + \frac{9\mu A^{1.0}_{9.0.0}}{(1+\delta_1)^2} - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0} + \frac{9}{2}\mu A_{9.0.0} - \frac{9\mu^2 B_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^2} + \frac{9\mu^2 B_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)^2} \\
&\quad + \frac{81\mu^2 B_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)^2} + \frac{18\mu^2 A_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^3} + \frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^3} - \frac{81\mu^2 A_{9.0.0}}{(1+\delta_1)^3}
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

ist. Diese Relationen, in denen wir der Übersicht halber gleiche Glieder absichtlich nicht zusammengezogen haben, sind nun für Hilda wirklich numerisch zu berechnen, was im V. Capitel geschehen wird. Ist somit β_1 ermittelt, so ist auch das Integral:

$$R_0 = 2a_0 + p_0 - \frac{p' + p''\beta_1 + p'''\beta_1^2}{2\delta_1 + \delta_1^2}\cos 3w \tag{33}$$

bekannt, da p_0 gegeben ist durch:

$$p_0 = -B_{0.0.0} - \frac{1}{2}B^{1.0}_{3.0.0}\beta_1 + \frac{1+\delta_1}{2}A_{3.0.0}\beta_1 - \frac{3}{2}\mu B_{3.0.0}\gamma_1 - \frac{1}{2}B^{2.0}_{0.0.0}\beta_1^2.$$

Die gewöhnlichen Glieder in R_0 bestimmt man aus:

$$\frac{d^2R}{dv^2}+R = 2S_0 - P_0 = \Sigma(2S_{n.0.0} - B_{n.0.0}) \cos nw,$$

also, indem man nach der Variation der Constanten integriert, was in der Abtheilung B, b, 2, bei der Integration der allgemeinen Gleichung für ρ durchgeführt ist, gemäß dem dort gegebenen Verfahren aus:

$$R_{n.0.0} = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{n(1-\mu_1)+1} - \frac{1}{n(1-\mu_1)-1}\right\}(2S_{n.0.0} - B_{n.0.0}),$$

also aus:

$$R_{n.0.0} = \frac{2S_{n.0.0}-B_{n.0.0}}{1-\frac{n^2}{9}(1+\delta_1)^2} \tag{34}$$

wo $n \lesseqgtr 3$, $S_{n.0.0}$ durch Gleichung (28) gegeben und:

$$R_{0.0.0} = 2S_{0.0.0}-B_{0.0.0}$$

ist.

3. Integration der Differentialgleichung für T.

Im I. Capitel haben wir gesehen, dass die Zeitreduction definiert war als Differenz der wahren und der reducierten Zeit:

$$T' = t - \zeta$$

und dass die Differentialgleichung zur Bestimmung der Zeitreduction, wenn wir jetzt die Glieder 0. Grades bis zur III. Ordnung incl. mitnehmen, ist:

$$\frac{dT}{dv} = S - 2R - 2RS+3R^2+3SR^2-4R^3, \tag{35}$$

so dass also die Zeitreduction durch diese Differentialgleichung nicht direct gegeben, sondern gleich:

$$\frac{1}{n}T = T' = t - \zeta$$

ist, wenn T aus obiger Differentialgleichung bestimmt wird.

Um nun die Differentialgleichung (35) für den Hildatypus für den 0. Grad wirklich aufzustellen, ist:

$$S_0 = a_0+a_1 \cos 3w; \qquad R_0 = b_0+\beta_1 \cos 3w.$$

Da infolge der Bestimmung der Integrationsconstanten (cf. Capitel IV, Abtheilung C und Capitel V) a_0 und b_0 rein 1. Ordnung werden, so wird:

$$a_0b_0 \equiv m'^2; \qquad a_1b_0 \equiv m'^2; \qquad b_0^2 \equiv m'^2.$$

also offenbar:

$$SR = a_0\beta_1 \cos 3w+\frac{1}{2}a_1\beta_1+\frac{1}{2}a_1\beta_1 \cos 6w$$

$$R^2 = 2b_0\beta_1 \cos 3w+\frac{1}{2}\beta_1^2+\frac{1}{2}\beta_1^2 \cos 6w.$$

wo das letzte Glied in R^2 zwar ein gewöhnliches ist, jedoch bei Hilda groß werden kann und darum in T gleich mitzunehmen ist. Während wir das Glied dieses Argumentes im Product SR, wo es mit dem kleinen Factor a_1 multipliciert auftrat, vernachlässigt haben. Ferner wird:

$$R^3 = \frac{3}{2} b_0 \beta_1^2 \cos 6w + \frac{3}{2} b_0 \beta_1^2 + \frac{1}{4} \beta_1^3 \cos 9w + \frac{3}{4} \beta_1^3 \cos 3w.$$

Schließlich gibt:

$$3SR^2 = \frac{3}{2} a_0 \beta_1^2 + \frac{3}{2} a_0 \beta_1^2 \cos 6w + \frac{3}{2} a_1 \beta_1^2 \cos 3w + \frac{3}{4} a_1 \beta_1^2 \cos 9w$$

wo zwar das Glied vom Argument $9w$ wieder ein gewöhnliches ist, jedoch groß werden kann beim Typus $\frac{2}{3}$ und deshalb gleich mitgenommen wurde.

Die Differentialgleichung für T wird daher für den 0. Grad bis inclusive zur 3. Ordnung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dT}{dv} &= c_0 + \gamma + \left(a_1 - 2\beta_1 - 2a_0\beta_1 + 6b_0\beta_1 + \frac{3}{2} a_1 \beta_1^2 - 3\beta_1^3\right) \cos 3w \\ &+ \left(\frac{3}{2} \beta_1^2 - a_1\beta_1 - 6b_0\beta_1^2 + \frac{3}{2} a_0 \beta_1^2\right) \cos 6w - \left(\beta_1^3 + \frac{3}{4} a_1 \beta_1^2\right) \cos 9w, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

wo gesetzt ist:

$$\left.\begin{aligned} c_0 &= a_0 - 2b_0 - a_1\beta_1 - 6b_0\beta_1^2 + \frac{3}{2} a_0 \beta_1^2 \\ \gamma &= \frac{3}{2} \beta_1^2. \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Es enthält somit c_0 alle die Glieder, welche einmal mit der reinen Masse (nicht dividiert durch δ_1) multipliciert sind, denn es ist z. B.:

$$6 b_0 \beta_1^2 \asymp \frac{m'^3}{\delta_1^2} \asymp m' \frac{m'}{\delta_1} \frac{m'}{\delta_1},$$

enthält also einmal die reine Masse, da $\frac{m'}{\delta_1}$ sehr viel kleiner als 1 ist; letzteres deshalb, weil, wie in Capitel V bewiesen, δ_1 stets größer oder höchstens gleich $m'^{\frac{2}{3}}$ ist, weshalb also $\frac{m'}{\delta_1}$ stets kleiner als (oder gleich) $\sqrt[3]{m'}$ oder $m'^{\frac{1}{3}}$ ist. Mithin ist also, infolge unserer Anordnung, c_0 stets rein 1. Ordnung, in γ aber sind nur diejenigen Glieder aufgenommen, welche nicht die reine Masse enthalten, also bloß Potenzen von β_1. In diesem Sinne müsste man also auch, wenn man z. B. bis zur 5. Ordnung gienge, das Glied $\frac{15}{8} \beta_1^4$, welches dann auftritt (cf. Capitel V), zu γ, die übrigen Glieder rein 1. Ordnung aber zu c_0 nehmen. Indem nun infolge dieser Anordnung c_0 stets rein 1. Ordnung bleibt, kann es durch Wahl der Constanten a_0 zum Verschwinden gebracht werden, weil dann a_0 von derselben Ordnung wie c_0, d. h. von der Ordnung m' wird; denn offenbar wird a_0 von derselben Größenordnung, wie die Größe, die durch Wahl von a_0 verschwinden soll. Würde man hingegen $c_0 + \gamma$ zum Verschwinden bringen durch Wahl von a_0, so würde $a_0 \asymp c_0 + \gamma$, also, wenn γ groß ist, so würde auch a_0 groß. Es darf aber (cf. Capitel V), wenn wir zu einem convergenten Resultat gelangen wollen, a_0 nicht größer als von der Größenordnung m' werden, und deshalb eben wird im folgenden a_0 so bestimmt werden, dass bloß c_0 allein verschwindet, da γ bei Hilda groß werden kann, worauf wir in Capitel V ausführlich zurückkommen werden.

Nach dieser Bemerkung, die indes bereits hier zu machen von größter Wichtigkeit ist, kehren wir zur Integration von Gleichung (36) zurück. Allgemein hatten wir gesetzt:

$$T = \bar{\gamma} v + T_l + K,$$

wo, wie sogleich nachgewiesen werden soll:

$$\bar{\gamma} = c_0 + \gamma + \gamma_0$$

ist, und die kleine Constante γ_0 aus den langperiodischen Gliedern T_l entspringt. Ist T_l, wie jetzt beim 0. Grad, gar nicht vorhanden, so hat man einfach $\bar{\gamma} = c_0 + \gamma$, also:

$$T = (c_0 + \gamma) v + K,$$

mithin:

$$\frac{dT}{dv} = c_0 + \gamma + \frac{dK}{dv}.$$

Der formell bekannte Integralansatz für K aber lautet:

$$K = \gamma_1 \sin 3w + g_2' \sin 6w + g_3' \sin 9w.$$

Die aus dem unbestimmten Integralansatz resultierende Form der Differentialgleichung ist somit:

$$\frac{dT}{dv} = c_0 + \gamma + (1 + \delta_1)\gamma_1 \cos 3w + 2(1 + \delta_1) g_2' \cos 6w + 3(1 + \delta_1) g_3' \cos 9w. \tag{38}$$

Der Vergleich mit der ursprünglichen Form (36) der Differentialgleichung ergibt demnach:

$$\begin{aligned} c_0 = 0 &= a_0 - 2b_0 - a_1\beta_1 + \frac{3}{2} a_0 \beta_1^2 - 6 b_0 \beta_1^2 \\ \gamma &= \frac{3}{2} \beta_1^2 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\gamma_1 = \frac{a_1 - 2\beta_1 - 2a_0\beta_1 + 6b_0\beta_1 - 3\beta_1^3 + \frac{3}{2} a_1 \beta_1^2}{1 + \delta_1} \tag{40}$$

$$g_2' = \frac{3\beta_1^2 - 2a_1\beta_1 - 12 b_0 \beta_1^2 + 3a_0\beta_1^2}{4(1 + \delta_1)} \tag{41}$$

$$g_3' = -\frac{3a_1\beta_1^2 + 4\beta_1^3}{12(1 + \delta_1)}. \tag{42}$$

Hat man also über die Constante a_0 verfügt (dass man dies willkürlich thun kann, ist in Abtheilung C dieses Capitels bewiesen) und ist β_1 bestimmt, was wie gesagt, im V. Capitel geschehen wird, so ist auch b_0 bekannt. Denn es ist ja:

$$b_0 = 2a_0 + p_0$$

oder, wenn man in dem zuvor angeführten Wert von p_0 noch γ_1 durch β_1 auf Grund der Formel $\gamma_1 = -\frac{2}{1 + \delta_1} \beta_1$ ersetzt:

$$b_0 = 2a_0 + h_0 + h_1\beta_1 + h_2\beta_1^2.$$

wo:

$$h_0 = B_{0.0.0}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} B^{1.0}_{3.0.0} + \frac{3\mu}{1+\delta_1} B_{3.0.0} + \frac{1+\delta_1}{2} A_{3.0.0}$$

$$h_2 = -\frac{1}{2} B^{2.0}_{0.0.0}$$

ist.

Mithin ist das Integral der Differentialgleichung (36):

$$T_0 = \gamma v + K \tag{43}$$

jetzt vollständig bestimmt, wenn man für γ und in K für γ_1, g_1', g_2' ihre nunmehr bekannten Werte einsetzt.

Zu bemerken ist noch, dass wir im vorhergehenden für γ_1 nicht den Wert (40), sondern nur den Wert:

$$\gamma_1 = -\frac{2}{1+\delta_1} \beta_1$$

gesetzt haben. Dieser Wert ist indes schon so genähert, dass man, nachdem a_0, b_0, β_1 bestimmt sind, die Rechnung höchstens noch einmal mit dem strengen Wert (40) zu wiederholen braucht.

Die gewöhnlichen Glieder folgen aus der Gleichung:

$$\frac{dT}{dv} = \{S_{n.0.0} - 2R_{n.0.0}\} \cos nv,$$

also aus:

$$T_{n.0.0} = \frac{S_{n.0.0} - 2R_{n.0.0}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)}, \tag{44}$$

wobei:

$$T_{0.0.0} = 2B_{0.0.0} - 3S_{0.0.0}$$

ist und $S_{n.0.0}$ und $R_{n.0.0}$ durch (28) und (34) gegeben sind.

---

4. Über die in der Zeitreduction auftretende Constante.

Wir wollen nun die in T (das also nicht direct selbst die Zeitreduction ist, indem vielmehr $t - \zeta = \frac{1}{n} T$ die Zeitreduction ist) und die in $\frac{dT}{dv}$ auftretende Constante noch etwas näher betrachten.

Bei der Entwickelung der Störungsfunction trat zunächst das Argument:

$$w_1 = (1-\mu)v - B - \mu T \tag{45}$$

auf, wobei die Zeitreduction für Jupiter und andere sehr kleine Größen bereits vernachlässigt sind.

Dabei ist also in (45) T definiert durch die Differentialgleichung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dT}{dv} &= S-2R-2RS+3R^2+3SR^2-4R^3\ldots \\ &+\{6R-2S-12R^2+6RS-\ldots\}\,\eta\cos v \\ &-3\eta^2R+\left\{\frac{3}{2}S-6R+\ldots\right\}\eta^2\cos 2v \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &-\frac{dX}{dv}.\end{aligned}\right\} \tag{46}$$

Nach unseren bisherigen Entwickelungen enthält nun die rechte Seite dieser Gleichung Glieder aller Formen, also langperiodische (der Form A und C), kurzperiodische (der Form B und D) und gewöhnliche Glieder, sowie Constanten. Daraus schließt man, dass auch $\frac{dT}{dv}$ Glieder aller dieser Formen enthält. Und damit muss auch T selbst Glieder aller dieser Formen enthalten, mit der Ausnahme, dass statt der constanten Glieder in $\frac{dT}{dv}$, jetzt in T seculare (von der Form constans mal v) auftreten, die $\frac{dT}{dv}$ nicht enthält. Bezeichnen wir den secularen Theil mit $\bar{\gamma}v$, und den Inbegriff aller Glieder der Form A kurz mit (A) etc., so wird also:

$$T=\bar{\gamma}v+(A)+(B)+(C)+(D)+(G), \tag{47}$$

aber:

$$\frac{dT}{dv}=c_0+\gamma+(A)+(B)+(C)+(D)+(G). \tag{48}$$

Wenn nun, und das ist das Wesentliche, unsere trigonometrischen Reihen die gewöhnlichen Reihen der alten Störungstheorie wären, so dass alle Glieder die einfache Form:

$$\frac{\sin}{\cos}\left\{\text{const.}\times v+\text{const.}\right\}$$

hätten, dann wäre $c_0+\gamma=\bar{\gamma}$. Wir haben aber in der Gyldén'schen Störungstheorie T noch in den Argumenten, wodurch die »exargumentalen« Glieder entstehen, und darum ist $c_0+\gamma$ mit $\bar{\gamma}$ nicht identisch, wie sich gleich zeigen wird.

Offenbar könnte man nun auf die Idee kommen, aus w_1 das T ganz herauszubringen, indem man nach Potenzen von T entwickelte, also z. B. das Glied:

$$\begin{aligned}\frac{\cos}{\sin}\left\{\lambda v-nB+n\mu T\right\} &= \frac{\cos}{\sin}(\lambda v-nB)\pm n\mu T\frac{\sin}{\cos}(\lambda v-nB) \\ &-\frac{n^2\mu^2T^2}{2}\frac{\cos}{\sin}(\lambda v-nB)\ldots\end{aligned}$$

setzte. Dann würde man ordinäre trigonometrische Reihen erhalten, wie in der alten Störungstheorie; man darf aber eben nicht nach Potenzen von T entwickeln, da nach Gleichung (47) die Potenzen von T auch Potenzen von $\bar{\gamma}v$ enthalten würden, und weil andererseits die langperiodischen Glieder in T groß sein können.

Aus diesem Grunde theilt man eben auch bei der Entwickelung der Störungsfunction T so, dass:

$$T = \bar{\gamma} v + (A) + (C) + K \tag{49}$$

wird, wo also K sämmtliche kurzperiodischen und gewöhnlichen Glieder enthält; so folgt:

$$w = (1-\mu)v - B - \mu(T-K) = (1-\mu)v - B - \mu\{\bar{\gamma}v + (A) + (C)\},$$

also:

$$w_1 = w - \mu K.$$

Wenn man nun nach Potenzen von μK entwickelt, so tritt in der Entwickelung der Störungsfunction nicht mehr das Argument w_1, sondern vielmehr das Argument w auf:

$$w = (1-\mu)v - \mu\bar{\gamma}v + \text{periodische Glieder},$$

oder, wenn:

$$\mu(1+\bar{\gamma}) = \mu_2$$

gesetzt wird, auch:

$$w = (1-\mu_2)v + \text{periodische Glieder}.$$

Trotzdem aber tritt als Integrationsdivisor nicht δ_2, sondern vielmehr δ_1 auf:

$$\mu_1 = \frac{2-\delta_1}{3}, \qquad \mu_2 = \frac{2-\delta_2}{3},$$

wie wir gleich sehen werden, obwohl δ_2 im Argument der Glieder steht.

Definiert man nämlich im Sinne der Brendel'schen modificierten Form der Störungsfunction die Function V so, dass $\frac{dV}{dv}$ kein constantes Glied enthält, so kommen aus Gleichung (48) die Glieder der Form (A) und (C) zu $\frac{dV}{dv}$, hingegen die der Form (B) und (D), sowie die gewöhnlichen Glieder zu $\frac{dK}{dv}$, so dass:

$$\frac{dT}{dv} = c_0 + \gamma + \frac{dV}{dv} + \frac{dK}{dv} \tag{50}$$

wird, wo also $\frac{dV}{dv}$ nur langperiodische Glieder (der Form A und C) enthält. Integriert man aber jetzt Gleichung (50), so folgt:

$$T = (c_0 + \gamma)v + V + K,$$

aber hier enthält V außer den langperiodischen noch ein seculares Glied $\gamma_0 v$, so dass:

$$\text{pars const.}\ \frac{dT}{dv} = c_0 + \gamma$$

hingegen:

$$\text{pars secul.}\ T = c_0 + \gamma + \gamma_0 = \bar{\gamma}$$

ist, wie wir gleich näher sehen werden.

Nach dieser Darstellung enthält somit weder K noch T_l ein constantes oder seculares Glied und dasselbe gilt von $\frac{dK}{dv}$; hingegen enthält $\frac{dT_l}{dv}$ außer den periodischen Gliedern noch die Constante $-\gamma_0$. Beispielsweise ist bei Hilda eines der langperiodischen Glieder 1. Grades:

$$\text{pars } T_l = \gamma_2'\eta_1 \sin(3w - v) = \gamma_2'\eta_1 \sin(\delta_2 v - 3B - 3\mu T_l + \Pi), \tag{51}$$

also:

$$\text{pars } \frac{dT_l}{dv} = \gamma_2\eta_1 \cos(3w - v)\left\{\delta_2 - 3\mu\frac{dT_l}{dv}\right\}.$$

Da aber nach dem aus Capitel III bekannten Integralansatz:

$$\text{pars}\,\frac{dT_l}{dv} = \gamma_2\eta_l\cos(3w-v) \tag{51a}$$

ist, so wird (51).

$$\text{pars}\,\frac{dT_l}{dv} = \delta_2\gamma_2\eta_l\cos(3w-v) - \frac{3}{2}\mu\gamma_2\eta_l^2 - \frac{3}{2}\mu\gamma_2\eta_l^2\cos(6w-2v),$$

wo:

$$\frac{3}{2}\mu\gamma_2\eta^2 = \text{const.},$$

so dass allgemein:

$$\frac{dT_l}{dv} = \left(\frac{dT}{dv}\right)_l - \gamma_0 \tag{52}$$

ist, wo also γ_0 eine kleine Constante bezeichnet; und zwar ist dieselbe vom zweiten Grade.

Die Gleichung für w:

$$w = (1-\mu)v - \mu(c_0+\gamma)v - \mu V$$

wird, da V den secularen Theil $\gamma_0 v$ enthält:

$$\begin{aligned} w &= (1-\mu)v - \mu(c_0+\gamma)v - \mu\gamma_0 v + \text{periodische Glieder} \\ &= (1-\mu)v - \mu\bar{\gamma}v + \text{periodische Glieder} \\ &= (1-\mu_2)v + \text{periodische Glieder,} \end{aligned}$$

wie bereits angegeben. Mit Hinblick auf (51) wird somit:

$$w = (1-\mu_1)v - \mu V,$$

wo V noch den secularen Theil $\gamma_0 v$ enthält. Durch Differentation von (52) folgt:

$$\frac{dw}{dv} = 1 - \mu_1 - \mu\frac{dV}{dv}$$

und da $\frac{dV}{dv}$ kein constantes Glied enthält, so ist:

$$\frac{dw}{dv} = 1 - \mu_1 + \text{periodische Glieder}$$

und dabei ist das das Wesentliche, dass der seculare Theil von w zwar gleich $(1-\mu_2)v$, der constante Theil von $\frac{dw}{dv}$ hingegen gleich $1-\mu_1$ ist, und aus diesem letzteren bestimmt sich der Integrationsdivisor. Sei nämlich zu integrieren $\sin nw$, so wird, wenn man setzt:

$$\int \sin nw\,dv = \int \sin\{n(1-\mu_1)v - \mu V\}\,dv = -\frac{1}{n(1-\mu_1)}\cos nw + P$$

offenbar:

$$\frac{dP}{dv} = \sin nw - \frac{n}{n(1-\mu_1)}\sin nw\,\frac{dw}{dv}$$

und da:

$$\frac{dw}{dv} = (1-\mu_1) - \mu\frac{dV}{dv}.$$

so:

$$\frac{dP}{dv} = \frac{\mu}{1-\mu_1} \sin nw \frac{dV}{dv},$$

also:

$$\int \sin nw\, dv = -\frac{1}{n(1-\mu_1)} \cos nw + \frac{\mu}{1-\mu_1} \int \sin nw \frac{dV}{dv} dv \tag{53}$$

und das Wichtige ist, dass rechts nicht V, sondern $\frac{dV}{dv}$ auftritt, welches letztere keinen constanten Theil enthält. Somit ist der bei den Integrationen auftretende kleine Divisor eben δ_1 und nicht δ_2, wiewohl δ_2 zunächst im Winkelargument enthalten ist. Und es ist festzuhalten, dass zwar:

$$V = \gamma_0 v + T_l,$$

also auch:

$$\frac{dV}{dv} = \gamma_0 + \frac{dT_l}{dv} \tag{54}$$

aber:

$$\frac{dV}{dv} = \left(\frac{dT}{dv}\right)_l \tag{55}$$

ist, wo also $\frac{dT_l}{dv}$ so zu verstehen ist, dass man aus T den langperiodischen Theil T_l nimmt und nach v differentiiert, $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$ hingegen so, dass man das ganze T nach v differentiiert und dann den langperiodischen Theil herausnimmt; mit anderen Worten, $\frac{dT_l}{dv}$ ist das Differential des langperiodischen Theiles von T, und $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$ der Theil von $\frac{dT}{dv}$ in Gleichung (48), der langperiodisch ist, und beide unterscheiden sich eben außer um exargumentale periodische Glieder höheren Grades, höherer Ordnung um die kleine Constante γ_0; denn, wie wir sehen, enthält zwar $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$ nur langperiodische Glieder. Bei der Integration aber tritt zu den langperiodischen Gliedern noch $\gamma_0 v$:

$$\int \left(\frac{dT}{dv}\right)_l dv = T_l + \gamma_0 v = \int \frac{dV}{dv} dv = V \tag{56}$$

und wenn man (56) differentiiert, folgt:

$$\left(\frac{dT}{dv}\right)_l = \frac{dT_l}{dv} + \gamma_0 = \frac{dV}{dv} \tag{57}$$

oder auch:

$$\frac{dT_l}{dv} = \left(\frac{dT}{dv}\right)_l - \gamma_0, \tag{58}$$

wie wir durch (52) bereits an dem Gliede für Hilda beispielsweise sehen.

Die beiden Größen

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \mu(1 + c_0 + \gamma) \\ \mu_2 &= \mu(1 + c_0 + \gamma + \gamma_0) = \mu(1 + \bar{\gamma}) \end{aligned} \tag{59}$$

unterscheiden sich bloß durch diese kleine Constante γ_0.

Sämmtliche Störungsglieder, abgesehen von den elementären, haben nun im Argument die Größe $n(1-\mu_2)v$, also die Periode $\frac{2\pi}{1-\mu_2}$, indem der sinus, bezüglich cosinus denselben Wert annimmt, wenn

$(1-\mu_2)v$ um 2π wächst. Ist dabei μ_2 rational, so wird die Bewegung periodisch, da dann die Störungen bei einer ganzen Anzahl von Umläufen denselben Wert annehmen. Dies ist der Fall der strengen Libration: $\delta_2 = 0$. Der Umlauf oder die Periode des ungestörten Planeten ist 2π, diejenige der Störungen $\frac{2\pi}{1-\mu_2}$. Ist also z. B. im Falle eines Planeten vom Hildatypus $\mu_2 = \frac{2}{3}$, so ist die Periode der Störungen 6π, d. h. drei Umläufe; d. h. nach drei Umläufen haben die Störungen wieder genau denselben Wert angenommen, während der Planet nach ein, bezüglich zwei Umläufen nicht an dieselbe Stelle kam. Die Bewegung hat dann also die Periode dreier Umläufe.

Wird speciell in den charakteristischen Gliedern:

$$\sin(3w-v) = \sin(\delta_2 v - 3B - 3\mu T_l + \Pi)$$

$\delta_2 = 0$, also $\mu_2 = \frac{n'}{n_2}$ rational, d. h. streng gleich $\frac{2}{3}$, so verschwindet v ganz aus dem Argument, es bleibt nur: $-\sin(3B+3\mu T_l+\Pi)$ und da in T_l auch v aus den Argumenten verschwindet (abgesehen von den Gliedern der Form A), so wird in diesem besonderen Falle:

$$\sin(3w-v) = \sin\{\text{const.} - \sin\{\text{const.} - \sin\{\text{const.} \ldots\}\}\} = \text{const.}$$

Die Glieder der Form C hören also überhaupt auf zu existieren, d. h. sie werden constant und es tritt strenge Libration ein. Diese Unterscheidung von μ_1 und μ_2 muss bei allen, auch den gewöhnlichen Planeten gemacht werden, ist bei diesen jedoch unwichtig, da hier dieser Unterschied sehr klein ist. Ist dieser Unterschied jedoch groß, so sind solche Fälle, falls nur äußerst genäherte Libration eintritt, nur nach der Gyldén'schen und nicht nach der alten Störungstheorie lösbar, welche letztere diesen Unterschied von μ_1 und μ_2 nicht kennt. Der Fall der genäherten Libration tritt ein, wenn δ_2 nicht $= 0$, aber sehr klein ist. Setzt man $\mu_2 = \frac{n'}{n_2}$, wo $n_2 = \frac{n}{1+\gamma}$, so repräsentiert n_2 diejenige mittlere Bewegung, bei deren Commensurabilität zur Jupiterbewegung Libration eintritt. Von der Größe n_2, »der mittleren Bewegung in Länge«, hängen aber gerade die wahren Umlaufszeiten ab und die Berechnung von n_2 ist später bei Berechnung der Bahn von Hilda erforderlich zur Berechnung der Argumente der auftretenden trigonometrischen Functionen. Indes liegt ein weiteres Eingehen auf die interessante und schwierige Frage der Libration nicht innerhalb des Rahmens der hier zu lösenden Aufgabe.

B. Die Integration für den 1. Grad bis inclusive Glieder II. Ordnung.

a. Die genäherte Integration bei constantem η, η', π, π_1.

Die Integration unserer Differentialgleichungen unter Berücksichtigung der Glieder 1. Grades wird schon complicierter als die Integration für den 0. Grad. Wir haben bereits im 1. Capitel, bei Einführung der Gyldén'schen Definitionsgleichungen für den Radius vector (8) und die Flächengeschwindigkeit (9) darauf hingewiesen, dass η eine langperiodische Function sei, und ebenso ist π eine solche. Die Bestimmungsgleichungen für diese beiden Functionen werden wir jetzt bei Integration der Differentialgleichung für ρ gewinnen.

Entsprechend den in der Natur wirklich herrschenden Verhältnissen sind aber η und π sehr langsam veränderliche Größen, und daher erhält man schon eine gute Näherung, wenn man sie als constant betrachtet. Diese Annahme ist aber in rechnerischer Beziehung von großem Vortheil, indem die numerisch auszurechnenden Integralformeln für diesen Fall bedeutend einfacher werden, als bei der

strengen Integration, wo man η und π als variabel betrachtet. Ja, es wird für einen längeren Zeitraum der Fehler, den man begeht, wenn man η, π, η', π_1 als constant ansieht, nicht wesentlich in die Wagschale fallen. Aus diesem Grunde dürfte es angebracht sein, zunächst diese genäherte Integration der Differentialgleichungen für die Planeten der Hildagruppe durchzuführen, nachträglich aber natürlich dann die strenge Integration. Das Gyldén'sche Princip der partiellen Integration kommt erst, wenn man η, π, η', π_1 als variabel betrachtet, zur Anwendung. Jetzt kommt es nur zur Berücksichtigung der Variabilität von T_l im Winkelargument, d. h. zur Berechnung der exargumentalen Glieder in Betracht.

Ehe wir indes unsere Differentialgleichungen unter dieser Voraussetzung, dass η, η', π und π_1 constante Größen seien, integrieren, wollen wir uns Rechenschaft von der Größe des Fehlers geben, der durch diese Annahme entsteht. Dazu müssen wir einiges aus dem Folgenden vorausgreifend entnehmen.

Es ist, wenn wir für den Augenblick $\varsigma v + \pi$ mit Π bezeichnen (cf. Abtheilung *b*):

$$\int a\eta \cos(\lambda v \mp \Pi) = \frac{a}{\lambda}\eta \sin(\lambda v \mp \Pi)$$
$$+ \frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta \cos\Pi}{dv}\cos\lambda v \pm \frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta \sin\Pi}{dv}\sin\lambda v$$
$$+ \text{äußerst kleine Glieder.}$$

Indem man η und π als constant betrachtet, erhält man:

$$\int a\eta \cos(\lambda v \mp \Pi) = \frac{a}{\lambda}\eta \sin(\lambda v \mp \Pi),$$

begeht dabei also den Fehler:

$$F = \frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta \cos\Pi}{dv}\cos\lambda v \pm \frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta \sin\Pi}{dv}\sin\lambda v.$$

Nun ist aber, wie in Abtheilung *b* bewiesen werden wird:

$$\frac{d\eta \frac{\cos}{\sin}\Pi}{dv} = \mp \varsigma\varkappa \frac{\sin}{\cos}(\varsigma v + \Gamma) \mp \Sigma \varsigma_n \varkappa_n \frac{\sin}{\cos}(\varsigma_n v + \Gamma_n),$$

also der begangene Fehler immer:

$$F \asymp \frac{a}{\lambda^2}\varsigma\varkappa$$

und da $a \asymp m'$ und, wie wir gleichfalls sehen werden, $\varsigma \asymp m'$ und $\varsigma_n \asymp m'$ ist, so ist jedenfalls:

$$F \asymp \frac{m'^2}{\lambda^2}.$$

Es ist nun:

1. Bei den gewöhnlichen Gliedern λ nicht klein, also:

$$F \asymp m'^2.$$

2. Bei den charakteristischen Gliedern $\lambda \asymp \delta_1$, also bei diesen der durch Annahme der Constanz von η, η', π, π_1 begangene Fehler:

$$F \asymp \frac{m'^2}{\delta_1^2}.$$

3. Bei den elementären Gliedern $\lambda = 0$, mithin hier der begangene Fehler:

F beliebig groß.

Daraus folgt also:

1 *a*. Dass bei den gewöhnlichen Gliedern η und π direct als constant angenommen werden dürfen.

2 *a*. Dass bei den charakteristischen Gliedern η und π zunächst zwar auch als constant angesehen werden können und man so schon eine gute Näherung erhält; dass man aber bei Planeten, für welche δ_1 sehr klein wird — und Hilda gehört zu diesen —, die »Zusatzglieder«:

$$\frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta\cos\Pi}{dv}\cos\lambda v \pm \frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta\sin\Pi}{dv}\sin\lambda v,$$

doch berücksichtigen muss, wenn man die Abweichung vermeiden will, die bei Vernachlässigung dieser Glieder sich nach einiger Zeit bemerkbar macht.

3 *a*. Dass bei den elementären Gliedern hingegen η und π niemals als constant betrachtet werden dürfen, weil hier der begangene Fehler beliebig groß würde.

In diesem Sinne begehen wir also in der Differentialgleichung für S bei Integration über die Glieder der Form B und D, wenn wir η, η', π, π_1 als constant ansehen, nur einen Fehler von der Ordnung m'^2; denn es ist:

$$a \asymp m', \qquad \frac{d\eta\,{}^{\sin}_{\cos}\,\Pi}{dv} \asymp m',$$

die vernachlässigten Glieder also:

$$\frac{a}{\lambda^2}\frac{d\eta\,{}^{\cos}_{\sin}\,\Pi}{dv} \asymp m'^2.$$

In den Gliedern der Form C wird der begangene Fehler:

$$F \asymp \frac{m'}{\delta_1^2}\frac{d}{dv}\eta\,{}^{\cos}_{\sin}\,\Pi \asymp \frac{m'}{\delta_1^2}(\varsigma_n - \varsigma) \asymp \frac{m'^2}{\delta_1^2},$$

also infolge der Multiplication mit der kleinen Größe $\varsigma_n - \varsigma$ immerhin für einige Zeit noch nicht beträchtlich; während bei der Integration über die Glieder der Form B in (ρ), die wirklich elementär sind, η, π, η', π_1 als variabel angesehen werden müssen.

---

1. Die Integration der Differentialgleichung für S.

Als Differentialgleichung für S hatten wir bis inclusive zu Gliedern 1. Grades gefunden:

$$\frac{dS}{dv} = -Q_0 - Q_1 - 3(S_1)_l Q_0 \tag{60}$$

und als unbestimmten Integralansatz für S_1:

$$\left.\begin{aligned} S_1 = {} & a_2\eta\cos v + \alpha_2\eta\cos(3w - v) + a_4\eta\cos(6w - v) \\ & + a_3\eta'\cos v_1 + \alpha_3\eta'\cos(3w - v_1) + a_5\eta'\cos(6w - v_1). \end{aligned}\right\} \tag{61}$$

Es wird daher:

$$
\left.
\begin{aligned}
(S_1)_\eta Q_0 &= -\frac{1}{2} q_1 \alpha_2 \eta \sin \mathrm{v} + \frac{1}{2} q_1 \alpha_2 \eta \sin (6w - \mathrm{v}) \\
&+ \frac{1}{2} q_1 \alpha_3 \eta' \sin \mathrm{v}_1 + \frac{1}{2} q_1 \alpha_3 \eta' \sin (6w - \mathrm{v}_1).
\end{aligned}
\right\} \quad (62)
$$

Im Integral der Differentialgleichung (60) sind aber noch gewisse Glieder 1. Grades in Betracht zu ziehen, welche infolge der Variabilität von T_l im Winkelargument der trigonometrischen Functionen bei Integration über die Glieder nullten Grades entstehen. Es sind dies die von Gyldén sobenannten »exargumentalen« Glieder, und zwar diejenigen vom 1. Grad, indem aus den Gliedern 0. Grades auch exargumentale Glieder höheren Grades entstehen, da V oder T_l Glieder dieser Grade enthält. Dieselben müssen wir berücksichtigen, wenn wir die Integration der Gleichung (60) bis inclusive zu Gliedern 2. Grades, also der Gleichung (4) dieses Capitels durchführen.

Da nach dem Früheren T_l keine Glieder 0. Grades enthält, so ist die Berechnung der exargumentalen Glieder 1. Grades noch sehr einfach. Während bei Integration der Differentialgleichung (4) inclusive bis zu Gliedern 2. Grades, nicht bloß die aus der Integration über die Glieder 0ten und 1. Grades entstehenden exargumentalen Glieder 2. Grades allein zu berücksichtigen sind, sondern auch exargumentale Glieder 2. Grades dadurch noch entstehen, dass T_l selbst Glieder 1. Grades enthält, da ja nach Capitel III:

$$
\frac{dT_l}{dv} = \gamma_0 + \gamma_2 \eta \cos (3w - \mathrm{v}) + \gamma_3 \eta' \cos (3w - \mathrm{v}_1) + \text{Glieder höheren Grades}
$$

oder:

$$
\frac{dV}{dv} = \gamma_2 \eta \cos (3w - \mathrm{v}) + \gamma_3 \eta' \cos (3w - \mathrm{v}_1) + \ldots
$$

ist.

Die exargumentalen Glieder, welche aus dem Integral $\int \sin 3w\, dv$ infolge der Variabilität von T_l in w entstehen, findet man nach Gyldén's Vorgang durch das Princip der partiellen Integration. Allgemein ist, indem man zunächst so integriert, als ob V constant wäre:

$$
\int \sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V) = -\frac{1}{\lambda_n} \cos (\lambda_n v - B_n - n\mu V) + \Phi,
$$

wo Φ zu bestimmen ist. Dazu differentieren wir und erhalten:

$$
\sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V) = +\frac{1}{\lambda_n} \sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V) \left(\lambda_n - n\mu \frac{dV}{dv}\right) + \frac{d\Phi}{dv},
$$

also als Bedingung für Φ:

$$
\frac{d\Phi}{dv} = +\frac{n\mu}{\lambda_n} \frac{dV}{dv} \sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V),
$$

mithin als Integral infolge der Variabilität von V:

$$
\left.
\begin{aligned}
\int \sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V) dv &= -\frac{1}{\lambda_n} \cos (\lambda_n v - B_n - n\mu V) \\
&+ \frac{n\mu}{\lambda_n} \int \frac{dV}{dv} \sin (\lambda_n v - B_n - n\mu V) dv.
\end{aligned}
\right\} \quad (63)
$$

Hier ist $\frac{dV}{dv}$ wieder eine trigonometrische Reihe, das 2. Glied rechts in letzter Gleichung repräsentiert also auch wieder eine trigonometrische Reihe mit V im Argument, auf die man also von neuem die partielle Integration anwenden kann, wenn wir für $\frac{dV}{dv}$ seinen Wert setzen:

$$\int \frac{dV}{dv} \sin(\lambda_n v - B_n - n\mu V)\, dv = \int \{\gamma_2 \eta_1 \cos(3w - v) + \gamma_3 \eta_1' \cos(3w - v_1)\} \sin(\lambda_n v - B_n - n\mu V)\, dv,$$

also:

$$\begin{aligned} \int \frac{dV}{dv} \sin(\lambda_n v - B_n - n\mu V)\, dv = & \frac{1}{2} \gamma_2 \int \eta_1 \sin(3w - v + \lambda_n v - B_n - n\mu V)\, dv \\ & - \frac{1}{2} \gamma_2 \int \eta_1 \sin(3w - v - \lambda_n v + B_n + n\mu V)\, dv \\ & + \frac{1}{2} \gamma_3 \int \eta_1' \sin(3w - v_1 + \lambda_n v - B_n - n\mu V)\, dv \\ & - \frac{1}{2} \gamma_3 \int \eta_1' \sin(3w - v_1 - \lambda_n v + B_n + n\mu V)\, dv. \end{aligned}$$

Die beiden Argumente enthalten also $(3-n)\mu V$ und $(3+n)\mu V$ und die Integration wird jetzt wieder ebenso partiell ausgeführt, was aber zu exargumentalen Gliedern zweiten Grades dritter Ordnung führte, von denen wir hier absehen.

Mittelst Formel (63) erhält man nun aus der Differentialgleichung:

$$\frac{dS}{dv} = \left(\frac{dS}{dv}\right)_0 + \left(\frac{dS}{dv}\right)_1 + \left(\frac{dS}{dv}\right)_2 + \ldots = -Q_0 - Q_1 - Q_2 - \ldots \tag{64}$$

direct die exargumentalen Glieder ersten Grades, nämlich:

$$\int \left(\frac{dS}{dv}\right)_0 dv = S_0 + \text{pars exarg. } S_1 = a_1 \cos 3w - 3a_1\mu \int \frac{dV}{dv} \sin 3w\, dv,$$

also, da:

$$\text{pars } \frac{dV}{dv} = \gamma_2 \eta_1 \cos(3w - v) + \gamma_3 \eta_1' \cos(3w - v_1)$$

ist, auch:

$$\left.\begin{aligned} \text{pars exarg. } S_1 = & \frac{3}{2} \frac{\mu a_1 \gamma_2}{1 - \zeta} \eta_1 \cos v + \frac{3}{2} \frac{\mu a_1 \gamma_2}{1 + 2\delta_1 + \zeta} \eta_1 \cos(6w - v) \\ & + \frac{3}{2} \frac{\mu a_1 \gamma_3}{1 - \zeta_1} \eta_1' \cos v_1 + \frac{3}{2} \frac{\mu a_1 \gamma_3}{1 + 2\delta_1 + \zeta_1} \eta_1' \cos(6w - v_1) \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

Da das Princip der Berechnung der exargumentalen Glieder von fundamentaler Wichtigkeit ist und die Ermittlung der exargumentalen Glieder höherer Grade, zumal des dritten, wesentlich complicierter wird, so wollen wir es gleich hier noch etwas ausführlicher betrachten. Es ist exclusive Glieder 1. Grades:

$$\frac{dS}{dv} = -q_1 \sin 3w, \tag{66}$$

wo:

$$3w = 3(1 - \mu_1)v - 3B - 3\mu V.$$

Betrachtet man V im Argument als constant, so würde:

$$S = a_1 \cos 3w, \tag{67}$$

wo:

$$a_1 = \frac{q_1}{3(1-\mu_1)} = \frac{q_1}{1+\delta_1}.$$

Das Integral (67) ist aber nicht vollständig, weil V im Argument constant angesehen wurde. Sei der vollständige Wert von S:

$$S = a_1 \cos 3w + \psi \tag{68}$$

und bestimmen wir ψ so, dass (68) das vollständige Integral wird, so erhält man zunächst durch Differentiation:

$$\frac{dS}{dv} = a_1 \frac{d\cos 3w}{dv} + \frac{d\psi}{dv} = -3a_1 \sin 3w \frac{dw}{dv} + \frac{d\psi}{dv}.$$

Dies muss gleich (66) sein, also:

$$q_1 \sin 3w = -3a_1 \sin 3w \frac{dw}{dv} + \frac{d\psi}{dv}.$$

Die Differentialgleichung für die exargumentalen Glieder in S, und zwar bloß für die aus dem nullten Grad entstehenden, wird somit streng:

$$\frac{d\psi}{dv} = 3a_1 \sin 3w \frac{dw}{dv} - q_1 \sin 3w. \tag{69}$$

Nun ist aber:

$$\frac{dw}{dv} = 1 - \mu_1 - \mu \frac{dV}{dv}.$$

daher wird:

$$\frac{d\psi}{dv} = -3\mu a_1 \sin 3w \frac{dV}{dv}$$

oder, wenn wir für $\frac{dV}{dv}$ seinen Wert einsetzen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\psi}{dv} = & -\frac{3}{2}\mu a_1 \gamma_2 \eta \sin \nu - \frac{3}{2}\mu a_1 \gamma_2 \eta \sin(6w-\nu) \\ & -\frac{3}{2}\mu a_1 \gamma_3 \eta' \sin \nu_1 - \frac{3}{2}\mu a_1 \gamma_3 \eta' \sin(6w-\nu_1).\end{aligned}\right\} \tag{70}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist schon 1. Grades, 2. Ordnung; man kann sie also integrieren, indem man η, η', π, π_1 und V als constant ansieht, da die aus (70) durch Variabilität von V wieder entstehenden exargumentalen Glieder 2. Grades von der 3. Ordnung würden, und wir solche Glieder ja nicht mehr mitnehmen. Daher folgt einfach:

$$\left.\begin{aligned}\psi = & +\frac{3}{2}\frac{\mu a_1 \gamma_2}{1-\varsigma}\eta \cos \nu + \frac{3}{2}\frac{\mu a_1 \gamma_2}{6(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\eta \cos(6w-\nu) \\ & +\frac{3}{2}\frac{\mu a_1 \gamma_3}{1-\varsigma_1}\eta' \cos \nu_1 + \frac{3}{2}\frac{\mu a_1 \gamma_3}{6(1-\mu_1)-(1-\varsigma_1)}\eta' \cos(6w-\nu_1).\end{aligned}\right\} \tag{71}$$

was mit (65) identisch ist. Somit ist also S, wie es aus den Gliedern nullten Grades vollständig entspringt,

$$S = a_1 \cos 3w + \psi,$$

wo $S_0 = a_1 \cos 3w$ ist, die exargumentalen Glieder ψ jedoch zu S_1 kommen, da sie ersten Grades sind. In dieser Weise werden wir später auch bei Bestimmung der exargumentalen Glieder höheren Grades, die verwickelter wird, verfahren.

Die Differentialgleichung (60) für S wird nun durch Vereinigung der Glieder gleicher Argumente:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dv} = Q_0^{(1)} \sin 3w + Q_1^{(1)} \eta \sin \mathrm{v} + Q_1^{(3)} \eta \sin (3w - \mathrm{v}) + Q_1^{(5)} \eta \sin (6w - \mathrm{v}) \\ + Q_1^{(2)} \eta' \sin \mathrm{v}_1 + Q_1^{(4)} \eta' \sin (3w - \mathrm{v}_1) + Q_1^{(6)} \eta' \sin (6w - \mathrm{v}_1), \end{aligned} \tag{72}$$

wo:

$$\begin{aligned} &Q_0^{(1)} = -q_1; \qquad Q_1^{(3)} = -q_4; \qquad Q_1^{(4)} = -q_5 \\ &Q_1^{(1)} = -\left(q_2 + \frac{3}{2} q_1 \alpha_2\right); \qquad Q_1^{(5)} = -\left(q_6 + \frac{3}{2} q_1 \alpha_2\right) \\ &Q_1^{(2)} = -\left(q_3 + \frac{3}{2} q_1 \alpha_3\right); \qquad Q_1^{(6)} = -\left(q_7 + \frac{3}{2} q_1 \alpha_3\right) \end{aligned} \tag{73}$$

ist, wobei die q durch die Formeln (14) vollständig gegeben sind, nachdem in (14) β_2 bis β_5 bestimmt sind, (was sogleich durch Integration der Gleichung für ρ geleistet werden wird). Denn die Coefficienten der β in (14) sind bekannte Functionen von $\alpha = \frac{a}{a'}$ und gegeben durch (15), somit sind also die Coefficienten Q in (73) (nach Ausführung der Integration der Differentialgleichung für ρ) gegebene Größen.

Durch Differentation von (61) erhält man aber:

$$\begin{aligned} \frac{dS_1}{dv} = -(1 - \varsigma) a_2 \eta \sin \mathrm{v} - (\delta_1 + \varsigma) \alpha_2 \eta \sin (3w - \mathrm{v}) - (1 + 2\delta_1 + \varsigma) a_4 \eta \sin (6w - \mathrm{v}) \\ -(1 - \varsigma_1) a_3 \eta' \sin \mathrm{v}_1 - (\delta_1 + \varsigma_1) \alpha_3 \eta' \sin (3w - \mathrm{v}_1) - (1 + 2\delta_1 + \varsigma_1) a_5 \eta' \sin (6w - \mathrm{v}_1). \end{aligned} \tag{74}$$

Damit ergeben sich für die gesuchten unbekannten Coefficienten in (61) die Werte:

$$\begin{aligned} &a_2 = q_2 + \frac{3}{2} (q_1 \alpha_2 + \mu a_1 \gamma_2) \\ &a_3 = q_3 + \frac{3}{2} (q_1 \alpha_3 + \mu a_1 \gamma_3) \\ &a_4 = \frac{q_6 + \frac{3}{2} (q_1 \alpha_2 + \mu a_1 \gamma_2)}{1 + 2\delta_1} \\ &a_5 = \frac{q_7 + \frac{3}{2} (q_1 \alpha_3 + \mu a_1 \gamma_3)}{1 + 2\delta_1} \\ &\alpha_2 = \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma}; \qquad \alpha_3 = \frac{q_5}{\delta_1 + \varsigma_1}. \end{aligned} \tag{75}$$

Hier haben wir in den Nennern ζ und ζ_1 gegen 1, nicht aber gegen δ_1 vernachlässigt, da δ_1 selbst klein ist. Denn es ist:

$$\frac{1}{1-\zeta} = 1 + \frac{\zeta}{1-\zeta}$$

$$\frac{1}{1+2\delta_1+\zeta} = \frac{1}{1+2\delta_1} - \frac{\zeta}{(1+2\delta_1+\zeta)(1+2\delta_1)}$$

und hier kann das 2. Glied rechts gegen das 1. vernachlässigt werden, was jedoch nicht der Fall ist bei:

$$\frac{1}{\delta_1+\zeta} = \frac{1}{\delta_1} - \frac{\zeta}{\delta_1(\delta_1+\zeta)}. \tag{76}$$

Sind die β bestimmt (die folgende Integration der Gleichung für ρ ergibt dieselben also), so sind auch γ_2 und γ_3 bestimmt, da sich diese, wie wir gleich sehen werden, aus den β und den q zusammensetzen. Das Integral der Differentialgleichung (60) sive (72) ist mithin:

$$\begin{aligned} S_1 = a_1 \cos 3w + a_2\eta \cos v + \alpha_2\eta \cos(3w - v) + a_4\eta \cos(6w - v) \\ + a_3\eta' \cos v_1 + \alpha_3\eta' \cos(3w - v_1) + a_5\eta' \cos(6w - v_1), \end{aligned} \tag{77}$$

wobei die Coefficienten durch die Relationen (76) gegeben und $a_1 = q_1$ durch die Integration für den 0. Grad bereits gefunden ist; η und η' sind nämlich, wie wir jetzt gleichfalls sehen werden, auch berechenbare Größen; das Integral (77) ist also vollständig bekannt und für Hilda numerisch auswertbar.

Die gewöhnlichen Glieder in S_1 bestimmen sich aus der Differentialgleichung:

$$\frac{dS}{dv} = -Q_1 \tag{78}$$

mit Hinblick auf die Entwickelung von Q im zweiten Capitel also einfach aus:

$$\begin{aligned} S_1 = \Sigma S^{(+1)}_{n.1.0}\eta \cos(nw+v) + \Sigma S^{(-1)}_{n.1.0}\eta \cos(nw-v) \\ + \Sigma S^{(+1)}_{n.0.1}\eta' \cos(nw+v_1) + \Sigma S^{(-1)}_{n.0.1}\eta' \cos(nw-v_1), \end{aligned} \tag{79}$$

wo:

$$\begin{aligned} S^{(+1)}_{n.1.0} &= \frac{A^{(+1)}_{n.1.0}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)+1}; & S^{(-1)}_{n.1.0} &= \frac{A^{(-1)}_{n.1.0}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)-1} \\ S^{(+1)}_{n.0.1} &= \frac{A^{(+1)}_{n.0.1}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)+1}; & S^{(-1)}_{n.0.1} &= \frac{A^{(-1)}_{n.0.1}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)-1} \end{aligned} \tag{80}$$

und $n \neq 3, 6$ ist.

2. Die Integration der Differentialgleichung für $\rho = (\rho)+R$.

Als Bestimmungsgleichung für ρ hatten wir bis exclusive von Gliedern 2. Grades gefunden:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = -2S_0 - P_0 - Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 - 2S_0Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 \\ + 2S_1 - P_1 - 2(S_1)_\eta P_0 + 2S_0(S_1)_\eta + Q_0\eta \sin v - Q_0 \text{ pars}\left(\frac{dR}{dv}\right)_1 - Q_1 \text{ pars}\left(\frac{dR}{dv}\right)_0. \end{aligned} \tag{81}$$

Die einzelnen Glieder der rechten Seite sind nun wirklich auf Grund der früher für den Typus $\frac{2}{3}$ entwickelten Werte von P, Q, S und R zu bilden. Dabei ist offenbar:

$$\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 = -(1+\delta_1)\beta_1 \sin 3w$$

$$\left(\frac{dR}{dv}\right)_1 = -(1+2\delta_1+\varsigma)\beta_4\eta \sin(6w-\mathrm{v}) - (1+2\delta_1+\varsigma_1)\beta_5\eta' \sin(6w-\mathrm{v}_1).$$

Indem man durchweg das Princip der Zerlegung der Producte trigonometrischer Functionen in Summen und Differenzen befolgt, wie es bereits im zweiten Capitel zur Anwendung kam (cf. Gleichungen 36 ibd.) und dabei nach Gyldén's Princip bloß Glieder langperiodischer und kurzperiodischer Form, wie sie für den Hildatypus in Betracht kommen, mitnimmt, alle übrigen aber verwirft, so findet man nach einiger Rechnung unschwer die folgenden Resultate, indem:

$$Q = Q_{(k+l)} + Q_g$$

zu setzen, wobei $Q_{(k+l)}$ durch Gleichung (13), Q_g durch Gleichung (21) gegeben, und:

$$Q\frac{dR}{dv} = -(Q_0+Q_1)\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 - Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_1$$

ist:

$$Q_0\eta \sin \mathrm{v} = \frac{1}{2} q_1\eta \cos(3w-\mathrm{v}) + \frac{1}{2} g_1\eta \sin(6w-\mathrm{v})$$

$$\begin{aligned}
-Q\frac{dR}{dv} &= \frac{1}{2} q_1\beta_1 + \frac{1}{2} g_1\beta_1 \cos 3w \\
&+ \frac{1}{2}\{g_1\beta_4+(g_2+q_4)\beta_1\}\eta \cos \mathrm{v} + \frac{1}{2}\{g_1\beta_5+(g_3+q_5)\beta_1\}\eta' \cos \mathrm{v}_1 \\
&+ \frac{1}{2}\{q_1\beta_4+(q_2+q_6)\beta_1\}\eta \cos(3w-\mathrm{v}) + \frac{1}{2}\{q_1\beta_5+(q_3+q_7)\beta_1\}\eta' \cos(3w-\mathrm{v}_1) \\
&+ \frac{1}{2}\{(g_4-q_4)\beta_1\}\eta \cos(6w-\mathrm{v}) + \frac{1}{2}\{(g_5-q_5)\beta_1\}\eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1) \\
2S_0(S_1)_l &= a_1\alpha_2\eta \cos \mathrm{v} + a_1\alpha_2\eta \cos(6w-\mathrm{v}) \\
&+ a_1\alpha_3\eta' \cos \mathrm{v}_1 + a_1\alpha_3\eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1) \\
2P_0(S_1)_l &= p_1\alpha_2\eta \cos \mathrm{v} + p_1\alpha_2\eta \cos(6w-\mathrm{v}) \\
&+ p_1\alpha_3\eta' \cos \mathrm{v}_1 + p_1\alpha_3\eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1)
\end{aligned} \tag{82}$$

$$2S_0Q_0\left(\frac{dR}{dv}\right)_0 = \frac{1}{2} a_1 q_1\beta_1 \cos 3w.$$

Da dies letzte Glied aber von der Ordnung $\frac{m'^3}{\delta_1}$, also dritter Ordnung und dabei rein zweiter Ordnung ist, so lassen wir es seiner außerordentlichen Kleinheit wegen fort.

Durch Combination der Glieder gleicher Argumente erhält man also die folgende zu integrierende Differentialgleichung in ρ:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = P_0 + P_0^{(1)} \cos 3w + P_1^{(1)}\eta \cos \mathrm{v} + P_1^{(3)}\eta \cos(3w-\mathrm{v}) + P_1^{(5)}\eta \cos(6w-\mathrm{v}) \\
+ P_1^{(2)}\eta' \cos \mathrm{v}_1 + P_1^{(4)}\eta' \cos(3w-\mathrm{v}_1) + P_1^{(6)}\eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1)
\end{aligned} \tag{83}$$

wo bedeutet:

$$\left.\begin{aligned}
P_0 &= -p_0 + \frac{1}{2} q_1 \beta_1 \\
P_0^{(1)} &= 2a_1 - p_1 + \frac{1}{2} g_1 \beta_1 \\
P_{\mathrm{I}}^{(1)} &= 2a_2 - p_2 + \frac{1}{2} \{ g_1 \beta_4 + (g_2 + q_1)\beta_1 \} + (a_1 - p_1)\alpha_2 \\
P_{\mathrm{I}}^{(2)} &= 2a_3 - p_3 + \frac{1}{2} \{ g_1 \beta_5 + (g_3 + q_5)\beta_1 \} + (a_1 - p_1)\alpha_3 \\
P_{\mathrm{I}}^{(3)} &= 2\alpha_2 - p_4 + \frac{1}{2} q_1 + \frac{1}{2} \{ q_1 \beta_4 + (q_2 + q_6)\beta_1 \} \\
P_{\mathrm{I}}^{(4)} &= 2\alpha_3 - p_5 + \frac{1}{2} \{ q_1 \beta_5 + (q_3 + q_7)\beta_1 \} \\
P_{\mathrm{I}}^{(5)} &= 2a_4 - p_6 + \frac{1}{2} g_1 + \frac{1}{2} \{ (g_4 - q_4)\beta_1 \} + (a_1 - p_1)\alpha_2 \\
P_{\mathrm{I}}^{(6)} &= 2a_5 - p_7 + \frac{1}{2} \{ (g_5 - q_5)\beta_1 \} + (a_1 - p_1)\alpha_3
\end{aligned}\right\} \tag{84}$$

und wo die q, p, g durch (14), (18) und (22) gegeben, indes jedoch selbst wieder Functionen der β sind.

Diese Differentialgleichung für ρ ist nun also zu integrieren. In ganz ähnlicher Weise wie bei der Differentialgleichung für S exargumentale Glieder auftraten, werden aber auch jetzt in R_1 solche erscheinen. Diese aus der Integration der Differentialgleichung der Glieder 0ten Grades in R entstehenden exargumentalen Glieder (indem ja $\rho = (\rho) + R$ ist, (ρ) aber für den 0ten Grad nicht existiert), wollen wir durch zweimalige Differentation bestimmen. Bezeichne P den Pars exarg., der aus R_0 entsteht:

$$R_0 = \beta_1 \cos 3w + P,$$

so folgt bei Variabilität von T_l im Winkelargument w:

$$\frac{dR_0}{dv} = -\beta_1 \left\{ (1+\delta_1) - 3\mu \frac{dT_l}{dv} \right\} \sin 3w + \frac{dP}{dv}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 R_0}{dv^2} + R_0 = &\{ 1 - (1+\delta_1)^2 \} \beta_1 \cos 3w \\
&+ \left\{ 6\mu (1+\delta_1) \frac{dT_l}{dv} - 9\mu^2 \left(\frac{dT_l}{dv} \right)^2 \right\} \beta_1 \cos 3w \\
&+ 3\mu\beta_1 \frac{d^2 T_l}{dv^2} \sin 3w + \frac{d^2 P}{dv^2} + P.
\end{aligned}$$

Nun ist aber: [1]

$$\text{pars} \frac{dT_l}{dv} = \gamma_2 \eta \cos (3w - v) + \gamma_3 \eta' \cos (3w - v_1), \tag{85}$$

also: $\dfrac{d^2 T_l}{dv^2} = -(\delta_1 + \varepsilon)\gamma_2 \eta \sin (3w - v) - (\delta_1 + \varepsilon_1)\gamma_3 \eta' \sin (3w - v_1).$

[1] Hier kommt der Unterschied von $\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$ und $\frac{dT_l}{dv}$ offenbar nicht in Betracht, denn ob man den betreffenden pars aus dem einen oder andern nimmt, ist ja dasselbe.

Da aber $\frac{d^2 T_l}{dv^2}$ nur mit β_1 multipliciert vorkommt, also in Gliedern zweiter Ordnung, so kann man ς und ς_1 hier fortlassen, denn es ist:

$$(\delta_1+\varsigma)\gamma_2\beta_1 = \delta_1\gamma_2\beta_1 + \text{III. Ordnung.}$$

Daher wird:

$$\frac{d^2 T_l}{dv^2} = -\delta_1\gamma_2\eta_l \sin(3w-\nu) - \delta_1\gamma_3\eta_l' \sin(3w-\nu_1).$$

Und somit:

$$\frac{dT_l}{dv}\beta_1 \cos 3w = \frac{1}{2}\gamma_2\beta_1\{\eta_l \cos(6w-\nu)+\eta_l \cos\nu\}$$
$$+\frac{1}{2}\gamma_3\beta_1\{\eta_l' \cos(6w-\nu_1)+\eta_l' \cos\nu_1\}$$
$$\frac{d^2 T_l}{dv^2}\beta_1 \sin 3w = \frac{1}{2}\delta_1\gamma_2\beta_1\{\eta_l \cos(6w-\nu)-\eta_l \cos\nu\}$$
$$+\frac{1}{2}\delta_1\gamma_3\beta_1\{\eta_l' \cos(6w-\nu_1)-\eta_l' \cos\nu_1\},$$

das Glied:

$$9\mu^2\left(\frac{dT_l}{dv}\right)^2\beta_1 \cos 3w$$

hingegen liefert exargumentale Glieder zweiten Grades, kommt aber für uns auch nicht später nachträglich in Betracht, wenn wir die Differentialgleichung für ρ bis inclusive der Glieder zweiten Grades, also Gleichung (6) dieses Capitels integrieren, weil es dritter Ordnung wird.

Man erhält demnach R_1 mit Einschluss der exargumentalen Glieder durch Integration des vollen Ausdruckes:

$$\frac{d^2 R_1}{dv^2}+R_1 = \left(\frac{d^2 R}{dv^2}+R\right)_1 + \frac{d^2 P}{dv^2}+P,$$

wo $P =$ pars exarg. R_1 gegeben ist durch:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2 P}{dv^2}+P &= -\left\{6\mu(1+\delta_1)\frac{dT_l}{dv}\right\}\beta_1 \cos 3w - 3\mu\beta_1\frac{d^2 T_l}{dv^2}\sin 3w\\ &= \zeta\gamma_2\eta_l \cos\nu + \zeta'\gamma_2\eta_l \cos(6w-\nu)\\ &+\zeta\gamma_3\eta_l' \cos\nu_1 + \zeta'\gamma_3\eta_l' \cos(6w-\nu_1),\end{aligned}\right\} \tag{86}$$

wo:

$$\zeta = -3\mu\beta_1\left(1+\frac{1}{2}\delta_1\right); \quad \zeta' = -3\mu\beta_1\left(1+\frac{3}{2}\delta_1\right)$$

und nach dem in Capitel III Dargelegten die Glieder in ζ elementär vom Typus B, diejenigen in ζ' aber charakteristisch von der Form D sind.

Zur Integration zerlegen wir die Differentialgleichung für ρ nach Gyldén's Princip in zwei Gleichungen, indem wir mit Gyldén setzen:

$$\rho = (\rho)+R,$$

wo (ρ) die elementären Glieder der Form B, R hingegen alle übrigen Glieder umfasst. Unter Einschluss der exargumentalen Glieder erhalten wir somit die beiden folgenden definitiv zu integrierenden Differentialgleichungen:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2}+(\rho) = P_l^{(1)}\eta \cos\nu + P_l^{(2)}\eta' \cos\nu_1, \tag{87}$$

wo:

$$\left.\begin{aligned} P_1^{(1)} &= 2a_2 - p_2 + \frac{1}{2}\{g_1\beta_4 + (g_2+q_4)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_2 - \zeta\gamma_2 \\ P_1^{(2)} &= 2a_3 - p_3 + \frac{1}{2}\{g_1\beta_5 + (g_3+q_5)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_3 - \zeta\gamma_3 \end{aligned}\right\} \tag{88}$$

gesetzt ist. Ferner:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2R}{dv^2} + R = P_0 + P_0^{(1)}\cos 3w + P_1^{(3)}\eta\cos(3w - \mathrm{v}) + P_1^{(5)}\eta\cos(6w - \mathrm{v}) \\ + P_1^{(4)}\eta'\cos(3w - \mathrm{v}_1) + P_1^{(6)}\eta'\cos(6w - \mathrm{v}_1), \end{aligned}\right\} \tag{89}$$

wobei bedeutet:

$$\left.\begin{aligned} P_0 &= -p_0 + \frac{1}{2}q_1\beta_1 \\ P_0^{(1)} &= 2a_1 - p_1 + \frac{1}{2}g_1\beta_1 \\ P_{\mathrm{I}}^{(3)} &= 2\alpha_2 - p_4 + \frac{1}{2}q_1 \\ P_{\mathrm{I}}^{(4)} &= 2\alpha_3 - p_5 \\ P_{\mathrm{I}}^{(5)} &= 2a_4 - p_6 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\{(g_4 - q_4)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_2 - \zeta'\gamma_2 \\ P_1^{(6)} &= 2a_5 - p_7 + \frac{1}{2}\{(g_5 - q_5)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_3 - \zeta'\gamma_3, \end{aligned}\right\} \tag{90}$$

wo wir die Glieder $\frac{1}{2}\{q_1\beta_4 + (q_2+q_6)\beta_1\}$ und $\frac{1}{2}\{q_1\beta_5 + (q_3+q_7)\beta_1\}$ in $P_{\mathrm{I}}^{(3)}$ und $P_{\mathrm{I}}^{(4)}$, die von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$ sind, gegenüber den großen Gliedern $2\alpha_2$ und $2\alpha_3$, die von der Ordnung $\frac{m'}{\delta_1}$ sind, vernachlässigt haben, weil sie als langperiodische ja in R durch die Integration nicht mehr vergrößert werden.

---

2 *a.*) Integration der Differentialgleichung für (ρ).

Nach dem im Capitel III Dargelegten können wir für die Differentialgleichung (87) zunächst den folgenden allgemeinen Integralansatz machen:

$$(\rho) = \varkappa\cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + \Sigma\,\varkappa_n\cos\{(1-\varsigma_n)v - \Gamma_n\}, \tag{91}$$

wo $\varkappa$ und Γ die Integrationsconstanten und $\varkappa_n$ zu bestimmen ist. Aus (91) folgen auch die Bestimmungsgleichungen von η und π.

Man hat ja für den Radiusvector in der Ellipse:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\cos(v - \pi')}$$

und in der »Gyldén'schen Bahn«:

$$r = \frac{a(1-\eta^2)}{1 + (\rho) + R}$$

Nun definierten wir aber (ρ) mit Gyldén so, dass es nur die Glieder der Form B enthält, so dass also:

$$(\rho) = \eta \cos\{(1-\varsigma)v-\pi\} \tag{92}$$

ist, analog wie bei der Ellipse, für welche η und π in e und π' übergehen, wenn die störende Masse verschwindet, so dass $e\cos(v-\pi')$ dem kurzperiodisch elementären Theile (ρ) entspricht. Dieser Gyldén'schen Definition entsprechend, muss also sein:

$$\eta \cos\{(1-\varsigma)v-\pi\} = \varkappa \cos\{v-(\varsigma v+\Gamma)\}+\Sigma\varkappa_n \cos\{v-(\varsigma_n v+\Gamma_n)\}; \tag{93}$$

das ist aber der Fall, wenn:

$$\eta \cos(\varsigma v+\pi)\cos v+\eta \sin(\varsigma v+\pi)\sin v = \varkappa\cos(\varsigma v+\Gamma)\cos v+\varkappa\sin(\varsigma v+\Gamma)\sin v$$
$$+\Sigma\varkappa_n\cos(\varsigma_n v+\Gamma_n)\cos v+\Sigma\varkappa_n\sin(\varsigma_n v+\Gamma_n)\sin v$$

ist. Diese Gleichung aber ist für jedes v erfüllt, wenn:

$$\left.\begin{aligned}\eta\cos(\varsigma v+\pi) &= \varkappa\cos(\varsigma v+\Gamma)+\Sigma\varkappa_n\cos(\varsigma_n v+\Gamma_n)\\ \eta\sin(\varsigma v+\pi) &= \varkappa\sin(\varsigma v+\Gamma)+\Sigma\varkappa_n\sin(\varsigma_n v+\Gamma_n)\end{aligned}\right\} \tag{93a}$$

ist. Diese Bedingungsgleichungen von η und π kann man aber offenbar auch in anderer Form schreiben, wie sie Gyldén gleichfalls bei seinen Arbeiten voraussetzt:

$$\left.\begin{aligned}\eta\cos\pi &= \varkappa\cos\Gamma+\Sigma\varkappa_n\cos\{(\varsigma_n-\varsigma)v+\Gamma_n\}\\ \eta\sin\pi &= \varkappa\sin\Gamma+\Sigma\varkappa_n\sin\{(\varsigma_n-\varsigma)v+\Gamma_n\}\end{aligned}\right\} \tag{93b}$$

oder auch:

$$\left.\begin{aligned}\eta\cos(\pi-\Gamma) &= \varkappa+\Sigma\varkappa_n\cos\{(\varsigma_n-\varsigma)v-(\Gamma-\Gamma_n)\}\\ \eta\sin(\pi-\Gamma) &= \Sigma\varkappa_n\sin\{(\varsigma_n-\varsigma)v-(\Gamma-\Gamma_n)\}.\end{aligned}\right\} \tag{93c}$$

Durch diese Relationen, die also der Voraussetzung nach für η und π bestehen müssen, ist nun auch die Function η bestimmt. Man findet direct:

$$\eta^2 = \varkappa^2+\Sigma\varkappa_n^2+2\varkappa\Sigma\varkappa_n\cos\{(\varsigma-\varsigma_n)v+\Gamma-\Gamma_n\}. \tag{94}$$

Während aber in der elliptischen Bahn $e\cos\pi'$ und $e\sin\pi'$ Constante repräsentieren, stellen in der Gyldén'schen Bahn $\eta\cos\pi$ und $\eta\sin\pi$ infolge der Glieder $\varkappa_n \frac{\cos}{\sin}\{(\varsigma_n-\varsigma)v+\Gamma_n\}$ veränderliche Größen dar, die sich indes infolge der Kleinheit von ς nur äußerst langsam mit der Zeit verändern. Durch Einführung der langperiodischen Function η fasst also Gyldén die elementären Glieder $\varkappa\cos\{(1-\varsigma)v-\Gamma\}$ und $\Sigma\varkappa_n\cos\{(1-\varsigma_n)v-\Gamma_n\}$ in das einzige $\eta\cos\{(1-\varsigma)v-\pi\}$ zusammen. Umgekehrt ergibt sich natürlich die Gleichung (91) auch wieder aus den Definitionsgleichungen (93) von η und π indem man dieselben mit $\cos v$, bezüglich $\sin v$ multipliciert und subtrahiert.

Bei der Integration von (87) machen wir zunächst auch noch die vereinfachende Annahme, dass wir von der Saturn- und Uranus-Anziehung absehen und die Jupiterbewegung als elliptisch annehmen, weil hierdurch große Vereinfachungen in der Rechnung erzielt werden, während später, in Abtheilung *b)* auch hinsichtlich dieses Punktes die Integration strenge durchgeführt werden wird. Es wird jetzt also einfach, indem wir gleich $\Gamma_1 = \Gamma'$ schreiben, an Stelle von $\Sigma\varkappa_n\cos\{(1-\varsigma_n)v-\Gamma_n\}$ nur das einzige Glied $\varkappa_1\cos(v-\Gamma')$ treten.

Durch Differentiation des formell bekannten Integralansatzes für (ρ) aber erhält man:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2} = (1-\varsigma)^2\varkappa\cos\{(1-\varsigma)v-\Gamma\}-\varkappa_1\cos(v-\Gamma_n),$$

also:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2} + (\rho) = (2\varsigma - \varsigma^2)\varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\}.$$

Die Differentialgleichung (87) aber wird, da jetzt:

$$\eta_1' \cos \mathrm{v}_1 = \varkappa' \cos(v - \Gamma')$$

ist:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2} + (\rho) = P_{\mathrm{I}}^{(1)}\varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + P_{\mathrm{I}}^{(1)}\varkappa_1 \cos(v - \Gamma') + P_{\mathrm{I}}^{(2)}\varkappa' \cos(v - \Gamma'). \tag{95}$$

Daher hat man:

$$(2\varsigma - \varsigma^2).\varkappa = P_{\mathrm{I}}^{(1)}.\varkappa \tag{96}$$

$$P_{\mathrm{I}}^{(1)}\varkappa_1 = -P_{\mathrm{I}}^{(2)}\varkappa'. \tag{97}$$

Die erste dieser beiden Bedingungen muss, da $\varkappa$ Integrationsconstante ist, für jeden $\varkappa$-Wert erfüllt sein, und somit ergibt sich als Bestimmungsgleichung für ς:

$$\varsigma^2 - 2\varsigma + P_{\mathrm{I}}^{(1)} = 0 \tag{98}$$

oder schon sehr genähert:

$$\varsigma = \frac{1}{2} P_{\mathrm{I}}^{(1)}. \tag{99}$$

Die Bedingungsgleichung für $\varkappa_1$ hingegen wird:

$$\varkappa_1 = -\frac{P_{\mathrm{I}}^{(2)}}{P_{\mathrm{I}}^{(1)}}\varkappa' = -\frac{\varkappa' P_{\mathrm{I}}^{(2)}}{2\varsigma - \varsigma^2}. \tag{100}$$

Zugleich erkennt man, da $P_{\mathrm{I}}^{(1)}$ und $P_{\mathrm{I}}^{(2)}$ beide von der Ordnung der störenden Masse sind, dass thatsächlich, wie früher behauptet:

$$\varsigma \asymp m'$$

ist. Hingegen wird:

$$\varkappa \asymp \frac{m'}{m'},$$

d. h. elementär, da es die störende Masse nicht mehr enthält; und da auch $\varkappa$ und Γ als Integrationsconstanten m' nicht enthalten, so enthält in (ρ) allein ς die störende Masse.

Das Integral der Differentialgleichung (87) ist also, wenn man die Jupiterbewegung als elliptisch ansieht, gegeben durch:

$$(\rho) = \eta_1 \cos \mathrm{v} = \varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + \varkappa_1 \cos(v - \Gamma_n),$$

wobei:

$$\varsigma = \frac{1}{2} P_{\mathrm{I}}^{(1)}; \qquad \varkappa_1 = -\frac{\varkappa' P_{\mathrm{I}}^{(2)}}{2\varsigma - \varsigma^2}$$

und:

$$P_{\mathrm{I}}^{(1)} = 2a_2 - p_2 + \frac{1}{2}\{g_1\beta_4 + (g_2 + q_4)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_2 - \zeta\gamma_2$$

$$P_{\mathrm{I}}^{(2)} = 2a_3 - p_3 + \frac{1}{2}\{g_1\beta_5 + (g_3 + q_5)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_3 - \zeta\gamma_3 \tag{101}$$

$$\zeta = -3\mu\beta_1\left(1 + \frac{1}{2}\delta_1\right)$$

ist, wo ferner die Excentricität und Perihellänge Jupiters, $\varkappa'$ und Γ' aus der Jupitertheorie bekannt und die Integrationsconstanten $\varkappa$ und Γ, wie wir später zeigen werden, aus den Beobachtungen zu bestimmen sind. Damit das Integral (101) vollständig bekannt und für Hilda numerisch berechenbar sei, müssen noch die Unbekannten β_2 bis β_5, die ihrerseits die a, α und γ ergeben, bekannt sein, zu deren Bestimmung wir nun übergehen.

2*b*. Integration der Differentialgleichung für *R*.

Die Differentialgleichung für R lautet ja:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2R}{dv^2}+R=P_0+P_0^{(1)}\cos 3w+P_1^{(3)}\eta\cos(3w-\mathrm{v})+P_1^{(5)}\eta\cos(6w-\mathrm{v})\\ +P_1^{(4)}\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+P_1^{(6)}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1),\end{aligned}\right\}\quad(102)$$

wobei die Coefficienten der rechten Seite durch die Relationen (90) gegeben sind, und wir die Glieder 0ten Grades nochmals mitgeschrieben haben, wiewohl sie schon aus Abtheilung *A.* bekannt sind.

Durch Differentiation des für die Glieder ersten Grades formell bekannten Integralansatzes ergibt sich:

$$\begin{aligned}\frac{dR_1}{dv}=&-(\delta_1+\varsigma)\beta_2\eta\sin(3w-\mathrm{v})-(1+2\delta_1+\varsigma)\beta_4\eta\sin(6w-\mathrm{v})\\ &-(\delta_1+\varsigma_1)\beta_3\eta'\sin(3w-\mathrm{v}_1)-(1+2\delta_1+\varsigma_1)\beta_5\eta'\sin(6w-\mathrm{v}_1),\end{aligned}$$

also:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2R_1}{dv^2}+R_1=\{1-(\delta_1+\varsigma)^2\}\beta_2\eta\cos(3w-\mathrm{v})+\{1-(1+2\delta_1+\varsigma)^2\}\beta_4\eta\cos(6w-\mathrm{v})\\ +\{1-(\delta_1+\varsigma_1)^2\}\beta_3\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+\{1-(1+2\delta_1+\varsigma_1)^2\}\beta_5\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1).\end{aligned}\right\}\quad(103)$$

Mithin erhält man folgende Bestimmungsgleichungen für die vier Unbekannten β:

$$\left.\begin{aligned}\{1-(\delta_1+\varsigma)^2\}\beta_2&=2\alpha_2-p_4+\frac{1}{2}q_1\\ \{1-(\delta_1+\varsigma_1)^2\}\beta_3&=2\alpha_3-p_5\\ \{1-(1+2\delta_1+\varsigma)^2\}\beta_4&=2a_4-p_6+\frac{1}{2}g_1+\frac{1}{2}\beta_1(g_1-q_1)+\alpha_2(a_1-p_1)-\varsigma'\gamma_2\\ \{1-(1+2\delta_1+\varsigma_1)^2\}\beta_5&=2a_5-p_7+\frac{1}{2}\beta_1(g_5-q_5)+\alpha_3(a_1-p_1)-\varsigma'\gamma_3.\end{aligned}\right\}\quad(104)$$

Um in diesen vier Gleichungen β_2, β_3, β_4, β_5 als die einzigen Unbekannten zu haben und dieselben somit wirklich bestimmen zu können, haben wir in (104) für die a und α ihre Werte aus (75) und für die q, p, g ihre Werte nach (14), (18) und (22) factisch einzusetzen. Zuvor aber wollen wir noch γ_2 und γ_3 als Functionen der β ausdrücken.

Aus:

$$\frac{dT}{dv}=S-2R-2RS+3R^2+(6R-2S)\eta\cos\mathrm{v}$$

erhält man, wenn man bloß die langperiodischen Glieder in S und R berücksichtigt:

$$\begin{aligned}\frac{dT_I}{dv}=&(\alpha_2-2\beta_2+3\beta_1\beta_1+3\beta_1-a_1)\eta\cos(3w-\mathrm{v})\\ &+(\alpha_3-2\beta_3+3\beta_1\beta_3)\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)\end{aligned}$$

So findet man mit Hinblick auf (14), (76) und (85):

$$\gamma_2 = \frac{q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1+q_4^{(4)}\beta_4}{\delta_1+\varsigma} - 2\beta_2+3\beta_1\beta_4+3\beta_1-a_1$$

$$\gamma_3 = \frac{q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1+q_5^{(5)}\beta_5}{\delta_1+\varsigma_1} - 2\beta_3+3\beta_1\beta_5$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_2 &= \gamma_2^{(0)}-2\beta_2+\gamma_2^{(4)}\beta_4 \\ \gamma_3 &= \gamma_3^{(0)}-2\beta_3+\gamma_3^{(5)}\beta_5, \end{aligned}\right\} \tag{105}$$

wobei bedeutet:

$$\left.\begin{aligned} \gamma_2^{(0)} &= 3\beta_1-a_1+\frac{q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1}{\delta_1+\varsigma}; \quad & \gamma_2^{(4)} &= 3\beta_1+\frac{q_4^{(4)}}{\delta_1+\varsigma} \\ \gamma_3^{(0)} &= \frac{q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1}{\delta_1+\varsigma_1}; & \gamma_3^{(5)} &= 3\beta_1+\frac{q_5^{(5)}}{\delta_1+\varsigma_1}. \end{aligned}\right\} \tag{106}$$

Wir deuten nun die Transformation der Gleichungen (104) beispielsweise bei der dritten Gleichung an. Zunächst wird offenbar:

$$\{1-(1+2\delta_1)^2\}\beta_4 = \frac{2q_6}{1+2\delta_1} - p_6 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_4-q_4)$$
$$+\alpha_2\left(a_1-p_1+\frac{3q_1}{1+2\delta_1}\right)+\gamma_2\left(\frac{3\mu a_1}{1+2\delta_1}-\zeta'\right)$$

oder, mit Hinblick auf die für q_6, p_6, α_2 und γ_2 gefundenen Werte:

$$\{1-(1+2\delta_1)^2\}\beta_4 = \frac{2(q_6^{(0)}+q_6^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} + \frac{2q_6^{(2)}\beta_2}{1+2\delta_1} - p_6^{(0)} - p_6^{(1)}\beta_1$$
$$-p_6^{(2)}\beta_2 - p_6^{(4)}\beta_4 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_4-q_4)+$$
$$+\left(a_1-p_1+\frac{3q_1}{1+2\delta_1}\right)\frac{q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1}{\delta_1+\varsigma} + \left(a_1-p_1+\frac{3q_1}{1+2\delta_1}\right)\frac{q_4^{(4)}\beta_4}{\delta_1+\varsigma}$$
$$+\xi\gamma_2^{(0)}-2\xi\beta_2+\xi\gamma_2^{(4)}\beta_4,$$

wo:

$$\frac{3\mu a_1}{1+2\delta_1}-\zeta' = \xi$$

gesetzt ist. Vernachlässigt man jetzt rechts, außer im ersten Gliede, bezüglich $2\delta_1$ gegen 1 und ς gegen δ_1 und bedenkt, dass nach dem früheren:

$$q_4 = q_4^{(0)} + \text{II}^{\text{ter}} \text{ Ordnung}$$
$$g_4 = g_4^{(0)} + \text{II}^{\text{ter}} \text{ Ordnung}$$

ist, so folgt, wenn man alle Glieder, die β_2 und β_4 enthalten, auf die linke Seite bringt und zur Abkürzung setzt:

$$a_1-p_1+3q_1 = F$$

folgende Gleichung:

$$\left\{1-(1+2\delta_1)^2+p_6^{(4)}-\frac{F}{\delta_1}q_4^{(4)}-\xi\gamma_2^{(4)}\right\}\beta_4+\{p_6^{(2)}-2q_6^{(2)}+2\xi\}\beta_2 =$$
$$= \frac{2(q_6^{(0)}+q_6^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} - p_6^{(0)} - p_6^{(1)}\beta_1 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_4^{(0)}-q_4^{(0)}) + \frac{F(q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1)}{\delta_1} + \xi\gamma_2^{(0)}.$$

In dieser Gleichung sind jetzt aber alle auftretenden Größen, außer den β, bekannte Functionen der Entwickelungscoefficienten A und B der partiellen Derivierten der Störungsfunction, gegeben durch die Gleichungen (15), (19) und (23). Die β sind allein die Unbekannten.

In analoger Weise findet man in toto:

$$
\left.
\begin{aligned}
&\text{I.}\quad (1-\delta_1^2)\beta_2 - \frac{2q_4^{(4)}}{\delta_1}\beta_4 = \frac{2(q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1)}{\delta_1+\varsigma} - p_4^{(0)} + \frac{1}{2}q_1\\
&\text{II.}\quad (1-\delta_1^2)\beta_3 - \frac{2q_5^{(5)}}{\delta_1}\beta_5 = \frac{2(q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1)}{\delta_1+\varsigma_1} - p_5^{(0)}\\
&\text{III.}\quad \{p_6^{(2)}-2q_6^{(2)}+2\xi\}\beta_2 + \left\{1-(1+2\delta_1)^2+p_6^{(4)}-\frac{F}{\delta_1}q_4^{(4)}-\xi\gamma_2^{(4)}\right\}\beta_4 =\\
&\qquad -\frac{2(q_6^{(0)}+q_6^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} - p_6^{(0)} - p_6^{(1)}\beta_1 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_4^{(0)}-q_4^{(0)}) + \frac{F(q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1)}{\delta_1} + \xi\gamma_2^{(0)}\\
&\text{IV.}\quad \{p_7^{(3)}-2q_7^{(3)}+2\xi\}\beta_3 + \left\{1-(1+2\delta_1)^2+p_7^{(5)}-\frac{F}{\delta_1}q_5^{(5)}-\xi\gamma_3^{(5)}\right\}\beta_5 =\\
&\qquad -\frac{2(q_7^{(0)}+q_7^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} - p_7^{(0)} - p_7^{(1)}\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_5^{(0)}-q_5^{(0)}) + \frac{F(q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1)}{\delta_1} + \xi\gamma_3^{(0)}.
\end{aligned}
\right\} \quad (107)
$$

Diese Gleichungen, aus denen für einen bestimmten Wert des Verhältnisses der mittleren Entfernungen, α, die gesuchten Unbekannten β numerisch berechenbar sind, aber kann man jetzt bei einer genäherten Integration noch bedeutend vereinfachen. Da nach den Relationen (16) $q_4^{(4)} = q_5^{(5)}$ ist, so folgt, bei Vernachlässigung der kleinen Größen ς und ς_1 aus den Gleichungen (106) offenbar:

$$\gamma_2^{(4)} = \gamma_3^{(5)},$$

wodurch für die numerische Rechnung eine wesentliche Vereinfachung erzielt wird. Die fundamentalen Bestimmungsgleichungen I bis IV für die β werden dann nämlich:

$$
\left.
\begin{aligned}
c_1\beta_2+c_2\beta_4 &= C_1 \\
c_1\beta_3+c_2\beta_5 &= C_2
\end{aligned}
\right\}
\qquad
\left.
\begin{aligned}
c_1'\beta_2+c_2'\beta_4 &= C_1' \\
c_1'\beta_3+c_2'\beta_5 &= C_2'
\end{aligned}
\right\}
\quad (108)
$$

und es ist einfach, da nach (16) und (20): $q_6^{(2)} = q_7^{(3)}$, $p_6^{(2)} = p_7^{(3)}$, $p_6^{(4)} = p_7^{(5)}$ ist:

$$
\left.
\begin{aligned}
&c_1 = (1-\delta_1^2); \qquad c_1' = -2q_6^{(2)}+p_6^{(2)}+2\xi\\
&c_2 = -\frac{2q_4^{(4)}}{\delta_1}; \qquad c_2' = 1-(1+2\delta_1)^2+p_6^{(4)}-\frac{F}{\delta_1}q_4^{(4)}-\xi\gamma_2^{(4)}\\
&C_1 = \frac{2(q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1)}{\delta_1+\varsigma} - p_4^{(0)} + \frac{1}{2}q_1; \qquad C_2 = \frac{2(q_5^{(0)}+q_5^{(2)}\beta_1)}{\delta_1+\varsigma_1} - p_5^{(0)}\\
&C_1' = -\frac{2(q_6^{(0)}+q_6^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} - p_6^{(0)} - p_6^{(1)}\beta_1 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_4^{(0)}-q_4^{(1)}) + \frac{F(q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1)}{\delta_1} + \xi\gamma_2^{(0)}\\
&C_2' = -\frac{2(q_7^{(0)}+q_7^{(1)}\beta_1)}{1+2\delta_1} - p_7^{(0)} - p_7^{(1)}\beta_1 + \frac{1}{2}\beta_1(g_5^{(0)}-q_5^{(0)}) + \frac{F(q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1)}{\delta_1} + \xi\gamma_3^{(0)},
\end{aligned}
\right\} \quad (109)
$$

wobei bedeutet:

$$
\left.
\begin{aligned}
\xi &= \frac{3\mu a_1}{1+2\delta_1} - 3\mu\beta_1\left(1+\frac{1}{2}\delta_1\right)\\
F &= a_1 - p_1 + 3q_1\\
\gamma_2^{(0)} &= 3\beta_1 - a_1 + \frac{q_4^{(0)}+q_4^{(1)}\beta_1}{\delta_1+\varsigma}\\
\gamma_3^{(0)} &= \frac{q_5^{(0)}+q_5^{(1)}\beta_1}{\delta_1+\varsigma_1}
\end{aligned}
\right\} \quad (110)
$$

Zu bemerken ist noch, dass der durch die Vernachlässigung von ς und ς_1 in den β entstandene Fehler $\frac{m'\varsigma}{\delta_1^2}$ also von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1^2}$ ist.

In den vier Gleichungen (107), respective (108) sind nun also $\beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ die einzigen Unbekannten, während alle übrigen Größen gegebene Functionen der numerisch berechenbaren Entwickelungscoefficienten A und B der Derivierten der Störungsfunction sind. Die Zahlenwerte der β sind offenbar aus unseren Gleichungen (107) durch Einsetzen der für die A und B gefundenen Werte auf Grund der Gleichungen (14) bis (23) unschwer zu gewinnen. Sie werden später für den Planeten Hilda von uns abgeleitet werden. Das Integral der charakteristischen Differentialgleichung (102):

$$R_1 = b_0 + \beta_1 \cos 3w + \beta_2 \eta \cos(3w - v) + \beta_4 \eta \cos(6w - v) + \beta_3 \eta' \cos(3w - v_1) + \beta_5 \eta' \cos(6w - v_1)$$

ist mithin nach Einsetzen der für die β gefundenen Zahlenwerte vollständig bekannt, da auch b_0 und β_1 bestimmbar sind, wie noch näher im Capitel V gezeigt wird.

Nachdem die β gefunden, sind aber auch die Coefficienten $P_1^{(1)}$ und $P_1^{(2)}$ in (101), also das Integral (ρ), und ebenso die Coefficienten in (76), also auch das Integral S vollständig bekannt. Denn η und π sind durch die Gleichungen (93) bestimmt und η' und π_1 durch analoge Gleichungen, die in Abtheilung *b)* abgeleitet werden. Die Argumente v und w aber ergeben sich gleichfalls für bestimmte Epochen als gegebene Größen, wie die spätere numerische Rechnung zeigen wird.

Die gewöhnlichen Glieder in R schließlich ergeben sich einfach aus folgender Gleichung (cf. »Kleine Planeten«, S. 100), die für den Typus $\frac{2}{3}$ modificiert ist:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2R}{dv^2} + R &= 2S_1 - P_1 + Q_0 \eta \sin v \\ &= \sum_1^\infty {}_n \{ b^{(+1)}_{n.1.0} \eta \cos(nw + v) + b^{(-1)}_{n.1.0} \eta \cos(nw - v) \\ &\quad + b^{(+1)}_{n.0.1} \eta' \cos(nw + v_1) + b^{(-1)}_{n.0.1} \eta' \cos(nw - v_1) \}, \end{aligned}\right\} \quad (111)$$

wo:

$$\left.\begin{aligned} b^{(+1)}_{n.1.0} &= -2S^{(+1)}_{n.1.0} - B^{(+1)}_{n.1.0} - \frac{1}{2} A_{n.0.0}; \quad & b^{(+1)}_{n.0.1} &= -2S^{(+1)}_{n.0.1} - B^{(+1)}_{n.0.1} \\ b^{(-1)}_{n.1.0} &= -2S^{(-1)}_{n.1.0} - B^{(-1)}_{n.1.0} + \frac{1}{2} A_{n.0.0}; \quad & b^{(-1)}_{n.0.1} &= -2S^{(-1)}_{n.0.1} - B^{(-1)}_{n.0.1}, \end{aligned}\right\} \quad (112)$$

also, indem man nach der Variation der Constanten integriert (cf. die allgemeine Methode in Abtheilung $b.2$, Integration der Differentialgleichung für ρ), aus:

$$\left.\begin{aligned} R_1 = \sum_1^\infty {}_n \{ & R^{(+1)}_{n.1.0} \eta \cos(nw + v) + R^{(-1)}_{n.1.0} \eta \cos(nw - v) \\ & + R^{(+1)}_{n.0.1} \eta' \cos(nw + v_1) + R^{(-1)}_{n.0.1} \eta' \cos(nw - v_1), \end{aligned}\right\} \quad (113)$$

wo:

$$\left.\begin{aligned} R^{(+1)}_{n.1.0} &= -\frac{b^{(+1)}_{n.1.0}}{1 - \left\{\frac{n}{3}(1+\delta_1) + 1\right\}^2}; \quad & R^{(+1)}_{n.0.1} &= -\frac{b^{(+1)}_{n.0.1}}{1 - \left\{\frac{n}{3}(1+\delta_1) + 1\right\}^2} \\ R^{(-1)}_{n.1.0} &= \frac{b^{(-1)}_{n.1.0}}{1 - \left\{\frac{n}{3}(1+\delta_1) - 1\right\}^2}; \quad & R^{(-1)}_{n.0.1} &= \frac{b^{(-1)}_{n.0.1}}{1 - \left\{\frac{n}{3}(1+\delta_1) - 1\right\}^2} \end{aligned}\right\} \quad (114)$$

Auf Grund von (112) berechnet man (114) und damit das Integral (113). Die S in (112) sind aus dem früheren bekannt und durch die Relationen (80) gegeben. Die Summe in (113) enthält nicht $n=0$, weil dieses n ja die elementären Glieder liefert und außerdem ist $n \neq 3, 6$.

---

3. Integration der Differentialgleichung für T.

Die Differentialgleichung für T lautete bis inclusive zum ersten Grade:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dT}{dv} &= S-2R-2RS+3R^2+3SR^2-4R^3\\ &\quad+\{6R-2S-12R^2+6RS\}\eta\cos\mathrm{v},\end{aligned}\right\}\quad(115)$$

wobei wir also beim 0ten Grad bis zu Gliedern dritter Ordnung gegangen sind, beim ersten Grade aber nur solche der ersten und zweiten Ordnung mitnehmen. Setzt man für S und R ihre Werte ein, so erhält man analog wie bei S als zu integrierende Differentialgleichung wieder die typische Form:

$$\frac{dT}{dv} = \Sigma\, T_n \cos(\lambda_n v + B_n)$$

mit dem Integral:

$$T = \sum \frac{T_n}{\lambda_n} \sin(\lambda_n v + B_n).$$

Und zwar werden bei der Integration nach dem im Capitel III Gesagten die für $\lambda = 0$ auftretenden langperiodischen Glieder der Form C vergrößert. Außerdem aber gibt offenbar der charakteristische Theil von R, der ja groß ist, in Multiplication mit $\eta\cos\mathrm{v}$ auch große Glieder, die zwar gewöhnlich sind, aber eben weil sie groß sind, gleich von vorneherein mitgenommen werden müssen. Denn es ist z. B. in:

$$6R_0\eta\cos\mathrm{v} - 6\beta_1\eta\cos 3w\cos\mathrm{v} = 3\beta_1\eta\cos(3w-\mathrm{v})+3\beta_1\eta\cos(3w+\mathrm{v})$$

das erste Glied rechts charakteristisch, das zweite zwar gewöhnlich dem Argument nach, indes speciell bei Hilda auch groß, nämlich von der Ordnung $\frac{m'}{\delta_1}$, also ebenso groß wie das charakteristische Glied.

Bei Vernachlässigung aller überflüssigen Glieder findet man für den Typus $\left(\frac{2}{3}\right)$ innerhalb der vorgesetzten Genauigkeitsgrenze, indem man also beim ersten Grad Glieder von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$, nur wenn sie von der Form C sind, mitnimmt, sonst aber vernachlässigt; Glieder von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1^2}$ indes mitnimmt, und zwar auch die gewöhnlichen, für Hilda großen Glieder der Argumente $6w$, $9w-\mathrm{v}$, $9w-\mathrm{v}_1$, insofern sie von dieser Ordnung sind, sowie das besonders große gewöhnliche Glied vom Argument $3w+\mathrm{v}$, das von der Ordnung $\frac{m'}{\delta_1}$ ist:

$$\left.\begin{aligned}S &= a_0+a_1\cos 3w+a_2\eta\cos\mathrm{v}+\alpha_2\eta\cos(3w-\mathrm{v})+a_4\eta\cos(6w-\mathrm{v})\\ &\quad+a_3\eta'\cos\mathrm{v}_1+\alpha_3\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+a_5\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1)\\ -2R &= -2b_0-2\beta_1\cos 3w-2\beta_2\eta\cos(3w-\mathrm{v})-2\beta_4\eta\cos(6w-\mathrm{v})\\ &\quad-2\beta_3\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)-2\beta_5\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1)\end{aligned}\right\}\quad(115a)$$

$$
\left.
\begin{aligned}
2RS &= -a_1\beta_1 - 2a_0\beta_1 \cos 3w - \alpha_2\beta_1\eta \cos \mathrm{v} - \alpha_2\beta_1\eta \cos(6w - \mathrm{v})\\
&\qquad - \alpha_3\beta_1\eta' \cos \mathrm{v}_1 - \alpha_3\beta_1\eta' \cos(6w - \mathrm{v}_1)\\
&\qquad - (2a_0\beta_2 + 2b_0\alpha_2 + a_2\beta_1 + a_1\beta_4 + a_4\beta_1)\eta \cos(3w - \mathrm{v})\\
&\qquad - (2a_0\beta_3 + 2b_0\alpha_3 + a_3\beta_1 + a_1\beta_5 + a_5\beta_1)\eta' \cos(3w - \mathrm{v}_1)\\
3R^2 &= 6b_0\beta_1 \cos 3w + \frac{3}{2}\beta_1^2 + \frac{3}{2}\beta_1^2 \cos 6w + 3\beta_1\beta_2\eta \cos \mathrm{v} + 3\beta_1\beta_2\eta \cos(6w - \mathrm{v})\\
&\qquad + 3\beta_1\beta_3\eta' \cos \mathrm{v}_1 + 3\beta_1\beta_3\eta' \cos(6w - \mathrm{v}_1)\\
&\qquad + (6b_0\beta_2 + 3\beta_1\beta_4)\eta \cos(3w - \mathrm{v})\\
&\qquad + (6b_0\beta_3 + 3\beta_1\beta_5)\eta' \cos(3w - \mathrm{v}_1)\\
&\qquad + 3\beta_1\beta_4\eta \cos(9w - \mathrm{v})\\
&\qquad + 3\beta_1\beta_5\eta' \cos(9w - \mathrm{v}_1)\\
-4R^3 &= -6b_0\beta_1^2 - 3\beta_1^3 \cos 3w - 6b_0\beta_1^2 \cos 6w - \beta_1^3 \cos 9w\\
3SR^2 &= \frac{3}{2}a_0\beta_1^2 + \frac{3}{2}a_1\beta_1^2 \cos 3w + \frac{3}{2}a_0\beta_1^2 \cos 6w + \frac{3}{4}a_1\beta_1^2 \cos 9w\\
6R\eta \cos \mathrm{v} &= 3\beta_1\eta \cos(3w - \mathrm{v}) + 6b_0\eta \cos \mathrm{v} + 3R_{6.0.0}\,\eta \cos(6w - \mathrm{v})\\
&\qquad + 3\beta_1\eta \cos(3w + \mathrm{v}),
\end{aligned}
\right\} \qquad (115a)
$$

wo das dritte charakteristische Glied rechts aus dem Product des gewöhnlichen Gliedes $R_{6.0.0} \cos 6w$ mit $\eta \cos \mathrm{v}$ entsteht. Ebenso entsteht aus dem gewöhnlichen Glied $S_{6.0.0} \cos 6w$ in Multiplication mit $\eta \cos \mathrm{v}$ das charakteristische Glied $S_{6.0.0}\,\eta \cos(6w - \mathrm{v})$;

$$
\begin{aligned}
2S\eta \cos \mathrm{v} &= -2a_0\eta \cos \mathrm{v} - S_{6.0.0}\,\eta \cos(6w - \mathrm{v})\\
&\qquad - a_1\eta \cos(3w - \mathrm{v}) - a_1\eta \cos(3w + \mathrm{v})\\
-12R^2\eta \cos \mathrm{v} &= -6\beta_1^2\eta \cos \mathrm{v} - 3\beta_1^2\eta \cos(6w - \mathrm{v}) - 3\beta_1^2\eta \cos(6w + \mathrm{v})\\
6RS\eta \cos \mathrm{v} &= 3a_0\beta_1\eta \cos(3w - \mathrm{v}),
\end{aligned}
$$

indem hierin z. B. das Glied $3a_1\beta_1\eta \cos \mathrm{v} = \frac{m'^2}{\delta_1}$, weil nicht von der Form C, nicht mitgenommen ist, etc. Das Glied vom Argument $(6w + \mathrm{v})$ aber ist auch noch ziemlich groß und mitzunehmen.

Außer allen diesen Gliedern sind auch hier wieder noch die exargumentalen mitzunehmen. Nun war ja:

$$T = T_l + T_k,$$

wo aber T_l keine Glieder 0ten Grades enthielt. Bezeichne P' den Pars exarg. T_k, so setzen wir:

$$T_k = \gamma_1 \sin 3w + P'$$

und erhalten:

$$\frac{dT_k}{dv} = (1 + \delta_1)\gamma_1 \cos 3w - 3\mu\gamma_1 \frac{dT_l}{dv} \cos 3w + \frac{dP'}{dv},$$

also:

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{dP'}{dv} &= \frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_2\eta \cos \mathrm{v} + \frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_2\eta \cos(6w - \mathrm{v})\\
&\qquad + \frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_3\eta' \cos \mathrm{v}_1 + \frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_3\eta' \cos(6w - \mathrm{v}_1).
\end{aligned}
\right\} \qquad (116)
$$

Fassen wir sämmtliche Glieder gleicher Argumente zusammen, so ergibt sich die folgende zu integrierende Differentialgleichung, indem wir der Vollständigkeit halber die Glieder nullten Grades nochmals mitschreiben:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dT}{dv}\right) = T_0 &+ T_0^{(1)}\cos 3w + T_0^{(2)}\cos 6w + T_0^{(3)}\cos 9w \\ &+ T_{\mathrm{I}}^{(1)}\eta\cos\mathrm{v} + T_{\mathrm{I}}^{(3)}\eta\cos(3w-\mathrm{v}) + T_{\mathrm{I}}^{(5)}\eta\cos(6w-\mathrm{v}) \\ &+ T_{\mathrm{I}}^{(2)}\eta'\cos\mathrm{v}_1 + T_{\mathrm{I}}^{(4)}\eta'\cos(3w\;\mathrm{v}_1) + T_{\mathrm{I}}^{(6)}\eta'\cos(6w\;\mathrm{v}_1) \\ &+ T_{\mathrm{I}}^{(7)}\eta\cos(3w+\mathrm{v}) + T_{\mathrm{I}}^{(8)}\eta\cos(9w\;\mathrm{v}) + T_{\mathrm{I}}^{(9)}\eta'\cos(9w\;\mathrm{v}_1) \\ &+ T_{\mathrm{I}}^{(10)}\eta\cos(6w+\mathrm{v}),\end{aligned} \tag{117}$$

wo die Klammer um $\frac{dT}{dv}$ bedeutet, dass bei der Integration V (oder T_l) in den Argumenten als constant anzusehen ist, da in (117) die exargumentalen Glieder bereits inbegriffen sind. Hier sind also die Glieder vom Argument v von elementärer Form (nicht aber elementär), diejenigen vom Argument $(3w-\mathrm{v})$ und $(6w-\mathrm{v})$ bezüglich langperiodisch und kurzperiodisch charakteristisch, die übrigen gewöhnlich, aber groß, und zwar ist das Glied vom Argument $(3w+\mathrm{v})$ besonders groß bei Hilda. Ein solches Glied wie das Glied $T_{\mathrm{I}}^{(7)}\eta\cos(3w+\mathrm{v})$, welches ein gewöhnliches Argument hat, aber von der Ordnung der charakteristischen Glieder ist, d. h. $= \frac{m'}{\delta_1}$, nennt man ein »coordiniertes« Glied. Beim ersten Grad existiert also nur ein solches Glied, beim zweiten Grad indessen gibt es, wie wir sehen werden, mehrere. In obiger Differentialgleichung aber bedeutet:

$$\begin{aligned}T_0 &= (a_0-2b_0\; a_1\beta_1+\frac{3}{2}a_0\beta_1^2-6b_0\beta_1^2)+\frac{3}{2}\beta_1^2 \\ T_0^{(1)} &= a_1-2\beta_1-2a_0\beta_1+6b_0\beta_1+\frac{3}{2}a_1\beta_1^2\;3\beta_1^3 \\ T_0^{(2)} &= \frac{3}{2}\beta_1^2+\frac{3}{2}a_0\beta_1^2\;6b_0\beta_1^2 \\ T_0^{(3)} &= -\beta_1^3+\frac{3}{4}a_1\beta_1^2 \\ T_{\mathrm{I}}^{(1)} &= a_2-\alpha_2\beta_1+3\beta_1\beta_2+6b_0-2a_0\;6\beta_1^2+\frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_2 \\ T_{\mathrm{I}}^{(2)} &= a_3-\alpha_3\beta_1+3\beta_1\beta_3+\frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_3 \\ T_{\mathrm{I}}^{(3)} &= \alpha_2\;2\beta_2-2a_0\beta_2-2b_0\alpha_2-a_2\beta_1\;a_1\beta_4\;a_1\beta_1 \\ &\quad+6b_0\beta_2+3\beta_1\beta_4+3\beta_1+3a_0\beta_1\;a_1 \\ T_{\mathrm{I}}^{(4)} &= \alpha_3\;2\beta_3\;2a_0\beta_3-2b_0\alpha_3\;a_3\beta_1-a_1\beta_5\;a_5\beta_1 \\ &\quad+6b_0\beta_3+3\beta_1\beta_5 \\ T_{\mathrm{I}}^{(5)} &= a_4-2\beta_4-\alpha_2\beta_1+3\beta_1\beta_2-3\beta_1^2+3R_{6.0.0}-S_{6.0.0}+\frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_2 \\ T_{\mathrm{I}}^{(6)} &= a_5-2\beta_5\;\alpha_3\beta_1+3\beta_1\beta_2+\frac{3}{2}\mu\gamma_1\gamma_3 \\ T_{\mathrm{I}}^{(7)} &= 3\beta_1-a_1 \\ T_{\mathrm{I}}^{(8)} &= 3\beta_1\beta_1 \\ T_{\mathrm{I}}^{(9)} &= 3\beta_1\beta_5. \\ T_{\mathrm{I}}^{(10)} &= \;3\beta_1^2.\end{aligned} \tag{118}$$

Dabei sind also in T Glieder der Ordnung m', $\frac{m'}{\delta_1}$, $\frac{m'^2}{\delta_1}$, $\frac{m'^2}{\delta_1^2}$, und hinsichtlich des 0ten Grades auch noch die Glieder von der Ordnung $\frac{m'^3}{\delta_1^2}$, $\frac{m'^3}{\delta_1^3}$ mitgenommen; beim ersten Grad aber sind diese letzteren Glieder, weil sie da noch mit η, respective mit η' multipliciert und somit verkleinert werden, vernachlässigt.

Im dritten Capitel hatten wir nun gefunden:

$$T = \bar{\gamma} v + T_l + T_k + T_g.$$

Daher ist:

$$\frac{dT}{dv} = \bar{\gamma} + \frac{dT_l}{dv} + \frac{dT_k}{dv} + \frac{dT_g}{dv}.$$

Es war aber:

$$\bar{\gamma} = c_0 + \gamma + \gamma_0.$$

Wenn man also, wie wir es jetzt thun, die Glieder nullten und ersten Grades allein ins Auge fasst, so ist, da γ_0 vom zweiten Grnde:

$$\bar{\gamma} = c_0 + \gamma$$

und die Beziehung:

$$\frac{dT_l}{dv} = -\gamma_0 + \left(\frac{dT}{dv}\right)_l,$$

wird jetzt einfach:

$$\frac{dT_l}{dv} = \left(\frac{dT}{dv}\right)_l.$$

Mithin ist jetzt:

$$\frac{dT}{dv} = c_0 + \gamma + \left(\frac{dT}{dv}\right)_l + \frac{dT_k}{dv} + \frac{dT_g}{dv}.$$

Bilden wir also $\frac{dT_k}{dv}$ und $\frac{dT_g}{dv}$ mit Hinblick auf die im Capitel III für $T_k = K_k$ und $T_g = K$ gefundenen Werte und nehmen an, es sei:

$$(T_l)_1 = \gamma_2' \eta \sin(3w - \mathrm{v}) + \gamma_3' \eta' \sin(3w - \mathrm{v}_1),$$

so findet sich:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dT_1}{dv} = c_0 + \gamma &+ (1+\delta_1)\gamma_1 \cos 3w + 2(1+\delta_1) g_1' \cos 6w + 3(1+\delta_1) g_2' \cos 9w \\
&+ (1-\varsigma) g_3' \eta \cos \mathrm{v} + (\delta_1+\varsigma)\gamma_2' \eta \cos(3w-\mathrm{v}) + (1+2\delta_1+\varsigma)\gamma_4 \eta \cos(6w-\mathrm{v}) \\
&+ (1-\varsigma_1) g_4' \eta' \cos \mathrm{v}_1 + (\delta_1+\varsigma_1)\gamma_3' \eta' \cos(3w-\mathrm{v}_1) + (1+2\delta_1+\varsigma_1)\gamma_5 \eta' \cos(6w-\mathrm{v}_1) \\
&+ (2+\delta_1-\varsigma)\gamma_6 \eta \cos(3w+\mathrm{v}) + (2+3\delta_1+\varsigma) g_5' \eta \cos(9w-\mathrm{v}) \\
&+ (2+3\delta_1+\varsigma_1) g_6' \eta' \cos(9w-\mathrm{v}_1) \\
&+ (3+2\delta_1-\varsigma) g_7' \eta \cos(6w+\mathrm{v}).
\end{aligned}\right\} \quad (119)$$

Das Integral ist also:

$$
\left.\begin{aligned}
T_1 = (c_0+\gamma)w &+ \gamma_1 \cos 3w \qquad + g_1' \cos 6w \qquad + g_2' \cos 9w \\
&+ g_3'\eta \cos v \qquad + \gamma_2'\eta \cos(3w - v) + \gamma_4\eta \cos(6w - v) \\
&+ g_4'\eta' \cos v_1 \qquad + \gamma_3'\eta' \cos(3w - v_1) + \gamma_5\eta' \cos(6w - v_1) \\
&+ \gamma_6\eta \cos(3w+v) + g_5'\eta \cos(9w - v) + g_6'\eta' \cos(9w - v_1) \\
&+ g_7'\eta \cos(6w+v),
\end{aligned}\right\} \tag{120}
$$

wobei:

$$
\left.\begin{aligned}
&c_0+\gamma = T_0; \quad \gamma_1 = \frac{T_0^{(1)}}{1+\delta_1}; \quad g_1' = \frac{T_0^{(2)}}{2(1+\delta_1)}; \quad g_2' = \frac{T_0^{(3)}}{3(1+\delta_1)}; \\
&g_3' = \frac{T_1^{(1)}}{1-\zeta}; \quad g_4' = \frac{T_1^{(2)}}{1-\zeta_1}; \quad \gamma_2' = \frac{T_1^{(3)}}{\delta_1+\zeta}; \quad \gamma_3' = \frac{T_1^{(4)}}{\delta_1+\zeta_1}; \\
&\gamma_4 = \frac{T_1^{(5)}}{1+2\delta_1+\zeta}; \quad \gamma_5 = \frac{T_1^{(6)}}{1+2\delta_1+\zeta_1}; \quad \gamma_6 = \frac{T_1^{(7)}}{2+\delta_1-\zeta}; \\
&g_5' = \frac{T_1^{(8)}}{2+3\delta_1+\zeta}; \quad g_6' = \frac{T_1^{(9)}}{2+3\delta_1+\zeta_1}; \quad g_7' = \frac{T_1^{(10)}}{3+2\delta_1-\zeta}
\end{aligned}\right\} \tag{121}
$$

ist und wo die T durch (118) gegeben und sämmtlich vollständig bekannte Größen sind. Das Integral (120) ist also für Hilda numerisch auswertbar.

Die gewöhnlichen Glieder in T_1 berechnet man direct aus der Gleichung (cf. kleine Planeten pag. 102), indem man für den Typus $\frac{2}{3}$ modificiert und nicht auf die Variabilität von T_l im Winkelargument Rücksicht nimmt:

$$
\frac{dT}{dv} = S_1 - 2R_1 + (6R_0 - 2S_0)\eta \cos v,
$$

also aus:

$$
\left.\begin{aligned}
T_1 = \sum_1^\infty n \Big\{ & T_{n,1,0}^{(+1)}\eta \sin(nw+v) + T_{n,1,0}^{(-1)}\eta \sin(nw - v) \\
& + T_{n,0,1}^{(+1)}\eta' \sin(nw+v_1) + T_{n,0,1}^{(-1)}\eta' \sin(nw - v_1) \Big\},
\end{aligned}\right\} \tag{122}
$$

wo:

$$
\left.\begin{aligned}
T_{n,1,0}^{(+1)} &= \frac{c_{n,1,0}^{(+1)}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)+1}; \quad T_{n,1,0}^{(-1)} = \frac{c_{n,1,0}^{(-1)}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)-1} \\
T_{n,0,1}^{(+1)} &= \frac{c_{n,0,1}^{(+1)}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)+1}; \quad T_{n,0,1}^{(-1)} = \frac{c_{n,0,1}^{(-1)}}{\frac{n}{3}(1+\delta_1)-1}
\end{aligned}\right\} \tag{123}
$$

und:

$$
\left.\begin{aligned}
c_{n,1,0}^{(+1)} &= S_{n,1,0}^{(+1)} - 2R_{n,1,0}^{(+1)} + 3R_{n,0,0} - S_{n,0,0} \\
c_{n,1,0}^{(-1)} &= S_{n,1,0}^{(-1)} - 2R_{n,1,0}^{(-1)} + 3R_{n,0,0} - S_{n,0,0} \\
c_{n,0,1}^{(+1)} &= S_{n,0,1}^{(+1)} - 2R_{n,0,1}^{(+1)}; \quad c_{n,0,1}^{(-1)} = S_{n,0,1}^{(-1)} - 2R_{n,0,1}^{(-1)}
\end{aligned}\right\} \tag{124}
$$

ist. Dabei sind die Werte der S und R in (124) aus dem Vorhergehenden bekannt, nämlich durch die Formeln (28), (34), (80) und (114) gegeben, und es ist jetzt $n \neq 3, 6, 9$. Im übrigen sind aber, ebenso wie bei S und R, auch in T nur einige wenige gewöhnliche Glieder aus (122) mitzunehmen, wie wir bei der numerischen Rechnung sehen werden.

b) Die strenge Integration bei variabeln η, η', π, π_1.

Das allgemeine Verfahren.

In Abtheilung *a* sind wir dadurch zu den Integralen unserer Differentialgleichungen gelangt, dass wir den formell bekannten Integralansatz differentiierten und die so erhaltene Form der Differentialgleichung mit der direct abgeleiteten verglichen, wodurch sich die unbekannten Coefficienten des Integralansatzes ergaben.

In dieser Abtheilung wollen wir die Integration der Differentialgleichungen direct ausführen, was natürlich im Resultat auf ganz dasselbe hinausläuft. Nur werden wir jetzt η, η', π, π_1 als variable Größen betrachten, wie sie das in der Natur ja wirklich sind. Dabei können wir uns kürzer fassen, weil wir bereits in Besitz der zur Integration fertigen Formen der Differentialgleichungen sind, die wir einfach der Abtheilung *a* entlehnen. Hervorgehoben sei aber noch, dass die im Folgenden gegebenen Vorschriften, durch partielle Integration der Variabilität von η, η', π, π_1 Rechnung zu tragen, indem man die »Zusatzglieder« hinzufügt, auf alle Glieder anzuwenden sind, mit Ausnahme der elementären, bei denen nicht partiell integriert werden darf, sondern η und π von vorneherein als variabel anzusehen sind.

Wir haben bereits in Abtheilung *a* gesehen, wie man durch partielle Integration der Variabilität von T_l im Winkelargument der trigonometrischen Functionen Rechnung trägt und wollen nun zunächst zeigen, wie man nach Gyldén das Princip der sogenannten partiellen Integration:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \tag{125}$$

verwertet, um die Variabilität der langperiodischen Functionen η, η', π, π_1 zu berücksichtigen. Offenbar ist, da $\mathrm{v} = (1-\varsigma)v - \pi$:

$$\int \eta \sin(nw - \mathrm{v})\,dv = \int \eta \cos\pi \sin[nw - (1-\varsigma)v]\,dv + \int \eta \sin\pi \cos[nw - (1-\varsigma)v]\,dv,$$

also:

$$\left.\begin{aligned}\int \eta \sin(nw - \mathrm{v})\,dv &= \eta\cos\pi \int \sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv + \eta \sin\pi \int \cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv \\ &- \int \frac{d\eta\cos\pi}{dv} \int \sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv^2 - \int \frac{d\eta\sin\pi}{dv} \int \cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv^2.\end{aligned}\right\} \tag{126}$$

Nach Formel (63) ist aber:

$$\left.\begin{aligned}\int {\sin \atop \cos}[nw \pm (1-\varsigma)v]\,dv &= \mp \frac{1}{n(1-\mu_1)\pm(1-\varsigma)} {\cos \atop \sin}[nw \pm (1-\varsigma)v] + \\ &+ \frac{n\mu}{n(1-\mu_1)\pm(1-\varsigma)} \int \frac{dV}{dv} {\sin \atop \cos}[nw \pm (1-\varsigma)v]\,dv.\end{aligned}\right\} \tag{127}$$

Daher wird, wenn wir vorerst vom zweiten Glied in (126) absehen, damit das Princip deutlicher hervortritt:

$$\left.\begin{aligned}\int \eta \sin(nw - \mathrm{v})\,dv &= \frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\{-\eta\cos\pi\cos[nw-(1-\varsigma)v] + \eta\sin\pi\sin[nw-(1-\varsigma)v]\} \\ &+ \frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\left\{\int \frac{d\eta\cos\pi}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \int \frac{d\eta\sin\pi}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\right\}.\end{aligned}\right\} \tag{128}$$

Nun kann man wieder partiell integrieren und erhält:

$$\int \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \cos\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv = \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \int \cos\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \int \frac{d^2\eta \cos \pi}{dv^2} \int \cos\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv^2$$

$$\int \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \sin\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv = \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \int \sin\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \int \frac{d^2\eta \sin \pi}{dv^2} \int \sin\,[nw-(1-\varsigma)v]\,dv^2.$$

Mit Hinblick auf diese Gleichungen und (127), wo wir wieder nur das erste Glied rechts ins Auge fassen, wird daher Gleichung (128):

$$\left.\begin{aligned}\int \eta \sin (nw-v)\,dv = &-\frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\,\eta \cos (nw-v)\\ &+\frac{1}{\{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)\}^2}\left\{\frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin\,[nw-(1-\varsigma)v] + \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos\,[nw-(1-\varsigma)v]\right\}\\ &+\dots\end{aligned}\right\} \quad (129)$$

wo die vernachlässigten Glieder, abgesehen von den mit $\frac{dV}{dv}$ multiplicierten (cf. 130), von der Ordnung m'^2 sind, da, wie ein Blick auf die Gleichungen (93) zeigt:

$$\frac{d^2\eta \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} \pi}{dv^2} \asymp \varsigma^2 \asymp m'^2$$

ist. Bei diesem Verfahren hat man den Vortheil, dass man die Integrationen, welche η und π als Variable enthalten, ganz umgeht und statt dessen immer nur die einfachen Integrationen $\int \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} (nw \pm v)\,dv$ auszuführen hat. Dann hat man bloß die Ableitung $\frac{d\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi}{dv}$ zu bilden, was aber äußerst einfach ist, indem nach (93):

$$\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi = \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Gamma + \sum \varkappa_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} [(\varsigma_n - \varsigma)v + \Gamma_n],$$

also:

$$\frac{d\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi}{dv} = \mp \sum (\varsigma_n - \varsigma)\varkappa_n \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} [(\varsigma_n - \varsigma)v + \Gamma_n]$$

ist. Betrachtete man, wie hier nebenbei bemerkt sei, die Jupiterbewegung als e l l i p t i s c h, so würde:

$$\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi = \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Gamma + \varkappa_1 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\Gamma_1 - \varsigma v),$$

mithin:

$$\frac{d\eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi}{dv} = \pm \varsigma \varkappa_1 \begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix} (\Gamma_1 - \varsigma v)$$

Während aber in Wirklichkeit Γ_1 und Γ' nicht völlig, jedoch so nahe einander gleich sind, dass ihre Differenz fast unmerklich klein ist, wird jetzt in aller Strenge $\Gamma_1 = \Gamma'$ und unter dieser Voraussetzung also einfacher:

$$\eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \pi_1 = \varkappa' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \Gamma'$$

also, da jetzt $\eta' = \varkappa'$ und $\pi_1 = \Gamma'$ beide constant:

$$\frac{d\eta' \frac{\cos}{\sin} \pi_1}{dv} = 0.$$

Durch diese Annahme einer elliptischen Jupiterbewegung könnte man sich also auch die im folgenden gegebenen strengen Integralformen für S und R wieder sehr vereinfachen und bewirkte dadurch einen Fehler, der erst nach etwa 400 Jahren merkbar würde. Ableiten wollen wir indes das Folgende allgemein, ohne die Beschränkung auf eine elliptische Jupiterbahn.

Wenn wir in (126) auch das zweite Glied der rechten Seite von (127), aus dem die exargumentalen Glieder entstehen, mitberücksichtigen, so setzen wir in der ersten Zeile rechts von (126) die ganze Gleichung (127) ein, in der zweiten aber genügt es, das erste Glied von (127) allein einzusetzen. So ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned}\int \eta \sin(nw - V)\,dv = & -\frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\,\eta\cos(nw - V)\\ & + \frac{n\mu}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\left\{\eta\cos\pi\int\frac{dV}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv + \eta\sin\pi\int\frac{dV}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\right\}\\ & + \frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\left\{\int\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \int\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (130)$$

In der zweiten Zeile kann man $\eta\cos\pi$ und $\eta\sin\pi$ als constant betrachten und erhält so:

$$\begin{aligned}\eta\cos\pi\int\frac{dV}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv + \eta\sin\pi\int\frac{dV}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\\ = \int\eta\cos\pi\frac{dV}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv + \int\eta\sin\pi\frac{dV}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\\ = \int\frac{dV}{dv}\,\eta\sin(nw-V)\,dv.\end{aligned}$$

In der dritten Zeile kann man $\frac{d\eta\cos\pi}{dv}$ und $\frac{d\eta\sin\pi}{dv}$ als constant ansehen, findet also:

$$\begin{aligned}\int\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \int\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\\ = \frac{d\eta\cos\pi}{dv}\int\cos[nw-(1-\varsigma)v]\,dv - \frac{d\eta\sin\pi}{dv}\int\sin[nw-(1-\varsigma)v]\,dv\\ = \frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\left\{\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v] + \frac{d\eta\sin\pi}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\right\},\end{aligned}$$

wobei V im Argument als constant angesehen, also hier keine exargumentalen Glieder berücksichtigt sind. Mithin wird (130) in toto:

$$\left.\begin{aligned}\int\eta\sin(nw-V)\,dv = & -\frac{1}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\,\eta\cos(nw-V)\\ & + \frac{n\mu}{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)}\int\frac{dV}{dv}\,\eta\sin(nw-V)\,dv\\ & + \frac{1}{\{n(1-\mu_1)-(1-\varsigma)\}^2}\left\{\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\sin[nw-(1-\varsigma)v] + \frac{d\eta\sin\pi}{dv}\cos[nw-(1-\varsigma)v]\right\}\\ & + \text{Glieder von der Ordnung } m'^2 \text{ etc.}\end{aligned}\right\} \quad (131)$$

In diesem Sinne also sind die Integrationen auszuführen. Außer den beiden Formeln:

$$
\left.\begin{aligned}
\int \eta_1 \sin(nw \pm \nu)\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \sin[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv \mp \eta_1 \sin\pi \int \cos[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \sin[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv^2 \pm \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \cos[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\int \eta_1 \cos(nw \pm \nu)\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \cos[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv \pm \eta_1 \sin\pi \int \sin[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \cos[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv^2 \mp \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \sin[nw \pm (1-\zeta)v]\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}\right\} \quad (132)
$$

brauchen wir bei Integration der Differentialgleichung für ρ nach die folgenden:

$$
\left.\begin{aligned}
\int \eta_1 \sin\{nw \pm (\nu+v)\}\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \sin[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv \mp \eta_1 \sin\pi \int \cos[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \sin[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv^2 \pm \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \cos[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\int \eta_1 \sin\{nw \pm (\nu-v)\}\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \sin(nw \mp \zeta v)\,dv \mp \eta_1 \sin\pi \int \cos(nw \mp \zeta v)\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \sin(nw \mp \zeta v)\,dv^2 \pm \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \cos(nw \mp \zeta v)\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\int \eta_1 \cos\{nw \pm (\nu+v)\}\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \cos[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv \pm \eta_1 \sin\pi \int \sin[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \cos[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv^2 \mp \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \sin[nw \pm (2-\zeta)v]\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\int \eta_1 \cos\{nw \pm (\nu-v)\}\,dv &= \eta_1 \cos\pi \int \cos(nw \mp \zeta v)\,dv \pm \eta_1 \sin\pi \int \sin(nw \mp \zeta v)\,dv \\
&\quad - \frac{d\eta_1 \cos\pi}{dv} \iint \cos(nw \mp \zeta v)\,dv^2 \mp \frac{d\eta_1 \sin\pi}{dv} \iint \sin(nw \mp \zeta v)\,dv^2 \\
&\quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}\right\} \quad (133)
$$

und schließlich:

$$
\left.\begin{aligned}
\int \sin(nw \pm 2v)\,dv &= -\frac{1}{n(1-\mu_1) \pm 2} \cos(nw \pm 2v) + \frac{n\mu'}{n(1-\mu_1) \pm 2} \int \frac{dV}{dv} \sin(nw \pm 2v)\,dv \\
\int \cos(nw \pm 2v)\,dv &= \frac{1}{n(1-\mu_1) \pm 2} \sin(nw \pm 2v) + \frac{n\mu'}{n(1-\mu_1) \pm 2} \int \frac{dV}{dv} \cos(nw \pm 2v)\,dv.
\end{aligned}\right\} \quad (134)
$$

Analoge Formeln gelten natürlich für η' und π_1.

1. Die Integration der Differentialgleichung für S.

Nach dem oben entwickelten Princip könnte man natürlich der Variabilität von η, η', π, π_1 durchweg Rechnung tragen. Es soll aber nur in denjenigen Gliedern geschehen, die durch die Integration einen kleinen Divisor erhalten. In der Differentialgleichung für S waren es die Glieder der Form C, die durch den Integrationsprocess vergrößert wurden, und wir werden daher nur in diesen η, η', π, π_1 als variabel, in den übrigen Gliedern diese Größen jedoch als constant betrachten. Als Differentialgleichung für S hatten wir gefunden:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dS}{dv} = Q_0^{(1)} \sin 3w + Q_1^{(1)} \eta \sin v + Q_1^{(3)} \eta \sin (3w - v) + Q_1^{(5)} \eta \sin (6w - v) \\ + Q_1^{(2)} \eta' \sin v_1 + Q_1^{(4)} \eta' \sin (3w - v_1) + Q_1^{(6)} \eta' \sin (6w - v_1),\end{aligned}\right\} \quad (135)$$

wo die Q durch die Gleichungen (73) gegeben waren.

Die Integration gestaltet sich dann beispielsweise für das erste Glied der Form C in S wie folgt:

$$\begin{aligned}- q_4 \int \eta \sin (3w - v) dv = & - q_4 \eta \cos \pi \int \sin [3w - (1 - \varsigma) v] dv - q_4 \eta \sin \pi \int \cos [3w - (1 - \varsigma) v] dv \\ & + q_4 \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \iint \sin [3w - (1 - \varsigma) v] dv^2 + q_4 \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \iint \cos [3w - (1 - \varsigma) v] dv^2.\end{aligned}$$

Da aber:

$$\int \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} [3w - (1 - \varsigma) v] dv = \mp \frac{1}{\delta_1 + \varsigma} \begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix} [3w - (1 - \varsigma) v]$$

$$\iint \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} [3w - (1 - \varsigma) v] dv^2 = - \frac{1}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} [3w - (1 - \varsigma) v]$$

ist, so wird auch:

$$\begin{aligned}- q_4 \int \eta \sin (3w - v) dv = & \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} \eta \cos \pi \cos [3w - (1 - \varsigma) v] - \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} \eta \sin \pi \sin [3w - (1 - \varsigma) v] \\ & - \frac{q_4}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma) v] - \frac{q_4}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma) v] \\ = & \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} \eta \cos (3w - v) - \frac{q_4}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma) v] \\ & - \frac{q_4}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma) v].\end{aligned}$$

Als vollständiges Integral für S bis inclusive zum ersten Grad erhält man somit, wirklich ausgeschrieben:

$$\left.\begin{aligned}S_1 = & q_1 \eta \cos 3w + \frac{q_2 + \frac{3}{2}\left(q_1 \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} + \mu a_1 \gamma_2\right)}{1 - \varsigma} \eta \cos v + \frac{q_6 + \frac{3}{2}\left(q_1 \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} + \mu a_1 \gamma_2\right)}{1 + 2\delta_1 + \varsigma} \eta \cos (6w - v) \\ & + \frac{q_3 + \frac{3}{2}\left(q_1 \frac{q_5}{\delta_1 + \varsigma_1} + \mu a_1 \gamma_3\right)}{1 - \varsigma_1} \eta' \cos v_1 + \frac{q_7 + \frac{3}{2}\left(q_1 \frac{q_5}{\delta_1 + \varsigma_1} + \mu a_1 \gamma_3\right)}{1 + 2\delta_1 + \varsigma_1} \eta' \cos (6w - v_1) \\ & + \frac{q_4}{\delta_1 + \varsigma} \eta \cos (3w - v) - \frac{q_4}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \left\{\frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma) v] + \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma) v]\right\} \\ & + \frac{q_5}{\delta_1 + \varsigma_1} \eta' \cos (3w - v_1) - \frac{q_5}{(\delta_1 + \varsigma_1)^2} \left\{\frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma_1) v] + \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma_1) v]\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (136)$$

Nachdem man durch Integration der Gleichung für R die β bestimmt hat, sind also die q und γ bekannt; und da $\eta \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} \pi$ und ebenso, wie wir gleich sehen werden, $\eta' \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \pi_1$ nach Integration der Gleichung für (ρ) gleichfalls bekannt sind, so ist S eine numerisch berechenbare Größe.

Den Integralwert (136) würde man natürlich auch erhalten, wenn man wie in Abtheilung a verführe und den unbestimmten Integralansatz, aber unter Berücksichtigung der Variabilität von η, η', π, π_1 differentiierte und mit der Differentialgleichung selbst vergliche, anstatt, wie eben, direct zu integrieren. Um einen Ausdruck der Form $\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} (nw+m_2 v)$, wo m_1, n und m_2 ganze Zahlen sind, zu differentiieren, hätte man, mit Hinblick darauf, dass η und π variable Größen sind, einfach:

$$\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} \{n(1-\mu_1)v - nB - n\mu T_l + m_2(1-\varsigma)v - m_2\pi\} =$$

$$= \eta^{m_1} \cos m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} \{n(1-\mu_1)v - nB - n\mu T_l + m_2(1-\varsigma)v\}$$

$$\pm \eta^{m_1} \sin m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \{n(1-\mu_1)v - nB - n\mu T_l + m_2(1-\varsigma)v\}$$

oder:

$$\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} (nw+m_2 v) = \eta^{m_1} \cos m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} [nw+m_2(1-\varsigma)v]$$

$$\pm \eta^{m_1} \sin m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} [nw+m_2(1-\varsigma)v]$$

und bei der Differentiation wäre nun erst w und v als variabel und η und π als constant, und dann w und v als constant und η und π als variabel zu betrachten, also:

$$\frac{d\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} (nw+m_2 v)}{dv} = \mp \eta^{m_1} \cos m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} [nw+m_2(1-\varsigma)v] \left(n\frac{dw}{dv}+m_2(1-\varsigma)\right)$$

$$+\eta^{m_1} \sin m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} [nw+m_2(1-\varsigma)v] \left(n\frac{dw}{dv}+m_2(1-\varsigma)\right)$$

$$+\frac{d(\eta^{m_1}\cos m_2\pi)}{dv} \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} [nw+m_2(1-\varsigma)v]$$

$$\pm\frac{d(\eta^{m_1}\sin m_2\pi)}{dv} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} [nw+m_2(1-\varsigma)v].$$

Setzt man hier für $\frac{dw}{dv}$ seinen früher gefundenen Wert:

$$\frac{dw}{dv} = (1-\mu_1) - \mu\left(\frac{dT}{dv}\right)_l$$

ein, und bezeichnet für den Augenblick:

$$n(1-\mu_1)+m_2(1-\varsigma) = g_1; \quad \mu\left(\frac{dT}{dv}\right)_l = g_2,$$

so wird:

$$\left\{\eta^{m_1} \sin m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} [nw+m_2(1-\varsigma)v] \mp \eta^{m_1} \cos m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} [nw+m_2(1-\varsigma)v]\right\} g_1$$

$$-\left\{\eta^{m_1} \sin m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\cos}{\sin} [nw+m_2(1-\varsigma)v] \mp \eta^{m_1} \cos m_2\pi \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} [nw+m_2(1-\varsigma)v]\right\} ng_2$$

$$= \mp \eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \{nw+m_2(v-\varsigma v-\pi)\} g_1 \pm \eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} \{nw+m_2(v-\varsigma v-\pi)\} ng_2$$

$$= \mp g_1\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} (nw+m_2 v) \pm ng_2\eta^{m_1} \genfrac{}{}{0pt}{}{\sin}{\cos} (nw+m_2 v)$$

und somit als allgemeine Differentialformel:

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{d\eta^{m_1}\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}(nw+m_2\mathrm{v})}{dv} &= \mp\{n(1-\mu_1)+m_2(1-\varsigma)\}\eta^{m_1}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(nw+m_2\mathrm{v}) \\
&\pm n\mu\left(\frac{dT}{dv}\right)_1\eta^{m_1}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(nw+m_2\mathrm{v}) \\
&+\frac{d(\eta^{m_1}\cos m_2\pi)}{dv}\begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}[nw+m_2(1-\varsigma)v] \\
&\pm\frac{d(\eta^{m_1}\sin m_2\pi)}{dv}\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}[nw+m_2(1-\varsigma)v]
\end{aligned}
\right\} \tag{137}
$$

Auf Grund derselben wäre die strenge Integration natürlich ebenso durchzuführen wie mit den directen partiellen Integralformeln (132) etc. Das erste Glied in (137) liefert die bei constantem η und π entstehenden Glieder, das zweite die exargumentalen, das dritte und vierte aber die infolge der Variabilität von η und π entstehenden »Zusatzglieder«. In der zweiten Abtheilung werden wir von dieser Formel Gebrauch zu machen haben.

---

2. Integration der Differentialgleichung für $\rho = (\rho)+R$.

Als Differentialgleichung für die elementären Glieder erhält man wieder die frühere Form:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2}+(\rho) = P_{\mathrm{I}}^{(1)}\eta\cos\mathrm{v}+P_{\mathrm{I}}^{(2)}\eta'\cos\mathrm{v}_1, \tag{138}$$

die wir jetzt aber allgemein, also ohne die frühere Beschränkung auf eine elliptische Jupiterbewegung integrieren wollen; $P_{\mathrm{I}}^{(1)}$ und $P_{\mathrm{I}}^{(2)}$ sind dabei durch (84) gegeben.

Als Differentialgleichung für die charakteristischen Glieder aber erhält man mit Rücksicht auf die Variabilität von η, η', π, π_1 nach den vorstehenden Entwickelungen für S offenbar:

$$
\left.
\begin{aligned}
\frac{d^2R}{dv^2}+R &= P_0+P_0^{(1)}\cos 3w+P_{\mathrm{I}}^{(3)}\eta\cos(3w-\mathrm{v})+P_{\mathrm{I}}^{(5)}\eta\cos(6w-\mathrm{v}) \\
&\qquad +P_{\mathrm{I}}^{(4)}\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+P_{\mathrm{I}}^{(6)}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1) \\
-\frac{2q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}&\left\{\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma)v]+\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma)v]\right\} \\
-\frac{2q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}&\left\{\frac{d\eta'\cos\pi_1}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma_1)v]+\frac{d\eta'\sin\pi_1}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma_1)v]\right\}.
\end{aligned}
\right\} \tag{139}
$$

wobei die P-Coefficienten durch (84) gegeben sind.

Die allgemeine Form der zu integrierenden Differentialgleichungen (138) und (139) ist:

$$\frac{d^2\rho}{dv^2}+\rho = f(v), \tag{140}$$

und diese lässt sich bekanntlich mittelst der Variation der Constanten integrieren, nach der wir also auch die beiden Differentialgleichungen für die elementären und charakteristischen Glieder zu behandeln haben.

Das Integral der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a^2 x = 0$$

ist:

$$x = C_1 \sin at - C_2 \cos at.$$

Das Integral einer linearen Differentialgleichung mit zweitem Theil:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + a^2 x_1 = f(t) \tag{14}$$

aber erhält man bekanntlich, indem man für x_1 wieder den Wert ansetzt:

$$x_1 = C_1 \sin at - C_2 \cos at,$$

nur dass man hier C_1 und C_2 nicht als Constanten, sondern als Functionen von t zu betrachten hat. Nimmt man an, dass nicht nur x_1 mit x der Form nach identisch sein soll, sondern dass dies auch bei den ersten Ableitungen nach t, $\frac{dx_1}{dt}$ und $\frac{dx}{dt}$ der Fall sei — im Sinne der Mechanik, dass nicht nur die Coordinaten, sondern auch die Geschwindigkeiten zusammenfallen — so wird, da:

$$\frac{dx_1}{dt} = C_1 a \cos at + C_2 a \sin at$$

$$+ \frac{dC_1}{dt} \sin at - \frac{dC_2}{dt} \cos at$$

ist, nach der Voraussetzung für C_1 und C_2 die Bedingung stattfinden:

$$\frac{dC_1}{dt} \sin at - \frac{dC_2}{dt} \cos at = 0,$$

denn dann stimmen $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{dx_1}{dt}$ der Form nach überein. Durch abermalige Differentiation folgt:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -C_1 a^2 \sin at + C_2 a^2 \cos at$$

$$+ \frac{dC_1}{dt} a \cos at + \frac{dC_2}{dt} a \sin at,$$

wo man jetzt aber die beiden letzten Glieder natürlich nicht abermals Null setzen darf, da sich dann zwei Bedingungen für C_1 und C_2 ergäben, diese also nicht mehr willkürlich wären. Setzt man indess:

$$\frac{dC_1}{dt} a \cos at + \frac{dC_2}{dt} a \sin at = f(t),$$

so folgt, da:

$$C_1 a^2 \sin at - C_2 a^2 \cos at = a^2 x_1$$

ist, offenbar:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = -a^2 x_1 + f(t)$$

also:

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} + a^2 x_1 = f(t),$$

d. i. aber die zu integrierende Differentialgleichung.

Derselben wird mithin dadurch genüge gethan, dass man die arbiträren Constanten C_1 und C_2 aus folgenden Bedingungsgleichungen bestimmt:

$$\frac{dC_1}{dt}\sin at - \frac{dC_2}{dt}\cos at = 0$$

$$\frac{dC_1}{dt}\cos at + \frac{dC_2}{dt}\sin at = \frac{1}{a}f(t).$$

Dieselben ergeben durch entsprechende Multiplication mit $\sin at$ und $\cos at$ und algebraische Addition:

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{1}{a}f(t)\cos(at)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = \frac{1}{a}f(t)\sin(at).$$

Die arbiträren Constanten C_1 und C_2 bestimmen sich somit aus:

$$C_1 = \frac{1}{a}\int f(t)\cos(at)dt$$

$$C_2 = \frac{1}{a}\int f(t)\sin(at)dt.$$

Und das Integral der Differentialgleichung (141) wird mithin:

$$x_1 = \frac{\sin at}{a}\int f(t)\cos(at)dt - \frac{\cos at}{a}\int f(t)\sin(at)dt. \tag{142}$$

In Anwendung dieses Principes auf unsere Gyldén'schen Differentialgleichungen (138) und (139) bilden wir zunächst die Relationen:

$$\frac{dC_1}{dv} = f(v)\cos v; \quad \frac{dC_2}{dv} = f(v)\sin v, \tag{143}$$

indem wir für $f(v)$ die elementären, bezüglich charakteristischen Glieder einsetzen. Hierauf integrieren wir die so gebildeten Relationen (143) und setzen danach ihre Werte in das Integral:

$$\rho = C_1\sin v - C_2\cos v \tag{144}$$

ein. Und zwar wollen wir von diesen drei Operationen die erste für die elementären und charakteristischen Glieder gemeinsam, die beiden anderen hingegen für diese Glieder getrennt durchführen, so dass wir die beiden Integrale (ρ) und R dann zu ρ zu vereinigen haben. Die folgenden Formelentwickelungen werden zwar theilweise etwas compliciert, allein die Resultate selbst werden schließlich ganz einfache und übersichtliche.

Die exargumentalen Glieder in ρ, die wir in Abtheilung a durch zweimalige Differentation separatim bestimmt haben, wollen wir hier direct bei der Integration mitbestimmen, so dass dann also im folgenden die P Coefficienten eben nicht durch die Formeln (88) und (90), sondern vielmehr durch die Formeln (84) definiert sind. Als exargumentalen Theil in den Differentialquotienten (143) erhält man offenbar, da:

$$\frac{dC_1}{dv} = P_0^{(1)}\cos 3w\cos v = \frac{1}{2}P_0^{(1)}\cos(3w+v) + \frac{1}{2}P_0^{(1)}\cos(3w-v)$$

$$\frac{dC_2}{dv} = P_0^{(1)}\cos 3w\sin v = \frac{1}{2}P_0^{(1)}\sin(3w+v) - \frac{1}{2}P_0^{(1)}\sin(3w-v)$$

und:

$$\int \frac{\sin}{\cos}(3w \pm v)\,dv = \mp \frac{1}{3(1-\mu_1) \pm 1}\frac{\cos}{\sin}(3w \pm v) + \frac{3\mu}{3(1-\mu_1) \pm 1}\int \frac{dV}{dv}\frac{\sin}{\cos}(3w \pm v)\,dv$$

ist:

$$\left(\frac{dC_1}{dv}\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}}{2+\delta_1}\left(\frac{dV}{dv}\right)_1 \cos(3w+v) + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}}{\delta_1}\left(\frac{dV}{dv}\right)_1 \cos(3w-v)$$

$$\left(\frac{dC_2}{dv}\right) = \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}}{2+\delta_1}\left(\frac{dV}{dv}\right)_1 \sin(3w+v) - \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}}{\delta_1}\left(\frac{dV}{dv}\right)_1 \sin(3w-v),$$

wo die Klammern bei $\left(\frac{dC_1}{dv}\right)$ und $\left(\frac{dC_2}{dv}\right)$ bedeuten, dass jetzt die Integration ohne Rücksicht auf das Vorkommen von V in den Argumenten auszuführen, dass also die exargumentalen Glieder schon berücksichtigt sind. Da nun nach dem Früheren:

$$\left(\frac{dV}{dv}\right)_1 = \gamma_2\eta \cos(3w-\mathrm{v}) + \gamma_3\eta' \cos(3w-\mathrm{v}_1),$$

ist, so wird:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dC_1}{dv}\right) = \frac{3}{4}\mu P_0^{(1)}\Big\{&\frac{\gamma_2}{2+\delta_1}\{\eta\cos(\mathrm{v}+v)+\eta\cos(6w-\mathrm{v}+v)\}\\ &+\frac{\gamma_2}{\delta_1}\{\eta\cos(\mathrm{v}-v)+\eta\cos(6w-\mathrm{v}-v)\}\\ &+\frac{\gamma_3}{2+\delta_1}\{\eta'\cos(\mathrm{v}_1+v)+\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1+v)\}\\ &+\frac{\gamma_3}{\delta_1}\{\eta'\cos(\mathrm{v}_1-v)+\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1-v)\}\Big\}\end{aligned} \tag{145}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{dC_2}{dv}\right) = \frac{3}{4}\mu P_0^{(1)}\Big\{&\frac{\gamma_2}{2+\delta_1}\{\eta\sin(\mathrm{v}+v)+\eta\sin(6w-\mathrm{v}+v)\}\\ &-\frac{\gamma_2}{\delta_1}\{\eta\sin(\mathrm{v}-v)+\eta\sin(6w-\mathrm{v}-v)\}\\ &+\frac{\gamma_3}{2+\delta_1}\{\eta'\sin(\mathrm{v}_1+v)+\eta'\sin(6w-\mathrm{v}_1+v)\}\\ &-\frac{\gamma_3}{\delta_1}\{\eta'\sin(\mathrm{v}_1-v)+\eta'\sin(6w-\mathrm{v}_1-v)\}\Big\}.\end{aligned} \tag{146}$$

Bilden wir die Gleichungen (143) für die übrigen elementären und charakteristischen Glieder, indem wir dabei immer nach den fundamentalen Gleichungen (36) des zweiten Capitels zerlegen und allein Glieder, die zu den Gyldén'schen vier Haupttypen A, B, C, D führen, beibehalten, so findet man unter Hinzuziehung der eben erhaltenen Werte (145) und (146), unter Combination der Glieder gleicher Argumente folgende Ausdrücke:

$$\left(\frac{dC_1}{dv}\right) = \left(\frac{dC_1'}{dv}\right) + \left(\frac{dC_1''}{dv}\right), \tag{147}$$

wo:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dC_1'}{dv}\right) = &\frac{1}{2}\left\{P_1^{(1)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\}\eta\cos(\mathrm{v}+v) + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(1)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\}\eta\cos(\mathrm{v}-v)\\ &+\frac{1}{2}\left\{P_1^{(2)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\}\eta'\cos(\mathrm{v}_1+v) + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(2)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\}\eta'\cos(\mathrm{v}_1-v).\end{aligned} \tag{147a}$$

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{dC_1''}{dv}\right) = {} & \frac{1}{2}P_1^{(3)}\{\eta\cos(3w-\mathrm{v}+v)+\eta\cos(3w-\mathrm{v}-v)\} \\
& + \frac{1}{2}P_1^{(4)}\{\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1+v)+\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1-v)\} \\
& - \frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\,\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\{\sin(3w+\varsigma v)+\sin[3w-(2-\varsigma)v]\} \\
& - \frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\,\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\{\cos(3w+\varsigma v)+\cos[3w-(2-\varsigma)v]\} \\
& - \frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\,\frac{d\eta'\cos\pi_1}{dv}\{\sin(3w+\varsigma_1 v)+\sin[3w-(2-\varsigma_1)v]\} \\
& \quad \frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\,\frac{d\eta'\sin\pi_1}{dv}\{\cos(3w+\varsigma_1 v)+\cos[3w-(2-\varsigma_1)v]\} \\
& + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\}\eta\cos(6w-\mathrm{v}+v)+\frac{1}{2}\left\{P_1^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\}\eta\cos(6w-\mathrm{v}-v) \\
& + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(6)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1+v)+\frac{1}{2}\left\{P_1^{(6)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1-v)
\end{aligned}\right\}\quad(147b)$$

und analog:

$$\left(\frac{dC_2}{dv}\right)=\left(\frac{dC_2'}{dv}\right)+\left(\frac{dC_2''}{dv}\right). \qquad (148)$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{dC_2'}{dv}\right) = {} & \frac{1}{2}\left\{P_1^{(1)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\}\eta\sin(\mathrm{v}+v)-\frac{1}{2}\left\{P_1^{(1)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\}\eta\sin(\mathrm{v}-v) \\
& + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(2)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\}\eta'\sin(\mathrm{v}_1+v)-\frac{1}{2}\left\{P_1^{(2)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\}\eta'\sin(\mathrm{v}_1-v).
\end{aligned}\right\}\quad(148a)$$

$$\left.\begin{aligned}
\left(\frac{dC_2''}{dv}\right) = {} & \frac{1}{2}P_1^{(3)}\{\eta\sin(3w-\mathrm{v}+v)-\eta\sin(3w-\mathrm{v}-v)\} \\
& \quad \frac{1}{2}P_1^{(4)}\{\eta'\sin(3w-\mathrm{v}_1+v)-\eta'\sin(3w-\mathrm{v}_1-v)\} \\
& - \frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\,\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\{\cos[3w-(2-\varsigma)v]-\cos(3w+\varsigma v)\} \\
& \quad \frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\,\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\{\sin(3w+\varsigma v)-\sin[3w-(2-\varsigma)v]\} \\
& - \frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\,\frac{d\eta'\cos\pi_1}{dv}\{\cos[3w-(2-\varsigma_1)v]-\cos(3w+\varsigma_1 v)\} \\
& - \frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\,\frac{d\eta'\sin\pi_1}{dv}\{\sin(3w+\varsigma_1 v)-\sin[3w-(2-\varsigma_1)v]\} \\
& + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\}\eta\sin(6w-\mathrm{v}+v)-\frac{1}{2}\left\{P_1^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\}\eta\sin(6w-\mathrm{v}-v) \\
& + \frac{1}{2}\left\{P_1^{(6)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\}\eta'\sin(6w-\mathrm{v}_1+v)-\frac{1}{2}\left\{P_1^{(6)}+\frac{3}{2}\,\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\}\eta'\sin(6w-\mathrm{v}_1-v)
\end{aligned}\right\}\quad(148b)$$

ist. Man sieht, dass durch Ausführung der Integration über diese beiden Ausdrücke elementäre Glieder nur durch Integration über $\left(\frac{dC_1'}{dv}\right)$ und $\left(\frac{dC_2'}{dv}\right)$ folgen, während die Integration über $\left(\frac{dC_1''}{dv}\right)$ und $\left(\frac{dC_2''}{dv}\right)$ nur charakteristische Glieder ergibt. Nach dem Gyldén'schen Zerlegungsprincip $\rho=(\rho)+R$ führen wir also die Integration der Differentialgleichungen in (ρ) und R wieder gesondert durch.

2*a*. Integration der Differentialgleichung in (ρ).

Setzen wir für v und v_1 ihre Werte:

$$v = (1-\varsigma)v - \pi$$
$$v_1 = (1-\varsigma_1)v - \pi_1$$

und führen die folgenden abkürzenden Bezeichnungen ein:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left\{P_I^{(1)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\} = c_1; \qquad \frac{1}{2}\left\{P_I^{(1)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\} = c_3; \\ &\frac{1}{2}\left\{P_I^{(2)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\} = c_2; \qquad \frac{1}{2}\left\{P_I^{(2)} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\} = c_4, \end{aligned}\right\} \tag{149}$$

so ist das Integral der Differentialgleichung für die elementären Glieder:

$$\frac{d^2(\rho)}{dv^2} + (\rho) = P_I^{(1)}\eta\cos v + P_I^{(2)}\eta'\cos v_1 \tag{150}$$

gleich:

$$(\rho) = C_1'\sin v - C_2'\cos v, \tag{151}$$

wenn für C_1' und C_2' die folgenden Werte gesetzt werden, die sich durch Integration aus (147*a*) und (148*a*) ergeben:

$$\left.\begin{aligned} C_1' &= c_1\int\eta\cos(\varsigma v+\pi)dv + c_2\int\eta'\cos(\varsigma_1 v+\pi_1)dv \\ &\quad + c_3\int\eta\cos\{(2-\varsigma)v-\pi\}dv + c_4\int\eta'\cos\{(2-\varsigma_1)v-\pi_1\}dv \\ C_2' &= c_1\int\eta\sin(\varsigma v+\pi)dv + c_2\int\eta'\sin(\varsigma_1 v+\pi_1)dv \\ &\quad + c_3\int\eta\sin\{(2-\varsigma)v-\pi\}dv + c_4\int\eta'\sin\{(2-\varsigma_1)v-\pi_1\}dv. \end{aligned}\right\} \tag{152}$$

Unter der Annahme, dass:

$$(\rho) = \eta\cos\{(1-\varsigma)v-\pi\}$$

hatten wir nun aber für η und π die folgenden Bestimmungsgleichungen gefunden:

$$\eta\,{\cos \atop \sin}(\varsigma v+\pi) = \varkappa\,{\cos \atop \sin}(\varsigma v+\Gamma) + \Sigma\varkappa_n\,{\cos \atop \sin}(\varsigma_n v+\Gamma_n). \tag{153}$$

daher ist auch:

$$\eta\,{\cos \atop \sin}\{(2-\varsigma)v-\pi\} = \varkappa\,{\cos \atop \sin}\{(2-\varsigma)v-\Gamma\} + \Sigma\varkappa_n\,{\cos \atop \sin}\{(2-\varsigma_n)v-\Gamma_n\}. \tag{154}$$

Analog ist nun in der Jupitertheorie ursprünglich:

$$(\rho)' = \eta'\cos\{(1-\varsigma')v'-\pi'\}$$

und:

$$\eta'\,{\cos \atop \sin}(\varsigma' v'+\pi') = \varkappa'\,{\cos \atop \sin}(\varsigma' v'+\Gamma') + \Sigma\varkappa_n'\,{\cos \atop \sin}(\varsigma_n' v'+\Gamma_n').$$

Sind bei der Jupiterbewegung drei störende Körper vorhanden, nämlich Saturn, Uranus, Neptun, so ist (wenn man die Glieder dritten Grades fortlässt) der Index n in $\varkappa_n'$ gleich 1, 2, 3 zu setzen und es gehört:

$\varkappa_1'$ zu Saturn als erstem störenden Körper,

$\varkappa_2'$ zu Uranus als zweitem störenden Körper,

$\varkappa_3'$ zu Neptun als drittem störenden Körper.

Hingegen ist $\varkappa'$ ohne Index der eigene Excentricitätsmodul Jupiters. Demnach ist in der Jupitertheorie:

$$(\rho) = \varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + \underbrace{\varkappa_1 \cos\{(1-\varsigma_1)v - \Gamma_1\}}_{♄} + \underbrace{\varkappa_2 \cos\{(1-\varsigma_2)v - \Gamma_2\}}_{♅} + \underbrace{\varkappa_3 \cos\{(1-\varsigma_3)v - \Gamma_3\}}_{♆}$$

und:

$$\eta \cos(\varsigma v + \pi) = \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma v + \Gamma) + \varkappa_1 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_1 v + \Gamma_1) + \varkappa_2 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_2 v + \Gamma_2) + \varkappa_3 \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_3 v + \Gamma_3), \tag{155}$$

wobei nach Gyldén (cf. Hilfstafeln, S. XXXV) für Jupiter, Saturn und Uranus die folgenden »provisorischen« Werte zu adoptieren sind:

$$\begin{array}{lll} \log\varkappa = 8.625232 & \log\varsigma = 5.517513 & \Gamma = 27°29'19'' \\ \log\varkappa_1 = 8.177773 & \log\varsigma_1 = 6.402144 & \Gamma_1 = 312 \quad 8 \quad 11 \\ \log\varkappa_2 = 7.22415 & \log\varsigma_2 = 5.367276 & \Gamma_2 = 101 \quad 9 \quad 57 \end{array} \tag{156}$$

giltig für 1850.0 und bezogen auf das für diese Epoche geltende Äquinoctium. Nach Abschluss der »Orbites absolues«, wenn die Hauptplaneten nach den Gyldén'schen Principien durch Herrn Backlund fertig behandelt sind, aber werden die Werte (156) durch vollkommenere zu ersetzen sein.

In (155) sind die Accente absichtlich weggelassen, also nicht $(\rho)'$, η', $\varsigma' v' + \pi'$ sondern (ρ), η, $\varsigma v + \pi$ für diese Jupitergrößen geschrieben, da, so lange wir die Jupitertheorie ins Auge fassen, Jupiter selbst der gestörte Körper ist. In der Jupitertheorie also ist:

$$\begin{aligned} (\rho) &= \varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + \Sigma\varkappa_n \cos\{(1-\varsigma_n)v - \Gamma_n\} \\ \eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma v + \pi) &= \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma v + \Gamma) + \Sigma\varkappa_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_n v + \Gamma_n). \end{aligned} \tag{157}$$

Wenden wir jetzt aber die Ausdrücke (155) in der Hildatheorie an, so wird Jupiter selbst störender Körper, Saturn rückt in die Stelle des zweiten störenden Körpers u. s. w., und dann also müssen die Accente eingeführt werden:

$$\eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma' v' + \pi') = \underbrace{\varkappa_1' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_1' v' + \Gamma_1')}_{♃} + \underbrace{\varkappa_2' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_2' v' + \Gamma_2')}_{♄} + \underbrace{\varkappa_3' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_3' v' + \Gamma_3')}_{♅} + \underbrace{\varkappa_4' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_4' v' + \Gamma_4')}_{♆}$$

oder:

$$\eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma' v' + \pi') = \sum_1^4 \varkappa_n' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_n' v' + \Gamma_n'); \tag{157a}$$

denn jetzt sind alle vier Hauptplaneten störende Körper.

In der Hildatheorie also wird:

$$\begin{aligned} \eta \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma v + \pi) &= \varkappa \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma v + \Gamma) + \Sigma\varkappa_n \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_n v + \Gamma_n) \\ \eta' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_1 v + \pi_1) &= \Sigma\varkappa_n' \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} (\varsigma_n v + \Gamma_n), \end{aligned} \tag{158}$$

wo, mit wohl für alle Fälle ausreichender Genauigkeit:

$$\varsigma_n = \mu\varsigma_n' \text{ und } \Gamma_n = \Gamma_n'$$

und demnach in (157a) einfach v' durch μv ersetzt ist, und wo beidemale das n der Summe von 1 bis 4 läuft und man bei Jupiter einfacher gleich $\varkappa'$, ς_1, Γ_1 für $\varkappa_1'$, ς_1', Γ_1' schreiben kann, was Gyldén in den Hilfstafeln thut, wo also $\varkappa', \varkappa_1', \varkappa_2'$ etc. durch die Formeln (156) gegeben sind.

Nimmt man, wie in Abtheilung *a*, die Jupiterbewegung als elliptisch an, so verschwinden nicht nur die von der ♄-♁-♃-Anziehung herrührenden Glieder, sondern es wird auch die Apsidenbewegung Jupiters $\varsigma_1 = \varsigma' = 0$, und es ist dann, indem $\varkappa'$ und Γ' die elliptische Excentricität und Perihellänge Jupiters bedeuten:

$$\left.\begin{aligned} \eta' \frac{\cos}{\sin} \pi_1 &= \varkappa' \frac{\cos}{\sin} \Gamma', \quad \eta' = \varkappa' \\ & \pi_1 = \Gamma' = \Gamma_1 \\ \eta \frac{\cos}{\sin}(\varsigma v + \pi) &= \varkappa \frac{\cos}{\sin}(\varsigma v + \Gamma) + \varkappa_1 \frac{\cos}{\sin} \Gamma_1 \end{aligned}\right\} \tag{159}$$

wo also das Glied $\varkappa_1 \frac{\cos}{\sin} \Gamma_1$ eine Constante ist. Von diesen Formen gingen wir in Abtheilung *a* bei der genäherten Integration der Differentialgleichung für (ρ) aus.

Jetzt jedoch setzen wir strenger:

$$\eta' \frac{\cos}{\sin}(\varsigma_1 v + \pi_1) = \Sigma \varkappa'_n \frac{\cos}{\sin}(\varsigma_n v + \Gamma_n)$$

und somit auch:

$$\eta' \frac{\cos}{\sin}\{(2-\varsigma_1)v - \pi_1\} = \Sigma \varkappa'_n \frac{\cos}{\sin}\{(2-\varsigma_n)v - \Gamma_n\}. \tag{160}$$

Auf Grund der Formeln (153), (154) und (160) sind nun die Integrationen in (152) direct ausführbar. Es wird einfach:

$$\begin{aligned} C_1 = c_1 \frac{\varkappa}{\varsigma} \sin(\varsigma v + \Gamma) &+ c_1 \sum \frac{\varkappa_n}{\varsigma_n} \sin(\varsigma_n v + \Gamma_n) + c_2 \sum \frac{\varkappa'_n}{\varsigma_n} \sin(\varsigma_n v + \Gamma_n) \\ &+ c_3 \frac{\varkappa}{2-\varsigma} \sin\{(2-\varsigma)v - \Gamma\} + c_3 \sum \frac{\varkappa_n}{2-\varsigma_n} \sin\{(2-\varsigma_n)v - \Gamma_n\} + c_4 \sum \frac{\varkappa'_n}{2-\varsigma_n} \sin\{(2-\varsigma_n)v - \Gamma_n\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C'_2 = -c_1 \frac{\varkappa}{\varsigma} \cos(\varsigma v + \Gamma) &- c_1 \sum \frac{\varkappa_n}{\varsigma_n} \cos(\varsigma_n v + \Gamma_n) - c_2 \sum \frac{\varkappa'_n}{\varsigma_n} \cos(\varsigma_n v + \Gamma_n) \\ &- c_3 \frac{\varkappa}{2-\varsigma} \cos\{(2-\varsigma)v - \Gamma\} - c_3 \sum \frac{\varkappa_n}{2-\varsigma_n} \cos\{(2-\varsigma_n)v - \Gamma_n\} - c_4 \sum \frac{\varkappa'_n}{2-\varsigma_n} \cos\{(2-\varsigma_n)v - \Gamma_n\} \end{aligned}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in (151) folgt:

$$\begin{aligned} (\rho) = \varkappa \left\{ \frac{c_1}{\varsigma} + \frac{c_3}{2-\varsigma} \right\} \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} \\ + \sum \left\{ \varkappa_n \left(\frac{c_1}{\varsigma_n} + \frac{c_3}{2-\varsigma_n} \right) + \varkappa'_n \left(\frac{c_2}{\varsigma_n} + \frac{c_4}{2-\varsigma_n} \right) \right\} \cos\{(1-\varsigma_n)v - \Gamma_n\}. \end{aligned} \tag{161}$$

Andererseits aber war der allgemeine Integralansatz:

$$(\rho) = \varkappa \cos\{(1-\varsigma)v - \Gamma\} + \Sigma \varkappa_n \cos\{(1-\varsigma_n)v - \Gamma_n\}. \tag{162}$$

Daher erhält man die folgenden Bestimmungsgleichungen für ς und $\varkappa_n$:

$$\left.\begin{aligned} &\varsigma^2-(c_1-c_3+2)\varsigma+2c_1=0 \\ &\varkappa_n=\frac{c_2+\dfrac{\varsigma_n c_4}{2-\varsigma_n}}{\varsigma_n-c_1-\dfrac{\varsigma_n c_3}{2-\varsigma_n}}\varkappa_n', \end{aligned}\right\} \tag{163}$$

die zusammen mit (162) das Integral von (150) repräsentieren, indem c_1 bis c_4 durch (149) gegeben und bekannt sind, sobald durch Integration der Differentialgleichung für R, zu der wir jetzt übergehen, β_2 bis β_5 bestimmt sind, da nach Bestimmung der β in (149) $P_0^{(1)}$, $P_I^{(1)}$ und $P_I^{(2)}$ nach (84), sowie γ_2 und γ_3 nach (105) und (106) berechenbar sind. Die Integrationsconstanten $\varkappa$ und Γ bestimmen wir später aus den Beobachtungen.

2b. Integration der Differentialgleichung für R.

Die zu integrierende Differentialgleichung für die charakteristischen Glieder war, indem wir die bekannten Glieder für den 0ten Grad nochmal mitschreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2R}{dv^2}+R=P_0&+P_0^{(1)}\cos 3w+P_I^{(3)}\eta\cos(3w-\mathrm{v})+P_I^{(5)}\eta\cos(6w-\mathrm{v}) \\ &+P_I^{(4)}\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+P_I^{(6)}\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1) \\ &-\frac{2q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\left\{\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma)v]+\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma)v]\right\} \\ &-\frac{2q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\left\{\frac{d\eta'\cos\pi_1}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma_1)v]+\frac{d\eta'\sin\pi_1}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma_1)v]\right\}. \end{aligned}\right\} \tag{164}$$

Zunächst findet man durch Integration über die Ausdrücke $(147b)$ und $(148b)$ folgendes Resultat, indem wir der Variabilität von η, η', π, π_1 nur in den Gliedern vom Argument $6w-\mathrm{v}-v$ und $6w-\mathrm{v}_1-v$, nicht aber in denen vom Argument $3w-\mathrm{v}-v$ und $3w-\mathrm{v}_1-v$ Rechnung tragen, da $\int\eta\cos(3w-\mathrm{v}-v)$ keinen kleinen Divisor enthält, während $\int\eta\cos(6w-\mathrm{v}-v)dv$ einen kleinen Divisor enthält, also groß ist, und $\int\int\eta\cos(6w-\mathrm{v}-v)dv^2$ zweimal einen kleinen Divisor enthält, also erst recht groß ist. Setzen wir zur Abkürzung:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2}\left\{P_I^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{2+\delta_1}\right\}=c_1'; \qquad \frac{1}{2}\left\{P_I^{(5)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_2}{\delta_1}\right\}=c_2' \\ &\frac{1}{2}\left\{P_I^{(6)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{2+\delta_1}\right\}=c_3'; \qquad \frac{1}{2}\left\{P_I^{(6)}+\frac{3}{2}\cdot\frac{\mu P_0^{(1)}\gamma_3}{\delta_1}\right\}=c_4', \end{aligned}\right\} \tag{165}$$

so ergibt sich mit Hinblick auf die Formel für die partielle Integration (129):

$$\begin{aligned} C_1''=\frac{1}{2}P_I^{(3)}&\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\eta\sin(3w-\mathrm{v}+v)-\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\eta\sin(3w-\mathrm{v}-v)\right\} \\ +\frac{1}{2}P_I^{(4)}&\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\eta'\sin(3w-\mathrm{v}_1+v)-\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\eta'\sin(3w-\mathrm{v}_1-v)\right\} \\ +\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}&\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\cos(3w+\varsigma v)-\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\cos[3w-(2-\varsigma)v]\right\} \end{aligned} \tag{166}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&+\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\left\{\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\sin[3w-(2-\varsigma)v]-\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\sin(3w+\varsigma v)\right\}\\
&+\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\cos(3w+\varsigma_1 v)-\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\cos[3w-(2-\varsigma_1)v]\right\}\\
&+\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\left\{\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\sin[3w-(2-\varsigma_1)v]-\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\sin(3w+\varsigma_1 v)\right\}\\
&+\frac{c_1'}{2+2\delta_1+\varsigma}\left\{\eta_1\sin(6w-\mathrm{v}+v)+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\cos(6w+\varsigma v)-\right.\\
&\qquad\left.-\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\sin(6w+\varsigma v)\right\}\\
&+\frac{c_2'}{2\delta_1+\varsigma}\left\{\eta_1\sin(6w-\mathrm{v}-v)+\frac{1}{2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\cos[6w-(2-\varsigma)v]-\right.\\
&\qquad\left.-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\sin\pi}{dv}\sin[6w-(2-\varsigma)v]\right\}\\
&+\frac{c_3'}{2+2\delta_1+\varsigma_1}\left\{\eta_1'\sin(6w-\mathrm{v}_1+v)+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\cos(6w+\varsigma_1 v)-\right.\\
&\qquad\left.-\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\sin(6w+\varsigma_1 v)\right\}\\
&+\frac{c_4'}{2\delta_1+\varsigma_1}\left\{\eta_1'\sin(6w-\mathrm{v}_1-v)+\frac{1}{2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\cos[6w-(2-\varsigma_1)v]-\right.\\
&\qquad\left.-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\sin[6w-(2-\varsigma_1)v]\right\}.
\end{aligned}
\right\}\quad(166)
$$

Ebenso findet man:

$$
\left.
\begin{aligned}
C_2''=&-\frac{1}{2}P_1^{(3)}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\eta\cos(3w-\mathrm{v}+v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\eta\cos(3w-\mathrm{v}-v)\right\}\\
&-\frac{1}{2}P_1^{(4)}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}_1+v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\eta_1'\cos(3w-\mathrm{v}_1-v)\right\}\\
&+\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\sin(3w+\varsigma v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\sin[3w-(2-\varsigma)v]\right\}\\
&+\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\frac{d\eta_1\sin\pi}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}\cos(3w+\varsigma v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\cos[3w-(2-\varsigma)v]\right\}\\
&+\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\sin(3w+\varsigma_1 v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\sin[3w-(2-\varsigma_1)v]\right\}\\
&+\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\left\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}\cos(3w+\varsigma_1 v)+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\cos[3w-(2-\varsigma_1)v]\right\}\\
&+\frac{c_1'}{2+2\delta_1+\varsigma}\left\{\eta_1\cos(6w-\mathrm{v}+v)+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\sin(6w+\varsigma v)+\right.\\
&\qquad\left.+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\sin\pi}{dv}\cos(6w+\varsigma v)\right\}
\end{aligned}
\right\}\quad(167)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
&+\frac{c_2'}{2\delta_1+\varsigma}\Big\{\eta_1\cos(6w-\mathrm{v}-v)-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\sin[6w-(2-\varsigma)v]\\
&\qquad\qquad-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma}\frac{d\eta_1\sin\pi}{dv}\cos[6w-(2-\varsigma)v]\Big\}\\
&+\frac{c_3'}{2+2\delta_1+\varsigma_1}\Big\{-\eta_1'\cos(6w-\mathrm{v}_1+v)+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\sin(6w+\varsigma_1 v)+\\
&\qquad\qquad+\frac{1}{2+2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\cos(6w+\varsigma_1 v)\Big\}\\
&+\frac{c_1'}{2\delta_1+\varsigma_1}\Big\{\eta_1'\cos(6w-\mathrm{v}_1-v)-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\sin[6w-(2-\varsigma)v]-\\
&\qquad\qquad-\frac{1}{2\delta_1+\varsigma_1}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\cos[6w-(2-\varsigma)v]\Big\}
\end{aligned}\right\}\tag{167}
$$

Diese beiden Werte (166) und (167) sind nun also in:

$$R_1 = C_1''\sin v - C_2''\cos v \tag{168}$$

einzusetzen und Gyldén's Princip entsprechend haben wir bei der Zerlegung der Producte der trigonometrischen Functionen in Summen und Differenzen, wieder bloß Glieder der vier Fundamentaltypen A, B, C, D zu berücksichtigen. Das Resultat dieser etwas weitläufigen Substitution wird jedoch einfach, nämlich zunächst:

$$
\left.\begin{aligned}
R_1 &= \beta_2\eta\cos(3w-\mathrm{v})+\beta_4\eta\cos(6w-\mathrm{v})\\
&+\beta_3\eta'\cos(3w-\mathrm{v}_1)+\beta_5\eta'\cos(6w-\mathrm{v}_1)\\
&-\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\Big\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\Big\}\frac{d\eta_1\cos\pi}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma)v]\\
&-\frac{q_4}{(\delta_1+\varsigma)^2}\Big\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma}+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma}\Big\}\frac{d\eta_1\sin\pi}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma)v]\\
&-\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\Big\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\Big\}\frac{d\eta_1'\cos\pi_1}{dv}\sin[3w-(1-\varsigma_1)v]\\
&-\frac{q_5}{(\delta_1+\varsigma_1)^2}\Big\{\frac{1}{1+\delta_1+\varsigma_1}+\frac{1}{1-\delta_1-\varsigma_1}\Big\}\frac{d\eta_1'\sin\pi_1}{dv}\cos[3w-(1-\varsigma_1)v]\\
&+\beta_4'\frac{d\eta\cos\pi}{dv}\sin[6w-(1-\varsigma)v]+\beta_5'\frac{d\eta'\cos\pi_1}{dv}\sin[6w-(1-\varsigma_1)v]\\
&+\beta_4'\frac{d\eta\sin\pi}{dv}\cos[6w-(1-\varsigma)v]+\beta_5'\frac{d\eta'\sin\pi_1}{dv}\cos[6w-(1-\varsigma_1)v]
\end{aligned}\right\}\tag{169}
$$

und es bedeutet:

$$
\left.\begin{aligned}
\beta_2 &= \frac{P_1^{(3)}}{(1+\delta_1+\varsigma)(1-\delta_1-\varsigma)}\,;\qquad \beta_3=\frac{P_1^{(4)}}{(1+\delta_1+\varsigma_1)(1-\delta_1-\varsigma_1)}\\
\beta_4 &= -\frac{P_1^{(5)}}{(2\delta_1+\varsigma)(2+2\delta_1+\varsigma)}-\frac{3\mu P_0^{(1)}\gamma_2(2+3\delta_1+\varsigma)}{2\delta_1(2+\delta_1)(2\delta_1+\varsigma)(2+2\delta_1+\varsigma)}\\
\beta_5 &= -\frac{P_1^{(6)}}{(2\delta_1+\varsigma_1)(2+2\delta_1+\varsigma_1)}-\frac{3\mu P_0^{(1)}\gamma_3(2+3\delta_1+\varsigma_1)}{2\delta_1(2+\delta_1)(2\delta_1+\varsigma_1)(2+2\delta_1+\varsigma_1)}\\
\beta_4' &= \frac{2P_1^{(5)}(1+2\delta_1+\varsigma)}{(2\delta_1+\varsigma)^2(2+2\delta_1+\varsigma)^2}+\frac{3\mu P_0^{(1)}\gamma_2(4+10\delta_1+4\varsigma+8\delta_1^2+6\delta_1\varsigma+\varsigma^2)}{2\delta_1(2+\delta_1)(2\delta_1+\varsigma)^2(2+2\delta_1+\varsigma)^2}\\
\beta_5' &= \frac{2P_1^{(6)}(1+2\delta_1+\varsigma_1)}{(2\delta_1+\varsigma_1)^2(2+2\delta_1+\varsigma_1)^2}+\frac{3\mu P_0^{(1)}\gamma_3(4+10\delta_1+4\varsigma_1+8\delta_1^2+6\delta_1\varsigma_1+\varsigma_1^2)}{2\delta_1(2+\delta_1)(2\delta_1+\varsigma_1)^2(2+2\delta_1+\varsigma_1)^2}.
\end{aligned}\right\}\tag{169a}
$$

Die Gleichungen (169) und (169 *a*) repräsentieren das strenge Integral (innerhalb der a priori vorgesetzten Genauigkeitsgrenze). Nun ist ja aber, da für Hilda die Commensurabilität so nahe erfüllt ist, δ_1 eine kleine Größe, während ς_1 und ς rein von der Ordnung der störenden Masse sind. Vernachlässigen wir daher δ_1, ς und ς_1 gegenüber der Einheit, so erhalten wir das folgende, der numerischen Rechnung zugrunde zu legende Integral:

$$\begin{aligned} R_1 = {} & \beta_2 \eta \cos(3w - \text{v}) + \beta_4 \eta \cos(6w - \text{v}) \\ & + \beta_3 \eta' \cos(3w - \text{v}_1) + \beta_5 \eta' \cos(6w - \text{v}_1) \\ & - \frac{2}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \left\{ \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin[3w - (1-\varsigma)v] + \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos[3w - (1-\varsigma)v] \right\} \\ & - \frac{2}{(\delta_1 + \varsigma_1)^2} \left\{ \frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \sin[3w - (1-\varsigma_1)v] + \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \cos[3w - (1-\varsigma_1)v] \right\} \\ & + \beta_4' \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin[6w - (1-\varsigma)v] + \beta_5' \frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \sin[6w - (1-\varsigma_1)v] \\ & + \beta_4' \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos[6w - (1-\varsigma)v] + \beta_5' \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \cos[6w - (1-\varsigma_1)v]. \end{aligned} \tag{170}$$

wobei:

$$\begin{aligned} & \beta_2 = P_{\mathrm{I}}^{(3)}; \qquad \beta_3 = P_{\mathrm{I}}^{(4)}; \\ & \beta_4 = -\frac{P_{\mathrm{I}}^{(5)}}{2(2\delta_1 + \varsigma)} - \frac{3\mu P_0^{(1)} \gamma_2}{4\delta_1 (2\delta_1 + \varsigma)}; \\ & \beta_5 = -\frac{P_{\mathrm{I}}^{(6)}}{2(2\delta_1 + \varsigma_1)} - \frac{3\mu P_0^{(1)} \gamma_3}{4\delta_1 (2\delta_1 + \varsigma_1)}; \\ & \beta_4' = \frac{P_{\mathrm{I}}^{(5)}}{2(2\delta_1 + \varsigma)^2} + \frac{3\mu P_0^{(1)} \gamma_2}{4\delta_1 (2\delta_1 + \varsigma)^2}; \\ & \beta_5' = \frac{P_{\mathrm{I}}^{(6)}}{2(2\delta_1 + \varsigma_1)^2} + \frac{3\mu P_0^{(1)} \gamma_3}{4\delta_1 (2\delta_1 + \varsigma_1)^2}. \end{aligned} \tag{170a}$$

ist. Indem wir in den Gleichungen (170*a*) für die P ihre Werte nach (84) und für γ_2 und γ_3 ihre Werte nach (105) und (106) einsetzen, sowie für die q, p, g ihre Werte nach (14), (18) und (22) (in welchen Systemen die Coefficienten der β numerische Constanten repräsentieren, die wir nach (15), (19) und (23) für Hilda zu berechnen haben), erhalten wir vier Gleichungen für die vier Unbekannten β_2, β_3, β_4, β_5, in denen außer den β nur bekannte Zahlen auftreten, so dass die β aus ihnen vollständig berechenbar sind. Und einen anderen Anspruch, als die numerischen Werte der β für einen Planeten der Hildagruppe zu finden, stellt unser astronomisches Problem nicht. Somit ist das Integral R_1 eine vollständig bekannte Größe und mithin auch das Integral der Differentialgleichung für den Radius vector:

$$\rho = (\rho_1) + R_1 \tag{171}$$

für Hilda mittelst der Gleichungen (162) und (163), sowie (170) und (170*a*) numerisch berechenbar

3. Integration der Differentialgleichung für T.

Die strenge Integration der Differentialgleichung für T ist derjenigen für S analog; nur ist zu bedenken, dass infolge der Variabilität von η, η', π, π_1 jetzt die rechte Seite der Gleichung für T:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dv} &= S - 2R - 2RS + 3R^2 + 3SR^2 - 4R^3 \\ &\quad + \{6R - 2S - 12R^2 + 6RS\}\eta \cos \mathrm{v} \end{aligned} \tag{172}$$

bereits Glieder mit $\frac{d\eta \frac{\cos}{\sin}\pi}{dv}$ enthält, da solche in den Integralen S_1 und R_1 auftreten. Analog wie in Abtheilung a erhält man also wieder dieselbe Differentialgleichung für T, nur muss man noch die aus $S_1 - 2R_1$ resultierenden Glieder mit $\frac{d\eta \frac{\cos}{\sin}\pi}{dv}$ hinzufügen. Die Differentialgleichung für T wird dann:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dT}{dv}\right) &= T_0 + T_0^{(1)} \cos 3w + T_0^{(2)} \cos 6w + T_0^{(3)} \cos 9w \\ &+ T_1^{(1)} \eta \cos \mathrm{v} + T_1^{(3)} \eta \cos (3w - \mathrm{v}) + T_1^{(5)} \eta \cos (6w - \mathrm{v}) \\ &+ T_1^{(2)} \eta' \cos \mathrm{v}_1 + T_1^{(4)} \eta' \cos (3w - \mathrm{v}_1) + T_1^{(6)} \eta' \cos (6w - \mathrm{v}_1) \\ &+ T_1^{(7)} \eta \cos (3w + \mathrm{v}) + T_1^{(8)} \eta \cos (9w - \mathrm{v}) + T_1^{(9)} \eta' \cos (9w - \mathrm{v}_1) \\ &+ T_1^{(10)} \eta \cos (6w + \mathrm{v}) \\ &+ \frac{3q_1}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma)v] + \frac{3q_1}{(\delta_1 + \varsigma)^2} \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma)v] \\ &+ \frac{3q_5}{(\delta_1 + \varsigma_1)^2} \frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma_1)v] + \frac{3q_5}{(\delta_1 + \varsigma_1)^2} \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \cos [6w - (1 - \varsigma_1)v] \\ &- 2\beta_4' \frac{d\eta \cos \pi}{dv} \sin [6w - (1 - \varsigma)v] - 2\beta_4' \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \cos [6w - (1 - \varsigma)v] \\ &\quad 2\beta_5' \frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \sin [6w - (1 - \varsigma_1)v] - \beta_5' \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \cos [6w - (1 - \varsigma_1)v], \end{aligned} \tag{173}$$

wo die T-Coefficienten wieder durch die Formeln (118) gegeben sind. Bei der Integration betrachten wir η, η', π, π_1, analog wie bei S, nur in den Gliedern der Form C als variabel und erhalten so als Integral:

$$\begin{aligned} T_1 &= (c_0 + \gamma)v + \gamma_1 \cos 3w + g_1' \cos 6w + g_2' \cos 9w \\ &\quad + g_3' \eta \cos \mathrm{v} + \gamma_2' \eta \cos (3w - \mathrm{v}) + \gamma_4 \eta \cos (6w - \mathrm{v}) \\ &\quad + g_4' \eta' \cos \mathrm{v}_1 + \gamma_3' \eta' \cos (3w - \mathrm{v}_1) + \gamma_5 \eta' \cos (6w - \mathrm{v}_1) \\ &\quad + \gamma_6 \eta \cos (3w + \mathrm{v}) + g_5' \eta \cos (9w - \mathrm{v}) + g_6' \eta' \cos (9w - \mathrm{v}_1) \\ &\quad + g_7' \eta \cos (6w + \mathrm{v}) \\ &+ \left\{\frac{T_1}{(\delta_1 + \varsigma)^2} - \frac{3q_1}{(\delta_1 + \varsigma)^3}\right\} \left\{\frac{d\eta \cos \pi}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma)v] - \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma)v]\right\} \\ &+ \left\{\frac{T_1^{(4)}}{(\delta_1 + \varsigma_1)^2} - \frac{3q_5}{(\delta_1 + \varsigma_1)^3}\right\} \left\{\frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \cos [3w - (1 - \varsigma_1)v] - \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \sin [3w - (1 - \varsigma_1)v]\right\} \\ &+ \frac{2\beta_4'}{1 + 2\delta_1 + \varsigma} \left\{\frac{d\eta \cos \pi}{dv} \cos [6w - (1 - \varsigma)v] - \frac{d\eta \sin \pi}{dv} \sin [6w - (1 - \varsigma)v]\right\} \\ &+ \frac{2\beta_5'}{1 + 2\delta_1 + \varsigma_1} \left\{\frac{d\eta' \cos \pi_1}{dv} \cos [6w - (1 - \varsigma_1)v] - \frac{d\eta' \sin \pi_1}{dv} \sin [6w - (1 - \varsigma_1)v]\right\}, \end{aligned} \tag{174}$$

wobei:

$$
\left.\begin{aligned}
&T_0 = c_0 + \gamma \quad \text{und} \quad c_0 = 0; \qquad \gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2; \\
&\gamma_1 = \frac{T_0^{(1)}}{1+\delta_1}; \quad g_1' = \frac{T_0^{(2)}}{2(1+\delta_1)}; \quad g_2' = \frac{T_0^{(3)}}{3(1+\delta_1)}; \\
&g_3' = \frac{T_1^{(1)}}{1-\varsigma}; \quad g_4' = \frac{T_1^{(2)}}{1-\varsigma_1}; \quad \gamma_2' = \frac{T_1^{(3)}}{\delta_1+\varsigma}; \quad \gamma_3' = \frac{T_1^{(4)}}{\delta_1+\varsigma_1}; \\
&\gamma_4 = \frac{T_1^{(5)}}{1+2\delta_1+\varsigma}; \quad \gamma_5 = \frac{T_1^{(6)}}{1+2\delta_1+\varsigma_1}; \quad \gamma_6 = \frac{T_1^{(7)}}{2+\delta_1-\varsigma}; \\
&g_5' = \frac{T_1^{(8)}}{2+3\delta_1+\varsigma}; \quad g_6' = \frac{T_1^{(9)}}{2+3\delta_1+\varsigma_1}; \quad g_7' = \frac{T_1^{(10)}}{3+2\delta_1+\varsigma}
\end{aligned}\right\} \tag{175}
$$

ist.

Für die numerische Rechnung ist dabei mit Hinblick auf den früher ermittelten Wert von:

$$q_4 = q_4^{(0)} + q_4^{(1)}\beta_1 + q_4^{(4)}\beta_4,$$

wo $q_4^{(0)} \asymp m'$, aber $q_4^{(1)}\beta_1$ und $q_4^{(4)}\beta_4$ von der Ordnung $\frac{m'^2}{\delta_1}$ sind, zu bemerken, dass z. B. das Zusatzglied:

$$q_4^{(4)}\beta_4 \frac{d\eta\cos\pi}{dv}\cos[3w - (1-\varsigma)v] \asymp \frac{m'^3}{\delta_1}$$

und mithin so klein ist, dass man es bei der numerischen Rechnung vernachlässigen wird. Im Integral wird man also einfach:

$$q_4 = q_4^{(0)} \quad \text{und} \quad q_5 = q_5^{(0)}$$

setzen, wobei $q_4^{(0)}$ und $q_5^{(0)}$ die durch (15) gegebenen Werte haben. Ähnlich hat man bei den beiden Gliedern in β_4' und β_5' zu verfahren, indem z. B. der in β_4' auftretende Wert $P_1^{(5)}$ nach (84):

$$P_1^{(5)} = 2a_4 - p_6 + \frac{1}{2}g_1 + \frac{1}{2}\{(g_4 - q_4)\beta_1\} + (a_1 - p_1)\alpha_2$$

und hierin z. B.:

$$p_6 = p_6^{(0)} + p_6^{(1)}\beta_1 + p_6^{(2)}\beta_2 + p_6^{(4)}\beta_4$$

ist; auch hier wird man bei der numerischen Rechnung Glieder dritter und höherer Ordnung vernachlässigen. Im folgenden Capitel, wo wir die numerische Rechnung für den 0ten Grad bis zur dritten Ordnung inclusive ausführen werden, sieht man schon, wie die Behandlungsweise des Problems nach den Gyldén'schen Principien zu wirklichen Resultaten führt.

C. Die Integrationsconstanten.

Unsere Differentialgleichungen für S, ρ, T (cf. System I, 1, 2, 3 zu Anfang von Capitel IV) müssen offenbar vier Integrationsconstanten besitzen.

Gehen wir vom Zwei-Körperproblem aus, für welches η constant, also $\frac{d\eta^2}{dv} = 0$ ist, so wird für dieses, da P und Q die störende Masse enthalten, also fortfallen:

$$\frac{dS}{dv} = 0; \qquad \frac{d^2\rho}{dv^2} + \rho = 2S + S^2;$$

also:

$$S = a_0 = \text{const.}; \qquad \rho = 2a_0 + a_0^2 + c\cos(v - \pi).$$

und hier sind a_0, e, π die Integrationsconstanten. Der Radius vector:

$$r = \frac{a(1-\eta^2)}{1+\rho}$$

wird also für das Zwei-Körperproblem in den Gyldén'schen Coordinaten:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{(1+a_0)^2 + e\cos(v-\pi)}$$

oder:

$$r = \frac{\bar{a}(1-\bar{e}^2)}{1+\bar{e}\cos(v-\pi)} = \frac{p}{1+\bar{e}\cos(v-\pi)},$$

wo:

$$p = \frac{a(1-e^2)}{(1+a_0)^2}; \quad \bar{e} = \frac{e}{(1+a_0)^2}; \quad \bar{a} = \frac{1-e^2}{1-\bar{e}^2}\,\frac{a}{(1+a_0)^2}$$

ist. Dabei ist a eine Constante, die einen Mittelwert von r repräsentiert und noch nicht näher definiert ist. Da sie aber von a_0 abhängt, so kann man offenbar, da beide Constanten ja willkürlich sind, auch a als Integrationsconstante und a_0 als überzählige, beliebig zu bestimmende Constante betrachten. Thut man das, so kann man weiter, auf Grund der Relation:

$$n = \frac{k\sqrt{1+m}}{a^{\frac{3}{2}}}$$

an Stelle von a auch n als Integrationsconstante betrachten und somit jetzt n, e, π als Integrationsconstanten auffassen, a_0 aber als eine Constante, über die wir noch frei verfügen können.

In diesem Sinne verfahren wir auch beim Drei-Körperproblem und betrachten die Gyldén'schen Größen $n, \varkappa, \Gamma$ als die Integrationsconstanten, während wir über a_0 später verfügen, und zwar im Sinne des Brendel'schen Verfahrens bei kritischen Planeten so, dass der Theil c des ganzen constanten Theiles $\bar{\gamma}$ von T, welcher (c) rein erster oder höherer Ordnung ist, verschwindet.

Die Integrationsconstante der Gleichung:

$$n\frac{dt}{dv} = \frac{(1-\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{(1+\rho)^2}(1+S) = n\frac{d\zeta}{dv} + \frac{dT}{dv}$$

sei Λ, sodass also, wie auch bereits in Capitel I gezeigt:

$$nt = n\zeta + \Lambda + T$$

ist, indem man die durch Integration von $\frac{dT}{dv}$ entstehende Constante mit Λ vereinigt, also gleich Null gesetzt denkt, da sie zu Λ kommen würde.

In toto sind also bei Betrachtung der Bewegung in der instantanen Bahnebene, a oder n, ferner $\varkappa, \Gamma, \Lambda$ die Integrationsconstanten und a_0 eine Constante, die zur freien Verfügung bleibt, während die in R auftretende Constante b_0 bekannt ist, sobald man über a_0 verfügt hat, wie wir in Capitel V sogleich sehen werden.

Die Veränderungen der instantanen Bahnebene im Raum, sind, wie wir in der Fortsetzung dieser Untersuchungen sehen werden, durch eine Differentialgleichung zweiter Ordnung charakterisiert, die als solche zwei Integrationsconstanten, i und Θ besitzt. Sodass die wirkliche Bewegung des Planeten durch die bei der Integration erhaltenen sechs Bahnelemente $n, \varkappa, \Gamma, \Lambda, i, \Theta$, die aber bei dem hier gebrauchten Integrationsverfahren nicht strenge den sechs Gyldén'schen »absoluten Elementen« entsprechen, eindeutig bestimmt ist.

Fünftes Capitel.

Die vorläufigen numerischen Ergebnisse der ersten Näherung für die Grenzen der »Hilda-Lücke« im System der kleinen Planeten.

A. Über die Giltigkeit des Verfahrens in der ersten Näherung.

Bekanntlich haben außer Gyldén selbst die Herren Brendel und Callandreau wertvolle Untersuchungen über das Auftreten der Lücken im System der kleinen Planeten gemacht, ja Herr Brendel hat bereits erste genäherte numerische Rechnungen für Hilda in seiner Theorie der kleinen Planeten angestellt. Es ist von Interesse, zu sehen, wie sich im folgenden die Grenzen der Lücke im Typus $\left(\frac{2}{3}\right)$ durch Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung, die ich mitgenommen habe, verificieren. Im Sinne des Brendel'schen Verfahrens[1] für kritische Planeten werden wir dabei die Constante a_0, über die wir noch willkürlich verfügen konnten, für Hilda so bestimmen, dass der in pars const. $\frac{dT}{dv}$ auftretende Theil rein erster oder höherer Ordnung verschwindet.

Als Wert der Constanten b_0 hatten wir im vierten Capitel gefunden:

$$b_0 = 2a_0 + h_0 + h_1\beta_1 + h_2\beta_1^2, \tag{1}$$

wo:

$$\left.\begin{aligned} h_0 &= -B_{0.0.0} \\ h_1 &= -\frac{1}{2} B_{3.0.0}^{1.0} + \frac{3\mu}{1+\delta_1} B_{3.0.0} + \frac{1+\delta_1}{2} A_{3.0.0} \\ h_2 &= -\frac{1}{2} B_{0.0.0}^{2.0} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

war. Setzen wir diesen Wert von b_0 in die Gleichung der Constanten:

$$c_0 + \gamma = \left(a_0 - 2b_0 \quad a_1\beta_1 - 6b_0\beta_1^2 + \frac{3}{2} a_0\beta_1^2\right) + \frac{3}{2}\beta_1^2,$$

die sich bei Integration der Gleichung für T ergab, ein, so wird dieselbe:

$$c_0 + \gamma = (-3a_0 + l_0 + l_1\beta_1 + l_2\beta_1^2 + l_3\beta_1^3 + l_4\beta_1^4) + \frac{3}{2}\beta_1^2.$$

---

[1] Cf. 1. Martin Brendel, Über die Lücken im System der kleinen Planeten und über ein Integrationsverfahren im Problem der drei Körper. Astr. Nachrichten, Band 140, Nr. 3346. — 2. Martin Brendel, Theorie der kleinen Planeten, Capitel VII.

wobei:

$$
\left.\begin{aligned}
l_0 &= 2B_{0.0.0}\\
l_1 &= B^{1.0}_{3.0.0} - \frac{6\mu}{1+\delta_1}B_{3.0.0} - (1+\delta_1)A_{3.0.0} - a_1\\
l_2 &= B^{2.0}_{0.0.0} + 6B_{0.0.0} - \frac{21}{2}a_0\\
l_3 &= 3B^{1.0}_{3.0.0} - \frac{18\mu}{1+\delta_1}B_{3.0.0} - 3(1+\delta_1)A_{3.0.0}\\
l_4 &= 3B^{2.0}_{0.0.0}
\end{aligned}\right\} \tag{3}
$$

ist.

Da also l_0, l_1, l_2, l_3, l_4 rein erster Ordnung sind, so bestimmen wir a_0 so, dass:

$$c_0 = -3a_0 + l_0 + l_1\beta_1 + l_2\beta_1^2 + l_3\beta_1^3 + l_4\beta_1^4 = 0,$$

also:

$$a_0 = \frac{1}{3}(l_0 + l_1\beta_1 + l_2\beta_1^2 + l_3\beta_1^3 + l_4\beta_1^4) \tag{4}$$

wird. Hiermit wird auch a_0 rein erster Ordnung, wie wir voraussetzten; denn wenn z. B. l_3 rein erster Ordnung ist, so müssen, da $\beta < 1$ ist, die Producte $l_3\beta_1$, $l_3\beta_1^2$, $l_3\beta_1^3$ etc. alle kleiner als l_3 selbst und somit erst recht rein erster Ordnung sein. Und weiter wird:

$$\gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2. \tag{4 a}$$

Schließlich hatten wir für β_1 folgende Gleichung gefunden:

$$(2\delta_1 + \delta_1^2)\beta_1 = p' + p''\beta_1 + p'''\beta_1^2, \tag{5}$$

wo die $p = m'$ und gegeben waren durch:

$$
\left.\begin{aligned}
p' &= B_{3.0.0} - \frac{2A_{3.0.0}}{1+\delta_1}\\
p'' &= B^{1.0}_{0.0.0} + \frac{1}{2}B^{1.0}_{6.0.0} - \frac{A^{1.0}_{6.0.0}}{1+\delta_1} - \frac{1+\delta_1}{2}A_{6.0.0} - \frac{6\mu B_{6.0.0}}{1+\delta_1} + \frac{12\mu A_{6.0.0}}{(1+\delta_1)^2}\\
p''' &= \frac{1}{2}B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4}B^{2.0}_{3.0.0} + \frac{1}{4}B^{2.0}_{9.0.0} - \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{1+\delta_1} + \frac{A^{2.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{A^{2.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)}\\
&\quad - \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{3.0.0} - \frac{1+\delta_1}{4}A^{1.0}_{9.0.0} - \frac{3\mu B^{1.0}_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{9\mu B^{1.0}_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)} - \frac{3\mu A^{1.0}_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^2}\\
&\quad + \frac{9\mu A^{1.0}_{9.0.0}}{(1+\delta_1)^2} - \frac{3}{2}\mu A_{3.0.0} + \frac{9}{2}\mu A_{9.0.0} - \frac{9\mu^2 B_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^2} + \frac{9\mu^2 B_{3.0.0}}{2(1+\delta_1)^2}\\
&\quad + \frac{81\mu^2 B_{9.0.0}}{2(1+\delta_1)^2} + \frac{18\mu^2 A_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^3} + \frac{9\mu^2 A_{3.0.0}}{(1+\delta_1)^3} - \frac{81\mu^2 A_{9.0.0}}{(1+\delta_1)^3},
\end{aligned}\right\} \tag{6}
$$

aus der wir nun β_1 wirklich zu bestimmen haben. Ist β_1 gefunden, so ist auch die Constante:

$$b_0 = 2a_0 + h_0 + h_1\beta_1 + h_2\beta_1^2$$

berechenbar, sobald man über a_0 verfügt hat.

Nun ist für den Typus $\frac{2}{3}$:

$$\mu = \frac{2-\delta}{3}, \quad \mu_1 = \frac{2-\delta_1}{3},$$

und es war:

$$\mu_1 = \mu(1+\gamma),$$

also $2-3\mu_1 = \delta_1$, oder $2-3\mu-3\mu\gamma = \delta_1$, mithin:

$$\delta_1 = \delta - 3\mu\gamma. \tag{7}$$

So lange nun δ_1 nicht sehr klein wird — also bei den gewöhnlichen und auch bei denjenigen charakteristischen Planeten, für welche δ_1 noch so groß ist, dass sie nicht kritisch sind — und zwar der Größenordnung nach nicht kleiner als die Quadratwurzel aus der störenden Masse, also:

$$\delta_1 \gg \sqrt{m'}$$

wird offenbar auf Grund von Gleichung (5):

$$\beta_1 \ll \sqrt{m'}.$$

Denn da mit Fortlassung des Gliedes $p'''\beta_1^2$, wodurch keine wesentliche Modification eintritt:

$$\beta_1 = +\frac{p'}{2\delta_1+\delta_1^2-p''}, \tag{8}$$

so ist, wenn $\delta_1 \gg \sqrt{m'}$ ist, offenbar p'' sehr klein gegen δ_1, denn es ist $p'' \asymp m' = \frac{1}{1000}$ und $\delta_1 \gg \sqrt{m'} = \frac{1}{32}$ oder größer; also:

$$\beta_1 \asymp \frac{p'}{2\delta_1+\delta_1^2},$$

indem man bei Bestimmung der Ordnung einer Größe ja jede kleinere, die in ihr auftritt, gegenüber einer größeren fortlassen kann. Nun ist aber auch δ_1 immer viel kleiner als 1, denn es ist ja die kleine Größe um welche μ_1 vom rationalen Bruch $\frac{2}{3}$ abweicht. Daher ist auch $\delta_1^2 < \delta_1$, also:

$$\beta_1 \asymp \frac{p'}{2\delta_1},$$

und da $p' \asymp m'$ und man natürlich δ_1 und $2\delta_1$ auch als von der gleichen Ordnung zu betrachten hat, so ist:

$$\beta_1 \asymp \frac{m'}{\delta_1},$$

also, wenn $\delta_1 \gg \sqrt{m'}$:

$$\beta_1 \ll \sqrt{m'}; \quad \beta_1^2 \ll m'.$$

Verfügt man in diesem Falle über die Constante a_0 so, dass der ganze constante Theil von $\frac{dT}{dv}$ verschwindet, also $c_0+\gamma = 0$ wird, und mithin $\delta_1 = \delta$, so wäre a_0 zu bestimmen aus der Gleichung,

$$3a_0 = l_0 + l_1\beta_1 + l_2\beta_1^2 + l_3\beta_1^3 + l_4\beta_1^4 + \frac{3}{2}\beta_1^2, \tag{9}$$

und dann würde offenbar:

$$a_0 \asymp m'.$$

weil die größten Glieder in Gleichung (9) rein von der Ordnung der störenden Masse sind. Denn wenn:

$$a = b + c,$$

so ist jedenfalls:

$$a \asymp b, \text{ wenn } b > c,$$

aber:

$$a \asymp c, \text{ wenn } b < c$$

ist. Und da $l_1\beta_1 \ll m'$, dagegen $l_0 \asymp m'$ ist, und das größte Glied den Ausschlag für die Größenordnung gibt, so ist eben jetzt a_0 rein von der Ordnung der störenden Masse. Da aber a_0 der constante Theil von S_0 und $a_1 \asymp m'$ ist, so ist auch:

$$S_0 \asymp m'.$$

Es wird dann also S_0 hinreichend klein, was die nothwendige Bedingung für die Convergenz unserer Entwickelungen ist. Denn wenn S_0 groß wäre, so wären auch R_0, T_0 und K_0 groß und damit die Entwickelungen von P und Q, die nach R_0 und K_0 fortschreiten, divergent, was jetzt indes nicht der Fall ist.

Würde hingegen für einen Planeten:

$$\delta_1 \ll \sqrt{m'},$$

wo er dann »kritisch« wäre, und convergierte nun δ_1 gegen Null, so würde offenbar β_1 nach der Gleichung (8) immer mehr wachsen und für einen Wert von δ_1, der rein von der Ordnung m', derart, dass:

$$2\delta_1 + \delta_1^2 = +p''$$

wäre, würde $\beta_1 = \infty$. Mithin würde dann auch $\gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2$ über alle Grenzen wachsen.

Nach der Gleichung (7) aber würde, wenn γ bei constantem δ wächst, δ_1 immer größere negative Werte bekommen und daher β_1 nach Gleichung (8) immer kleiner werden, was dem obigen widerspricht.

Thatsächlich kann β_1 nicht so klein werden, dass $\beta_1 \asymp \sqrt{\delta}$ wird, und man erkennt somit vorläufig schon allgemein, dass δ_1 nicht unter eine gewisse Grenze herabsinken kann, während β_1 nicht über eine bestimmte Grenze hinauswachsen kann, deren Werte wir jetzt präcisieren wollen.

Wollte man, wenn δ_1 beliebig klein wird, also bei kritischen Planeten, a_0 so bestimmen, dass der ganze constante Theil der Differentialgleichung für die Zeitreduction verschwände, also auch $\gamma = 0$ würde, so wäre offenbar:

$$\beta_1^2 \gg m',$$

denn es ist, wenn $2\delta_1 > p'$ ist:

$$\beta_1 = +\frac{p'}{2\delta_1 + \delta_1^2 - p''} \asymp \frac{m'}{\delta_1}$$

und, wenn $2\delta_1 < p'$ ist:

$$\beta_1 \asymp \left(\frac{m'}{m'} = 1\right),$$

also $\beta_1 \asymp 1$, d. h. von der nullten Ordnung in Bezug auf die störende Masse und somit auch $a_0 \asymp 1$ und $S_0 \asymp 1$ und die Entwickelungen würden dann also divergent. Denn wenn sie auch eventuell nicht gleich divergierten, wenn S_0 nur um ein weniges größer als $\frac{1}{1048}$ würde, so würde doch, wenn z. B.:

$$a_0 \asymp \frac{m'^2}{\delta_1^2},$$

offenbar a_0 sehr groß werden, wenn δ_1 sehr klein würde, die Reihen für P und Q dann also sicher divergent.

Bestimmt man indes jetzt bei Hilda a_0 aus der Gleichung:

$$3a_0 = l_0 + l_1\beta_1 + l_2\beta_1^2 + l_3\beta_1^3 + l_4\beta_1^4,$$

also so, dass:

$$c_0 = 0, \quad \text{aber} \quad \gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2$$

wird, und führt den Wert:

$$\delta_1 = \delta - \frac{9}{2}\mu\beta_1^2 \tag{10}$$

in Gleichung (5) ein, so finden wir die folgende zu discutierende Gleichung dritten Grades:

$$\beta_1^3 + s\beta_1^2 + t\beta_1 + u = 0, \tag{11}$$

in der:

$$s = \frac{p'''}{9\mu}; \quad t = \frac{p'' - 2\delta}{9\mu}; \quad u = \frac{p'}{9\mu} \tag{12}$$

ist.

Setzen wir, um das quadratische Glied zu eliminieren:

$$\beta_1 = g - \frac{s}{3}, \tag{13}$$

so erhält man an Stelle von Gleichung (11):

$$g^3 + mg + n = 0, \tag{14}$$

wobei:

$$\left.\begin{aligned} m &= t - \frac{s^2}{3} \\ n &= +\frac{2}{27}s^3 - \frac{ts}{3} + u \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

ist.

Da jetzt also:

$$g^3 = -mg + n,$$

so ist, wenn $mg < n$ (was eben hier der Fall ist), doch:

$$-mg + n \asymp n,$$

also auch:

$$g^3 \asymp n.$$

Da aber:

$$n \asymp m',$$

weil alle p und deshalb auch sowohl s wie t und u rein von der Ordnung der störenden Masse sind, so wird auch $g^3 \asymp m'$ und mithin nach (13) auch.

$$\beta_1 \asymp \sqrt[3]{m'}. \tag{16}$$

Diese Grenze also kann jetzt β_1 niemals überschreiten: Der Maximalwert, den die Störungen jemals erreichen können, ist von der Ordnung der Cubikwurzel aus der störenden Masse

Ferner folgt, wenn $\delta = 0$ wird:

$$\delta_1 = -3\mu\beta_1^2,$$

also mit Hinblick auf (16):

$$\delta_1 \asymp \sqrt[3]{m'^2}. \tag{17}$$

Der Minimalwert, unter den jetzt δ_1 niemals herabsinken kann, wird also von der Größenordnung der Cubikwurzel aus dem Quadrat der störenden Masse.[1]

Mithin existieren, wenn factisch würde:

$$\delta_1 \lessdot \sqrt[3]{m'^2},$$

wo die Entwickelungen thatsächlich divergent werden würden, für einen solchen δ_1 Wert überhaupt keine Planeten mehr, weil eben, wie bewiesen, δ_1 der Größenordnung nach nicht kleiner werden kann als die dritte Wurzel aus dem Quadrate der Jupitermasse. Vielmehr tritt in diesem Falle eine Lücke im System der kleinen Planeten auf und somit liefert die Gyldén'sche Störungstheorie (indem auch bei den folgenden Näherungen die Convergenz sich darthun wird) für jeden δ-Wert, Null inclusive, ein convergentes Resultat. Die in dieser Hinsicht von mathematischer Seite gemachten Einwände sind nicht berechtigt.

Und es sei noch bemerkt, dass die vorstehende, für den 0. Grad entsprechend der Brendel'schen Behandlungsweise für kritische Planeten durchgeführte Entwickelung in gewisser Analogie steht zu Gyldén's horistischer Methode, insofern nämlich, als dasjenige, was Gyldén für den Grad bei Hinzuziehung der Glieder dritten Grades nachgewiesen hat, hier beim nullten Grad für die Ordnungen durchgeführt worden ist. Ganz analog der Gleichung 3. Grades, die im Vorstehenden behandelt wurde, ergibt sich bei Gyldén (cf. Nouvelles recherches pag. 11) bei Rücksichtnahme auf die Glieder dritten Grades eine Gleichung 3. Grades. Würde man in (ρ) bei Bestimmung der $\varkappa_n$ nur den ersten Grad berücksichtigen, so könnte der Fall eintreten, dass ein ς-Divisor äußerst klein oder Null wird (gerade wie im Vorstehenden δ Null werden konnte). Das Auftreten solcher »kritischen« Divisoren vermeidet eben Gyldén, indem er die Glieder dritten Grades mitnimmt, bei deren Bestimmung er zu seiner Gleichung 3. Grades in $\varkappa$ gelangt; während im Vorstehenden zur Vermeidung der verschwindend kleinen Divisoren $\delta_1 = \delta - 3\mu\gamma$ eingeführt wurde. Die Größe $3\mu\gamma$ spielt also hier diesbezüglich der Ordnungen eine ähnliche Rolle wie Gyldén's horistische Function H, welche gleichfalls die kleinen Divisoren von der Null weg begrenzt und darum eben von Gyldén als »horistische«, d. h. »begrenzende« Function bezeichnet wird. Wächst nun die mittlere Bewegung zu einem anderen Typus, so macht δ_1 einen Sprung, während es, wie in der folgenden Rechnung für Hilda gezeigt ist (cf. die »Tafel für die Änderung der mittleren Bewegung und die Lücke im Typus $\frac{2}{3}$«) auch beim Typus $\frac{2}{3}$ selbst einen Sprung macht. Somit ist also δ_1 eine unstetige Function der mittleren Bewegung, und zwar ist sie unstetig für jeden rationalen Wert $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{3} \ldots$ Das steht ganz in Analogie zu Gyldén's horistischer Function H. Auch diese besitzt, wie wir später sehen werden, Umkehrstellen und, da es unendlich viele rationale Werte gibt, hat sie offenbar unendlich viele solcher »Singularitätsstellen«.

Hierzu kommt noch, dass man zwei rationale Werte wählen kann, die beliebig nahe — »überall dicht« — liegen. Die horistische Function ist daher keine analytische Function, auch fehlen ihr, wie Gyldén zeigt, die Ableitungen, und was sie leistet ist also: die Begrenzung der gefährlichen kleinen Divisoren von der Null weg, wodurch sie den auftretenden kritischen Gliedern begegnet und auf convergente Entwickelungen führt, worauf ich bei anderer Gelegenheit zurückkommen werde. Der öfter wiederholte Vorwurf der Divergenz trifft nur die früheren Gyldén'schen Entwickelungen. Während von anderer Seite die Behauptung aufgestellt wurde, um tiefer in das Problem der drei Körper einzudringen, müsse die Theorie der analytischen Functionen vertieft werden, gelangt Gyldén gerade durch Einführung einer nicht analytischen Function zur horistischen, der besten Integrationsmethode, die bisher zur genäherten Lösung des Problems der drei Körper in der Astronomie aufgestellt wurde.

[1] Cf. auch: Gyldén, Nouvelles recherches p. 11. Ferner: Brendel, Theorie des kleinen Planeten p. 126.

Weil nun also δ_1 niemals Null werden kann, so kann auch gar nicht strenge:

$$\frac{n'}{n_1} = \mu_1 = \frac{2}{3}$$

werden, d. h. eine strenge Commensurabilität kann überhaupt nicht eintreten. Es ist aber gerade n_1 die wahre mittlere tägliche Bewegung, nicht aber n, welches als Integrationsconstante stetig alle beliebigen Werte, Null inclusive, annehmen kann. So lange man n als die mittlere tägliche Bewegung definiert, kann man natürlich zu einer Erklärung der im System der kleinen Planeten auftretenden Lücken nicht gelangen, da n als Integrationsconstante natürlich niemals Lücken aufweisen kann; während hingegen:

$$n_1 = \frac{n}{1+\gamma} \tag{18}$$

Lücken aufweisen muss, da δ_1 der Größenordnung nach nie kleiner werden kann als $\sqrt[3]{m'^2}$, und:

$$n_1 = \frac{3n'}{2-\delta_1} \tag{19}$$

ist.

Ginge man in den hier unter Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung durchgeführten Untersuchungen für Hilda weiter und nähme Glieder vierter Ordnung mit, so bliebe die Bestimmungsgleichung (20) für β_1:

$$(2\delta_1+\delta_1^2)\beta_1 = p'+p''\beta_1+p'''\beta_1^2+p''''\beta_1^3 \tag{20}$$

noch vom dritten Grade und γ definiert durch:

$$\gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2.$$

Ginge man hingegen bis zu Gliedern fünfter Ordnung:

$$(2\delta_1+\delta_1^2)\beta_1 = p'+p''\beta_1+p'''\beta_1^2+p^{IV}\beta_1^3+p^{V}\beta_1^4, \tag{21}$$

so würde

$$\gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2+\frac{15}{8}\beta_1^4$$

und die Definitionsgleichung (21) von β_1 vom fünften Grade. Ganz allgemein wäre:

$$\left.\begin{aligned}\gamma = \frac{1.3}{1.2}\beta_1^2+\frac{1}{1.2}\,\frac{1.3.5}{2^2}\beta_1^4+\frac{1}{1.2.3}\,\frac{1.3.5.7}{2^3}\beta_1^6+\frac{1}{1.2.3.4}\,\frac{1.3.5.7.9}{2^4}\beta_1^8+\\ +\ldots+\frac{1}{n!}\,\frac{1.3.5\ldots(2n+1)}{2^n}\beta_1^{2n}+\ldots = (1-\beta_1^2)^{-\frac{3}{2}}-1\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

und dieser strenge Wert, der von $\gamma = \frac{3}{2}\beta_1^2$ numerisch indes nur eine kleine Abweichung ergibt, ist der folgenden numerischen Rechnung zugrunde gelegt. Die Reihe (21), die gleichfalls unbegrenzt fortsetzbar ist, convergiert, weil, wie aus der Entwickelung der Störungsfunction hervorgeht, $\frac{p^{(n)}}{p^{(n-1)}}$ sich mit wachsendem n der Einheit nähert und demnach $\frac{p^{(n)}}{p^{(n-1)}}\beta_1^n$ einer Grenze zustrebt, die kleiner als 1 ist. Wie rasch die Reihe convergiert, darüber kann man a priori nichts aussagen; jedenfalls aber hat man praktisch in der numerischen Rechnung keinesfalls weit in der Reihe zu gehen. Ob Glieder vierter Ordnung beim Typus $\frac{2}{3}$ numerisch überhaupt noch in Betracht kommen, bleibt der weiteren Untersuchung vorbehalten. Vorläufig gebe ich hier die Resultate, welche ich für Hilda unter Berücksichtigung inclusive von Gliedern dritter Ordnung gefunden habe.

B. Die numerische Rechnung für Hilda.

Um zunächst den kritischen δ-Wert zu eruieren, für welchen die Lücke auftritt, wurde für δ als Argument eine Reihe von β_1-Werten aus der cubischen Gleichung (14) gerechnet, wie die am Schluss gegebene »Tafel für die Änderung der mittleren Bewegung und die Lücke im Typus $\frac{2}{3}$« angibt. Dabei zeigte sich, dass das kritische δ liegen müsse zwischen 8.450 und 8.460. Den kritischen δ-Wert, für welchen die Bedingung der Lücke:

$$1+\frac{4}{27}\,\frac{m^3}{n^2}=0 \tag{23}$$

sechsstellig am nächsten erfüllt ist, fand ich zunächst durch ein Näherungsverfahren, das rechnerisch indes sehr weitläufig ist. Deshalb will ich ihn hier principiell bestimmen und setze dazu in Gleichung (15) zur Abkürzung:

$$\frac{2}{27}s^3+u=f.$$

Dann wird die kritische Bedingung (23):

$$27\left(f-\frac{ts}{3}\right)^2+4\left(t-\frac{s^2}{3}\right)^3=0.$$

Dies ist eine cubische Gleichung in t. Zur Elimination des quadratischen Gliedes werde gesetzt:

$$t=l+\frac{s^2}{12},$$

dann ergibt sich nach einer kleinen Rechnung zunächst eine cubische Gleichung in l, nämlich:

$$l^3+rl+p=0,$$

wobei:

$$r=-\frac{9}{2}us-\frac{1}{48}s^4$$

$$p=-\frac{27}{4}u^2+\frac{5}{8}us^3-\frac{1}{864}s^6$$

ist, und u wie s, was sich gleich zeigen wird, constante Größen sind, die sich aus den Störungsgliedern der ersten und der dritten Ordnung berechnen lassen. Der Wurzelwert von l aber ist:

$$l=\sqrt[3]{\frac{-r+\sqrt{r^2+\frac{4}{27}p^3}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{-r-\sqrt{r^2+\frac{4}{27}p^3}}{2}}.$$

und zwar ergibt sich auf Grund der im folgenden für s und u gefundenen Werte numerisch:

$$\log l=8.099036_n-10$$

und damit:

$$\log t=8.099279_n-10.$$

Mittelst des im folgenden berechneten Wertes der Glieder zweiter Ordnung, p'', aber erhält man hiernach für δ aus:

$$\delta = \frac{p'' - 9\mu l}{2}$$

$$\log \delta = 8.453130,$$

ein Wert, der die kritische Bedingung (23), indem sich m und n aus (15) ergeben, indes noch nicht völlig erfüllt, da bei der Berechnung von l, selbst wenn man die höheren Stellen beim Ausziehen der Quadratwurzel sehr weit berücksichtigt, eine gewisse Ungenauigkeit unvermeidlich ist, was mit daher rühren dürfte, dass das Glied $\frac{s^6}{864}$ in p numerisch gänzlich fortfällt. Mit obigem δ Wert findet man nämlich:

$$1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} = -0.000035.$$

Nun überzeugt man sich aber leicht, dass, wenn δ wächst, auch $\frac{m^3}{n^2}$ wächst. Daher braucht man den gefundenen δ-Wert offenbar in den letzten Stellen nur ein wenig zu verkleinern und erhält so sofort als das kritische δ, welches die Bedingung der Lücke sechsstellig am nächsten erfüllt:

$$\log \delta = 8.453120.$$

In der That wird für diesen δ-Wert:

$$1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} = -0.000002,$$

während für die beiden benachbarten δ-Werte:

$$\log \delta = \begin{cases} 8.453119 \\ 8.453121 \end{cases}$$

sich:

$$1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} = \begin{cases} +0.000005 \\ -0.000005 \end{cases}$$

ergibt.

Auf Grund der im zweiten Capitel durchgeführten numerischen Entwickelung der Störungsfunction für den Planeten Hilda ergeben sich zur Berechnung der Störungen 0ten Grades bis zur dritten Ordnung inclusive zunächst nach den Formeln (19) desselben Capitels aus den γ folgende Werte für die Ω, die, wie alle folgenden Zahlenwerte, zweimal unabhängig ermittelt wurden:

$$\left.\begin{array}{lll} \log \Omega_{3.0.0} = 9.176240 & \log \Omega_{6.0.0} = 8.689615 & \log \Omega_{9.0.0} = 8.252822 \\ \log \Omega_{3.1.0} = 9.788548\,n & \log \Omega_{6.1.0} = 9.546530\,n & \log \Omega_{9.1.0} = 9.263056\,n \\ \log \Omega_{3.2.0} = 0.285070 & \log \Omega_{6.2.0} = 0.196703 & \log \Omega_{9.2.0} = 0.033433 \\ \log \Omega_{3.3.0} = 0.768115\,n & \log \Omega_{6.3.0} = 0.763357\,n & \log \Omega_{9.3.0} = 0.688875\,n \end{array}\right\} \quad (24)$$

Aus den Ω ergeben sich die P und Q auf Grund der Formeln (24):

$$\left.\begin{array}{lll} \log P_{3.0.0} = 9.788548 & \log P_{6.0.0} = 9.546530 & \log P_{9.0.0} = 9.263056 \\ \log P_{3.1.0} = 0.586100\,n & \log P_{6.1.0} = 0.497733\,n & \log P_{9.1.0} = 0.334463\,n \\ \log P_{3.2.0} = 1.245236 & \log P_{6.2.0} = 1.240478 & \log P_{9.2.0} = 1.165996 \\ & & \\ \log Q_{3.0.0} = 9.176240 & \log Q_{6.0.0} = 8.689615 & \log Q_{9.0.0} = 8.252822 \\ \log Q_{3.1.0} = 9.961250\,n & \log Q_{6.1.0} = 9.653076\,n & \log Q_{9.1.0} = 9.340547\,n \\ \log Q_{3.2.0} = 0.557153 & \log Q_{6.2.0} = 0.384477 & \log Q_{9.2.0} = 0.176157 \end{array}\right\} \quad (25)$$

Damit ergeben sich für die Entwickelungscoefficienten A und B der partiellen Derivierten Q und P der Störungsfunction Ω mittelst (44) die Werte:

$$\left.\begin{array}{lll}
\log A_{3.0.0} = 9.954391\,n & \log A_{6.0.0} = 9.768796\,n & \log A_{9.0.0} = 9.508095\,n \\
\log A^{1.0}_{3.0.0} = 0.739401 & \log A^{1.0}_{6.0.0} = 0.732257 & \log A^{1.0}_{9.0.0} = 0.595820 \\
\log A^{2.0}_{3.0.0} = 1.335304\,n & \log A^{2.0}_{6.0.0} = 1.463658\,n & \log A^{2.0}_{9.0.0} = 1.431430\,n \\
 & & \\
\log B_{3.0.0} = 0.089578 & \log B_{6.0.0} = 9.847560 & \log B_{9.0.0} = 9.564086 \\
\log B^{1.0}_{3.0.0} = 0.887130\,n & \log B^{1.0}_{6.0.0} = 0.798763\,n & \log B^{1.0}_{9.0.0} = 0.635493\,n \\
\log B^{2.0}_{3.0.0} = 1.546266 & \log B^{2.0}_{6.0.0} = 1.541508 & \log B^{2.0}_{9.0.0} = 1.467026 \\
 & \log B^{1.0}_{0.0.0} = 0.533421\,n &
\end{array}\right\} \quad (26)$$

An dieser Stelle controliren wir indes diese sämmtlichen A- und B-Werte, indem wir sie noch einmal, und zwar nach der zweiten Gyldén'schen Methode, wie sie im zweiten Capitel auseinandergesetzt wurde, berechnen. Auf Grund der dort gegebenen Formeln (61 *b*), welche die A und B direct als Functionen der ϑ geben, erhält man, unter Berücksichtigung der im zweiten Capitel für die »ϑ« für Hilda gefundenen numerischen Werte (87), folgende Resultate für die A- und B-Coefficienten:

$$\left.\begin{array}{lll}
\log A_{3.0.0} = 9.954391\,n & \log A_{6.0.0} = 9.768796\,n & \log A_{9.0.0} = 9.508095\,n \\
\log A^{1.0}_{3.0.0} = 0.739401 & \log A^{1.0}_{6.0.0} = 0.732256 & \log A^{1.0}_{9.0.0} = 0.595821 \\
\log A^{2.0}_{3.0.0} = 1.335304\,n & \log A^{2.0}_{6.0.0} = 1.463658\,n & \log A^{2.0}_{9.0.0} = 1.431431\,n \\
\log B_{3.0.0} = 0.089579 & \log B_{6.0.0} = 9.847561 & \log B_{9.0.0} = 9.564086 \\
\log B^{1.0}_{3.0.0} = 0.887129\,n & \log B^{1.0}_{6.0.0} = 0.798763\,n & \log B^{1.0}_{9.0.0} = 0.635493\,n \\
\log B^{2.0}_{3.0.0} = 1.546266 & \log B^{2.0}_{6.0.0} = 1.541506 & \log B^{2.0}_{9.0.0} = 1.467027, \\
 & \log B^{2.0}_{0.0.0} = 0.533420\,n, &
\end{array}\right\} \quad (26a)$$

die sich in Übereinstimmung mit den zuvor gefundenen Werten (26) befinden.

Mit diesen Werten berechnete ich nun die Glieder der ersten, zweiten und dritten Ordnung p', p'', p''' auf Grund der Formeln (6) dieses Capitels. Dabei wurde δ_1, welches später bestimmt werden wird, bei der ersten Näherung zunächst Null gesetzt. Das Verhältnis μ folgt aus:

$$\mu = \sqrt{\alpha^3(1+m')},$$

wobei die Jupitermasse zu:

$$\log m' = 6.9796387$$

und für α der Ausgangswert der ganzen Rechnung:

$$\log \alpha = 9.8810475$$

angenommen wurde. So ergab sich:

$$\left.\begin{array}{l}
\log \mu = 9.821778 \\
\log p' = 7.461038-10 \\
\log p'' = 8.261640\,n-10 \\
\log p''' = 8.951316-10,
\end{array}\right\} \quad (27)$$

wobei p', p'', p''' die Jupitermasse bereits enthalten, indem nach den früheren Entwickelungen alle A und B mit m' zu multiplicieren sind, was nicht zu vergessen ist, wenn man aus den A und B die Störungen rechnet.

Für die Coefficienten der cubischen Gleichung (11) folgt:

$$\left.\begin{aligned}\log s &= 8.175295-10\\ \log u &= 6.685017-10.\end{aligned}\right\}\qquad(28)$$

Hingegen wird man für t offenbar einen verschiedenen Wert erhalten, je nachdem man δ variiert. Und zwar ertheilte ich δ die im Argument der folgenden Tafel angegebenen Werte, welche in der Nähe der Lücke eng gewählt sind, um den Verlauf der mittleren Bewegung in unmittelbarster Nachbarschaft der Lücke verfolgen zu können. Aus der folgenden Tafel kann man dann auch, nachdem δ_1 aus den Beobachtungen bestimmt ist, wozu jedoch erst die weiteren Entwickelungen für den Hilda-Typus fertig gestellt sein müssen, das zu dem δ_1 von Hilda gehörige β_1 und n_1 und somit die unbekannte mittlere Bewegung des Planeten Hilda bestimmen. Eine ähnliche Tafel wie die folgende für β_1 wird später bei Berechnung der Störungen ersten Grades für $\beta_2\ldots\beta_5$ berechnet werden, aus der man in analoger Weise die zu Hilda gehörigen Werte der $\beta_2\ldots\beta_5$ entnimmt, und analog beim zweiten Grad.

Indem wir nun δ die 22 in der folgenden Tafel als Argument enthaltenen Werte ertheilen, folgen zunächst nach (11) ebensoviel cubische Gleichungen mit numerisch gegebenen Coefficienten. Eliminiert man aus denselben mit Hinblick auf die Formeln (13) bis (15) das quadratische Glied, so erhält man das folgende System reducierter cubischer Gleichungen, welches uns zur Discussion der mittleren Bewegung des Typus $\frac{2}{3}$ dienen soll:

$\log\delta$	$g^3+\quad mg\quad+\quad n\quad=0$		
$8.086318n$	$g^3+[6.978760\ ]g+[6.680620]=0$		(29)
$7.498640n$	$g^3+[7.317654n]g+[6.694112]=0$		
$7.331930n$	$g^3+[7.382855n]g+[6.695585]=0$		
$7.057810n$	$g^3+[7.439545n]g+[6.697054]=0$		
$-\infty$	$g^3+[7.496100n]g+[6.698716]=0$	$1+\frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2}>0$	
7.012481	$g^3+[7.541422n]g+[6.700209]=0$		
7.897473	$g^3+[7.761879n]g+[6.710042]=0$		
8.138964	$g^3+[7.889128n]g+[6.718277]=0$		
8.363193	$g^3+[8.036006n]g+[6.731015]=0$		
8.406714	$g^3+[8.067414n]g+[6.734285]=0$		
8.417544	$g^3+[8.075365n]g+[6.735146]=0$		
8.453120	$g^3+[\mathbf{8.101847}n]g+[\mathbf{6.738118}]=0$	$1+\frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2}=0$	
8.453144	$g^3+[8.101864n]g+[6.738120]=0$		
8.453219	$g^3+[8.101920n]g+[6.738127]=0$		
8.453590	$g^3+[8.102200n]g+[6.738159]=0$		
8.458139	$g^3+[8.105626n]g+[6.738557]=0$		
8.462593	$g^3+[8.108990n]g+[6.738948]=0$	$1+\frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2}<0$	
8.473633	$g^3+[8.117363n]g+[6.739937]=0$		
8.484601	$g^3+[8.125733n]g+[6.740942]=0$		
8.495447	$g^3+[8.134059n]g+[6.741958]=0$		
8.506412	$g^3+[8.142525n]g+[6.743009]=0$		
8.538897	$g^3+[8.167886n]g+[6.746267]=0$		

Allgemein ist nun die Lösung einer cubischen Gleichung:

$$g^3 + mg + n = 0$$

gegeben:

I. Wenn $1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} > 0$ ist, durch die eine reelle Wurzel:

$$g = \sqrt[3]{\frac{-n + \sqrt{n^2 + \frac{4}{27}m^3}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-n - \sqrt{n^2 + \frac{4}{27}m^3}}{2}}. \tag{30}$$

II. Wenn $1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} = 0$ ist, durch drei reelle Wurzeln, von denen zwei einander gleich sind, nämlich durch:

$$\begin{aligned} g_1 = g_2 &= +\sqrt[3]{\frac{n}{2}} \\ g_3 &= -2\sqrt[3]{\frac{n}{2}}\,. \end{aligned} \tag{31}$$

III. Wenn $1 + \frac{4}{27}\frac{m^3}{n^2} < 0$ ist, durch drei reelle Wurzeln. In diesem Falle löst man die cubische Gleichung bekanntlich trigonometrisch, indem man setzt:

$$\sin 3\alpha = n\sqrt{-\frac{27}{4m^3}} \tag{32}$$

und erhält die drei Wurzeln:

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= \sqrt{-\frac{4}{3}m}\ \sin\alpha \\ g_2 &= \sqrt{-\frac{4}{3}m}\ \sin(60-\alpha) \\ g_3 &= -\sqrt{-\frac{4}{3}m}\ \sin(60+\alpha) \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Eine Controle der Cardanischen Formel (30) für die numerische Rechnung erhält man durch eine trigonometrische Substitution. Äquivalent der Formel (30) ist nämlich:

1. wenn $m > 0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\omega &= \frac{2}{n}\sqrt{\frac{1}{27}m^3} \\ g &= \sqrt{\frac{m}{3}}\ \sqrt[3]{\operatorname{tg}\omega} - \frac{\sqrt{\frac{m}{3}}}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}\omega}} \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

2. wenn $m < 0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} \sin 2\omega &= \frac{2}{n}\sqrt{\frac{m^3}{27}} \\ g &= -\sqrt[3]{\sqrt{\frac{m^3}{27}}}\,.\operatorname{tg}\omega - \sqrt[3]{\sqrt{\frac{m^3}{27}}}\,.\operatorname{cotg}\omega \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

oder:

$$\sin 2\omega = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{4}{27}(-m^3)} \qquad \qquad (36)$$

$$g = \sqrt[3]{n\sin^2\omega} \quad \sqrt[3]{n\cos^2\omega}.$$

In unserem Systeme (29) lassen also die ersten 11 Gleichungen je eine Lösung zu; die Gleichung (12) hat zwei Lösungen; während die letzten 10 Gleichungen zwar je drei Lösungen besitzen, von denen jedoch die erste der beiden durch:

$$g_2 = \sqrt{-\frac{4}{3}m\sin(60-\alpha)}$$

und:

$$g_3 = -\sqrt{-\frac{4}{3}m\sin(60+\alpha)}$$

dargestellten Wurzelserien nicht die Eigenschaft besitzt, mit wachsendem δ_1 abzunehmen und deshalb, wie ein Blick auf unsere Tafel lehrt, astronomisch ausgeschlossen ist; während die zweite zu verwerfen ist, weil sonst δ_1 die Null erreichen würde, während es, wie wir sahen, höchstens von der Ordnung $\sqrt[3]{m'^2}$ werden kann. Astronomisch lassen also alle Gleichungen des Systems (29) nur eine einzige Lösung zu, mit alleiniger Ausnahme der Gleichung (12) für das kritische δ, welche zwei Lösungen besitzt, und die Grenzen der Lücke des Typus $\frac{2}{3}$ im System der kleinen Planeten in erster Näherung definiert. Nach Lösung des Systems (29) folgen aus den Wurzeln g die ursprünglich gesuchten Wurzeln β_1 gemäß Gleichung (13):

$$\beta_1 = g - \frac{s}{3}.$$

Die in unserer Tafel gegebene Wurzelserie des Casus irreducibilis, welche aus $g = \sqrt{-\frac{4}{3}m\sin\alpha}$ hervorgeht, hingegen nimmt ab, wenn δ_1 wächst und stellt den weiteren Verlauf der mittleren Bewegung jenseits der Lücke dar. Eine Controle für die Richtigkeit der gefundenen Wurzelwerte, speciell derjenigen des casus irreducibilis, die nur auf eine Weise bestimmt wurden, erhält man, indem man die β_1 in Gleichung (11) einsetzt, so t bestimmt, dann mittelst dieser gefundenen t-Werte m und n berechnet, ferner g aus $g = \beta_1 + \frac{1}{3}s$ bestimmt und hierauf die so erhaltenen g-Werte in Gleichung (14) einsetzt. Man überzeugt sich, dass in der That die in der folgenden Tafel für β_1 gegebenen Werte sämmtlich die Gleichung (14) erfüllen.

Nachdem die zu den verschiedenen δ gehörigen Werte β_1 nach den Formeln (30) bis (36) berechnet worden waren, wurde weiter gerechnet nach dem früheren γ aus:

$$\gamma = \frac{1}{(1-\beta_1^2)^{\frac{3}{2}}} - 1. \qquad (37)$$

Hierauf δ_1 aus:

$$\delta_1 = \delta - 3\mu\gamma. \qquad (38)$$

Die wahre mittlere tägliche Bewegung des Typus $\frac{2}{3}$ gemäß der Definition $\mu_1 = \frac{2-\delta_1}{3}$ aus:

$$\mu_1 = \frac{3n'}{2-\delta_1} \qquad (39)$$

und die Bewegungsconstante n (welche also Integrationsconstante ist, während man statt ihrer a auch als Integrationsconstante betrachten kann) aus:

$$n = \frac{3n'}{2-\delta}. \tag{40}$$

So erhielt ich die folgende Tafel, welche nicht nur einen Einblick in den Verlauf der mittleren Bewegung n_1 an den Grenzen der Lücke und diese letztere selbst gibt, sondern später, nachdem wir δ_1 bestimmt haben, auch das zu Hilda gehörige β_1 und n_1 liefert:

Tafel für die Änderung der mittleren Bewegung und die Lücke im Typus $\frac{2}{3}$.

$\log \delta$	$\log \beta_1$	$\log \gamma$	$\log \delta_1$	Wahre mittlere Bewegung n_1	n
8.080318 n	8.898718 n	7.976979	8.492389 n	441.8290	445.9722
7.498640 n	8.967517 n	8.115727	8.464305 n	442.2510	447.0807
7.331930 n	8.974389 n	8.129660	8.462003 n	442.2850	448.2111
7.057810 n	8.981119 n	8.143232	8.459696 n	442.3190	448.4367
− ∞	8.988598 n	8.158433	8.457332 n	442.3530	448.6930
7.012481	8.995184 n	8.171761	8.455269 n	442.3830	448.9230
7.897473	9.035752 n	8.254036	8.444431 n	442.5350	450.4710
8.138964	9.066330 n	8.316165	8.438460 n	442.6190	451.8040
8.363103	9.108522 n	8.402139	8.433045 n	442.6810	453.9300
8.406714	9.118485 n	8.422503	8.433013 n	442.6850	454.4900
8.417544	9.121058 n	8.427749	8.433544 n	442.6860	454.6380
Argument der Lücke:					
8.453120	**9.129774 n** **8.777622**	**8.445567** **7.733141**	**8.433531 n** **8.246041**	Die Lücke **442.6860** **452.6820**	**455.1522**
8.453144	8.774813	7.727503	8.249488	452.7140	455.1533
8.453219	8.771739	7.721474	8.253173	452.7478	455.1544
8.453590	8.764091	7.707372	8.261793	452.8300	455.1600
8.458139	8.734760	7.647111	8.298547	453.1000	455.2290
8.462593	8.718284	7.614014	8.318689	453.4150	455.2970
8.473633	8.689010	7.555204	8.354365	453.8233	455.4700
8.484601	8.666502	7.510171	8.381627	454.1600	455.6467
8.495447	8.647368	7.471301	8.404852	454.4044	455.8240
8.506412	8.629959	7.436938	8.425700	454.7527	456.0100
8.538897	8.585006	7.346887	8.479461	455.5633	456.5889

(41)

Aus dieser Tafel erkennt man, dass für den Typus $\frac{2}{3}$ die Maximalwerte, welche β_1 jemals erreichen kann, bezüglich:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \quad 0.135\ldots \\ \beta_1 &= +0.060\ldots \end{aligned} \tag{42}$$

sind, und dass entsprechend diesen Werten stets sein muss:

$$\begin{aligned} \delta_1 &< -0.027\ldots \\ \delta_1 &> +0.018\ldots \end{aligned} \tag{43}$$

Damit muss also die wahre tägliche Bewegung eines Planeten der Hilda-Gruppe stets sein:

$$\begin{aligned} n_1 &< 442''.69 \\ n_1 &> 452''.68, \end{aligned} \tag{44}$$

womit bewiesen, dass zwischen diesen beiden Werten der mittleren Bewegung überhaupt keine Planeten vorkommen können, sondern eine Lücke im System der kleinen Planeten auftreten muss.

Die Grenzen der Lücke ohne Berücksichtigung der Glieder dritter Ordnung sind $44''.38$ und $451''9$.

Bei Mitnahme von Gliedern erster und zweiter Ordnung allein beträgt die Lücke also $8''.1$, bei Mitnahme von Gliedern erster, zweiter und dritter Ordnung aber beträgt die Lücke $10''.0$. Man sieht also, dass sich infolge der Mitnahme der Glieder dritter Ordnung die Lücke nicht allein wesentlich verschiebt, nämlich von $443''.8$ bis $451''.9$ nach $442''.7$ bis $452''.7$, sondern dass sie sich auch um $1''.9$, also nahezu um zwei ganze Secunden erweitert. Indes ist diese so bestimmte Lücke noch nicht mit der wirklich im System der kleinen Planeten auftretenden Lücke des Hilda-Typus identisch, da wir die Störungen höheren Grades noch nicht berücksichtigt haben. Und sie ist auch für den nullten Grad numerisch noch nicht völlig exact bestimmt, da wir vorläufig δ_1 bei Berechnung der Glieder erster, zweiter und dritter Ordnung in den Gleichungen (6) dieses Capitels Null gesetzt und auch noch den Einfluss der Glieder vierter Ordnung zu untersuchen haben. Es wird von Interesse sein, zu sehen, wie sich die Grenzen der im Vorstehenden bestimmten Lücke bei Mitnahme der zu berücksichtigenden Störungen höheren Grades und von δ_1, sowie der Glieder vierter Ordnung verändern, was neben der numerischen Berechnung der Bahn selbst von Hilda zu zeigen der Fortsetzung dieser Untersuchungen vorbehalten bleibt.

Jedenfalls ist es der neuen, von Gyldén geschaffenen Störungstheorie zu danken, dass die wichtigsten mechanischen Probleme des Planetensystems, welche für die theoretische Astronomie vorher unlösbare Fragen waren, nun zugänglich geworden und sicher und verhältnismäßig einfach zu erledigen sind.

Jena, im März 1901.

Hugo Buchholz.



BESTIMMUNG DER BAHN DES KOMETEN 1854 III

VON

DR. WILHELM R. v. HILLMAYR.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 13. JUNI 190[illegible]

Der Komet 1854 III wurde am 4. Juni 1854 von Klinkerfues in Göttingen entdeckt und ohne Kenntnis dieser Entdeckung am 24. Juni von Arsdale in New-York aufgefunden. Er stand bei seiner Entdeckung südlich von β-Trianguli und durchzog von hier in ziemlich schnellem Laufe die Sternbilder Perseus, Camelopardalis, Lynx, Ursa major und Leo minor, in welch letzterem er schon frühzeitig in der Dämmerung untergieng, so dass er nach dem 30. Juli nicht mehr beobachtet werden konnte.

Seine Helligkeit war bei der Entdeckung die eines Sternes 7. Größe und nahm dann im Laufe seiner Sichtbarkeit bedeutend zu. Reslhuber in Kremsmünster schätzte am 19. Juni seine Lichtstärke gleich der eines Sternes 5. Größe, so dass er bereits auch gut mit freiem Auge gesehen werden konnte. Schmidt in Olmütz, der ihn am gleichen Tage zum erstenmale sah, schildert sein Aussehen ähnlich wie Reslhuber: heller Nebel von rein weißem, glänzendem Licht von ungefähr 2′ Durchmesser, umgeben von einem zarten Flor. Während seiner ganzen Sichtbarkeit zeigte er keine Spur eines Kernes und ließ sich selbst bei stärkerer Vergrößerung fast keine Zunahme der Helligkeit gegen das Centrum hin erkennen. Der Schweif war sehr schmal und zart und nur am Kopfe des Kometen etwas heller und breiter und endete in eine sehr feine Spitze.

Die Länge des Schweifes betrug anfänglich $^1/_2°$, nahm dann auf $1^1/_2—2°$ zu, konnte aber gegen Ende der Erscheinung bei der eintretenden Helligkeitsabnahme nicht mehr gemessen werden. Schmidt, welcher auch eine Reihe von Bestimmungen des Coma-Durchmessers, der Länge und des Positionswinkels des Schweifes angestellt hat (A. N. 919), vergleicht die physische Erscheinung dieses Kometen mit der des 2. Brorsen'schen Kometen des Jahres 1846.

Die Bahnelemente dieses Kometen wurden mehrfach bestimmt, und zwar parabolische von Peicre, Ragona, Argelander, Mathieu und Liouville, Bruhns, Winnecke, Reslhuber, Santini und Oudemans, weiters ein elliptisches Elementensystem und zwei hyperbolische von Keith. Die Elemente zeigen eine ziemliche Ähnlichkeit mit denen der Kometen der Jahre 1558 und 961 (Nr. 28, beziehungsweise 8, des Galle'schen Verzeichnisses). Oudemans in Leiden zeigte aber, dass diese Himmelskörper nicht identisch sein können (A. N. 912).

Winnecke und Pape bestimmten aus allen ihnen bekannt gewordenen und reducierten Beobachtungen (beiläufig 170), bei welchen aber die Beobachtungen von Cloverden, Königsberg, Leiden und Palermo noch fehlten, 6 Normalorte, welche durch eine Parabel vollkommen dargestellt werden.

Mit Rücksicht auf die beträchtliche Anzahl der neu reducierten, sowie nachträglich veröffentlichten Beobachtungen, ferner in Rücksicht auf die wesentlichen Verbesserungen der Vergleichsternpositionen erschien eine Neubestimmung der Bahn dieses Kometen wünschenswert und wurden die letzterwähnten Elemente als Grundlage der vorliegenden Arbeit verwendet. Sie lauten:

$$T = 1854 \text{ Juni } 22\cdot00356 \text{ mittl. Zeit Paris}$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 347^\circ\ 39'\ 42''80 \\ i &= 108\ \ 41\ \ \ 1\cdot19 \\ \omega &= 74\ \ 34\ \ 19\cdot90 \end{aligned}\right\} \text{mittl. Äquin. } 1854\cdot0$$

$$\log q = 9\cdot8116500.$$

Vor allem erwies sich eine Neuberechnung der Sonnencoordinaten, sowie der Reductionsconstanten für die mittleren Tage als nothwendig. Erstere wurden mit Hilfe Newcombs Tables of the sun ermittelt, letztere aus den Oppolzer'schen Tafeln erhalten.

Die Sonnenorte wurden direct von Tag zu Tag gerechnet.

Sonnen-Ephemeride.

1854 12h mittl. Zeit Paris	Länge (der Sonne, bezog. a. d. mittl. Äquinox 1854·0)	Breite (der Sonne, bezog. a. d. mittl. Äquinox 1854·0)	log Radius vector	1854 12h mittl. Zeit Paris	Länge (der Sonne, bezog. a. d. mittl. Äquinox 1854·0)	Breite (der Sonne, bezog. a. d. mittl. Äquinox 1854·0)	log Radius vector
Juni 5	74° 54' 54"45	0·24	0·0064920	Juli 5	103° 32' 28"80	− 0·11	0·0071996
6	75 52 10·45	0·14	0·0065423	6	104 29 39·84	0·25	0·0071896
7	76 49 37·37	0·02	0·0065904	7	105 26 50·82	0·38	0·0071781
8	77 46 57·29	0·11	0·0066373	8	106 24 1·78	− 0·50	0·0071651
9	78 44 16·31	0·25	0·0066828	9	107 21 12·85	− 0·62	0·0071508
10	79 41 34·53	0·39	0·0067271	10	108 18 24·14	− 0·71	0·0071350
11	80 38 52·03	0·52	0·0067701	11	109 15 35·74	0·76	0·0071179
12	81 36 9·64	0·62	0·0068118	12	110 12 47·79	0·78	0·0070995
13	82 33 25·59	0·71	0·0068522	13	111 10 0·30	0·79	0·0070795
14	83 30 41·60	0·76	0·0068911	14	112 7 13·53	0·73	0·0070580
15	84 27 57·40	0·77	0·0069284	15	113 4 27·37	0·66	0·0070347
16	85 25 12·91	0·76	0·0069640	16	114 1 41·95	0·56	0·0070095
17	86 22 28·31	0·72	0·0069976	17	114 58 57·28	− 0·45	0·0069824
18	87 19 43·49	0·64	0·0070292	18	115 56 13·33	− 0·33	0·0069531
19	88 16 58·40	0·54	0·0070587	19	116 53 30·18	0·20	0·0069216
20	89 14 13·34	0·43	0·0070859	20	117 50 47·78	− 0·07	0·0068879
21	90 11 28·03	0·31	0·0071107	21	118 48 6·14	+ 0·05	0·0068518
22	91 8 42·53	0·18	0·0071330	22	119 45 25·27	0·16	0·0068133
23	92 5 56·83	0·06	0·0071529	23	120 42 45·14	0·25	0·0067724
24	93 3 10·91	0·05	0·0071701	24	121 40 5·75	0·32	0·0067291
25	94 0 24·76	0·15	0·0071849	25	122 37 27·07	0·36	0·0066833
26	94 57 38·38	0·24	0·0071971	26	123 34 49·07	0·38	0·0066351
27	95 54 51·75	0·31	0·0072068	27	124 32 11·76	0·37	0·0065845
28	96 52 4·85	0·35	0·0072140	28	125 29 35·10	0·35	0·0065315
29	97 49 17·68	0·37	0·0072187	29	126 26 59·06	0·29	0·0064763
30	98 46 30·22	0·35	0·0072209	30	127 24 23·73	0·20	0·0064189
				31	128 21 48·95	0·09	0·0063594
Juli 1	99 43 42·40	0·31	0·0072209	August 1	129 19 14·82	− 0·04	0·0062979
2	100 40 54·43	0·24	0·0072186	2	130 16 41·35	0·13	0·0062347
3	101 38 6·13	0·14	0·0072142	3	131 14 8·54	0·31	0·0061698
4	102 35 17·58	0·02	0·0072078				

Hieraus wurden nun folgende rechtwinkelige Sonnencoordinaten gerechnet, welche sich auf den mittleren Äquator 1854·0 beziehen und wobei die mittlere Schiefe der Ekliptik zu 23° 27' 29"93 angenommen wurde.

Rechtwinkelige Äquatorial-Coordinaten der Sonne,

bezogen auf das mittlere Äquin. 1854·0.

12h mittl. Zeit Paris	X	Y	Z	12h mittl. Zeit Paris	X	Y	Z
Juni 5	+0·2641005	+0·8990801	+0·3901549	Juli 5	−0·2380008	+0·9067571	+0·3934844
6	+0·2478070	+0·9031022	+0·3918996	6	−0·2544033	+0·9029788	+0·3918440
7	+0·2313759	+0·9068694	+0·3935338	7	−0·2707934	+0·8989476	+0·3900940
8	+0·2148810	+0·9103812	+0·3950571	8	−0·2870464	+0·8946049	+0·3882349
9	+0·1983260	+0·9136373	+0·3964694	9	−0·3032192	+0·8901320	+0·3862672
10	+0·1817167	+0·9166305	+0·3977701	10	−0·3193066	+0·8853498	+0·3841915
11	+0·1650561	+0·9193785	+0·3989503	11	−0·3353050	+0·8803197	+0·3820086
12	+0·1483485	+0·9218625	+0·4000367	12	−0·3512103	+0·8750429	+0·3797185
13	+0·1315984	+0·9240878	+0·4010018	13	−0·3670182	+0·8695203	+0·3773222
14	+0·1148102	+0·9260539	+0·4018540	14	−0·3827242	+0·8637534	+0·3748198
15	+0·0979882	+0·9277595	+0·4025947	15	−0·3983240	+0·8577429	+0·3722120
16	+0·0811371	+0·9292039	+0·4032216	16	−0·4138134	+0·8514903	+0·3694992
17	+0·0642613	+0·9303864	+0·4037350	17	−0·4291877	+0·8449972	+0·3666820
18	+0·0473657	+0·9313065	+0·4041349	18	−0·4444421	+0·8382646	+0·3637611
19	+0·0304554	+0·9319640	+0·4044207	19	−0·4595721	+0·8312946	+0·3607372
20	+0·0135348	+0·9323584	+0·4045924	20	−0·4745734	+0·8240892	+0·3576111
21	−0·0033907	+0·9324889	+0·4046496	21	−0·4894409	+0·8166497	+0·3543834
22	−0·0203162	+0·9323555	+0·4045924	22	−0·5041707	+0·8089786	+0·3510551
23	−0·0372366	+0·9319584	+0·4044207	23	−0·5187576	+0·8010776	+0·3476270
24	−0·0541408	+0·9312974	+0·4041344	24	−0·5331983	+0·7929494	+0·3441000
25	−0·0710410	+0·9303727	+0·4037338	25	−0·5474871	+0·7845960	+0·3404754
26	−0·0879159	+0·9291849	+0·4032188	26	−0·5616203	+0·7760200	+0·3367539
27	−0·1047663	+0·9277345	+0·4025897	27	−0·5755030	+0·7672240	+0·3329369
28	−0·1215850	+0·9260217	+0·4018467	28	−0·5894026	+0·7582102	+0·3290252
29	−0·1383066	+0·9240472	+0·4009899	29	−0·6030438	+0·7489820	+0·3250204
30	−0·1551134	+0·9218117	+0·4000198	30	−0·6165123	+0·7395418	+0·3209234
				31	−0·6298048	+0·7298930	+0·3167359
Juli 1	−0·1718120	+0·9193104	+0·3989307	August 1	−0·6429170	+0·7200379	+0·3124584
2	−0·1884008	+0·9165623	+0·3977412	2	−0·6558470	+0·7099800	+0·3080933
3	−0·2050550	+0·9135501	+0·3964335	3	−0·6685908	+0·6997224	+0·3036411
4	−0·2215808	+0·9102813	+0·3950144				

Die Constanten f, g, G, h, H und i wurden von 2 zu 2 Tagen gerechnet und sind folgende:

Constanten für die mittleren Tage 1854·0.

12h mittl. Zeit Paris	f	$\log g$	G	$\log h$	H	i
Juni 5	+ 5"30	0·6778	− 60° 0'·7	1·3021	195° 9'·9	− 2"28
7	+ 5·66	0·6840	− 58 28·3	1·3026	193 21·8	− 2·01
9	+ 6·00	0·6907	− 57 13·4	1·3031	191 33·8	− 1·75
11	+ 6·36	0·6978	− 55 48·6	1·3033	189 46·4	− 1·48
13	+ 6·72	0·7052	− 54 28·8	1·3036	187 58·7	− 1·21
15	+ 7·06	0·7130	− 53 11·5	1·3039	186 12·9	− 0·94
17	+ 7·40	0·7207	− 51 57·3	1·3040	184 24·9	− 0·67
19	+ 7·73	0·7291	− 50 40·3	1·3041	182 38·1	− 0·40
21	+ 8·08	0·7373	− 49 39·4	1·3041	180 51·3	− 0·13
23	+ 8·42	0·7458	− 48 36·3	1·3041	179 4·4	+ 0·14
25	+ 8·76	0·7541	− 47 35·8	1·3040	177 17·8	+ 0·41
27	+ 9·10	0·7631	− 46 39·3	1·3038	175 30·8	+ 0·68
29	+ 9·43	0·7719	− 45 46·3	1·3035	173 44·1	+ 0·95
Juli 1	+ 9·77	0·7806	− 44 55·7	1·3032	171 57·0	+ 1·22
3	+ 10·11	0·7893	− 44 9·0	1·3028	170 9·6	+ 1·49
5	+ 10·44	0·7980	− 43 24·3	1·3023	168 22·3	+ 1·75
7	+ 10·77	0·8067	− 42 43·5	1·3018	166 34·0	+ 2·02
9	+ 11·10	0·8152	− 42 5·4	1·3012	164 46·8	+ 2·28
11	+ 11·43	0·8238	− 41 28·4	1·3006	162 58·4	+ 2·54
13	+ 11·75	0·8322	− 40 50·2	1·2998	161 9·9	+ 2·79
15	+ 12·07	0·8405	− 40 24·5	1·2991	159 20·7	+ 3·05
17	+ 12·39	0·8484	− 39 56·8	1·2982	157 31·1	+ 3·30
19	+ 12·70	0·8565	− 39 28·4	1·2974	155 41·1	+ 3·54
21	+ 13·01	0·8644	− 39 5·6	1·2966	153 50·7	+ 3·79
23	+ 13·32	0·8721	− 38 42·3	1·2956	152 0·0	+ 4·02
25	+ 13·62	0·8797	− 38 21·5	1·2946	150 7·9	+ 4·26
27	+ 13·91	0·8870	− 38 2·7	1·2936	148 15·9	+ 4·49
29	+ 14·20	0·8944	− 37 44·2	1·2925	146 23·4	+ 4·71
31	+ 14·49	0·9014	− 37 28·9	1·2915	144 29·8	+ 4·93
August 2	+ 14·77	0·9083	− 37 13·3	1·2904	142 36·1	+ 5·14

Die Formeln für die Äquator-Coordinaten, welche aus den oben angeführten Elementen abgeleitet wurden, sind:

$$x' = (9\cdot8025652)\sin(168°\ 34'\ 49''\cdot13+v)\sec^2\frac{v}{2}$$

$$y' = (9\cdot6520724)\sin(271°\ 0'\ 54''\cdot20+v)\sec^2\frac{v}{2}$$

$$z' = (9\cdot6862906)\sin(68°\ 3'\ 12''\cdot85+v)\sec^2\frac{v}{2}.$$

Vermittelst derselben und unter Benützung der obigen Werte wurde folgende Ephemeride für den wahren Ort des Kometen ermittelt. Die beigefügten Angaben der Sternzeit wurden aus Hansen, Tables du soleil, gerechnet.

Ephemeride des Kometen.

Mittl. Zeit Paris			α			δ			log Δ	Aberrationszeit		Sternzeit		
Juni	5	12ʰ	2ʰ	5ᵐ	13ˢ82	33°	35′	41″5	0·0072	0ᵐ	42ˢ1	4ʰ	56ᵐ	17ˢ04
		18		6	21·02	34	0	1·6						
	6	0		7	29·73		24	31·0	0·0634		37·0		58	15·02
		6		8	40·00		49	12·1						
		12		9	51·87	35	14	2·3	0·0596		32·1			
		18		11	5·38		39	2·3						
	7	0		12	20·01	36	4	11·8	0·0559		27·2	5	2	12·48
		6		13	37·60		29	30·6						
		12		14	56·40		54	58·5	0·0522		22·4			
		18		16	17·08	37	20	35·4						
	8	0		17	39·07		46	21·0	0·0480		17·7		6	9·03
		6		19	4·25	38	12	14·9						
		12		20	30·88		38	16·9	0·0451		13·2			
		18		21	59·03	39	4	26·8						
	9	0		23	30·50		30	44·1	0·0416		8·8		10	5·59
		6		25	3·74		57	8·5						
		12		26	39·23	40	23	39·6	0·0382		4·5			
		18		28	17·12		50	16·0						
	10	0		29	57·47	41	17	0·2	0·0348		0·3		14	2·15
		6		31	40·37		43	48·8						
		12		33	25·89	42	10	42·4	0·0316	8	56·3			
		18		35	14·12		37	40·4						
	11	0		37	5·14	43	4	42·2	0·0284		52·4		17	58·71
		6		38	59·01		31	47·3						
		12		40	55·87		58	55·0	0·0254		48·6			
		18		42	55·77	44	26	4·7						
	12	0		44	58·81		53	15·7	0·0225		45·0		21	55·27
		6		47	5·09	45	20	27·2						
		12		49	14·72		47	38·7	0·0190		41·6			
		18		51	27·77	46	14	49·0						
	13	0		53	44·30		41	57·7	0·0160		38·4		25	51·82
		6		56	4·58	47	9	3·6						
		12		58	28·53		36	6·1	0·0143		35·3			
		18	3	0	56·33	48	3	4·0						
	14	0		3	28·07		29	56·3	0·0118		32·4		29	48·38
		6		6	3·85		56	42·1						
		12		8	43·79	49	23	20·4	0·0095		29·7			
		18		11	28·01		49	49·9						
	15	0		14	16·00	50	16	9·0	0·0073		27·2		33	44·94
		6		17	9·64		42	18·1						
		12		20	7·27	51	8	14·4	0·0053		24·8			
		18		23	9·58		33	56·9						
	16	0		26	16·05		59	24·7	0·0034		22·6		37	41·50
		6		29	28·60	52	24	30·1						
		12		32	45·54		49	29·8	0·0017		20·6			
		18		36	7·53	53	14	4·4						

Mittl. Zeit Paris	α	δ	log Δ	Aberrationszeit	Sternzeit
Jan. 17 0h	3h 39m 34s03	53° 38' 18"3	0·0002	8m 18s8	5h 41m 38s00
6	43 0·93	54 2 10·1			
12	46 44·52	25 38·4	9·9986	17·3	
18	50 27·43	48 41·4			
18 0	54 15·73	55 11 17·5	9·9977	16·0	45 34·62
6	58 9·43	33 25·3			
12	4 2 8·56	55 3·0	9·9967	14·9	
18	6 13·10	56 16 8·9			
19 0	10 23·19	36 41·4	9·9959	14·0	49 31·18
6	14 38·04	50 39·3			
12	18 59·44	57 16 0·3	9·9953	13·3	
18	23 25·58	34 42·0			
20 0	27 56·97	52 45·8	9·9949	12·8	53 27·73
6	32 33·54	58 10 7·3			
12	37 15·10	26 45·5	9·9947	12·5	
18	42 1·53	42 39·2			
21 0	46 52·70	57 47·0	9·9947	12·5	57 24·29
6	51 48·39	59 12 7·3			
12	56 48·41	25 39·0	9·9948	12·7	
18	5 1 52·45	38 20·8			
22 0	7 0·33	50 11·2	9·9952	13·2	6 1 20·85
6	12 11·74	60 1 9·7			
12	17 26·35	11 14·7	9·9957	13·9	
18	22 43·81	20 25·7			
23 0	28 3·84	28 41·8	9·9965	14·8	5 17·41
6	33 20·07	36 2·7			
12	38 50·10	42 27·6	9·9974	15·8	
18	44 15·53	47 56·2			
24 0	49 41·95	52 28·4	9·9986	17·0	9 13·97
6	55 8·96	56 4·1			
12	6 0 36·13	58 43·2	9·9998	18·5	
18	6 3·08	61 0 26·1			
25 0	11 29·38	1 13·1	0·0013	20·2	13 10·53
6	16 54·07	1 4·8			
12	22 18·47	0 1·6	0·0030	22·1	
18	27 40·42	60 58 4·6			
26 0	33 0·15	55 14·0	0·0049	24·2	17 7·08
6	38 17·35	51 31·4			
12	43 31·62	46 57·2	0·0069	26·6	
18	48 42·67	41 33·2			
27 0	53 50·15	35 20·5	0·0090	29·1	21 3·64
6	58 53·81	28 20·4			
12	7 3 53·39	20 34·5	0·0113	31·8	
18	8 48·70	12 4·0			
28 0	13 39·46	2 50·5	0·0138	34·7	25 0·20
6	18 25·52	59 52 55·6			
12	23 6·71	42 20·9	0·0164	37·8	
18	27 42·96	31 7·8			
29 0	32 14·05	19 18·4	0·0191	41·1	28 56·76
6	36 39·92	6 54·2			
12	41 0·50	58 53 56·6	0·0220	44·5	
18	45 15·75	40 27·6			
30 0	49 25·64	26 28·5	0·0250	48·1	32 53·32
6	53 30·17	12 0·8			
12	57 29·31	57 57 6·2	0·0281	51·9	
18	8 1 23·08	41 46·4			

Mittl. Zeit Paris	α	δ	log Δ	Aberrationszeit	Sternzeit
Juli 1 0h	8h 5m 11s51	57° 26' 2"9	0·0313	8m 55s9	6h 36m 49s88
6	8 54·05	9 56·9			
12	12 32·51	56 53 30·4	0·0346	— 9 0·0	
18	16 5·24	36 44·4			
2 0	19 32·70	19 40·2	0·0380	4·2	40 46·43
6	22 55·19	2 19·4			
12	26 12·68	55 44 13·0	0·0415	8·6	
18	29 25·27	26 52·8			
3 0	32 33·07	8 48·7	0·0450	13·1	44 42·99
6	35 36·19	54 50 33·2			
12	38 34·70	32 6·8	0·0487	17·8	
18	41 28·72	13 30·6			
4 0	44 18·30	53 54 45·8	0·0524	22·6	48 39·55
6	47 3·73	35 53·1			
12	49 44·89	16 53·5	0·0561	27·5	
18	52 21·96	52 57 47·8			
5 0	54 55·05	38 36·9	0·0600	32·5	52 36·11
6	57 24·24	19 21·6			
12	59 49·07	0 2·7	0·0638	37·6	
18	9 2 11·43	51 40 40·8			
6 0	4 29·63	21 16·7	0·0677	42·8	56 32·67
6	6 44·35	1 50·9			
12	8 55·72	50 42 24·1	0·0717	48·1	
18	11 3·80	22 56·8			
7 0	13 8·71	3 29·7	0·0756	53·6	7 0 29·23
6	15 12·73	49 44 3·1			
12	17 9·36	24 37·6	0·0796	59·1	
18	19 5·28	5 13·5			
8 0	20 58·37	48 45 51·0	0·0837	— 10 4·7	4 25·78
6	22 48·73	26 31·9			
12	24 36·42	7 15·0	0·0877	10·3	
18	26 21·53	47 48 1·1			
9 0	28 4·16	28 50·6	0·0918	16·0	8 22·34
6	29 44·36	9 43·9			
12	31 22·22	46 50 41·3	0·0959	21·8	
18	32 57·80	31 42·8			
10 0	34 31·15	12 48·8	0·1000	27·7	12 18·90
6	36 2·37	45 53 59·7			
12	37 31·51	35 15·5	0·1041	33·6	
18	38 58·63	16 30·5			
11 0	40 23·80	44 58 2·8	0·1081	39·6	16 15·46
6	41 47·06	39 34·7			
12	43 7·49	21 12·2	0·1122	45·7	
18	44 28·13	2 55·6			
12 0	45 46·04	43 44 44·8	0·1163	51·8	20 12·02
6	47 2·26	26 40·2			
12	48 16·86	8 41·8	0·1204	58·0	
18	49 29·88	42 50 49·7			
13 0	50 41·35	33 3·8	0·1245	11 4·2	24 8·57
6	51 51·33	15 24·5			
12	52 59·88	57 51·7	0·1286	10·4	
18	54 7·01	40 25·4			
14 0	55 12·79	41 23 5·8	0·1326	16·7	28 5·13
6	56 17·25	5 52·8			
12	57 20·40	40 48 46·6	0·1366	23·0	
18	58 22·32	31 47·2			

Mittl. Zeit Paris	α	δ	log Δ	Aberrationszeit	Sternzeit
Juli 15 0^h	$9^h\,59^m\,23^s{\cdot}02$	$40^\circ\,14'\,54''{\cdot}5$	0·1400	$11^m\,29^s{\cdot}3$	$7^h\,32^m\,1^s{\cdot}69$
12	10 1 20·94	39 41 29·5	0·1447	35·6	
16 0	3 14·43	8 31·9	0·1486	42·0	35 58·25
12	5 3·70	38 36 1·6	0·1526	48·5	
17 0	6 49·00	3 58·7	0·1555	55·0	39 54·80
12	8 30·56	37 32 22·9	0·1604	12 1·4	
18 0	10 8·57	1 14·3	0·1643	7·9	43 51·36
12	11 43·23	36 30 32·4	0·1682	14·4	
19 0	13 14·70	0 17·3	0·1720	20·9	47 47·92
12	14 43·17	35 30 28·6	0·1758	27·4	
20 0	16 8·78	1 6·0	0·1796	33·9	51 44·48
12	17 31·70	34 32 9·1	0·1833	40·5	
21 0	18 52·04	3 37·6	0·1870	47·0	55 41·03
12	20 9·93	33 35 31·1	0·1907	53·6	
22 0	21 25·51	7 49·4	0·1944	13 0·1	59 37·59
12	22 38·90	32 40 31·9	0·1980	6·7	
23 0	23 50·18	13 38·5	0·2016	13·2	8 3 34·15
12	24 59·49	31 47 8·4	0·2051	19·7	
24 0	26 6·90	21 1·5	0·2087	26·3	7 30·71
12	27 12·51	30 55 17·2	0·2122	32·8	
25 0	28 16·38	29 55·1	0·2156	39·3	11 27·26
12	29 18·63	4 55·0	0·2191	45·8	
26 0	30 19·31	29 40 16·2	0·2225	52·3	15 23·82
12	31 18·50	15 58·6	0·2259	58·8	
27 0	32 16·26	28 52 1·5	0·2292	14 5·3	19 20·38
12	33 12·66	28 24·7	0·2325	11·7	
28 0	34 7·75	5 7·8	0·2358	18·2	23 16·93
12	35 1·61	27 42 10·1	0·2390	24·6	
29 0	35 54·28	19 31·4	0·2422	31·0	27 13·49
12	36 45·81	26 57 11·2	0·2454	37·4	
30 0	37 36·24	35 9·4	0·2486	43·8	31 10·05
12	38 25·64	13 25·5	0·2517	50·1	

Diese Ephemeride wurde direct von Tag zu Tag gerechnet und dann von 6 zu 6, beziehungsweise vom 15. Juli an von 12 zu 12 Stunden interpoliert, so dass bei Vergleichung derselben mit den Beobachtungen nur noch die zweite Differenz in Rechnung gezogen zu werden brauchte und sich daher die bequeme Interpolationsformel

$$f(a+nw) = f(a)+n\left|f^{\mathrm{I}}(a)+\frac{n}{2}f^{\mathrm{II}}(a)\right|$$

anwenden ließ.

Die Positionen der Vergleichsterne konnten alle ermittelt werden, bis auf drei, welche zu Beobachtungen vom 20. Juni und 22. Juli in Leiden und vom 24. Juli in Göttingen gehören und nach Angaben der Beobachter kleiner als 9. Größe sind.

Die Bezeichnungsweise der Kataloge entspricht den gebräuchlichen Abkürzungen, die Größenangaben sind durchwegs den A. G.-Katalogen entnommen. Die Eigenbewegungen entstammen den A. G.-Katalogen oder sonstigen neueren Sternverzeichnissen, sowie der Abhandlung von Bossert.

An beide Coordinaten wurden für die einzelnen Kataloge jene Reductionen angebracht, welche sich nach den umfassenden Vergleichungen von Auwers (A. N. 3195—6, 3413—4) ergaben. Desgleichen wurden auch die von demselben Autor ermittelten Gewichte für die einzelnen Sternverzeichnisse (A. N. 3615—6) benützt und derart möglichst genaue Sternpositionen erhalten.

Die Reduction auf den scheinbaren Ort geschah nach den bekannten Formeln derart, dass in viertägigen Intervallen für den Ort des Kometen $\Delta\alpha_0$ und $\Delta\delta_0$ berechnet wurde und außerdem noch die folgenden Ausdrücke:

$$P = (8 \cdot 4637_n)[g \cos(G+\alpha) \sin\delta + h \cos(H+\alpha)] \sec\delta$$
$$Q = (7 \cdot 2876_n)[g \sin(G+\alpha) + h \sin(H+\alpha) \sin\delta] \sec^2\delta$$
$$P' = (8 \cdot 6398)[g \sin(G+\alpha) + h \sin(H+\alpha) \sin\delta]$$
$$Q' = (7 \cdot 4637)[i \sin\delta - h \cos(H+\alpha) \cos\delta].$$

Daraus ergibt sich dann:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_0 + P(☌ - \ast \text{ in } \alpha) + Q(☌ - \ast \text{ in } \delta)$$
$$\Delta\delta = \Delta\delta_0 + P'(☌ - \ast \text{ in } \alpha) + Q'(☌ - \ast \text{ in } \delta),$$

wobei ☌ — ✱ in α in Zeitminuten, ☌ — ✱ in δ in Bogenminuten anzusetzen ist und die Correctionen sich in Hundertel-Zeitsecunden, beziehungsweise Zehntel-Bogensecunden ergeben, ein Verfahren, das sich bei den vielen Reductionen als sehr bequem erwies.

Vergleichsterne.

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort: Datum	Reduction α	Reduction δ
1	8·5	Lal 4092, 4093	$2^h\ 5^m\ 22^s47$	33° 50′ 14″0	Juni 5	−0ˢ91	−5″4
		Par_3 2750	23·18	10·3			
		AG Leid.	23·25	11·0			
			$2^h\ 5^m\ 23^s21$	33° 50′ 10″0			
2	8·2	Lal 4097	$2^h\ 5^m\ 44^s10$	33° 40′ 31″4	Juni 5	−0ˢ91	−5″4
		Par_3 2703	43·05	31·0			
		AG Leid	43·93	32·9			
			$2^h\ 5^m\ 43^s90$	33° 40′ 32″0			
3	9·1	W_2 II 661	$2^h\ 27^m\ 23^s84$	40° 27′ 55″4	Juni 9	−1ˢ01	−5″4
		AG Bonn 2198	23·84	56·4			
			$2^h\ 27^m\ 23^s84$	40° 27′ 56″3			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
4	7·0	Lal 5002	$2^{h}\,37^{m}\,59^{s}90$	43° 39' 20·2	Juni 11	$1^{s}07$	5"3
		Gr 553	00·12	20·6			
		Rc 790	59·93	20·0			
		Par$_2$ 3390	59·71	22·3			
		AG Bonn 2376	59·98	21·8			
		N 10 y 889	59·70	21·0			
			$2^{h}\,37^{m}\,59^{s}90$	43° 39' 21·0			
5	7·0	W$_2$ II 1024	$2^{h}\,42^{m}\,16^{s}13$	44° 7' 19"8	Juni 11	$1^{s}09$	−5"1
		Gr. 567	16·35	19·3			
		Rc 810	16·15	18·5			
		AG Bonn 2440	16·02	17·0			
		N 10 y 927	16·00	16·6			
			$2^{h}\,42^{m}\,16^{s}00$	44° 7' 17"0			
6	8·0	Gr 638	$3^{h}\,8^{m}\,25^{s}24$	49° 13' 52"8	Juni 14	$-1^{s}20$	−4"5
		AOe 3633	25·07	49·3			
		Rc 918	25·04	52·2			
		AG Bonn 2753	25·08	51·0			
		N 10 y 1010	25·00	50·8			
			$3^{h}\,8^{m}\,25^{s}08$	49° 13' 50"9			
7	7·0	Lal 6605	$3^{h}\,28^{m}\,22^{s}22$	55° 53m 00"8	Juni 18	$1^{s}49$	−4"4
		AG Hels 3123	22·48	58·4			
			$3^{h}\,28^{m}\,22^{s}48$	55° 53' 58"4			
8	8·0	AG Camb U S 1576	$3^{h}\,32^{m}\,45^{s}04$	53° 3' 25"5	Juni 16	$1^{s}43$	3"7
9	8·2	AOe 4150	$3^{h}\,38^{m}\,27^{s}18$	54° 15' 53"0	Juni 17	$1^{s}46$	3"0
		AG Camb. U S 1012	27·00	49·7			
			$3^{h}\,38^{m}\,27^{s}00$	54° 15' 49"7			
10	7·6	AOe 4178	$3^{h}\,40^{m}\,0^{s}44$	54° 15' 20"7	Juni 17	$1^{s}40$	−3"5
		AG Camb U S 1021	1·37	18·9			
			$3^{h}\,40^{m}\,1^{s}37$	54° 15' 18"9			

Nr.	Größe	Autorität. Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
11	7·8	AOe 4224	$3^h\ 42^m\ 38^s08$	$52^\circ\ 40'\ 58''2$	Juni 16	1^s45	$3''1$
		Königsberg, Meridian	37·93	63·4			
		Quet 1483	37·84	60·4			
		AG Camb. U. S. 1634	38·02	58·3			
			$3^h\ 42^m\ 37^s90$	$52^\circ\ 40'\ 59''0$			
12	8·0	AOe 4267	$3^h\ 45^m\ 22^s15$	$54^\circ\ 27'\ 33''7$	Juni 17	-1^s49	$3''2$
		AG Camb. U. S. 1653	22·07	28·7			
			$3^h\ 45^m\ 22^s07$	$54^\circ\ 27'\ 28''7$			
13	7·2	AOe 4397	$3^h\ 53^m\ 6^s18$	$54^\circ\ 30'\ 30''2$	Juni 17	-1^s51	$2''6$
		Rob 612	8·56	28·3			
		AG Camb. U. S. 1697	8·58	29·4			
			$3^h\ 53^m\ 8^s58$	$54^\circ\ 30'\ 29''4$			
14	6·5	AOe 4471	$3^h\ 57^m\ 51^s90$	$54^\circ\ 20'\ 10''1$	Juni 17	1^s52	$-2''5$
		Rog 179	52·44	12·5			
		AG Camb. U. S. 1731	52·40	12·1			
		10 y 693	52·23	10·0			
		N 10 y 1262	52·40	10·4			
			$3^h\ 57^m\ 52^s40$	$54^\circ\ 20'\ 11''0$			
15	6·3	Lal 8139	$4^h\ 14^m\ 54^s91$	$57^\circ\ 14'\ 42''3$	Juni 16	1^s63	$-1''8$
		Quet 1681	54·78	43·6			
		Par_3 5074	54·85	42·2			
		AG Hels. 3544	54·94	43·4			
			$4^h\ 14^m\ 54^s91$	$57^\circ\ 14'\ 43''5$			
16	6·4	Lal 8438	$4^h\ 22^m\ 55^s69$	$57^\circ\ 6'\ 42''1$	Juni 16	-1^s64	$1''3$
		AOe 4902	55·84	40·3			
		AG Hels. 3613	55·98	35·0			
			$4^h\ 22^m\ 55^s98$	$57^\circ\ 6'\ 35''0$			
17	8·1	Bonn Meridian	$4^h\ 30^m\ 12^s30$	$58^\circ\ 7'\ 10''2$	Juni 20	1^s68	$-0''7$
		AG Hels. 3751	12·41	18·3			
			$4^h\ 30^m\ 12^s41$	$58^\circ\ 7'\ 18''3$			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
18	8·6	AG Hels. 3754	$4^h\ 30^m\ 33^s43$	$58^\circ\ 23'\ 25''3$	Juni 20	1^s70	$-0''0$
19	8·7	Bonn Meridian	$4^h\ 54^m\ 15\ 02$	$59^\circ\ 33'\ 53''3$	Juni 21	-1^s77	$+0''2$
		AG Hels. 3872	15·15	53·8			
			$4^h\ 54^m\ 15^s14$	$59^\circ\ 33'\ 53''8$			
20	8·4	Bonn Meridian	$4^h\ 54^m\ 18^s59$	$59^\circ\ 7'\ 33''3$	Juni 21	-1^s74	$+0''2$
		AG Hels. 3873	18·70	33·1			
			$4^h\ 54^m\ 18^s69$	$59^\circ\ 7'\ 33''1$			
21	7·2	Lal 10401	$5^h\ 28^m\ 24^s02$	$60^\circ\ 32'\ 8''1$	Juni 23	-1^s78	$+2''1$
		Wien Meridian	23·88	7·6			
		AG Hels. 4118	24·08	8·1			
			$5^h\ 28^m\ 24^s08$	$60^\circ\ 32'\ 8''1$			
22	8·8	AOe 6187	$5^h\ 30^m\ 44^s44$	$60^\circ\ 30'\ 31''2$	Juni 23	-1^s77	$+2''6$
		AG Hels. 4191	44·08	31·9			
			$5^h\ 30^m\ 44^s08$	$60^\circ\ 30'\ 31''9$			
23	7·0	Wien Meridian	$5^h\ 45^m\ 35^s01$	$60^\circ\ 21'\ 22''6$	Juni 23	-1^s75	$+3''1$
		AG Hels. 4263	35·26	21·1			
			$5^h\ 45^m\ 35^s26$	$60^\circ\ 21'\ 21''1$			
		Ang. E. B.: -0^s0002, $0''005$					
24	5·0	Par_1 7420	$6^h\ 4^m\ 27^s02$	$61^\circ\ 33'\ 17''8$	Juni 24	-1^s77	$+4''0$
		12 y 533	27·05	18·6			
		AG Hels. 4405	26·81	18·2			
		10 y 1050	26·77	18·8			
			$6^h\ 4^m\ 26^s81$	$61^\circ\ 33'\ 18''4$			
25	8·8	AOe 6642	$6^h\ 4^m\ 53^s45$	$61^\circ\ 5'\ 34''4$	Juni 24	1^s74	$+4''1$
		AG Hels. 4413	52·97	33·5			
			$6^h\ 4^m\ 52^s97$	$61^\circ\ 5'\ 33''5$			
26	7·3	AG Hels. 4443	$6^h\ 8^m\ 47^s03$	$60^\circ\ 50'\ 5''2$	Juni 24	1^s73	$+4''3$

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
27	8·5	Anschluss Washington	0h 25m 11·00	61° 8' 26"2	Juni 25	−1·06	[illegible]4"7
		AG Hels. 4006	11·05	25·0			
			0h 25m 11·05	61° 8' 25"0			
28	9·1	Bonn Meridian	0h 43m 14·10	60° 49' 53·1	Juni 26	−1·58	[illegible]5·[illegible]
		AG Hels. 4782	14·84	54·2			
			0h 43m 14·84	60° 49' 54·2			
29	7·5	Padua Meridian	0h 45m 0·04	60° 58' 32"8	Juni 26	[illegible]1·59	+0"0
		AG Hels. 4801	1·00	33·4			
			0h 45m 1·00	60° 58' 33·4			
30	8·7	Berlin Meridian	0h 45m [illegible] 48	60° 44' 53"0	Juni 26	[illegible]1·57	+6"0
		AG Hels. 4804	10·58	51·9			
			0h 45m 10·58	60° 44' 51·0			
31	8·7	AOe 7442	0h 50m 13·98	60° 48' 18"9	Juni 26	[illegible]1·59	+6"0
		AG Hels. 4855	13·85	16·3			
			0h 50m 13·85	60° 48' 16"3			
		[illegible] P. B. 0·0021, 0"052.					
32	[illegible]	Gr 1204	0h 50m 32·02	61° 0' 53"2	Juni 26	−1·55	[illegible]0"0
		Rc 1880	31·01	54·0			
		Pa₁ 8010	32·06	54·1			
		N 7y 880	31·84	54·4			
		AG Hels. 4907	31·80	54·5			
		10y 1211	31·01	54·4			
		N 10y 2147	31·88	54·4			
			0h 50m 31·88	61° 10' 54"4			
33	8·0	7y 541	0h 50m 30·11	60° 57' 56"5	Juni 26	[illegible]1·57	+6"3
		AG Hels. 4909	30·01	59·4			
		10y 1212	30·07	58·5			
			0h 50m 30·08	60° 57' 58"0			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	[illegible] der scheinbaren Ort: Datum	α	δ
34	7·7	AOe 7507	6h 58m 31s·25	60° 27' 12"·2	Juni 27	1s·50	0"·5
		Padua Meridian	30·98	9·7			
		AG Hels. 4933	31·17	11·2			
			6h 58m 31s·17	60° 27' 11"·2			
35	8·4	Anschluß Cloverden	7h 4m 14s·00	60° 9' 53"·1	Juni 27	1s·40	+6"·6
		AG Hels. 4080	14·33	50·4			
			7h 4m 14s·33	60° 9' 50"·4			
36	8·5	AOe 7753	7h 9m 4s·55	60° 15' 5"·2	Juni 27	−1s·47	+0"·8
		AG Hels. 5027	3·70	3·8			
			7h 9m 3s·70	60° 15' 3"·8			
37	6·3	AOe 7760, 7761	7h 9m 28s·58	60° 9' 58"·1	Juni 27	−1s·47	+6"·8
		12 y 657	28·48	57·4			
		Re 1927	28·03	57·0			
		AG Hels. 5031	28·02	56·7			
			7h 9m 28s·02	60° 9' 56"·0			
38	8·0	AOe 8005	7h 23m 16s·80	59° 50' 20"·1	Juni 28	−1s·30	+7"·5
		AG Hels. 5136	17·00	22·1			
			7h 23m 17s·00	59° 50' 22"·1			
		Angen. E. B.: −0s·0033, +0"·023.					
39	7·5	Gr 1335	7h 27m 22s·41	59° 53' 10"·4	Juni 28	−1s·77	+4"·0
		AOe 8078	23·40	13·1			
		Re 1980	23·48	10·4			
		N 7 y 940	23·34	11·3			
		AG Hels. 5103	23·38	11·3			
		N 10 y 2267	23·40	10·6			
			7h 27m 23s·[illegible]	59° 53' 11"·0			
40	8·0	AOe 8087	7h 27m 58s·87	59° 25' 24"·6	Juni 28	−1s·34	+7"·5
		Pal. 9361	58·90	22·2			
		AG Hels. 5107	58·70	23·1			
			7h 27m 58s·79	59° 27' 23"·1			

Nr.	Grösse	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
		Angen. E. B.: [illegible]0ˢ0057, [illegible]0"050					
41	[illegible]	AG Lund Cat. 300	7ʰ 30ᵐ 37ˢ73	59° 2' 44"1	Juni 29	−1ˢ27	+7"7
42	[illegible]	AOe 8145	7ʰ 31ᵐ 10ˢ70	59° 37' 27"1	Juni 28	1ˢ34	+7"7
		AG Hels. 5101	10·00	27·8			
			7ʰ 31ᵐ 10ˢ00	59° 37' 27"8			
43	8·2	AOe 8300	7ʰ 43ᵐ 24ˢ01	58° 53' 0"0	Juni 29	1ˢ20	+8"3
		AG Hels. 5277	23·70	10·0			
			7ʰ 43ᵐ 23ˢ70	58° 53' 0"0			
		Angen. E. B.: −0ˢ0003, −0"110.					
44	7·3	Lal 15570	7ʰ 53ᵐ 12ˢ01	58° 10' 51"4	Juni 30	−1ˢ00	+8"5
		[illegible] 1300	12·54	51·0			
		AOe 8531	12·04	51·5			
		Quet 3378	12·54	51·1			
		Par. 9835	12·41	51·3			
		AG Hels. 5363	12·50	52·7			
		N 10 y 2360	12·53	52·8			
			7ʰ 53ᵐ 12ˢ52	58° 10' 52"4			
45	5·3	12 y 727	8ʰ 2ᵐ 10ˢ33	59° 53' 4"0	Juli 1	−1ˢ01	+8"7
		Quet 3430	10·33	2·8			
		AG Hels. 5428	10·18	3·0			
		N 10 y 2397	10·28	2·4			
			8ʰ 2ᵐ 10ˢ[illegible]	59° 53' 3"[illegible]			
46	6·0	AOe 8788	8ʰ 7ᵐ 24ˢ05	56° 42' 3"0	Juli 1	[illegible]	[illegible]
		AG Hels. 5474	24·08	3·2			
			8ʰ 7ᵐ 24ˢ08	56° 42' 3"2			
47	8·2	AOe 8821	8ʰ 9ᵐ 9ˢ01	57° 24' 21"0	Juli 1	−1ˢ00	+9"0
		AG Hels. 5489	9·30	19·4			
			8ʰ 9ᵐ 9ˢ30	57° 24' 19"4			

Nr	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
48	7·1	AOe 8842	$8^h\ 10^m\ 19·80$	57° 4′ 52″9	Juli 1	−0ˢ98	+9″0
		AG Hels. 5490	19·98	52·1			
			$8^h\ 10^m\ 19·98$	57° 4′ 52″1			
49	8·0	AOe 8861	$8^h\ 11^m\ 22·70$	56° 53′ 2″8	Juli 1	−0·99	+8″9
		AG Hels. 5505	22·01	0·5			
			$8^h\ 11^m\ 22·01$	56° 33′ 0″5			
50	8·7	AOe 8862	$8^h\ 11^m\ 23·80$	56° 55′ 31″8	Juli 1	0·99	+8″9
		AG Hels. 5500	23·74	31·8			
			$8^h\ 11^m\ 23ˢ74$	56° 55′ 31″8			
51	8·8	AOe 8922	$8^h\ 15^m\ 7·70$	56° 59′ 40″1	Juli 1	−0·98	+9″1
		AG Hels. 5528	7·41	40·4			
			$8^h\ 15^m\ 7·41$	56° 59′ 40″4			
52	8·6	AOe 8953	$8^h\ 16^m\ 45·12$	57° 4′ 47″1	Juli 1	−0·98	+9″1
		AG Hels. 5549	45·02	44·7			
			$8^h\ 16^m\ 45·02$	57° 4′ 44″7			
53	9·4	Lal 10530	$8^h\ 19^m\ 26·60$	54° 36′ 3″0	Juli 3	0·85	+8″8
		Par.a 10378	26·51	0·2			
		AG Camb. U. S. 3158	26·67	0·7			
			$8^h\ 19^m\ 26·67$	54° 30′ 0″7			
54	7·8	AOe 9009	$8^h\ 19^m\ 55·17$	55° 26′ 30″0	Juli 2	0·87	+9″1
		AG Hels. 5575	55·19	33·3			
			$8^h\ 19^m\ 55ˢ19$	55° 26′ 33″3			
55	7·9	AOe 9050	$8^h\ 21^m\ 49·07$	55° 50′ 43″5	Juli 2	0·87	+9″1
		Quet 3583	49·05	41·9			
		AG Hels. 5587	48·93	41·4			
			$8^h\ 21^m\ 48ˢ99$	55° 50′ 41″5			

Nr.	Grösse	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort: Datum	α	δ
56	8·4	Berlin Meridian	8h 35m 2·66	54° 26′ 27″5	Juli 3	−0s77	+9″4
		AG Camb. U. S. 3214	2·78	27·2			
			8h 35m 2·78	54° 26′ 27″2			
57	8·0	Wien Meridian	8h 38m 33·18	54° 38′ 17″2	Juli 3	−0s75	+9″5
		AG Camb. U. S. 3227	33·40	19·0			
			8h 38m 33·40	54° 38′ 19″0			
58	9·7	Lal 17373	8h 42m 27·87	52° 55′ 51″8	Juli 4	−0s70	+9″3
		AOe 9363	27·94	56·8			
		Par. 10859	27·66	56·2			
		AG Camb. U. S. 3237	27·83	55·0			
			8h 42m 27·83	52° 55′ 55″0			
59	8·0	Wien Meridian	8h 42m 31·05	54° 16′ 52″2	Juli 3	−0s74	+9″5
		AG Camb. U. S. 3238	31·32	51·3			
			8h 42m 31·32	54° 16′ 51″3			
60	7·0	Wien Meridian	8h 44m 15·05	53° 30′ 17″2	Juli 4	−0s71	+9″3
		AG Camb. U. S. 3246	14·96	16·9			
			8h 44m 14·96	53° 30′ 16″9			
61	7·4	AG Camb. U. S. 3247	8h 44m 17·33	53° 20′ 38″8	Juli 4	−0s70	+9″3
62	8·4	AOe 9404	8h 45m 32·31	53° 30′ 38″4	Juli 4	−0s70	+9″4
		AG Camb. U. S. 3251	32·15	38·0			
			8h 45m 32·15	53° 30′ 38″0			
63	9·0	Dorp. 1003	8h 48m 38s40	54° 31′ 57″3	Juli 3	−0s73	+9″7
		AG Camb. U. S. 3262	38·42	55·5			
			8h 48m 38·42	54° 31′ 55″5			
64	7·8	AOe 9460	8h 49m 14·52	54° 20′ 28″1	Juli 3	−0s71	+9″8
		AG Camb. U. S. 3264	14·55	28·4			
			8h 49m 14·55	54° 20′ 28″4			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
65	9·0	AOe 9484	$8^h\ 50^m\ 32^s22$	53° 14' 40"4	Juli 4	0·07	[illegible]·5
		AG Camb. U. S. 3270	31·27	30·4			
			$8^h\ 50^m\ 31·27$	53° 14' 30"4			
		Angen. E. B.: $+0^s0023$, $+0"024$					
66	6·0	AG Fund. Cat. 414	$8^h\ 53^m\ 10^s75$	54° 51' 18"3	Juli 3	-0^s68	−10"0
67	7·[illegible]	AOe 9571	$8^h\ 50^m\ 50^s00$	52° 12' 37"4	Juli 5	-0^s62	−9"5
		Quet 3829	50·69	30·5			
		AG Camb. U. S. 3304	50·59	30·0			
		N 10 y 2620	50·52	35·8			
			$8^h\ 50^m\ 50^s59$	52° 12' 30"7			
		Angen. E. B.: -0^s0120, $-0"040$					
68	4·0	AOe 9590	$8^h\ 58^m\ 32^s85$	52° 11' 24"8	Juli 5	0·00	+9"6
		7 y 094	32·70	20·4			
		Quet 3838	32·70	24·4			
		AG Camb. U. S. 3308	32·71	24·3			
		10 y 1510	32·71	24·5			
			$8^h\ 58^m\ 32^s71$	52° 11' 24"4			
69	8·7	AOe 9624	$8^h\ 50^m\ 45^s57$	52° 1' 10"8	Juli 5	0·01	+9"5
		AG Camb. U. S. 3319	45·20	7·7			
			$8^h\ 50^m\ 45^s20$	52° 1' 4"7			
70	9·1	AOe 9641	$9^h\ 0^m\ 50^s90$	51° 53' 40"0	Juli 5	-0^s61	+9"6
		AG Camb. U. S. 3322	50·80	45·2			
			$9^h\ 0^m\ 50^s80$	51° 53' 45"2			
71	8·4	AG Camb. U. S. 3353	$9^h\ 9^m\ 48^s28$	51° 0' 20"2	Juli 6	-0^s53	+9"5
		Angen. E. B.: $+0^s0080$					
72	6·0	AOe 9842	$9^h\ 14^m\ 44^s01$	50° 54' 4"5	Juli 6	-0^s51	+9"5
		Rc 2322	44·50	3·3			
		AG Camb. U. S. 3378	44·08	2·7			
			$9^h\ 14^m\ 44^s07$	50° 54' 2"8			

Nr.	Größe	Autorität u. Eigenbewegung	[illegible] α	[illegible] δ	Reduction auf den scheinbaren Ort: Datum	α	δ
		[illegible] −0ˢ0009, −0"008.					
73	8.?	AOe 9844	9ʰ 14ᵐ 47ˢ03	50° 47′ 47″0	Juli 6	−0ˢ51	[illegible]
		AG Camb. U. S. 3379	47·48	47·3			
			9ʰ 14ᵐ 47ˢ48	50° 47′ 47″3			
74	8·5	AOe 9852	9ʰ 15ᵐ 24ˢ08	47° 57′ 21″4	Juli 8	[illegible]	+9″1
		AG Bonn 7091	24·33	21·2			
			9ʰ 15ᵐ 24ˢ33	47° 57′ 21″2			
75	?·1	AOe 9868	9ʰ 16ᵐ 4ˢ31	49° 30′ 7″0	Juli 7	[illegible]	[illegible]
		AG Bonn 7100	4·31	5·0			
			9ʰ 16ᵐ 4ˢ31	49° 30′ 5″0			
76	7·4	Re 2320	9ʰ 17ᵐ 14ˢ70	48° 24′ 1″8	Juli 8	−0ˢ45	[illegible]
		AG Bonn 7115	14·50	2·0			
		N 103 2074	14·68	3·1			
			9ʰ 17ᵐ 14ˢ63	48° 24′ 2″2			
77	7·8	AOe 9901	9ʰ 18ᵐ 27ˢ52	49° 30′ 45″4	Juli 7	−0ˢ44	+9″5
		AG Bonn 7125	27·74	43·3			
			9ʰ 18ᵐ 27ˢ74	49° 30′ 43″3			
78	8·0	AOe 10008	9ʰ 24ᵐ 45ˢ00	49° 23′ 59″0	Juli 7	[illegible]	[illegible]
		AG Bonn 7171	45·59	56·7			
			9ʰ 24ᵐ 45ˢ59	49° 23′ 56″7			
79	8·3	AOe 10033	9ʰ 26ᵐ [illegible]	48° 11′ [illegible]	Juli 8	[illegible]	[illegible]
		AG Bonn 7181	28·93	10′ 50·3			
			9ʰ 26ᵐ 28ˢ93	48° 10′ 50″3			
80	[illegible]	AOe 10091	9ʰ 28ᵐ 25ˢ70	48° 12′ 49″0	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		AG Bonn 7205	25·73	49·3			
			9ʰ 28ᵐ 25ˢ73	48° 12′ 49″3			

Nr.	Grösse	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1851·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
81	8·7	AOe 10080	9h 29m 10·75	47° 4' 17"4	Juli 9	−0s30	+9"1
		AG Bonn 7213	10·01	10·0			
			9h 29m 10·01	47° 4' 10"0			
82	8·6	AOe 10101	9h 30m 41·54	47° 8' 4"7	Juli 9	−0s35	+9"2
		AG Bonn 7224	41·52	4·3			
			9h 30m 41·52	47° 8' 4"3			
		Angen. E. B.: −0s0072, −0"202.					
83	7·5	Gi 1571	9h 32m 40·48	49° 26' 41"1	Juli 7	−0s37	+9"0
		AOe 10145	40·00	33·4			
		Re 2381	40·70	40·7			
		Quet 4149	46·72	42·9			
		AG Bonn 7240	46·78	40·3			
		N 10 y 2720	46·74	42·9			
			9h 32m 40·75	49° 26' 41"0			
84	7·8	Lal 19020	9h 34m 23·32	45° 21' 55"7	Juli 10	−0s33	+9"0
		AG Bonn 7255	23·27	55·3			
			9h 34m 23·27	45° 21' 55"3			
		Angen. E. B.: +0s0023, −0"132.					
85	7·2	N 7 y 1190	9h 37m 20s92	45° 47' 23"0	Juli 10	−0s31	+9"1
		Quet 4070	20·95	24·6			
		AG Bonn 7286	20·94	24·2			
		N 10 y 2742	20·96	23·2			
		Cap 801	20·93	23·7			
			9h 37m 20·94	45° 47' 24"0			
86	9·3	AOe 10214	9h 37m 28·87	45° 44' 25"0	Juli 10	−0s31	+9"1
		AG Bonn 7289	29·21	27·8			
			9h 37m 29·21	45° 44' 27"8			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
		Angen. E. B.: +0ˢ0108, −0"070.					
87	6·0	Rob 2143	$9^h\ 39^m\ 9^s18$	$46^\circ\ 41'\ 56''2$	Juli 9	0^s31	$+9''4$
		12 y 848	9·09	56·1			
		Par_2 12015	9·17	54·1			
		Quet 4081	9·08	56·8			
		AG Bonn 7302	9·15	54·0			
		N 10 y 2747	9·03	57·3			
			$9^h\ 39^m\ 9^s09$	$46^\circ\ 41'\ 55''7$			
88	7·7	W_2 IX 831	$9^h\ 39^m\ 22^s20$	$44^\circ\ 12'\ 39''8$	Juli 11	-0^s29	$+8''8$
		AG Bonn 7305	22·29	38·8			
			$9^h\ 39^m\ 22^s29$	$44^\circ\ 12'\ 38''8$			
89	7·3	AG Bonn 7308	$9^h\ 39^m\ 31^s23$	$44^\circ\ 20'\ 4''5$	Juli 11	-0^s29	$+8''8$
90	8·9	AOe 10277	$9^h\ 41^m\ 12^s05$	$45^\circ\ 45'\ 54''4$	Juli 10	-0^s29	$+9''2$
		AG Bonn 7322	12·87	51·9			
			$9^h\ 41^m\ 12^s87$	$45^\circ\ 45'\ 51''9$			
91	8·8	AG Bonn 7334	$9^h\ 42^m\ 47^s23$	$44^\circ\ 29'\ 42''0$	Juli 11	-0^s27	$+8''9$
92	8·9	AOe 10304	$9^h\ 43^m\ 5^s01$	$44^\circ\ 48'\ 34''0$	Juli 11	-0^s28	$+8''8$
		AG Bonn 7337	5·01	32·1			
			$9^h\ 43^m\ 5^s01$	$44^\circ\ 48'\ 32''1$			
93	8·5	W_2 IX 914	$9^h\ 43^m\ 33^s40$	$44^\circ\ 43'\ 1''5$	Juli 11	-0^s27	$+8''9$
		AG Bonn 7341	33·05	0·8			
			$9^h\ 43^m\ 33^s05$	$44^\circ\ 43'\ 0''8$			
94	8·7	W_2 IX 957	$9^h\ 45^m\ 24^s75$	$44^\circ\ 29'\ 14''2$	Juli 11	-0^s26	$+8''9$
		AG Bonn 7357	24·48	10·2			
			$9^h\ 45^m\ 24^s48$	$44^\circ\ 29'\ 10''2$			
		Angen. E. B.: −0ˢ0117, −0"006.	$9^h\ 48^m\ 43^s49$	$41^\circ\ 44'\ 53''7$	Juli 13	-0^s23	$+8''4$
95	5·1	AG Fund. Cat. 422			14	−0·23	+8·1

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 18[illegible] α	Mittlerer Ort δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
		Angen. E. B.: — 0″124					
96	7·5	W_2 IX 1080, 1087	$9^h\,51^m\,1^s93$	43° 0′ 54″0	Juli 12	0^s23	+8″7
		Re 2421	1·94	51·0			
		Par_2 12204	1·88	49·2			
		Par_3 12264	1·78	48·6			
		AG Bonn 7396	1·97	52·2			
		N 10 y 2783	1·88	51·8			
			$9^h\,51^m\,1^s93$	43° 0′ 51″8			
97	7·3	Lal 19585	$9^h\,54^m\,31^s78$	42° 0′ 23″7	Juli 13	-0^s20	+8″5
		W_2 IX 1157	31·32	28·7			
		Par_3 12329	31·52	27·1			
		AG Bonn 7429	31·29	24·6			
			$9^h\,54^m\,31^s20$	42° 0′ 24″0			
		Angen. E. B.: -0^s0120, — 0″141.					
98	7·2	Lal 19604	$9^h\,55^m\,8^s79$	38° 43′ 46″7	Juli 10	0^s18	+7″8
		Gr 1603	8·84	42·3			
		W_2 IX 1173	8·70	44·1			
		Quet 4185	8·70	43·0			
		Par_3 12342	8·66	48·0			
		AG Lund	8·77	43·4			
		N 10 y 2794	8·75	43·0			
			$9^h\,55^m\,8^s70$	38° 43′ 43″4			
99	7·0	Lal 19664	$9^h\,57^m\,7^s55$	48° 17′ 24″0	Juli 14	-0^s18	+8″4
		W_2 IX 1204	7·38	24·9			
		Quet 4199	7·39	22·6			
		AG Bonn 7447	7·40	22·2			
		Par_3 12390	7·34	22·2			
		N 10 y 2803	7·39	21·8			
			$9^h\,57^m\,7^s39$	40° 17′ 22″1			
100	8·0	Lal 19667	$9^h\,57^m\,15^s27$	41° 25′ 6″2	Juli 14	-0^s18	+8″2
		Par_3 12395	15·10	12·6			
		AG Bonn 7449	15·10	10·3			
			$9^h\,57^m\,15^s10$	41° 25′ 10″3			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	Reduction α	Reduction δ
101	7·0	W_2 IX 1244	$9^h\ 58^m\ 10^s34$	38° 43' 62"4	Juli 16	−0·17	+7"8
		Quet 4209	16·08	59·4			
		Par_3 12415	10·00	58·7			
		AG Lund	10·19	59·0			
			$9^h\ 58^m\ 16^s15$	38° 43' 59"0			
102	8·4	W_2 IX 1258	$9^h\ 58^m\ 54^s30$	39° 21' 34"1	Juli 15	−0·17	+8"1
		AG Lund	53·48	35·0			
			$9^h\ 58^m\ 53^s48$	39° 21' 35"0			
103	8·0	W_2 IX 1273	$9^h\ 59^m\ 32^s00$	39° 28' 30"2	Juli 15	−0·17	+8"1
		AG Lund	32·31	33·9			
			$9^h\ 59^m\ 32^s31$	39° 28' 33"9			
104	8·1	Lal 19774	$10^h\ 2^m\ 3^s92$	40° 5' 13"5	Juli 15	−0·10	+8"1
		W_2 X 7, 10	4·20	16·0			
		Par_2 12453	3·84	13·4			
		Par_3 12453	3·85	13·9			
		AG Bonn 7488	3·90	13·8			
			$10^h\ 2^m\ 3^s90$	40° 5' 13"8			
		Angen. E. B.: -0^s0050, $+0"030$.					
105	7·0	Par_2 12454	$10^h\ 2^m\ 9^s79$	41° 10' 30"1	Juli 14	0·10	+8"3
		N 7 y 1233	9·88	36·9			
		Par_3 12454	10·04	35·3			
		AG Bonn 7490	9·90	38·3			
		10 y 1656	9·89	37·1			
			$10^h\ 2^m\ 9^s90$	41° 10' 37"4			
106	5·8	Par_2 12458	$10^h\ 2^m\ 32^s85$	38° 7' 8"4	Juli 16	0·15	+8"0
		Par_3 12458	32·91	8·3			
		AG Lund	32·76	7·0			
		N 10 y 2824	32·74	6·8			
			$10^h\ 2^m\ 32^s75$	38° 7' 7"0			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
		Angen. E. B.: —0s094.					
107	8·1	Lal 19873, 75, 76	10h 6m 6s26	38° 40' 16"6	Juli 16	−0s14	+7"9
		Par2 12530	6·02	17·6			
		Par3 12530	5·95	18·8			
		Bonn Meridian	5·85	18·7			
		AG Lund	5·82	17·0			
			10h 6m 5s82	38° 40' 18"3			
108	8·9	AG Lund	10h 6m 5s97	36° 37' 21"5	Juli 18	−0s13	+7"3
109	9·0	AG Lund	10h 6m 44s61	37° 42' 3"2	Juli 17	−0s14	+7"6
110	9·0	W2 X 249, 250	10h 12m 44s94	36° 16' 59"7	Juli 18	−0s11	+7"4
		AG Lund	44·92	59·2			
			10h 12m 44s92	36° 16' 59"2			
111	3·0	Angen. E. B.: —0s0083, +0"034.			Juli 13	−0s13	+8"8
		AG Fund. Cat. 149	10h 13m 36s79	42° 13' 54"9			
112	7·5	Lal 20096	10h 14m 37s46	35° 57' 13"2	Juli 19	−0s10	+7"1
		Par2 12697	37·45	10·1			
		Par3 12697	37·45	11·4			
		AG Lund	37·44	11·3			
			16h 14m 37s44	35° 57' 11"3			
113	6·0	Lal 20101	10h 14m 40s08	34° 38' 39"0	Juli 20	−0s10	+7"0
		Par1 12698	41·10	—			
		Par2 12698	41·13	37·4			
		Par3 12698	41·05	37·3			
		N 7 y 1258	41·06	36·5			
		Quet 4314	41·06	36·8			
		AG Leid.	41·08	36·0			
			10h 14m 41s07	34° 38' 36"3			
114	9·2	W2 X 289	10h 14m 42s81	35° 30' 42"0	Juli 19	0s10	+7"2
		AG Lund	42·94	42·1			
			10h 14m 42s94	35° 39' 42"1			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
115	5·8	Lal 20133	$10^h\ 15^m\ 44^s37$	34° 27′ 21″2	Juli 20	-0^s10	+7″0
		Par_1 12719	44·37	-			
		Par_2 12719	44·38	19·4			
		Par_3 12719	44·35	19·3			
		N 7 y 1260	44·31	19·2			
		Quet 4320	33·37	18·9			
		AG Leid.	44·34	18·8			
			$10^h\ 15^m\ 44^s35$	34° 27′ 19″0			
116	9·0	AG Lund	$10^h\ 17^m\ 1^s67$	30° 50′ 40″0	Juli 18	-0^s09	+7″4
117	6·3	AG Lund	$10^h\ 17^m\ 18^s73$	30° 9′ 59″6	Juli 18	-0^s09	+7″5
118	4·6	Angen. E. B.: -0^s0050, 0″080.					
		7 y 803	$10^h\ 17^m\ 31^s98$	34° 32′ 16″0	Juli 20	-0^s09	+7″0
		Par_1 12764	32·03	17·2			
		Par_2 12764	32·00	16·5			
		Par_3 12764	31·89	16·1			
		N 7 y 1264	32·00	16·3			
		Quet 4337	31·99	15·8			
		AG Leid.	31·96	16·3			
			$10^h\ 17^m\ 31^s99$	34° 32′ 16″3			
119	9·2	W_2 X 351	$10^h\ 18^m\ 9^s18$	30° 38′ 8″9	Juli 18	-0^s08	+7″5
		AG Lund	9·47	7·3			
			$10^h\ 18^m\ 9^s47$	30° 38′ 7″3			
120	9·0	W_2 X 369, 370	$10^h\ 19^m\ 0^s12$	36° 41′ 16″6	Juli 18	-0^s08	+7″5
		AG Lund	0·01	14·6			
			$10^h\ 19^m\ 0^s01$	30° 41′ 14″6			
121	8·0	W_2 X 377	$10^h\ 19^m\ 12^s08$	33° 47′ 54″9	Juli 21	-0^s08	+6″8
		AG Leid.	12·03	59·7			
			$10^h\ 19^m\ 12^s03$	33° 47′ 59″7			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
		Angen. E. B.: $-0^{s}0112$, $-0''077$.					
122	4·3	AG Fund. Cat. 426	$10^{h}\ 19^{m}\ 25^{s}50$	$37^{\circ}\ 27'\ 11''9$	Juli 17	$-0^{s}10$	$+7''8$
123	8·7	Lal 20287	$10^{h}\ 20^{m}\ 34^{s}45$	$35^{\circ}\ 30'\ 34''1$	Juli 19	$-0^{s}08$	$+7''3$
		W_2 X 403. 404	34·59	32·4			
		Par_3 12840	34·48	30·8			
		AG Lund	34·55	29·5			
			$10^{h}\ 20^{m}\ 34^{s}55$	$35^{\circ}\ 30'\ 29''7$			
124	8·3	AG Leid.	$10^{h}\ 20^{m}\ 50^{s}00$	$33^{\circ}\ 42'\ 58''9$	Juli 21	$-0^{s}08$	$+6''8$
		Angen. E. B.: $-0^{s}0210$, $+0''060$.					
125	8·9	W_2 X 417. 418	$10^{h}\ 21^{m}\ 5^{s}33$	$32^{\circ}\ 45'\ 5''2$	Juli 22	$-0^{s}08$	$+6''0$
		AG Leid.	5·31	5·1			
		Ci_2 802	5·30	5·1			
			$10^{h}\ 21^{m}\ 5^{s}31$	$32^{\circ}\ 45'\ 5''1$			
126	6·0	Lal 20313	$10^{h}\ 21^{m}\ 34^{s}24$	$30^{\circ}\ 40'\ 14''7$	Juli 15	$-0^{s}08$	$+8''4$
		N 7 y 1275	34·21	14·2			
		Par_2 12868	34·22	14·5			
		Par_3 12868	34·23	14·9			
		AG Lund	24·23	14·8			
			$10^{h}\ 21^{m}\ 34^{s}23$	$39^{\circ}\ 40'\ 14''7$			
127	8·2	Lal 20371	$10^{h}\ 23^{m}\ 23^{s}12$	$31^{\circ}\ 47'\ 11''0$	Juli 23	$0^{s}07$	$+6''4$
		W_2 466	23·45	23·7			
		AG Leid.	23·47	22·0			
			$10^{h}\ 23^{m}\ 23^{s}47$	$31^{\circ}\ 47'\ 22''0$			
128	6·1	N 7 y 1279	$10^{h}\ 23^{m}\ 33^{s}37$	$33^{\circ}\ 7'\ 37''7$	Juli 22	$-0^{s}07$	$+6''5$
		Par_3 12898	33·50	38·4			
		AG Leid.	33·40	37·0			
		10 y 1701	33·31	37·5			
		N 10 y 2805	33·38	36·8			
			$10^{h}\ 23^{m}\ 33^{s}38$	$33^{\circ}\ 7'\ 37''3$			
129	8·4	AG Leid.	$10^{h}\ 24^{m}\ 15^{s}40$	$32^{\circ}\ 10'\ 22''9$	Juli 23	$-0^{s}06$	$+6''4$

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
		Angen. E. B.: $-0^{s}0098$,					
130	5·0	Lal 20401	$10^{h}\ 24^{m}\ 42^{s}11$	$41°\ 10'\ 34''0$	Juli 14	$0^{s}00$	$+8''7$
		7 y 817	41·85	31·0			
		Par_2 12921	41·86	30·2			
		Quet 4385	41·84	30·1			
		Gl 2746	41·83	30·3			
		AG Bonn 7663	41·88	30·3			
		10 y 1704	41·77	30·6			
			$10^{h}\ 24^{m}\ 41^{s}85$	$41°\ 10'\ 30''4$			
131	5·7	7 y 820	$10^{h}\ 25^{m}\ 9^{s}28$	$35°\ 44'\ 16''2$	Juli 10	$-0^{s}00$	$+7''3$
		Par_2 12920	9·28	19·0			
		AG Lund	9·19	20·4			
			$10^{h}\ 25^{m}\ 9^{s}20$	$35°\ 44'\ 20''0$			
132	9·1	W_2 X 502	$10^{h}\ 25^{m}\ 15^{s}11$	$31°\ 53'\ 32''1$	Juli 23	$0^{s}00$	$+6''4$
		AC Leid.	14·49	27·2			
			$10^{h}\ 25^{m}\ 14^{s}49$	$31°\ 53'\ 27''2$			
133	9·0	AG Leid.	$10^{h}\ 27^{m}\ 37^{s}71$	$31°\ 17'\ 10''3$	Juli 24	$-0^{s}05$	$+0''2$
134	8·3	W_2 X 549	$10^{h}\ 27^{m}\ 44^{s}30$	$31°\ 9'\ 14''0$	Juli 24	$-0^{s}05$	$-0''2$
		AG Leid.	44·34	14·7			
			$10^{h}\ 27^{m}\ 44^{s}34$	$31°\ 9'\ 14''7$			
		Angen. E. B.: $-0^{s}0006$, $-0''033$.					
135	4·7	Par_1 13030	$10^{h}\ 30^{m}\ 29^{s}53$	$32°\ 43'\ 58''6$	Juli 22	$-0^{s}04$	$+6''7$
		Par_2 13030	29·53	59·1			
		Par_3 13030	29·54	59·9			
		Quet 4417	29·56	59·2			
		AG Leid.	29·55	59·0			
		10 y 1713	29·55	59·4			
		N 10 y 2718	29·56	59·9			
			$10^{h}\ 30^{m}\ 29^{s}55$	$32°\ 43'\ 59''3$			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0		Reduction auf den scheinbaren Ort		
			α	δ	Datum	α	δ
136	6·6	Lal 20606	10h 32m 15s40	28° 17' 1"9	Juli 27	−0s03	+5"6
		Par1 13070	15·55	4·8			
		Par2 13070	15·61	4·2			
		N 7 y 1297	15·53	6·3			
		AG Camb. E. 5447	15·57	5·5			
		10 y 1717	15·58	4·8			
			10h 32m 15s56	28° 17' 5"4			
137	8·4	W2 X 665	10h 32m 48s64	30° 57' 57"4	Juli 24	−0s03	+6"2
		Par3 13082	47·97	51·5			
		AG Leid.	47·95	50·6			
			10h 32m 47s95	30° 57' 50"8			
138	8·2	Lal 20622	10h 33m 33s06	28° 4' 15"2	Juli 28	−0s02	+5"4
		W2 X 680	32·89	16·5			
		Par2 13093	32·70	15·4			
		Par3 13093	32·76	16·3			
		AG Camb. E. 5456	32·79	14·1			
			10h 33m 32s78	28° 4' 14"2			
139	8·8	AG Camb. E. 5462	10h 33m 55s79	27° 47' 2"3	Juli 28	−0s02	+5"4
140	6·5	Par2 13107	10h 33m 59s91	32° 27' 32"9	Juli 23	−0s03	+6"4
		N 7 y 1298	59·85	33·0			
		Quet 4436	59·83	33·9			
		AG Leid.	59·85	33·3			
		10 y 1720	59·80	33·2			
			10h 33m 59s85	32° 27' 33"3			
		Angen. E. B.: −0s0096, −0"045.					
141	5·1	Br 1483	10h 35m 0s31	27° 35' 27"8	Juli 29	−0s03	+5"1
		Lal 20665	0·04	26·6			
		W2 X 713	0·39	28·6			
		N 7 y 1302	0·42	26·8			
		Par1 13127	0·41	26·3			
		Par2 13127	0·42	28·1			
		Par3 13127	0·38	26·7			
		Quet 4442	0·39	26·4			
		AG Camb. E. 5470	0·25	26·4			
			10h 35m 0s37	27° 35' 26"6			

Nr.	Größe	Autorität, Eigenbewegung	Mittlerer Ort 1854·0 α	Mittlerer Ort 1854·0 δ	Reduction auf den scheinbaren Ort Datum	α	δ
		Angen. E. B.: -0^s0030, $-0''017$.					
142	5·0	AG Fund. Cat. 431	$10^h\ 37^m\ 44^s18$	$31°\ 27'\ 0''4$	Juli 24	-0^s01	$+0''2$
		Angen. E. B.: -0^s0030, $+0''080$.					
143	6·5	Par_1 13230	$10^h\ 40^m\ 53^s48$	$30°\ 11'\ 10''0$	Juli 25	0^s00	$+0''1$
		Par_2 13230	53·60	12·6			
		Par_3 13230	53·50	11·8			
		N 7 y 1312	53·55	12·9			
		Quet 4475	53·45	11·9			
		AG Leid.	53·45	12·0			
			$10^h\ 40^m\ 53^s48$	$30°\ 11'\ 12''1$			
		Angen. E. B.: -0^s0022, $+0''047$.					
144	6·3	Lal 20830	$10^h\ 41^m\ 51^s80$	$28°\ 44'\ 33''8$	Juli 26	0^s00	$+0''0$
		Par_1 13248	51·74	30·4			
		Par_3 13248	51·74	30·7			
		Quet 4478	51·81	30·3			
		AG Camb. E. 5514	51·85	36·2			
		10 y 1733	51·77	30·1			
			$10^h\ 41^m\ 51^s82$	$28°\ 44'\ 30''2$			
		Angen. E. B.: -0^s0065, $+0''010$.					
145	6·3	Par_1 13352	$10^h\ 46^m\ 45^s97$	$26°\ 16'\ 0''2$	Juli 30	$+0^s02$	$+5''0$
		Par_2 13352	45·98	0·4			
		N 7 y 1324	45·99	0·0			
		Quet 4511	46·02	15 59·9			
		AG Camb. E. 5549	45·95	16 0·2			
			$10^h\ 46^m\ 45^s97$	$26°\ 16'\ 0''2$			
146	7·0	Lal 21020	$10^h\ 48^m\ 38^s92$	$26°\ 16'\ 43''1$	Juli 30	$+0^s02$	$+5''0$
		W X 985	38·41	43·2			
		Par_2 13386	38·60	42·0			
		N 7 y 1331	38·61	42·6			
		Quet 4524	38·58	42·7			
		AG Camb. E. 5560	38·64	43·3			
			$10^h\ 48^m\ 38^s62$	$26°\ 16'\ 43''0$			
		Angen. E. B.: $+0^s0005$, $+0''052$.					
147	3·3	AG Fund. Cat. 54	$11^h\ 10^m\ 34^s98$	$33°\ 53'\ 24''0$	Juli 21	$+0^s11$	$+7''2$

Die im Folgenden nach Sternwarten geordneten Beobachtungen sind den astron. Nachr., astron. J., Giornale astron. e meteor. di Palermo, Memoires de l'observ. de Paris und den Wiener Annalen entnommen. Die beigesetzte Parallaxe wurde nach den Tafeln von Rebeur-Paschwitz (Veröffentl. d. Sternwarte zu Karlsruhe) gerechnet. Ferner wurde — soweit die Beobachter es angaben — die Zahl der Vergleichungen, eventuell für A. R. und Decl. getrennt, angeführt.

Beobachtungen, welche am selben Abend von einem Beobachter mit demselben Vergleichsterne angestellt wurden, sind, um ihnen nicht andern gegenüber zu großes Gewicht zu ertheilen, in eine zusammengezogen worden.

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	$p\alpha$	δ appar.	$p\delta$	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Berlin.				Beobachter: C. Bruhns u. A. Lesser.			
Juni 9	13h 17m 39·4	2h 20m 40·37	−0·34	40° 25' 14·9	7"7	22	3
17	11 20 41·2	3 45 52·38	−0·22	54 10 50·0	8·2	8	10
17	12 10 47·5	3 49 10·39	−0·33	54 22 40·0	7·8	10	12
24	12 9 39·5	5 59 59·72	−0·07	60 58 24·2	8·1	8	25
26	11 44 20·0	6 42 31·81	0·13	60 47 49·9	8·0	7	30
27	10 58 43·5	7 2 18·14	0·30	60 23 2·5	7·5	10	34
29	12 11 49·7	7 40 30·51	0·17	58 55 20·1	7·7	11	43
29	13 10 14·1	7 41 13·41		58 52 54·1	7·8	—	Meridian
Juli 3	13 39 9·8	8 38 59·59	0·03	54 29 39·8	7·5	6	56
3	13 52 10·0	8 39 3·02	—	54 29 0·0	7·0	—	Meridian
4	11 28 3·5	8 49 0·48	0·32	53 21 10·3	6·7	11	65
6	13 32 19·7	9 9 9·40	0·08	50 40 17·4	7·2	6	70
10	10 39 9·5	9 39 57·05	0·34	45 42 13·9	5·5	11	85
10	10 59 10·2	9 37 2·70	0·32	45 41 11·8	5·8	6	86
11	10 59 28·2	9 42 41·42	0·30	44 27 9·5	5·7	10	94
16	10 48 59·9	10 4 43·80	0·26	38 39 40·0	5·2	12	107
18	11 39 38·7	10 11 33·02	0·20	36 33 50·9	5·4	6	108
19	10 35 31·2	10 14 25·80	0·25	35 39 15·9	4·9	15	114
20	10 39 4·4	10 17 15·25	0·24	34 37 40·7	4·9	6	113
20	10 55 39·1	10 17 17·02	0·23	34 36 49·4	5·0	6	118
22	11 0 11·6	10 22 20·83	0·21	32 44 55·9	4·9	7	125
23	10 40 44·0	10 24 40·10	0·22	31 52 5·9	4·7	10	132
24	10 28 34·2	10 26 58·54	0·22	31 0 35·4	4·6	12	134
Bonn.				Beobachter: Argelander und Schönfeld.			
Juni 11	12h 2m 48·0	2h 40m 48·00	0·32	43° 56' 45"4	7"4	6	4
11	12 33 35·4	2 41 58·00	0·30	43 59 14·3	7·1	6	5
17	13 32 21·0	3 47 25·06	0·51	54 29 35·9	6·8	4	13
Juli 2	13 43 57·9	8 26 56·55		55 40 47·3	7·7		Meridian
3	13 52 21·8	8 39 18·40		54 27 40·7	7·6	—	"
5	14 5 39·3	9 0 27·89	—	51 54 37·3	7·4	—	"

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	p_1	δ appar.	p_2	Zahl der Vergleiche		Nummer des Vergleichsternes
Cloverden.				Beobachter: B. A. Gould u. J. Winlock.				
Juni 27	9h 30m 52s·0	7h 0m 50s·34	0·62	60° 17' 15"·0	6·7	17	9	35
27	10 27 37·4	7 0 32·30	0·48	60 10 12·8	7·3	2	1	37
28	10 42 17·5	7 25 45·85	0·27	59 34 52·9	8·0	10	8	42
28	14 48 8·3	7 28 53·00	−0·55	59 28 7·3	6·9	8	5	40
Juli 1	9 42 33·8	8 14 58·50	0·02	56 40 48·7	5·7	3	1	56
1	10 3 8·7	8 14 11·15	0·58	56 45 30·0	6·0	10	4	49
1	10 30 30·1	8 14 32·77	0·50	56 43 50·3	6·7	3	2	46
3	13 43 2·0	8 42 41·88	0·32	54 12 1·9	8·8	16	0	59
5	9 20 13·0	9 0 38·56	0·58	51 53 18·8	4·6	9	3	69
5	9 27 20·1	9 0 41·58	0·57	51 52 53·9	4·7	10	7	70
8	9 0 5·3	9 25 6·22	0·52	48 1 35·0	4·0	4	4	79
8	9 50 47·3	9 25 21·32	0·49	47 57 50·0	4·8	6	2	74
10	10 18 55·1	9 38 15·71	0·43	45 25 41·0	5·0	13	4	84
17	9 50 20·0	10 8 51·48	0·35	37 25 21·4	4·2	8	4	122
18	9 10 57·0	10 11 57·58	0·36	36 25 20·7	3·8	9	6	110
19	9 20 45·3	10 14 58·38	0·34	35 35 10·9	3·9	12	5	123
27	9 13 15·4	10 33 20·32	0·28	28 24 37·4	3·5	7	3	130
Florenz.				Beobachter: Donati.				
Juni 23	11h 30m 52s·0	5h 37m 57s·00		—		—		Meridian
25	12 0 30·5	6 21 40·52	—	—				»
26	12 24 8·4	6 43 11·80		60° 47' 31"·0	8·4	—		
27	12 40 44·0	7 3 47·35		60 20 30·8	8·4			
29	13 10 15·2	7 41 15·93	—	58 53 7·8	8·2	—		»
30	13 22 51·0	7 57 51·26	—	57 55 28·4	8·1			»
Juli 1	13 33 58·8	8 13 0·49		56 51 11·9	8·0	—		
2	13 43 38·2	8 20 41·29		55 41 50·0	7·9			»
3	13 52 9·0	8 39 6·79		54 28 46·4	7·8	—		
6	14 10 20·8	9 9 24·38		50 37 51·0	7·5	—		»
13	9 33 10·7	9 52 23·50	0·41	42 7 15·7	4·3	—		111
14	9 40 3·0	9 56 45·71	0·36	40 57 11·7	4·4	—		128
15	9 52 55·7	10 0 53·32	0·37	39 49 48·0	4·4	—		120
17	10 7 38·4	10 8 6·83	0·34	37 39 18·0	4·5			122
19	9 47 31·7	10 14 20·57	0·33	35 37 41·0	4·2	—		131
20	9 39 10·0	10 17 10·01	0·32	34 39 46·4	4·1			118
21	9 26 55·6	10 19 48·34	0·32	33 43 12·2	3·9	—		147
22	9 40 29·2	10 22 10·13	0·30	32 47 51·6	4·0			135
27	9 27 24·0	10 32 55·08	0·27	28 34 58·0	3·7			144

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	p_α	δ appar.	p_δ	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Göttingen.							Beobachter: Klinkerfues u. Winnecke.
Juni 5	13h 37m 27s0	2h 5m 24s90	− 0s35	33° 40' 40"8	5"9	—	1
5	13 45 19·0	2 5 24·02	− 0·30	33 40 45·1	5·9	—	2
17	10 30 55	3 45 28·97	0·08	54 17 28·5	8·8		9
17	10 43 54·0	3 45 35·59	0·11	54 17 54·4	8·5	—	9
23	11 30 43·2	5 37 48·90	—	60 40 50·8	8·2	—	Meridian
Juli 3	13 52 10·0	8 39 10·45	—	54 28 19·0	7·6	—	
5	14 5 35·1	9 0 24·73	—	51 55 28·2	7·4		
22	10 21 30·7	10 22 24·03	0·24	32 46 0·0	4·6		128
Hamburg.							Beobachter: G. Rümker.
Juli 17	10h 56m 29s4	10h 8m 14s55	0s24	37° 36' 46"5	5"2	6	122
18	10 47 25·2	10 11 27·88	0·24	36 35 15·7	5·1	4	119, 120
19	10 19 55·0	10 14 25·95	0·25	35 36 22·2	4·8	6	112
21	10 21 20·0	10 19 54·51	0·24	33 41 52·1	4·7	7	121
Königsberg.							Beobachter: C. A. F. Peters.
Juli 1	9h 23m 37s7	8h 10m 52s30	0s40	57° 1' 6"1	6"5		48
4	10 44 47·0	8 49 7·93	0·25	53 21 18·9	6·9		62
7	9 44 34·3	9 16 22·31	0·36	49 32 25·0	5·8	—	75
11	10 37 53·4	9 42 47·56	0·30	44 26 1·6	5·6		92
13	9 20 13·5	9 52 27·79	0·29	42 6 16·2	5·3		97
Kremsmünster.							Beobachter: Reslhuber.
Juni 16	13h 10m 25s7	4h 19m 10s15	− 0s48	57° 16' 45"6	7"4	—	15, 16
20	10 40 21·3	4 35 26·50		58 20 26·1	8·6	—	Meridian
27	12 40 39·1	7 3 39·90		60 20 51·2	8·2		»
Juli 3	13 52 9·9	8 39 1·80	—	54 29 12·0	7·7		»
8	10 49 12·0	9 23 58·83	0·38	48 14 4·1	5·8		79, 80
14	10 0 54·3	9 56 50·78	0·35	40 56 47·5	4·7		95, 105
16	10 40 8·5	10 4 42·59	0·30	38 42 13·0	5·0		106, 98, 107
17	10 58 19·9	10 8 12·50	0·27	37 37 32·8	5·1		122
22	9 39 48·2	10 22 18·70	0·28	32 48 5·3	4·2		135
23	10 15 39·5	10 24 44·56	0·25	31 53 5·9	4·4		140
24	10 14 3·9	10 26 57·33	0·25	31 1 23·0	4·4		137, 142
25	9 46 50·5	10 29 2·28	0·25	30 11 39·5	4·1	—	143
26	9 36 40·6	10 31 2·38	0·25	29 22 9·3	4·0		144
29	9 37 27·0	10 36 31·33	0·23	27 3 9·7	3·9		141
30	9 43 34·0	10 38 14·30	0·22	26 16 23·4	3·9		146, 147

Datum		Mittlere Ortszeit	α appar.	p_α	δ appar.	p_δ	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Leiden.								Beobachter: C. A. Oudemans.
Juni	14	11ʰ 19ᵐ 27ˢ	3ʰ 8ᵐ 18ˢ22	0ˢ23	49° 10′ 0″1	8″1	—	6
	20	12 47 21	4 37 30·17	0·36	58 27 58·0	7·7	—	18
	21	10 31 2	4 55 10·02	0·08	59 21 34·4	8·3	—	19
	21	10 31 2	4 55 10·08	— 0·08	59 21 30·3	8·3	—	20
	26	10 0 26	6 41 37·54	0·41	60 48 34·6	7·2	—	28
Juli	4	9 55 50	8 48 41·34	0·46	53 24 28·5	5·5		61
	5	12 2 2	8 50 43·10	0·26	22 0 49·0	6·9	—	66
	23	10 22 40	10 24 48·18	0·23	·			127
	23	10 34 21	·	—	31 50 52·1	4·6	—	127
	28	10 1 1	10 34 51·23	0·20	27 40 20·3	4·2	—	139
Mannheim.								Beobachter: Nell.
Juli	2	11ʰ 26ᵐ 51ˢ0	8ʰ 25ᵐ 34ˢ33	0ˢ35	55° 47′ 53″5	7″0	2	55
	5	10 18 58·0	8 58 54·70	0·45	52 7 13·6	5·7	4	68
	9	11 37 30·5	9 31 0·31	0·23	46 53 31·7	6·2	5	82
	19	10 8 20·4	10 14 24·52	0·28	35 30 30·3	4·6	5	112
	20	10 28 10·2	10 17 16·05	0·26	34 37 15·0	4·7	6	118
	21	10 22 7·4	10 19 54·48	0·20	33 40 35·8	4·0	4	121
	23	10 5 18·1	10 24 44·10	0·25	31 52 35·0	4·4	4	127
Olmütz.								Beobachter: J. Schmidt.
Juni	20	10ʰ 50ᵐ 58ˢ7	4ʰ 35ᵐ 30ˢ00	0ˢ05	58° 20′ 48″3	8″5	4	17
	23	11 17 16·6	5 37 10·00	0·04	60 40 31·9	8·3	4	22
	26	12 9 42·5	6 42 40·00	0·05	60 47 31·7	8·1	4	29
	28	12 0 13·0	7 22 14·57	0·18	59 43 5·1	7·9	4	38, 39
Juli	4	10 4 49·5	8 49 22·52	0·48	53 26 33·3	5·6	4	66
	6	10 28 19·5	9 7 57·23	0·42	50 50 59·4	5·7	4	71
	7	10 42 10·7	9 10 21·76	0·30	49 32 20·0	5·8	2	87
	9	9 47 55·7	9 30 27·05	0·42	47 1 14·5	4·9	4	81
	10	9 34 47·0	9 30 38·20	0·41	45 40 23·3	4·7	9	85
	10	9 53 20·2	9 30 42·88	0·40	45 45 25·4	4·9	9	86
	11	9 38 7·0	9 42 20·92	0·40	44 31 50·7	4·7	4	93
	11	9 49 37·5	9 42 22·97	0·39	44 31 10·9	4·8	8	91
	14	9 41 18·8	9 50 43·30	0·35	40 58 20·7	4·6	4	100
	14	10 9 14·1	9 50 48·15	0·34	40 57 17·3	4·9	4	99
	15	9 30 37·8	10 0 40·22	0·34	39 51 20·1	4·5	4	104
	19	9 36 44·8	10 14 17·25	0·23	35 39 15·8	4·3	1	112
	23	9 18 18·5	10 24 37·03	0·27	31 55 38·2	4·0	5	120
	24	9 10 0·0	10 20 50·70	0·27	31 3 30·8	4·0	3	133

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	p_α	δ appar.	p_δ	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Padua.					Beobachter: Santini u. Trettenero.		
Juni 24	10h 27m 20·2	5h 58m 26·02	0·29	60° 57′ 44″5	8″2	1	24
26	9 43 0·9	6 40 50·55	0·54	60 48 58·7	7·1	5	29
27	9 45 5·5	7 1 21·95	0·56	60 24 8·5	6·9	2	37
27	10 24 54·3	7 1 54·79	0·45	60 23 43·0	7·4	5	34
27	12 40 45·1	7 3 47·44	—	60 21 36·1	8·3	—	Meridian
28	11 29 52·3	7 22 7·08	0·29	59 44 18·0	7·9	2	39
28	12 0 7·4	7 22 29·63	0·19	59 43 43·2	8·1	4	39
28	12 56 11·2	7 23 12·64	—	59 41 7·2	8·2	—	Meridian
29	9 32 46·5	7 38 39·76	0·62	59 0 57·3	6·1	2	41
29	10 4 50·2	7 39 2·14	0·55	58 59 42·8	6·0	5	43
30	9 5 30·8	7 55 2·49	0·66	58 6 10·0	5·3	3	44
30	9 24 49·4	7 55 14·89	0·63	58 5 24·6	5·7	4	44
Juli 1	9 39 35·4	8 10 38·62	0·60	57 2 1·6	5·7	2	45
2	9 57 36·4	8 24 38·52	0·56	55 52 47·4	5·7	3	55
3	9 13 51·1	8 36 48·40	0·60	54 43 4·9	4·9	1	66
5	10 19 16·9	8 58 50·06	0·46	52 7 39·3	5·7	4	67
6	9 37 7·1	9 7 47·14	0·52	50 52 23·0	4·9	3	72
7	9 7 27·5	9 15 56·25	0·52	49 36 22·7	4·1	3	87
7	9 26 21·3	9 16 2·21	0·51	49 35 25·7	4·6	3	87
8	9 20 31·2	9 23 34·42	0·49	48 18 17·1	4·4	3	76
8	9 55 24·1	9 23 44·21	0·47	48 16 24·5	5·1	3	76
9	9 32 18·8	9 30 28·67	0·47	47 1 9·8	4·6	2	87
9	12 2 36·0	9 30 30·91	0·28	46 59 12·9	6·4	5	81
10	9 25 28·2	9 36 41·40	0·45	45 45 35·8	4·4	4	85
10	9 42 40·9	9 36 45·12	0·44	45 45 3·1	4·6	10	85
11	9 25 43·7	9 42 21·82	0·43	44 31 11·5	4·3	7	89
12	9 8 18·7	9 47 30·11	0·43	43 19 43·2	4·1	5	96
13	9 15 28·9	9 52 18·18	0·41	42 8 14·0	4·1	5	97
13	9 40 17·7	9 52 23·54	0·40	42 6 47·2	4·4	2	95
14	9 8 29·2	9 56 45·39	0·40	40 58 59·2	4·0	3	105
17	9 29 44·8	10 8 2·06	0·35	37 41 2·9	4·2	3	122
18	9 24 47·0	10 11 15·03	0·34	36 39 8·7	4·1	4	116
22	9 2 22·0	10 22 14·76	0·31	32 49 10·5	3·7	1	135
23	9 20 21·7	10 24 37·78	0·29	31 54 46·6	3·9	12	127
24	9 12 10·6	10 26 51·28	0·29	31 3 1·6	3·7	5	137
Palermo.					Beobachter: Ragona.		
Juli 16	9h 6m 10·9	10h 4m 27·98	0·41	38° 46′ 29″2	3″5	6	107
17	9 13 43·1	10 8 0·29	0·40	37 42 22·6	3·6	2	109
18	9 15 6·1	10 11 14·26	0·38	36 39 43·1	3·6	7	110

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	pα	δ appar.	pδ	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Palermo (Fortsetzung).							
Juli 20	8ʰ 55ᵐ 0ˢ·0	10ʰ 17ᵐ 2ˢ·88	0ˢ·37	34° 41' 39"·1	3"·3	8	115
20	9 32 11·2	10 17 0·77	0·35	34 39 58·3	3·7	3	113
21	9 10 58·1	10 19 43·90	0·35	33 44 29·8	3·4	8	124
21	9 10 58·1	10 19 44·20	0·35	33 44 37·3	3·4	8	121
22	9 12 47·6	10 22 14·04	0·34	32 48 40·4	3·4	1	128
23	9 13 3·8	10 24 30·36	0·33	31 54 53·5	3·4	4	127
24	8 50 39·2	10 26 49·40	0·33	31 3 38·8	3·2	4	133
27	9 7 16·2	10 32 53·20	0·30	28 35 40·9	3·2	6	130
28	9 9 57·6	10 34 42·91	0·29	27 47 46·4	3·3	2	138
Paris.				Beobachter: Chacornac, Goujou, Villarceau.			
Juni 16	13ʰ 59ᵐ 3ˢ·9	3ʰ 33ᵐ 48ˢ·18	0ˢ·57	52° 56' 54"·4	6"·3	–	11
17	12 32 15·8	3 40 59·54	0·41	54 27 3·8	7·7	—	13
17	12 32 15·8	3 47 0·25	0·40	54 26 57·5	7·7	—	14
18	11 51 0·2	4 1 56·19	0·29	55 53 51·3	8·2	–	7
18	13 41 43·1	4 3 12·37	0·55	56 0 23·1	7·0	—	7
23	10 58 37·3	5 37 48·08	0·11	60 41 8·2	8·4		21
23	10 58 37·3	5 37 47·56	0·06	60 41 3·3	8·4	—	23
24	10 33 8·0	5 59 9·52	0·26	60 57 55·7	8·1	–	26
26	13 13 49·2	6 44 28·70	0·17	61 45 59·9	8·2	—	32
28	10 30 44·0	7 21 50·49	0·44	59 45 13·4	7·2		39
Juli 2	14 40 20·3	8 27 34·05	— 0·15	55 37 10·0	7·7		54
3	11 31 10·2	8 38 15·83	0·35	54 33 58·8	7·0		53
7	13 38 52·9	9 17 38·06	0·08	49 19 40·5	7·2		88
7	13 38 52·9	9 17 38·48	0·08	49 19 40·7	7·3		83
10	11 22 37·4	9 37 19·19	0·31	45 37 42·9	6·0	—	90
16	9 57 5·1	10 4 43·14	0·33	38 42 4·0	4·7	—	98
16	9 57 5·1	10 4 43·10	0·33	38 42 3·9	4·7	—	101
20	9 42 6·6	10 17 13·99	0·30	34 38 7·5	4·4	–	113
22	9 37 38·2	10 22 24·20	0·28	32 46 26·3	4·4		135
Washington.				Beobachter: Ferguson.			
Juni 25	10ʰ 49ᵐ 38ˢ·2	6ʰ 25ᵐ 51ˢ·96	0ˢ·32	60° 58' 42"·6	8"·4	8	27
26	10 8 19·2	6 46 21·42	0·52	60 44 5·5	7·5	5	33
26	10 9 1·6	6 46 22·05	0·52	60 43 57·7	7·5	9	32
26	10 19 42·6	6 46 31·22	0·49	60 43 48·2	7·7	3	31
27	9 33 19·2	7 0 0·31	0·66	60 16 43·4	6·6	8	37
27	9 34 9·8	7 0 6·09	0·66	60 16 43·7	6·6	10	36
30	9 40 41·3	7 59 25·12	0·65	57 49 29·8	6·0	4	44
Juli 1	10 17 13·6	8 14 33·96	0·70	56 43 55·6	6·2	6	51
1	10 41 9·2	8 14 48·94	0·53	56 42 49·7	6·6	4	52
2	10 55 17·2	8 28 23·60	0·50	55 32 35·2	6·6	4	56
3	9 3 24·7	8 39 38·46	0·67	54 25 20·5	4·4	3	63
3	9 3 24·7	8 39 38·40	0·67	54 25 15·9	4·4	3	64
6	9 2 15·3	9 9 41·76	0·60	50 35 23·1	4·0	4	73
6	9 6 14·8	9 9 43·66	0·60	50 35 0·4	4·0	5	72
11	8 57 15·2	9 43 30·44	0·69	44 14 50·8	3·6	2	88
12	9 30 24·9	9 48 48·75	0·46	43 6 51·6	4·0	4	96
15	9 24 14·9	10 1 45·04	0·41	39 34 24·4	3·8	5	102
15	9 24 14·9	10 1 45·02	0·41	39 34 25·0	3·8	5	103
16	9 0 48·5	10 5 21·20	0·41	38 30 16·1	3·5	5	106
18	9 50 30·3	10 12 4·80	0·36	36 22 37·8	4·0	2	110
20	8 33 28·9	10 17 42·30	0·37	34 28 13·1	3·1	10	118
27	8 51 16·3	10 33 20·98	0·30	28 24 38·5	3·2	7	130

Datum	Mittlere Ortszeit	α appar.	p_α	δ appar.	p_δ	Zahl der Vergleiche	Nummer des Vergleichsternes
Wien.							Beobachter: Hornstein.
Juni 10	11h 7m 11s5	3h 31m 41s32	−0s21	52° 41′ 14″5	8″4	4	8
23	10 50 5.5	5 36 48.50	0.20	60 39 57.3	8.2	6	21, 23
27	10 11 45.0	7 1 30.30	0.47	60 24 20.3	7.2	6	34
28	9 52 42.2	7 20 30.85	0.54	59 47 59.0	6.0	4	39
Juli 1	10 32 3.5	8 11 0.58	0.47	57 0 20.0	6.0	5	46, 47
3	9 42 19.3	8 30 54.30	0.54	54 42 28.2	5.4	6	57, 59
4	9 39 4.7	8 48 13.37	0.53	53 27 51.5	5.9	6	66
6	9 52 7.7	9 7 45.42	0.48	50 52 50.4	5.2	6	72

Florenz: Die A. R. des Kometen wurden am Passageninstrumente beobachtet, die Declinationen an einem dreifüßigen Repetitionskreise. Da das Fernrohr des Passageninstrumentes nicht lichtstark genug war, so sind die beobachteten Positionen des Kometen sehr unsicher, besonders da dieselben durchschnittlich nur an einem Faden ermittelt werden konnten. Die Declination vom 26. Juni wurde durch Einstellen des Kometen in die Mitte des Gesichtsfeldes des Meridiankreises bestimmt. Aus diesen Gründen wurden deshalb allen Meridianbeobachtungen bei der Bildung der Normalorte das Gewicht 0 ertheilt.

Göttingen: Die beiden Beobachtungen vom 5. Juni sind am Reflector angestellt.

Kremsmünster: Juli 16. Komet ausgedehnt, aber ziemlich lichtschwach.
» 22. Lichthelligkeit hat bedeutend abgenommen.
» 23. Komet sehr schwach, wegen seines tiefen Standes am Horizont.
» 30. Komet sehr schwach, wegen des Lichtes eines kleinen, dem Kometen sehr nahen Sternes kaum zu erkennen.

Mannheim: Die Beobachtungszeit von Juli 5 wurde um 10^m geändert.

Olmütz: Die sehr ungünstige Witterung, sowie der Umstand, dass der Komet bis zum 4. Juli von der Sternwarte aus nicht gesehen werden konnte, haben die Zahl der Beobachtungen verringert und wahrscheinlich ihre Güte etwas beeinträchtigt. Bis zum 3. Juni wurde an einem transportablen Refractor beobachtet, dessen Aufstellung sehr unsicher war. Mit dem 4. Juli beginnen die Beobachtungen am fünffüßigen Refractor der Sternwarte.

Wien: Juni 23. Die Beobachtungszeit war falsch reduciert.

Die vorstehenden Beobachtungen wurden nun mit der Ephemeride verglichen und ließen die nachstehenden Fehler in A. R. und Decl. übrig, wobei die Fehler in A. R. mit cos δ multipliciert sind. (Fehler im Sinne Beobachtung—Rechnung.)

Eine exacte Gewichtsbestimmung der einzelnen Beobachtungsreihen war bei der ungleichmäßigen, theilweise auch unzulänglichen Art der Veröffentlichung der Beobachtungen nicht möglich; einige Sternwarten gaben nur den scheinbaren Ort des Kometen und den mittleren Ort des Vergleichsternes an, wenige nur veröffentlichten die Anzahl der Vergleichungen.

Es wurde deshalb folgender Weg zur Gewichtsbestimmung eingeschlagen. Es wurden Tagesmittel gebildet, bei welchen bereits die besonders stark abweichenden Beobachtungen unberücksichtigt blieben, diese Tagesmittel graphisch dargestellt und durch sie ein möglichst ungezwungener Curvenzug gelegt.

Mit diesen provisorischen Abweichungscurven wurden nun die einzelnen Beobachtungen verglichen und vorläufige Gewichte erhalten. Mit diesen wurden nun neue Tagesmittel gebildet und dadurch die definitiven Fehlercurven erhalten, aus welcher nun die endgiltigen Gewichte abgeleitet wurden. Diese wurden derart bestimmt, dass Beobachtungen mit einer Abweichung von

0 — 2" das Gewicht 4 erhielten,
2 — 4 » » 3 »
4 — 8 » » 2 »
8 — 10 » » 1 »
10" und darüber das Gewicht 0 erhielten.

Ausnahmen von dieser Regel wurden auf Grund besonderer Angaben der Beobachter gemacht und ferner auch darauf gesehen, dass A. R. und Declinationsbestimmung derselben Beobachtung nicht zu ungleich bewertet wurden.

Die Gruppierung des Normalortes, deren 5 gebildet wurden, war einerseits durch das Fehlen von Beobachtungen an einem Tage gegeben, anderseits in dem Bestreben, sie gleichmäßig über die ganze Beobachtungszeit zu vertheilen. Ferner musste darauf Rücksicht genommen werden, dass die Anfangs- und Endbeobachtungen recht unzuverlässig sind und ein Hinausschieben des ersten und letzten Normalortes nach vorne, beziehungsweise nach hinten, vermieden werden musste.

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
I. Normalort.					
Juni 5·540	Göttingen	+ 2"4	+73"4	0	0
5·545	»	—27·7	+45·0	0	0
9·517	Berlin	+ 3·2	4·6	4	4
11·483	Bonn	+ 0·4	+ 8·0	3	0
11·504	»	— 0·3	+ 0·5	3	2
14·400	Leiden	+ 0·8	4·0	4	4
16·419	Wien	+ 2·6	2·5	4	4
16·577	Paris	+ 4·2	— 4·6	3	4
17·411	Göttingen	+ 10·1	+10·0	0	0
17·420	»	+ 7·0	9·2	2	2
17·440	Berlin	+ 0·2	0·1	4	3
17·471	»	0·1	— 2·9	4	4
17·517	Paris	— 1·0	+ 0·7	3	2
17·517	»	+ 4·5	5·0	3	4
17·545	Bonn	+ 1·4	— 7·2	4	3
18·488	Paris	9·0	2·5	2	3
18·505	»	+ 3·2	4·1	3	4
19·511	Kremsmünster	0·0	5·2	2	1
20·400	[illegible]	18·0	1·8	0	2
20·318	Olmütz	10·0	+ 9·1	0	0
20·521	Leiden	3·2	1·0	4	4
21·427	»	— 2·5	3·1	4	4
21·427	[illegible]	3·2	1·2	4	4

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
II. Normalort.					
Juni 23·421	Wien	— 2"4	— 5"3	4	3
23·423	Olmütz	+ 2·8	+ 5·0	2	2
23·449	Florenz	+93·4		0	0
23·452	Paris	+ 8·5	3·1	0	4
23·452	. . . .	+ 4·0	— 8·0	2	2
23·453	Göttingen	+ 1·0	—20·3	2	0
24·403	Padua	3·2	+ 4·2	3	2
24·434	Paris	0·0	— 2·0	3	3
24·479	Berlin	3·7	5·0	4	3
25·474	Florenz	30·3		0	0
25·666	Washington	0·1	+ 1·4	3	4
26·372	Padua	5·5	—17·6	2	0
26·409	Leiden	0·4	— 0·6	3	3
26·452	Berlin	— 2·2	5·1	4	3
26·459	Olmütz	— 0·4	5·4	3	2
26·480	Florenz	18·3	+26·8	0	0
26·545	Paris	+ 1·4	+ 6·0	2	3
26·637	Washington	5·2	+ 7·5	3	2
26·638	»	5·2	+ 0·4	3	4
26·645	»	— 5·8	+ 0·9	3	4
27·374	Padua	17·0	—20·0	0	0
27·380	Wien	+ 0·1	+ 3·6	1	4
27·402	Padua	5·2	+ 7·8	3	3
27·421	Berlin	3·8	+ 3·1	4	4
27·466	Kremsmünster	8·4	+ 4·5	2	3
27·495	Padua	1·8	+60·6	4	0
27·498	Florenz	—23·5	+ 0·0	0	0
27·607	Cloverden	+ 3·1	+ 3·4	2	4
27·613	Washington	0·8	+ 0·0	4	3
27·613	»	— 7·5	+ 1·0	2	4
27·643	Cloverden	+ 3·6	+13·5	2	0
28·307	Wien	+ 0·0	+ 1·5	3	4
28·432	Paris	+ 1·3	+ 3·3	3	4
28·446	Padua	+ 2·3	13·8	2	0
28·453	Olmütz	+ 6·8	—71·0	1	0
28·468	Padua	— 5·6	+ 0·0	3	3
28·507	. . . .	—10·1	48·4	1	0
28·653	Cloverden	— 4·0	— 5·8	4	4
28·823	»	4·5	+ 0·5	4	3
29·305	Padua	— 2·3	+ 3·3	3	3
29·387	»	— 9·2	— 1·2	2	3
29·471	Berlin	2·5	+ 0·7	4	4
29·512	. . . .	+ 4·2	+ 4·6	3	3

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
Juni 29·518	Florenz	22·5	+ 10"3	0	0
30·340	Padua	+ 2·5	— 4·4	2	2
30·366	»	1·2	+ 3·4	3	4
30·527	Florenz	25·7	+ 0·8	0	0
30·624	Washington	— 0·2	— 1·4	4	4

III. Normalort.

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
Juli 1·370	Padua	3"8	+ 0"4	3	3
1·385	Königsberg	— 7·2	+ 1·1	2	3
1·394	Wien	+ 4·0	+ 1·0	2	3
1·534	Florenz	—12·3	+ 7·0	0	0
1·602	Cloverden	— 8·7	+13·0	2	0
1·625	»	— 0·1	— 0·7	2	3
1·650	»	— 4·5	+ 1·1	3	3
1·643	Washington	— 0·5	+ 4·2	4	4
1·659	»	+ 5·4	+ 5·7	2	3
2·382	Padua	— 0·7	— 9·5	1	1
2·452	Mannheim	— 9·0	— 3·0	1	2
2·541	Florenz	27·0	+ 8·9	0	0
2·553	Bonn	2·9	— 3·0	3	2
2·710	Paris	+ 3·1	+ 2·4	2	3
2·710	Washington	+ 4·4	+ 1·0	2	3
3·352	Padua	3·1	+ 5·4	2	3
3·359	Wien	+ 3·2	+ 1·2	3	3
3·474	Paris	+ 1·5	+ 1·4	3	3
3·532	Berlin	3·4	+ 1·4	2	3
3·539	Kremsmünster	— 0·0	+ 4·0	3	3
3·541	Berlin	2·8	+ 1·0	3	3
3·547	Florenz	0·3	+ 15·1	0	0
3·550	Göttingen	+ 2·0	+ 3·0	3	3
3·558	Bonn	4·2	+ 1·0	2	3
3·591	Washington	— 2·5	+ 5·1	3	3
3·591	»	+ 2·0	+ 0·5	3	3
3·778	Cloverden . . .	— 3·0	+ 9·7	3	2
4·350	Wien	— 8·0	2·8	2	3
4·401	Leiden	+ 0·0	+ 9·7	3	2
4·441	Berlin	— 1·2	1·9	3	2
4·441	Königsberg	+ 4·0	3·0	3	2
4·452	Olmütz	+ 1·2	+ 0·9	3	3
5·397	Padua	+ 0·3	10·0	1	0
5·405	Mannheim	+ 1·0	— 2·7	3	3
5·489	Leiden	+ 1·2	+ 1·2	4	4
5·559	Göttingen	— 0·8	+ 8·7	1	1
5·597	Bonn	3·0	5·3	2	2

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
Juli 5·595	Cloverden	+ 0·3	+ 2·1	4	4
5·600	»	+ 1·6	+ 0·5	4	4
6·305	Wien	+ 4·6	+ 3·2	3	3
6·307	Padua	+10·8	14·8	1	0
6·388	Olmütz	+ 3·3	− 1·6	4	3
6·527	Berlin	− 0·2	+ 4·6	4	3
6·559	Florenz	−17·4	+10·3	0	0
6·590	Washington	+ 0·1	+ 4·4	4	3
6·593	»	− 0·8	5·4	3	2
7·347	Padua	− 1·1	− 5·1	3	2
7·360	»	3·6	0·5	2	3
7·398	Olmütz	+11·2	3·4	1	3
7·399	Königsberg	+ 4·7	− 2·4	3	3
7·623	Paris	− 1·0	+ 0·7	3	2
7·623	»	1·2	+ 4·0	4	3
8·356	Padua	− 3·1	1·0	3	3
8·380	»	− 3·6	− 0·6	2	3
8·411	Kremsmünster	+ 8·1	− 1·8	2	3
8·581	Cloverden	− 2·3	2·6	3	4
8·616	»	0·2	+ 1·2	4	3
9·360	Olmütz	+ 5·3	3·2	2	4
9·304	Padua	0·6	+10·8	3	0
9·384	»	− 2·5	8·0	3	2
9·459	Mannheim	+ 0·5	− 8·6	4	2
10·359	Olmütz	+ 2·6	0·0	3	4
10·359	Padua	+ 4·4	− 9·3	2	2
10·363	Olmütz	+ 3·1	+ 0·2	3	3
10·371	Padua	− 1·6	− 12·0	3	0
10·406	Berlin	− 1·8	+ 1·0	4	3
10·420	»	− 0·9	+ 1·7	4	3
10·467	Paris	− 2·7	+ 4·2	3	2
10·365	Cloverden	+ 2·8	2·3	3	4
11·352	Olmütz	+ 2·8	0·6	3	3
11·359	Padua	− 5·4	−17·9	3	0
11·360	Olmütz	+ 1·3	2·4	3	4
11·418	Berlin	− 1·9	+ 0·7	4	3
11·435	Königsberg	1·2	+ 5·5	3	2
11·586	Washington	+11·8	+ 0·6	0	3

IV. Normalort.

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
Juli 12·347	Padua	− 8·2	+ 5·0	2	2
13·609	Washington	+ 3·5	+ 2·0	2	2
13·351	Padua	− 8·3	1·9	2	3
13·366	Florenz	+ 8·9	+ 1·8	0	2

Mittlere Zeit Paris — Aberr.-Zeit		Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
Juli	13·300	Padua	1"3	—12·0	3	1
	13·381	Königsberg	+ 3·0	+ 5·0	2	1
	14·340	Padua	+ 45·3	—12·0	0	1
	14·354	Olmütz	— 0·3	—12·0	3	1
	14·374	»	1·7	2·1	4	4
	14·374	Florenz	30·5	— 5·0	0	3
	14·381	Kremsmünster	+ 7·3	— 2·8	0	3
	15·351	Olmütz	+ 3·7	0·1	2	3
	15·370	Florenz	—10·2	+20·9	0	0
	15·004	Washington	5·3	0·7	1	3
	15·004	»	+12·0	0·1	0	3
	16·341	Palermo	—10·6	+12·3	1	0
	16·404	Kremsmünster	— 0·6	+ 2·6	3	2
	16·405	Paris	— 0·9	5·1	3	1
	16·405	»	1·7	+ 4·4	4	2
	16·412	Berlin	— 7·0	+ 1·6	3	3
	16·588	Washington	10·1	+ 0·8	2	3
	17·340	Palermo	—13·2	+20·7	0	0
	17·361	Padua	3·1	— 0·5	4	4
	17·389	Florenz	—13·4	1·2	1	3
	17·416	Kremsmünster	11·8	— 1·3	2	3
	17·420	Hamburg	12·2	— 8·4	1	3
	17·614	Cloverden	+ 3·2	20·2	2	0
	18·340	Palermo	— 1·0	8·7	2	2
	18·357	Padua	—13·8	— 2·8	1	3
	18·420	Hamburg	1·0	4·7	3	3
	18·447	Berlin	— 0·8	8·7	3	0
	18·591	Washington	0·8	1·1	4	4
	18·020	[illegible]	—17·5	— 9·8	0	2
	19·350	Olmütz	+ 5·0	— 0·9	0	3
	19·375	Florenz	4·4	9·5	3	2
	19·390	Mannheim	2·7	+ 2·6	4	3
	19·401	Hamburg	+ 4·5	5·2	1	2
	19·402	Berlin	— 0·1	3·4	3	2
	19·597	Cloverden	+ 1·2	2·1	3	2
	20·332	Palermo	10·0	0·8	2	3
	20·358	»	—15·7	—17·9	0	0
	20·369	Florenz	— 1·7	7·0	2	0
	20·396	Paris	— 4·0	4·1	4	2
	20·404	Berlin	— 0·0	0·1	4	1
	20·410	Mannheim	0·1	1·0	2	3
	20·416	Berlin	— 8·0	5·7	3	3
	20·568	Washington	1·7	2·3	3	2

Mittlere Zeit Paris − Beob. Zeit	Ort	$\Delta\alpha\cos\delta$	$\Delta\delta$	p_α	p_δ
V. Normalort.					
Juli 21·343	Palermo	17ˢ6	+15ʺ0	0	0
21·343	»	15·0	+23·1	1	0
21·390	Florenz	+ 3·7	− 4·7	1	2
21·401	Hamburg	+ 0·1	− 5·0	2	3
21·405	Mannheim	− 7·8	− 8·2	3	2
22·341	Padua	9·3	+ 4·5	2	2
22·344	Palermo	16·1	−15·8	0	0
22·391	Kremsmünster . . .	+ 3·0	+ 4·1	1	2
22·399	Florenz	− 6·2	+17·9	2	0
22·392	Paris	+ 15·0	+ 7·4	0	0
22·401	Göttingen	4·4	+11·9	3	0
22·418	Berlin	− 1·0	+ 4·3	3	2
23·339	Olmütz	+ 2·4	− 2·1	3	3
23·344	Palermo	−18·0	−24·3	0	0
23·353	Padua	−10·8	− 1·5	0	1
23·380	Kremsmünster	+12·8	0·0	0	2
23·393	Mannheim	5·7	− 5·9	3	3
23·405	Berlin	− 1·9	+ 1·9	4	4
23·417	Leiden	+ 3·3	−	3	—
23·425	. . . .		7·7		3
24·332	Palermo	13·0	− 0·4	1	1
24·335	Olmütz	1·4	+ 0·2	3	3
24·348	Padua	14·4	− 0·2	1	1
24·384	Kremsmünster . .	− 1·4	+14·8	2	0
24·390	Berlin	− 3·9	+ 4·7	4	4
25·395	Kremsmünster	+ 7·0	+ 0·4	2	2
26·358	»	+10·3	+22·9	2	0
27·339	Palermo	14·0	−14·8	1	1
27·359	Florenz . . .	− 9·1	+ 0·0	1	1
27·580	Washington	− 2·0	+ 0·0	4	4
27·587	Cloverden	10·0	+ 3·5	3	3
28·341	Palermo	−19·3	−95·6	1	0
28·401	Leiden	+ 4·7	9·7	3	3
29·358	Kremsmünster	− 3·3	−17·5	1	1
30·392	»	+ 32·4	+ 4·3	0	0

Es ergaben sich nun daraus folgende Fehlermittel:

		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Zahl der Beobachtungen	P_α	P_δ
I	Juni 5 — Juni 21	+0ˢ03	−3ʺ5	23	60	58
II	» 23 — » 30	−0·24	+2·0	48	113	110
III	Juli 1 — Juli 11	+0·04	+0·5	74	201	188
IV	» 12 — » 20	−0·26	−1·8	47	94	99
V	» 21 — » 30	−0·21	−1·5	35	60	53

Und hieraus folgen die

Normalorte, bezogen auf das mittlere Äquinoctium 1854·0.

Nr.	Normalort	λ	β
I	1854 Juni 17·0 m. Zeit P.	95° 50' 23·42	33° 4' 2"14
II	27·0	98 10 53·77	37 31 0·80
III	Juli 0·25	122 58 18·88	32 47 0·82
IV	17·5	140 15 43·25	24 17 24·30
V	24·25	140 30 57·43	19 50 11·82

Da sich nach dem Obigen die parabolischen Bahnelemente den Beobachtungen recht gut anschließen, konnte von einer Bestimmung elliptischer Elemente füglich abgesehen werden, umsomehr, als eine bereits früher angestellte Berechnung eine Umlaufszeit von beiläufig 40.000 Jahren ergeben hatte.

Es wurde demnach die Methode der Variation des Verhältnisses der Distanzen angewandt und die Parabel durch den 1. und 5. Normalort gelegt.

Als Größe der Änderung von $\log M$ wurden +2000 Einheiten der 7. Decimale angenommen. Es ergaben sich nun daraus folgende zwei Elementensysteme:

	I	II
T	Juni 22·003880	Juni 21·995411
☊	347° 39' 41"47	347° 38' 12"04
i	108 40 58·93	108 42 29·53
ω	74 34 19·67	74 32 45·86
$\log q$	9·8116394	9·8115754.

Und diese Elemente lassen in den einzelnen Normalorten folgende Fehler übrig:

Normalort	$\Delta\alpha$		$\Delta\delta$	
	I	II	I	II
I	− 0ˢ·1	0"0	0"0	+ 0"0
II	0·9	−68·6	+ 5·6	+ 4·7
III	+ 2·2	−36·0	+ 3·4	+11·7
IV	0·3	12·8	− 0·5	+ 4·0
V	0·0	0·0	+ 0·1	0·0

Daraus ergeben sich nun nachstehende mit der Quadratwurzel der Gewichte multiplicierten Bedingungsgleichungen; bei den A. R.-Gleichungen wurde auch mit cos β multipliciert.

$$0\cdot8853_n = 2\cdot7622_n\,\Delta x$$
$$1\cdot4226_n = 2\cdot6321_n\,\Delta x$$
$$0\cdot4777_n = 2\cdot0527_n\,\Delta x$$
$$1\cdot7681 = 1\cdot6965\,\Delta x$$
$$1\cdot6686 = 2\cdot2057\,\Delta x$$
$$0\cdot7302 = 1\cdot6835\,\Delta x.$$

Setzt man, um die Gleichungen homogen zu machen, $\log x = 2\cdot7622 + \log \Delta x$, und nimmt man den log Fehlereinheit $= 1\cdot7681$, so erhält man die Bedingungsgleichungen:

$$
\begin{aligned}
9\cdot0872 &= 0\cdot0000\,x\\
9\cdot6545 &= 9\cdot8699_{,}\,x\\
8\cdot7096_{n} &= 9\cdot2905_{n}\,x\\
0\cdot0000 &= 8\cdot9343\,x\\
9\cdot9005 &= 9\cdot4435\,x\\
9\cdot9621_{,} &= 8\cdot9213\,x.
\end{aligned}
$$

Daraus folgt $\log \Delta x = 8\cdot7638$ und es bleiben dann in den Normalorten noch folgende Fehler übrig:

$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$
0·0	0 0
1·7	+5·4
+0·2	+2·9
+0·8	0·4
0·0	0·0.

Dabei wurde die Summe der Fehlerquadrate von 60"9 auf 41"3 vermindert.

Anstatt nun mit der neuen Annahme für $\log M$ die Elemente abzuleiten, wurden diese aus den beiden früheren Elementensystemen interpoliert und nun folgende erhalten:

Komet 1854 III

$T = 1854$ Juli $22\cdot003494$ mittl. Zeit Paris

$$
\left.\begin{aligned}
\Omega &= 347^\circ\;39'\;37''39\\
i &= 108\;\;41\;\;\;3\cdot06\\
\omega &= \;\;74\;\;34\;\;15\cdot39
\end{aligned}\right\}\text{ mittl. Äquin. } 1854\cdot0
$$

$\log q = 9\cdot8116365.$

Rechnet man nun mit diesen Elementen der Darstellung die Normalorte, so finden sich die folgenden Differenzen:

$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$
+0·1	0·0
1·8	+5·4
+0·4	+2·7
+0·9	−0·3
0·0	+0·1.

Die Darstellung ist eine befriedigende und bietet so eine Controle für die Interpolation obiger Elemente. Durch Berechnung von elliptischen Elementen wäre es vielleicht möglich gewesen, die Summe der Fehlerquadrate noch etwas herabzudrücken; jedenfalls aber dürfte die Bahn wohl kaum merklich von der Parabel abweichen und eine Umlaufszeit von mehreren tausend Jahren ergeben, so dass also obige parabolischen Elemente vollkommen genügen, da auch der heliocentrische Bogen, über den sich die Beobachtungen vertheilen, bei einer wahren Anomalie von -40° bis $+74^\circ$, eine relativ sichere Bahnbestimmung zulässt.

Eine Berücksichtigung der Planetenstörungen konnte wegbleiben, da bei der großen Bahnneigung, sowie bei der Lage des während der Sichtbarkeit beschriebenen Bogens der Komet sich keinem der Planeten derart näherte, dass sich obiges Resultat durch Rechnung der Störungen hätte merklich ändern können.



BEITRÄGE

ZUR

GEOLOGIE DES FATRAKRIVÁN-GEBIRGES

VON

DR. VICTOR UHLIG,

W. M. K. A.

Mit einer geologischen Karte, 9 Textfiguren und 3 Profiltafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 16. JÄNNER 1902.

Die geologische Untersuchung der Tatrakette[1] führte zu einigen neuen Vorstellungen über den geologischen Bau und die Zusammensetzung dieses Gebirges. Es schien nicht ohne Interesse festzustellen, ob und inwiefern die gewonnenen Ergebnisse auch für andere Theile der West- und Centralkarpathen zutreffen. Bei einem derartigen Versuche lässt uns die bisherige Literatur der Karpathen, die fast ausschließlich auf die stratigraphische Gliederung Bedacht nimmt, sehr im Stich. Nur Forschungen in der Natur können hier genügend Klarheit schaffen.

Durch Reisesubventionen aus der Boué-Stiftung der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien wurde es mir ermöglicht, einen kleinen Beitrag zur Lösung dieser Aufgabe zu bieten, und ich benütze gern die Gelegenheit, um der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften für diese Förderung meiner Arbeiten auch an dieser Stelle den wärmsten Dank abzustatten.

Zur Anknüpfung an das Tatragebirge schien vor allem das Fatrakriván- oder Klein-Kriván-Gebirge einzuladen, da es als westlicher Nachbar der Tatra derselben Zone von Centralkernen wie diese angehört und an seinem Ostende in ähnlicher Weise an einer Querlinie abschneidet, wie die Tatra an ihrem Westende. In anderer Hinsicht erschien freilich das genannte Gebirge wenig verlockend: die älteren Autoren, wie D. Stur und C. Paul, klagen wiederholt über die mangelhaften Aufschlüsse, die schlechte Gangbarkeit und namentlich über die Fossilarmut dieses Gebirges.

Die Vortheile der Lage des Klein-Kriván-Gebirges wie auch die merkwürdige Schwenkung der Klippenzone am Ostende dieses Gebirges bestimmten mich dennoch zu einer näheren Untersuchung desselben. Zwar macht sich hier die Fossilarmut in der That sehr unangenehm fühlbar, aber schließlich gelingt es doch, genügende Anhaltspunkte für die stratigraphische Gliederung und hinlängliche Aufschlüsse, namentlich an den Bergkämmen über den tectonischen Bau zu erlangen. Obzwar eine regel-

[1] Denkschr. d. kais. Akad. d. Wiss. Wien, LXIV. Bd. S. 643—684, LXVIII. Bd. S. 43—130.

rechte geologische Aufnahme dieses Gebirges von mir nicht beabsichtigt sein konnte, mussten doch zahlreiche geologische Beobachtungen sichergestellt werden, die sich zu einem zwar nicht detaillierten, wohl aber die Hauptzüge des geologischen Baues wiedergebenden Bilde zusammenfügen und zur Herstellung einer geologischen Karte verwenden ließen. Da diese Karte von den bisherigen Darstellungen nicht unwesentlich abweicht, schien es angezeigt, sie zur Ergänzung des Textes und der Profile dieser Arbeit anzuschließen. Ich möchte aber zu bemerken nicht unterlassen, dass diese geologische Karte nicht gleichmäßig durchgearbeitet ist und keinen Anspruch auf volle Verlässlichkeit erhebt. Besonders die Gegenden im Süden des Granitzuges des Klein Kriván-Gebirges und die Klippenzone sind nur flüchtig behandelt, da ja diese Gebiete dem Hauptzwecke der vorliegenden Arbeit ferner liegen. Die Aufnahme der Klippen zwischen Zazriwa und Várna verdanke ich meinem vormaligen Assistenten, Herrn Dr. J. R. Schubert, der mich bei mehreren Touren begleitet, die genannte Klippenregion dankenswerter Weise für mich begangen und einen Aufsatz hierüber veröffentlicht hat[1].

Das Klein-Kriván- oder Fatrakriván-Gebirge[2] bildet mit dem Mincsolzuge oder den Weternje hole eine geologische Einheit, eine ungefähr 35 *km* lange und 8—11 *km* breite, orographisch scharf hervortretende Kette, für die offenbar nur deshalb kein gemeinsamer Name besteht, weil sie von der Waag in dem engen malerischen Durchbruchsthale des Strecsnopasses zwischen Ruttka und Várna in zwei fast gleich große Theile zerlegt wird. Der Abschnitt südwestlich vom Waagdurchbruche führt den Namen des Mincsolgebirges oder der Weternje hole, der nordöstliche Theil bildet das Klein-Kriván- oder Fatrakriván-Gebirge. Hier vollzieht sich der Übergang aus dem nordöstlichen Streichen der Westkarpathen in das westöstliche der Centralkarpathen. Die bogenförmig einsetzenden Weternje hole streichen zwar noch nach Nordosten, aber vom Waagdurchbruche angefangen, schwenkt die Streichungsrichtung immer deutlicher nach Osten, so dass am Ostende des Klein-Kriván-Gebirges zum Theile schon ostwestliches Streichen herrscht.

Wie die Tatra, so bildet auch Klein-Kriván und Weternje hole eine sogenannte einseitige Kette, deren permisch-mesozoische Ablagerungen, die »Kalkzone«, auf den nördlichen, beziehungsweise nordwestlichen Abfall der krystallinischen Axe beschränkt sind. Während aber in den Weternje hole die Hauptkette mit den in 1364 und 1477 *m* liegenden Culminationspunkten (Mincsol und Velka luka) aus dem granitischen Kerne besteht und sich die mesozoischen Ablagerungen nur als schmales und niedrigeres Band an diesen Kern anlehnen, erhebt sich der Granit im Klein-Kriván-Gebirge zwar bis zu rund 1550 *m* Höhe, wird aber noch von den nach Süden gerichteten Schichtköpfen der Kalkzone überdeckt, so dass hier die größten Höhen (Kleiner Fatrakriván 1669 *m*, Großer Fatrakriván 1711 *m*, Hleb 1644 *m*) von permischen und mesozoischen Ablagerungen eingenommen werden.

Auch in anderen Punkten bestehen zwischen den Weternje hole und dem Fatrakriványzuge bei aller Geschlossenheit und Einheitlichkeit des Bauplanes bedeutsame Unterschiede, und man müsste beide Theile genau kennen, um ein vollständiges Urtheil über die geologische Rolle dieses Kerngebirges zu gewinnen. Zeitmangel zwang mich leider zur Beschränkung meiner Untersuchungen auf das Klein-Kriván-Gebirge und dessen nächste Umgebung. Im Bereiche der Weternje hole musste ich mich mit dem Besuche des Kunjerader Thales begnügen, um Zeit zu gewinnen für einige Touren in die Niedere Tatra, das Lubochnia-, Braniszko- und Zjargebirge, über deren Ergebnisse später berichtet werden wird.

[1] Verhandlungen geol. Reichsanst. 1900, S. 395—397.

[2] Die Bezeichnung Klein-Kriván soll die Verwechslung mit dem im Lande weithin bekannten großen Kriván der Tatra verhüten. Leider werden zwei Spitzen des Klein-Kriván-Gebirges von der bäuerlichen Bevölkerung Kriván benannt, nebst dem Culminationspunkte der Kette (1711 *m*) auch diejenige etwas niedrigere Spitze, die durch eine Triangulierungspyramide ausgezeichnet ist (1669 *m*). Man ist dadurch zu den schleppenden Bezeichnungen großer und kleiner Klein-Kriván oder Fatra-Kriván genöthigt. Es gibt aber hier nicht nur zwei Kriván, sondern auch zwei Stoh-Berge (einer davon wird in Paul's Arbeit Stitt genannt); manche untergeordnete Spitzen und kleinere Thäler führen gar keine Namen und so stößt man in diesem Gebirge auf mancherlei nomenclatorische Schwierigkeiten. L. Zeuschner nennt unser Gebirge Thuroczer Alpen und andere Autoren verwenden dafür irrthümlich die Bezeichnung Arva'er Magura. Das Mincsol-Gebirge bezeichnet D. Stur als Mincsow-Gebirge.

Das geologische Material über das Fatrakriván-Gebirge und dessen Umgebung ist in den folgenden Zeilen in zwei Abschnitten, einem stratigraphischen und einem tectonischen, zur Darstellung gebracht. Daran schließt sich als dritter Abschnitt eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse.

I. Stratigraphischer Theil.

Die permisch-mesozoischen Ablagerungen des Fatrakriván-Gebirges.

Im Bereiche der permisch-mesozoischen Ablagerungen verdient vor allen anderen eine Thatsache hervorgehoben zu werden: der Mangel einer Differenzierung in zwei Faciesgebiete, wie sie zum Beispiel das Tatragebirge auszeichnet. Während in diesem eine hochtatrische Entwicklung im Süden und eine subtatrische im Norden der »Kalkzone« unterschieden werden konnte, fehlt im Fatrakriván-Gebirge die hochtatrische Entwicklung vollständig und die gesammten mesozoischen Ablagerungen dieses Gebirges sind nach dem subtatrischen Typus gebildet. Obwohl nun die Übereinstimmung mit den subtatrischen Ablagerungen des Tatragebirges im allgemeinen sehr weitgehend ist, bestehen doch im einzelnen genug Abweichungen, um eine besondere Besprechung zu erfordern.

1. Permsandstein.

Das älteste, unmittelbar auf Granit oder krystallinischen Schiefern aufruhende Glied der Schichtfolge der sogenannte rothe Permquarzit oder Permsandstein gibt wenig Anlass zu Bemerkungen. Die Ausbildung dieses Anfangsgliedes der Schichtfolge stimmt mit derjenigen im Tatragebirge so vollständig überein, dass hier füglich auf die in meiner Arbeit über das Tatragebirge enthaltene Beschreibung verwiesen werden kann [1]. Etwas häufiger als in der Tatra enthält der Permsandstein hier große Quarzgeschiebe und Conglomeratbänke; eine solche beschreibt schon D. Stur von der Basis des Permquarzites unterhalb der kleineren Kriváanspitze. Bedeutende Mächtigkeit und ziemlich lebhaft rothe Farbe nimmt diese Ablagerung an der Jedlovina bei Várna an; hier fanden sich an mehreren großen Blöcken deutliche Anzeichen discordanter Schichtung.

Neue Anhaltspunkte für die paläontologische Altersbestimmung dieser Schichtgruppe konnten im Fatrakriván-Gebirge nicht gewonnen werden, dagegen ergab sich die Nothwendigkeit einer Richtigstellung, die den einzigen Pflanzenfund betrifft, der angeblich aus diesen Schichten stammen soll. D. Stur entdeckte an einer von ihm genau beschriebenen Stelle des Kunjerader Thales in den Weternje hole dürftige Pflanzenreste, die er auf *Calamites leioderma* aus dem Rothliegenden bezog [2].

Die Schichten, die an der betreffenden Stelle aufgeschlossen sind, bestehen aus bläulichgrauen, gelblich oder bräunlich verwitternden, glimmerreichen, theils sandigen, theils thonigen Schiefern in Wechsellagerung mit grauen, mittelkörnigen kieseligen Sandsteinen, die bald dünne Lagen bilden, bald bis zu 1·5 *m* Mächtigkeit anschwellen können. Deutliche Pflanzenreste konnte ich darin nicht auffinden, nur kleine zerrissene kohlige Theilchen, dagegen konnte ich feststellen, dass die betreffenden Schichten nicht dem Permsandstein angehören.

Nach der Beschaffenheit dieser Schichten und ihrer Lagerung im Bereiche des Triasdolomites kann man kaum daran zweifeln, dass hier das Niveau des Lunzer Sandsteines und der Reingrabener Schiefer, keineswegs aber Permsandstein vorliege. Dass dieser wichtige Triashorizont in gewissen Theilen der Karpathen entwickelt ist, war D. Stur zur Zeit der Auffindung der Pflanzenreste von Kunjerad nicht bekannt, und so konnte es geschehen, dass der ausgezeichnete Kenner Stur die an der Basis der Ober-

[1] Denkschr. LXIV, S. 645.

[2] Jahrb. geol. Reichsanst. XX, 1870, S. 189.

trias entwickelten Sandsteine mit denen der Permformation verwechselte. Die Pflanzenreste von Kunjerad, auf die ich mich noch in meiner Tatra-Arbeit beziehen musste, werden fortan nicht mehr als Beweis des permischen Alters der rothen Sandsteine an der Basis der Triasformation hinzustellen sein.

2. Die Triasformation.

Im Tatragebirge ist zwischen den Permsandsteinen und dem Muschelkalkdolomite eine wenig mächtige Reihe von rothen Schiefern in Verbindung mit grauen, weißen oder röthlichen Sandsteinbänken, von gelblichen dolomitischen Schiefern, gelben und braunen Zellendolomiten und dolomitischen Wacken entwickelt, die als Vertretung der Untertrias angesprochen wurde, da an den besten Aufschlusspunkten keine Spur einer Ablagerungslücke zwischen dem Permsandsteine und dem Muschelkalkdolomite erkannt werden konnte. Diese Auffassung hat eine unerwartet rasche Bestätigung erfahren, indem es Herrn M. Limanowski[1] im Jahre 1900 gelang, in den schieferigen Sandsteinen der oberen Partie dieser Schichtgruppe an der Kopa Magóry Versteinerungen der Werfener Schiefer, und zwar *Myophoria costata*, *Myophoria* sp. und *Gervillia* sp. aufzufinden. Die petrographische Beschaffenheit der schieferigen und kalkigen, glimmerreichen Sandsteine, in denen diese Versteinerungen vorkommen, erinnert lebhaft an die entsprechenden alpinen Gesteine; auch das Auftreten dieser Versteinerungen in der oberen Partie unseres Schichtverbandes, wenige Meter unterhalb des Muschelkalkdolomites, steht mit den alpinen Verhältnissen in Einklang.

Eine ähnliche, wenig mächtige Schichtgruppe von rothen und grünlichen Schiefern, von glimmerreichen schieferigen Sandsteinen und gelblichen dolomitischen Wacken ist auch im Fatrakriván-Gebirge zwischen Permquarzit und Muschelkalkdolomit entwickelt. Nachdem nun durch den obenerwähnten Fund das geologische Alter dieser Schichtgruppe in der Tatra sichergestellt erscheint, kann man diese Schichten auch im Fatrakriván-Gebirge mit Zuversicht den Werfener Schiefern gleichsetzen. Die betreffenden Schichten spielen übrigens in der Zusammensetzung des Gebirges keine große Rolle, sofern sie fast nur in einer einzigen schmalen Zone zwischen dem auf dem Centralgranite aufruhenden Permquarzite und dem Muschelkalkdolomite auftreten. Sie sind überdies ziemlich mangelhaft aufgeschlossen und dem Anscheine nach noch weniger mächtig als in der Tatra.

Über diesen Äquivalenten der Werfener Schiefer baut sich eine mächtige Folge von hell- bis dunkelgrauen, meistens ziemlich gut geschichteten Dolomiten und dolomitischen Kalken auf, die häufig

Fig. 1.

Durchschnitt im Thalgrunde des Belathales (Ostseite) am Nordabhange des Fatrakriván-Gebirges.

1. Granit.
2. Permquarzit.
3. Niveau der Werfener Schiefer, unaufgeschlossen.
4. Muschelkalkdolomit.

4 *a*. Dünnschichtiger, welliger, blaugrauer Kalkstein, Einschaltung im Muschelkalkdolomite.

5. »Lunzer Sandstein«, weißer grobkörniger Sandstein.
6. Obertriadischer Dolomit.
7. Bunter Keuper mit Sandsteinlagen.

Höher oben am Gehänge schalten sich zwischen den bunten Keuper und die Strecsnólinie Rhät- und Liasschichten ein.

8. Neocomer Fleckenmergel.
9. Chocsdolomit.

SL Strecsnólinie.

von weißen Spathadern durchzogen sind. Die dolomitische Entwicklung wiegt stets weitaus vor, bisweilen unter völligem Ausschlusse des Kalkes, der, wenn vorhanden, meistens an den sogenannten Reif-

[1] Verhandl. geol. Reichsanst. 1900, S. 394

linger Kalk erinnert, stets aber nur eine untergeordnete Rolle spielt. Ein derartiges Kalkniveau ist im Beler Thale ausgebildet, wo wellige, ziemlich dünnschichtige blaugraue Kalksteine im Dolomite eingelagert sich vorfinden (vgl. Textfigur 1). Auch bei Stankowán ist ein Theil des Dolomitzuges kalkig entwickelt.

Diese Dolomite sind ungemein fossilarm: nur an zwei Stellen, und zwar im Thale von Istebne am Ostende des Gebirges und am Hauptkamme zwischen der kleinen Krivánspitze und dem Suchy vrch konnten Stielglieder von *Encrinus* sp. aufgefunden werden. In der Tatra sind in Begleitung dieser Crinoidenreste auch die bezeichnenden Leitversteinerungen des Muschelkalkes, wie *Terebratula vulgaris* Schloth., *Spirigera trigonella* Schloth. sp., *Spiriferina Mentzeli* Dunker sp. aufgefunden und damit ist auch das geologische Alter der Hauptmasse dieser Dolomite als Muschelkalk festgestellt worden[1]. Im Fatrakriván-Gebirge kennt man zwar bisher nur die Crinoidenreste, aber auch diese sind unter den obwaltenden Umständen geeignet, die Auffassung der tieferen Hauptmasse dieser Dolomite als Muschelkalk zu kräftigen. Während in der Tatra von der oberen Grenze der Werfener Schiefer bis zur unteren des bunten Keupers nur Dolomite entwickelt sind, schaltet sich hier in den Dolomit eine meist wenig mächtige Folge von weißen oder hellgrauen, bankigen, ziemlich grobkörnigen und quarzigen Sandsteinen ein. Dadurch ist hier die Möglichkeit einer näheren Gliederung der Dolomitmasse gegeben: wir können hier eine untere Dolomitentwicklung mit *Encrinus* sp. als Muschelkalkdolomit, dann die hellgrauen und weißen Sandsteine und endlich den oberen Dolomit unterscheiden.

Leider erwiesen sich die hellen Sandsteine als versteinerungsfrei, ihr näheres geologisches Alter und ihre stratigraphische Bedeutung kann daher zur Zeit auf paläontologischem Wege nicht ermittelt werden. Es liegt aber sehr nahe, in ihnen dieselbe oder eine ähnliche Bildung zu erblicken, wie sie Stur[2] im Lubochnagebirge, an der Schwarz-Waag und bei Neusohl als Lunzer Sandstein ausgeschieden hat. In den genannten Gebieten enthalten diese Sandsteine nach Stur *Equisetites arenaceus* Schenk und sind von dunklen blätterigen Schiefern (Reingrabener Schiefer bei Stur) mit *Halobia rugosa* begleitet; man hat daher einen, wenngleich schwachen Anhaltspunkt, um sie als Äquivalente des Lunzer Sandsteines der Ostalpen bestimmen und den über diesen Schiefern und Sandsteinen folgenden Dolomit als »Obertriadischen Dolomit« ausscheiden zu können.

Im Fatrakriván Gebirge müssen wir uns mangels von Versteinerungen mit einem Analogieschlusse begnügen. Wir können nicht die strenge Gleichalterigkeit der Sandsteine dieses Gebirges mit den Lunzer Sandsteinen an der Schwarz-Waag, an der Lubochnia und bei Neusohl behaupten, sondern müssen die Möglichkeit im Auge behalten, dass sich derartige Einschaltungen von mechanischen Niederschlägen in verschiedenen Theilen des Gebirges in verschiedenen Horizonten der Obertrias einstellen konnten. Wenn also hier die hellen Sandsteine im Dolomite des Fatrakriván-Gebirges als Lunzer Sandsteine, der darüber liegende Dolomit als obertriadischer oder Lettenkohlendolomit angesprochen werden, so soll damit nur die allgemeine Ähnlichkeit mit der betreffenden Schichtfolge in den schon genannten Gebieten, nicht aber die strengste Gleichalterigkeit zum Ausdrucke gebracht werden.

In petrographischer Beziehung gleichen die Lunzer Sandsteine des Fatrakriván-Gebirges fast gänzlich den Sandsteinen des bunten Keupers; sie sind nur etwas grobbankiger und quarziger entwickelt und nähern sich daher etwas mehr den Permquarziten. Nur selten sind größere Quarzgeschiebe beigemengt. Es ist das eine Ausbildungsform der Lunzer Sandsteine, die Stur nur im Lubochniagebirge nachweisen konnte (l. c. p. 395), in der Schwarz-Waag und bei Neusohl herrschen »Reingrabener Schiefer« oder eine Wechsellagerung dieser Schiefer mit glimmerreichen Sandsteinen von dunkler Farbe, die vorwiegend

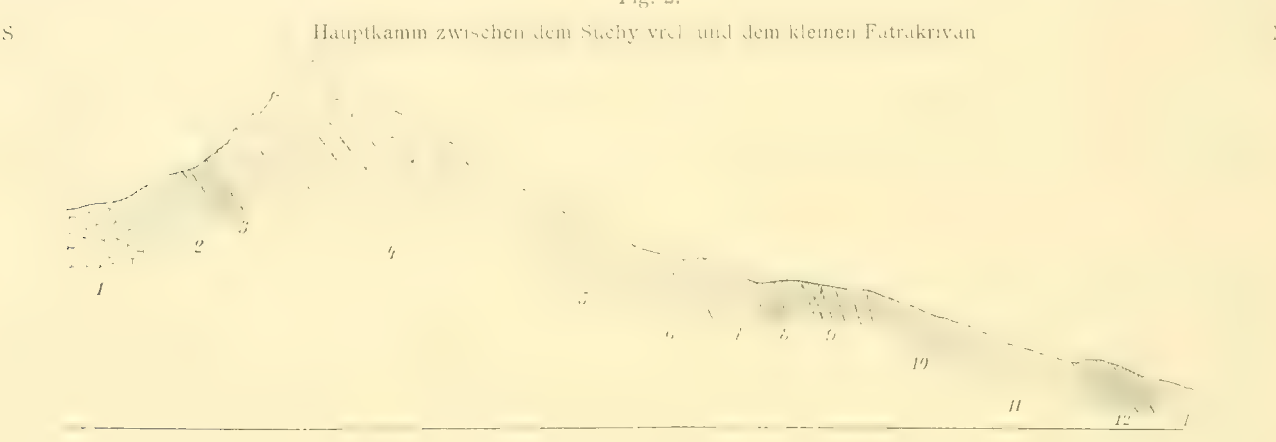
[1] Denkschr. d. kais. Akad., 64. Bd., S. 601.

[2] Jahrb. geol. Reichsanst. 1868, 18. Bd., S. 357, 362, 374, 395, vgl. auch Hauer, Erläuterungen zur Übersichtskarte, Jahrb. geol. Reichsanst., 19. Bd., S. 518.

dünnbankig entwickelt sind und zwischendurch einzelne bis 1·5 *m* anschwellende Sandsteinbänke enthalten. Diese letztere Facies tritt auch im Mincsolgebirge auf, wo Stur im Kunjerader Thale, wie schon erwähnt, Pflanzenreste in diesen Schichten aufgefunden hat; im Fatrakrivángebirge ist sie dagegen bisher nicht bekannt.

Die Mächtigkeit der Lunzer Sandsteine des Fatrakriván-Gebirges ist nicht groß, sie dürfte 20 *m* nur selten übersteigen, und daher kommt es, dass diese Felsart die Oberflächenformen des Gebirges wenig beeinflusst; nur im Krivángebiete veranlassen die Lunzer Sandsteine selbständige kleine Felsbildungen. Hier ist die Entwicklung dieser Sandsteine so auffallend, dass sie schon bei der ersten Übersichtsaufnahme der Karpathen im Jahre 1859 die Aufmerksamkeit D. Stur's[1] auf sich zog. Allerdings wusste Stur noch keine befriedigende Deutung dieser Ablagerung zu geben, da damals nur ein Quarzitniveau, das permische, besser bekannt war. Von dem Auftreten der Lunzer Sandsteine im Fatrakriván-Gebirge gibt der beistehende Durchschnitt (Textfigur 2), sowie auch der Durchschnitt Fig. 1 eine Vorstellung. Es zeigt

Fig. 2.



Durchschnitt längs des Rückens zwischen Kur- und Belathal, Nordabhang des Fatrakriván-Gebirges, am Wege vom Kleinen Fatrakriván zur tiefsten Einsattelung zwischen Kur- und Belathal.

1. Granit.
2. Permquarzit.
3. Rother Schiefer und gelbliche dolomitische Wacken, Niveau des Werfener Schiefers.
4. Muschelkalkdolomit mit einer Lage mit *Encrinus*-Stielgliedern.
5. Weißer und grauer, ziemlich grobkörniger, kieseliger Sandstein »Lunzer Sandstein«.
6. Obertriadischer Dolomit, dünnschichtig, grau.
7. Keupersandstein, rosenroth, scharfkantig, circa 14 *m* mächtig.
8. Rother Schiefer des bunten Keupers, circa 6 *m*.
9. Rhätische Kössener Schichten. Dunkle Schiefer in Wechsellagerung mit dunkelbläulichgrauen Kalkbänken mit zerbrochenen Versteinerungen, mit einer mürben Sandsteinlage beginnend, circa 18 *m*
10. Dunkle Schiefer mit einer grauen Sandsteinbank; Grestener Schichten, von den Kössener Schichten nicht scharf getrennt.
11. Kleinbätterige, gelbgraue, selbst schwärzliche Schiefer mit einzelnen Lagen und Knollen von Fleckenmergel. Lias.
12. Heller, kalkiger Fleckenmergel. Lias.
13. Fleckenmergel.

sich hier, dass die hangende obertriadische Dolomitpartie weit weniger mächtig ist als der liegende Muschelkalkdolomit. Auch im Durchschnitte der größeren Kriványspitze beträgt die Mächtigkeit des obertriadischen Dolomites kaum mehr als 10 *m*. In dem Durchschnitte am Rücken zwischen dem Kur- und Belathale unterscheidet sich der obertriadische Dolomit von dem Muschelkalkdolomite durch viel deutlichere, dünnere Schichtung. Etwas weiter östlich am Wege vom Krawarskosattel (bei Stur »Sattel in das Wratnethal«) scheint der Lunzer Sandstein durch eine Zwischenschicht von hellem Dolomit in ein tieferes und ein höheres Lager zu zerfallen[2]. Überhaupt scheint die Entwicklung dieses Horizontes im Fatra-

[1] Geolog. Übersichtsaufnahme des Wassergebietes der Waag und Neutra, Jahrb. geol. Reichsanst. 1860, XI, S. 97—101. D. Stur stellt das Auftreten der Quarzite in zwei Durchschnitten von den beiden Krivánspitzen zum »Sattel in das Wratnethal« dar; dabei ist in seinem Durchschnitte 22 (S. 100) die größere Krivánspitze irrthümlich als »kleinere Spitze des Klein-Kriván« bezeichnet.

[2] Die betreffende Erhebung konnte wegen des zur Zeit der Untersuchung herrschenden Nebels leider nicht mit voller Sicherheit gepflogen werden.

kriván-Gebirge beträchtlichen Schwankungen zu unterliegen. Am Zebrak-Rücken dürften diese Sandsteine gänzlich fehlen, ebenso am äußersten Ostende des Gebirges im Istebne-Thale. Hier treten dagegen Dolomiteinlagerungen im Bereiche der Sandsteine und rothen Schiefer des Keupers auf und die Schichtfolge nimmt daher eine ähnliche Beschaffenheit an, wie in der benachbarten Tatra.

Leider erschwert die Fossilarmut dieser Bildungen die völlige Aufklärung ihres Auftretens. Nur eine sehr eingehende Aufnahme, die nicht im Sinne meiner Studien lag, hätte diese Schwierigkeiten überwinden können. Es musste daher auch auf eine besondere Ausscheidung der Lunzer Sandsteine in der beigegebenen geologischen Karte leider verzichtet werden und die mittlere, vorwiegend dolomitische Triasstufe dieser Karte entspricht daher nicht nur dem Muschelkalke, sondern umfasst auch die »Lunzer Sandsteine« und den »obertriadischen« oder »Lettenkohlendolomit«. Erst über diesen Dolomiten gewährt die Ablagerung des bunten Keupers wiederum einen leicht fassbaren und verlässlichen Ruhepunkt und lässt sich kartographisch und stratigraphisch vorzüglich verwerten.

Der bunte Keuper (Karpathenkeuper, Schichten von Banka, G. Stache) besteht vorwiegend aus grellrothen Schiefern, denen graue oder grünlichgraue und weiße, seltener röthliche Sandsteine theils in einzelnen Bänken oder Bänkchen, theils in besonderen Schichtverbänden eingeschaltet sind. Die rothe Farbe der bald etwas thonigen, bald etwas kieseligen Schiefer kann stellenweise in schmutziges Grün oder schwärzliches Grau übergehen, der rothe Farbenton wiegt aber stets vor. An seiner unteren Grenze ist der bunte Keuper häufig durch Wechsellagerung mit dem Dolomite verbunden, aber auch in den höheren Lagen sind einzelne Dolomitbänke anzutreffen, die dann vorwiegend gelblichgrau gefärbt sind. Am Nordostabhange der kleineren Krivánspitze am Wege in das kleine Branicathal reichen derartige Dolomitbänke bis in das unmittelbare Liegende der Kössener Schichten. Auch die Vertheilung der Sandsteine im Bereiche des Keupers scheint keiner bestimmten Regel zu unterliegen, doch soll es nicht unterlassen werden, darauf hinzuweisen, dass die Sandsteine an zwei Punkten ausgesprochen die tiefere Partie des Keupers, ähnlich wie bei Zakopane in der Tatra, einnehmen. An dem einen Punkte, am Rücken zwischen Kur- und Belathal (vgl. Fig. 2) treten über dem obertriadischen Dolomite zuerst circa 14 *m* röthliche, ziemlich grobbankige, quarzige Sandsteine auf und darüber folgen circa 6 *m* rothe Schiefer, die nach oben mit einer Sandsteinbank abschließen. An dem anderen Punkte, zwischen dem Zebrak und dem Stoh ist die Mächtigkeit weit größer. Hier erscheint über dem Dolomite zuerst eine wenig mächtige rothe Schieferpartie, dann folgen mehr als 100 *m* mächtige, quarzige, theils fein-, theils grobkörnige, graue und röthliche Sandsteine und endlich an 30 *m* rothe Schiefer mit einzelnen dünnen Sandsteinlagen. Wieder an anderen Stellen scheint, wie schon erwähnt, eine wirre Folge von Sandsteinen und Schiefern zu herrschen. Nur selten nehmen die Sandsteine eine mürbe Zusammensetzung an, vorwiegend trifft man quarzige Beschaffenheit, ähnlich den Permquarziten, an. Manche Lagen zeigen eine Neigung zu conglomeratischer Ausbildung und zur Aufnahme größerer Quarzgeschiebe.

Die Mächtigkeit des bunten Keupers beträgt an einzelnen Punkten nur 20 *m*, an anderen ist sie entschieden größer, aber mehr als 200—250 *m* dürfte sie nirgends erreichen. Es gibt allerdings Stellen, wo die Mächtigkeit dieser Schichtgruppe weit größer zu sein scheint, wie zum Beispiel am Nordabfalle des Hauptkammes zwischen den beiden Krivánspitzen (vgl. Durchschnitt Fig. 1, Taf. II), aber hier ist diese große Mächtigkeit augenscheinlich die Folge einer intensiven Zusammenschiebung und secundären Faltung, die zugleich bewirkt haben dürfte, dass die rothen und dunklen Schiefer hier eine viel härtere festere Beschaffenheit haben, als an den weniger stark gepressten Falten am Ostende des Gebirges, wo sie häufig einen thonigen Charakter haben.

Weder in unserem Gebiete noch in den benachbarten Gebirgen sind im bunten Keuper bisher Versteinerungen aufgefunden; die Bestimmung des geologischen Alters kann also nur nach den Lagerungsverhältnissen und der Fossilführung der liegenden und hangenden Schichtgruppen erfolgen. Speciell die hangende Schichtgruppe, die Kössener Schichten oder die Rhätische Stufe sind in dieser Hinsicht von großem Belange, da sie fast stets charakteristische Versteinerungen enthalten. Im Fatrakriván-Gebirge ist allerdings die Fossilführung auch dieser Schichtgruppe etwas weniger

durchgreifend, wie zum Beispiel in der Tatra, es gelingt aber doch, einzelnes aufzufinden und sich zu orientieren. Während in den Kössener Schichten der Tatra *Terebratula gregaria* sozusagen auf Schritt und Tritt vorkommt, konnten hier vollständige Exemplare dieser Leitversteinerung nur an zwei Stellen, und zwar am Gebirgsrande bei Parnica, in dem kleinen Thälchen nordöstlich des Djel (748 *m*) und im Zazriwathale aus dem Gesteine herausgeschlagen werden. Bänke mit zerbrochenen meistens leider auch fein zerriebenen Schalen sind dagegen in diesem Horizonte allgemein verbreitet und ihre Beschaffenheit ist so bezeichnend, dass sie zur Erkennung der Schichtgruppe hinreichen. Die Hauptmasse der Kössener Schichten besteht aus derartigen Kalkbänken, deren Farbe auf frischem Bruche bläulichgrau, verwittert gelblichgrau erscheint und die stets durch einen beträchtlichen Thon- und Sandgehalt gekennzeichnet sind. Neben diesen Kalkbänken mit Bivalven- und Brachiopodenbruchstücken treten auch die bekannten Lithodendronkalke und endlich graue sandige Kalke mit zahlreichen Crinoidenstielgliedern auf. Das Zwischenmittel dieser festen Bänke, deren Dicke gemeinhin zwischen 1·5—5 *dm* schwankt, besteht aus grauen oder schwärzlichen blätterigen Schiefern, denen an der oben erwähnten Stelle beim Djel in Parnica auch röthliche Schiefer in geringfügiger Mächtigkeit beigemengt sind. Im Durchschnitte des Zazriwathales treten im Bereiche der Rhätischen Stufe auch schmutzig gelbgraue Dolomitbänke und grünliche, griffelig zerfallende Schiefer auf, wie sie auch in anderen Gebieten, zum Beispiel am Belbache in der Osttatra, in dieser Stufe vorkommen. Die Mächtigkeit der Kössener Schichten beträgt am Abstieg vom Hleb und Hromowe zur Uplazalpe nur circa 5 *m*, am Zebrakrücken kann sie mit circa 25 *m* angegeben werden. An einzelnen anderen Punkten dürfte dieser Betrag noch wesentlich überschritten werden, wie zum Beispiel im Zazriwathale.

Von D. Stur wird als besonders fossilreiche Localität der Ausgang des Bistrothales in die Waag zwischen Gombás und Hrboltó hervorgehoben. Die betreffende Stelle fällt zwar noch in den Rahmen der hier beigegebenen geologischen Karte, gehört aber nicht dem Fatrakriván-Gebirge, sondern dem Šip-Hrdosin-Gebirge an. Die Kössener Schichten bestehen hier aus dunkelgraublauen dichten Kalkbänken und Lithodendronkalken, die bis zu 0·75 *m* Mächtigkeit anschwellen können und ihrer Festigkeit und bankigen Beschaffenheit halber zu Bauzwecken verwendet werden. Schiefermittel sind hier schwach entwickelt. Die Gesammtmächtigkeit beträgt ungefähr 35 *m*. D. Stur[1] konnte hier *Terebratula gregaria* Suess, *Waldh. norica* S., *Spiriferina uncinata* Schl., *Rhynchonella cornigera* Schl., *Lima praecursor* Qu., *Pecten acuteauritus* Sch., *Gervillia praecursor* Qu., *Ostrea Haidingeri* Emm., *Plicatula intusstriata* Emm., *Megalodon triqueter* Wulf., also eine für karpathische Verhältnisse reiche Fauna nachweisen. Zur Zeit ist an der betreffenden Localität wenig zu finden.

Die Kössener Schichten des Fatrakriván-Gebirges weichen sonach von der in den West- und Centralkarpathen im allgemeinen herrschenden Ausbildung nicht wesentlich ab, und nur das gelegentliche Vorkommen von Crinoidenkalkbänken könnte als ein besonderer Charakterzug dieses Gebietes hervorgehoben werden.

3. Juraformation.

Über den Kössener Schichten folgen bei vollständiger Entwicklung graue oder bläulichgraue, auch schwärzliche, gelblichgrau verwitternde, etwas sandige und rauh anzufühlende Mergelschiefer, die dünne Sandsteinbänke enthalten können. Bisweilen wechseln in diesem Horizonte graue, schwärzliche und gelbliche Schiefer mit einander ab, oder die schwärzlichen Schiefer durchziehen in äußerst feinen, parallelen, oft leicht gefältelten Lagen die gelblichen Schiefer. Die betreffenden Schichten müssen nach ihrer Lagerung über den Kössener Schichten zum Lias gezogen werden; in petrographischer Beziehung schließen sie sich vielfach sehr eng an die Grestener Schichten des Tatragebirges an.

Nur in einer Hinsicht unterscheiden sie sich wesentlich von diesen letzteren: die mächtigen weißen oder grauen Sandsteinbänke, die in der Tatra unter dem Namen Pisanasandstein ein so bezeichnendes

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. 1860, XI, S. 110, 1868, XVIII, S. 404.

Glied der Grestener Schichten bilden, fehlen hier in ihrer typischen Form fast vollständig; dagegen treten gleichsam als Ersatz Gesteine auf, die man ebensogut als kalkige Sandsteine, wie als sandige Kalke ansprechen könnte, und die häufig zerbrochene Molluskenschalen und Crinoidenstielglieder, besonders von Pentacrinen, enthalten. Aus dem dunkelgrauen Gesteine treten die weißen, oft ziemlich groben Quarzkörnchen auffallend hervor und verleihen dieser Felsart ein sehr bezeichnendes Äußere. Die kalkarmen Bänke nähern sich gewissen Pisanasandsteinen, die kalkreicheren enthalten oft zahlreiche Bivalvenbruchstücke und können bei Vorherrschen von Crinoidengliedern auch geradezu das Wesen von Crinoidenkalken annehmen. An einzelnen Punkten, besonders deutlich am Nordabhange des Hleb enthalten diese Gesteine schwarze unreine Hornsteinknauern, ganz so wie im Pisanasandsteine der Tatra. Die Entwicklung der Kalke ist bisweilen nur durch wenige Bänkchen angedeutet, in anderen Fällen sind die grauen Crinoidenkalke ziemlich mächtig ausgebildet und dann gleichen sie auf das vollständigste den grauen Crinoidenkalken, die das Niveau der Grestener Schichten in mehreren Gebieten der Westkarpathen (Kleine Karpathen, Trentschiner Gebirge, Zjargebirge) auszeichnen. Die Grestener Schichten des Fatrakriván-Gebirges nehmen daher eine bemerkenswerte Mittelstellung ein: sie sind weniger sandig als in der Tatra, doch auch nicht so reich an Crinoidenkalk wie an vielen Punkten der Westkarpathen.

Kalke mit Crinoidenstielgliedern kommen, wie schon erwähnt wurde, in ähnlicher petrographischer Ausbildung vereinzelt auch in den Kössener Schichten vor. Bei unvollständigen Aufschlüssen und mangelhafter Versteinerungsführung kann die Unterscheidung dieser Bildungen unter Umständen Schwierigkeiten bereiten. Dass indessen die Hauptmasse der kalkreichen Sandsteine und die sie begleitenden sandigen Crinoidenkalke nicht mehr zu den Kössener, sondern, wie schon D. Stur[1] erkannt hat, zu den Grestener Schichten gehören, geht aus dem nicht seltenen Vorkommen von Belemniten in diesen Schichten hervor. Besonders zahlreiche Exemplare canalloser, im übrigen aber leider unbestimmbarer Belemniten wurden in der Gegend Lazy, westlich von Parnica, beim Punkte 805 *m* der Specialkarte, ferner im Vratnethale (Altes Thal) an der Alpe, die zwischen der Bjelska skala und dem Hleb gelegen ist, aufgefunden. Weniger fossilreich, dagegen verhältnismäßig sehr mächtig sind die sandigen Crinoidenkalke im Durchschnitte des Zazriwathales. Am Krawarskosattel (»Sattel in das Wratnethal« bei Stur) südlich vom Punkte 1229 *m* der Specialkarte, wurde in gelblichem Mergelschiefer ein leider specifisch nicht bestimmbares Arietenbruchstück aufgesammelt. Genügen die bisherigen Versteinerungsfunde zur Noth zu einer befriedigenden Abgrenzung der Grestener von den Kössener Schichten, so sind sie dagegen zu einer näheren Bestimmung des stratigraphischen Umfanges der Grestener Schichten ganz unzulänglich. Da diese Schichten in anderen Theilen der Karpathen zum Unterlias gehören, so dürfte das wohl auch hier der Fall sein. Das Vorkommen von *Arietites* sp. und der lückenlose Zusammenhang der Grestener mit den Kössener Schichten sprechen für diese Annahme.

Was über den Grestener Schichten abgelagert ist, zeigt bis zur Unterkreide die Facies der Fleckenmergel, Fleckenkalke, Hornstein- und Knollenkalke und Schiefer. Wie schwer es ist, innerhalb dieser einförmigen Entwicklung Grenzen zu ziehen und die liasischen von den jurassischen und cretacischen Horizonten zu trennen, ist wiederholt, besonders auch von D. Stur, hervorgehoben worden. Bei näherer Untersuchung einzelner Gebiete finden sich aber doch meistens gewisse Anhaltspunkte, welche wenigstens die Sonderung großer Hauptgruppen ermöglichen. So bietet im Tatragebirge das Auftreten rother Knollenkalke und rother und grüner Hornsteine im Niveau des Oberlias die Möglichkeit, den liasischen vom jurassischen Antheile der Fleckenmergelserie zu scheiden. Im Fatrakriván-Gebirge sind ebenfalls rothe und grünliche Knollenkalke ausgebildet, doch nicht im Oberlias, sondern im Malm und Tithon, und man ist dadurch in die Lage versetzt, nach oben neocome, nach unten liasisch-jurassische Fleckenmergel zu sondern.

[1] Jahrb. geol. Reichsanst., XI, S. [illegible]

Die liasischen Fleckenmergel beginnen an mehreren Punkten mit dunklen Schiefern mit Einschaltungen von ziemlich kieseligen und etwas thonigen Kalkbänken. Sie sind durch das Vorkommen sehr zahlreicher, meist in die Länge gezogener, striemig aussehender »Flecken« und fucoidenartiger Erscheinungen ausgezeichnet, enthalten aber, wie es scheint, keine deutlichen Versteinerungen. Die Mächtigkeit dieser Schiefer scheint an einzelnen Stellen ziemlich beträchtlich zu sein, wie zum Beispiel im Zazriwathale oder am Krawarskorücken. Verwittert liefern sie einen ungemein fetten, lehmigen Boden. Darüber treten kalkige Fleckenmergel in der bekannten typischen Ausbildung, bisweilen mit dunklen Hornsteinlinsen oder Bändern auf. Die einzelnen Bänkchen zeigen eine durchschnittlich zwischen 1—5 *dm* schwankende Dicke, sind ungemein regelmäßig begrenzt und nur durch sehr dünne Schiefermittel von einander getrennt. Größere Entblößungen erhalten dadurch ein Aussehen, als wären sie gemauert, wie das namentlich im Waagthale an der Bahnlinie zwischen Sósó und Hrboltó schön zu beobachten ist. Auf frischem Bruche ist die Farbe dieser ebenfalls ziemlich fleckenreichen Bildung dunkelbläulichgrau; verwittert nehmen die Bänke ein helles, fast weißes Aussehen an. Meist härter als die darunter und darüber liegenden Schichten treten sie im Gelände durch kleine Felsbildungen hervor. Ungleich den darunter liegenden Schiefern, enthalten diese Fleckenkalke an vielen Stellen und oft in großer Menge Belemniten, viel seltener auch Ammoniten, wie zum Beispiel im oberen Theile des Bistritzkythales, dann im Zazriwathale und am Nordabhange der großen Krivánspitze. Leider gelang es aber nicht, specifisch bestimmbare Formen aus dem Gesteine zu gewinnen. Aus dem Umstande, dass Belemniten ohne Ventralcanal mit Sicherheit erkannt werden konnten, geht hervor, dass mindestens die Hauptmasse dieser hellen Kalke dem Lias angehören dürfte.

Über den hellen Kalken folgen bis zu den rothen Knollenkalken Fleckenmergel von wechselnder Beschaffenheit, die wohl zum Theile den Braunjura vertreten müssen, da hier eine Lücke oder Ablagerungsdiscordanz weder im Fatrakriván-Gebirge noch in den benachbarten Gebieten zu entdecken ist. Über einen paläontologischen Beweis für die Existenz des Braunjura, der in der nahe benachbarten Klippenzone so gut ausgeprägt ist, verfügen wir hier nicht, trotzdem kann nicht daran gezweifelt werden, dass auch dieser Theil der Juraformation in der Fleckenmergelfolge enthalten ist. Auf der hier beigegebenen Karte wurden die gesammten Bildungen zwischen den Grestener Schichten und den rothen Knollenkalken des Malm in eine Ausscheidung zusammengezogen. Späteren Untersuchungen bleibt es vorbehalten, hier zu einer näheren Gliederung durchzudringen.

Die rothen und grünlichen Knollenkalke des Malm dürften durchschnittlich ungefähr 30—50 *m* mächtig sein; wo die Kalke eine mehr schieferige Zusammensetzung annehmen und Hornsteine in das Gefüge dieser Schichtgruppe eintreten, kann die Mächtigkeit auch wesentlich größer werden. Die rothe und grünliche Farbe ersetzen einander und wechseln in der bei dieser Facies auch in anderen alpinen und karpathischen Gebieten wohlbekannten Weise. Die Färbung dieser Gesteine ist hier übrigens nicht besonders intensiv, sowohl das Roth wie das Grün hat einen Stich ins Graue. Niemals sind diese Kalke im Fatrakriván-Gebirge und dessen südlicher Umgebung ganz rein, sondern stets ziemlich thonreich und demgemäß oft auch dünnbankig und selbst schieferig. Große Aptychen aus der Gruppe des *Aptychus imbricatus*, ferner canaliculate Belemniten aus der Verwandtschaft des *Belemnites subfusiformis*, die hier besonders häufig im Zazriwathale und im obersten Theile des Bistrickythales (pod Stochem) vorkommen, beweisen, dass diese rothen und grünen Kalke und Hornsteinschiefer, allgemein genommen, dem oberen Malm angehören; ob sie dagegen vielleicht nur dem Kimeridgien oder nur dem Tithon oder aber beiden Stufen zugleich entsprechen, lässt sich nach dem vorliegenden paläontologischen Materiale nicht sicher entscheiden. D. Stur[1], der diese Kalke zuerst, und zwar von der Theilung der beiden Branicathäler im Fatrakriván-Gebirge und aus dem benachbarten Chocsgebirge beschrieben hat, bezeichnete sie einfach als jurassische Fleckenmergel, C. Paul[2] verglich sie mit den Czorsztyner Kalken und dieser Vergleich ist ja

[1] Jahrb. d. geol. Reichsanst. XI, S. 100, 106, 107.
[2] [illegible] XVIII, S. 210.

auch recht naheliegend. Die rothen Knollenkalke und Hornsteine des Fatrakriván-Gebirges stimmen aber petrographisch mit den Czorsztyner Kalken nicht vollständig überein, da die Czorsztyner Kalke dunkler gefärbt, kalkiger und grobbankiger entwickelt und in der Hauptsache hornsteinfrei sind. Größer ist die Ähnlichkeit unserer Schichtgruppe mit den rothen Knollenkalken und den rothen und grünen Hornsteinen und Schiefern, die im Bereiche der Hornsteinkalkfacies der Klippenzone entwickelt sind und die nach ihren, wenn auch seltenen Versteinerungen zu urtheilen, dem Tithon entsprechen oder dieses mitumfassen. Wir müssen daher jedenfalls auch mit der Möglichkeit rechnen, dass das rothe Kalk- und Hornsteinniveau der Tithonstufe angehört. Wie dem auch sein mag, so gestatten diese rothen Kalke jedenfalls eine zwar nicht ganz genaue, aber bei der herrschenden Versteinerungsarmut und der Einförmigkeit der Ablagerung genügende Abgrenzung von Jura und Kreide. Leider gehen die rothen Kalke nicht nur in grünliche Hornsteine und Kalke über, sondern nehmen da und dort selbst eine noch weniger bezeichnende und der gewöhnlichen Fleckenmergelfacies noch mehr genäherte Form an. So kommen zum Beispiel am Fuße des Šip bei Kralovan (s. Textfigur 6) rothe Kalke unterhalb der Neocommergel vor, sie bilden aber keine leicht abzutrennende selbständige Schichtgruppe, sondern scheinen mit Fleckenmergeln von gewöhnlicher Beschaffenheit eng verbunden zu sein, und ähnlich verhält es sich auch an anderen Punkten. In solchen Fällen bedarf es einer schrittweisen Verfolgung der Horizonte, um die Anhaltspunkte, die die rothen Kalke bieten, nicht zu verlieren.

4. Die Kreideformation.

Derjenige Theil der grauen Fleckenmergel, der über den rothen Kalken und Hornsteinen aufruht, fällt der Hauptmasse nach jedenfalls dem Neocom zu. Die neocomen Fleckenmergel sind in der Regel hell gefärbt und ziemlich dünnschichtig oder schieferig und unterscheiden sich dadurch ein wenig von den älteren Bildungen dieser Facies; verlässlich ist aber diese Unterscheidung keineswegs. Die neocomen Fleckenmergel scheinen im allgemeinen häufiger Ammoniten zu enthalten als die liasischen und jurassischen Horizonte. D. Stur[1] sammelte hier im Sattel zwischen dem großen und kleinen Rossutec *Amm. Astieri* und *nisus* (?). F. Foetterle[2] konnte am Arva-Ufer bei Parnica eine tiefere Fleckenmergelpartie mit zahlreichen neocomen Versteinerungen (*Am. Morelianus* d'Orb., *Grasianus* d'Orb., *multicinctus* Hau. msc., *Crioceras Duvali*, *Ptychoceras Foetterlei* Stur msc., *Pt. gigas* Stur msc., nach D. Stur; R. Meier nennt außerdem: *Aptychus Didayi*, *Am. cryptoceras*, *Astieri* d'Orb., *nisus* d'Orb. (?), *Crioc. Emerici*, *Ancyloc.* cf. *dilatatum*, *Ancyloc. pulcherrimum* d'Orb.) unterscheiden; darüber dünnschichtige Kalkmergelschiefer mit einem verkiesten Ammoniten, der von D. Stur[3] als mit *Am. Dupinianus* verwandt bezeichnet wurde, und über diesen den Chocsdolomit. Wie ich in meiner Arbeit über die Fauna der Wernsdorfer Schichten nachweisen konnte, ist dieser Ammonit der dünnschichtigen Kalkmergelschiefer, den U. Schloenbach[4] irrthümlich zu *Am. Austeni* Sh. gestellt hatte, mit *Am. liptaviensis* Zeuschner von Lucsky am Fuße des Chocs identisch und dieser *Am. liptaviensis* ist zugleich eine der leitenden Arten der Wernsdorfer Schichten[5]. Daher darf man wohl diese hellen Mergelschiefer unbedenklich als Äquivalent der Wernsdorfer Schichten oder des Barremien ansehen und die Chocsdolomite etwa in das Niveau des Aptien und Gault oder der Ellgother Schichten und Godulasandsteine Schlesiens versetzen. Es muss hervorgehoben werden, dass diese Auffassung des geologischen Alters des Chocsdolomites mit der von D. Stur vertretenen gänzlich übereinstimmt[6].

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. XI, S. [illegible]

[2] [illegible] XVIII, S. [illegible]

[3] [illegible] XVIII, S. [illegible]

[4] [illegible] XVIII, S. [illegible], T[illegible] XI, [illegible]

[5] Denkschr. d. k. Akad. Wien, 46. Bd., S. 153, 229.

[6] Jahrbuch geol. Reichsanst., XVIII, S. 387.

Im Umkreise der malerischen Dolomitmasse des Šip scheinen diese hellen oder gelblichen Mergelschiefer sehr mächtig entwickelt zu sein; der gelbe Verwitterungslehm, der die Gehänge unmittelbar unter dem Chocsdolomit bedeckt, dürfte größtentheils von diesem Mergelschiefer herrühren. Zu dieser Bildung gehören allem Anscheine nach auch gewisse gelblichgrau verwitternde, dünnschichtige Mergelschiefer, die den weiten Kessel des Vratnethales bei Tierhova am Nordrande des Fatrakriván-Gebirges erfüllen, hier bis unter den Chocsdolomit reichen und dem Streichen nach bis in das Zazriwathal zu verfolgen sind. Die Thalweitung beim alten und neuen Meierhofe im Vratnethale ist offenbar durch die leichte Verwitterbarkeit dieser ziemlich mächtigen Ablagerung bedingt. Im Bereiche der Mergelschiefer, die auf frischem Bruche grau, auch bläulichgrau erscheinen, treten hier sandige Lagen, selbst wirkliche Sandsteine auf, sie enthalten beim alten Meierhofe zahlreiche kleine Belemniten, Phylloceren und Bivalven, leider in specifisch unbestimmbarem Zustande. Leider war es mir aus Mangel an Zeit nicht möglich, die Beziehungen dieser hellen Schiefer des Vratnethales zu den Schiefern mit *Desmoc. liptaviense* von Parnica näher festzustellen, es ist aber wohl kaum daran zu zweifeln, dass sie mit einander identisch sind. In der beigegebenen Karte sind diese Schichten mit den tieferen neocomen Fleckenmergeln vereinigt; bei eingehenderer Bearbeitung dieses Gebirges wird es aber gewiss möglich sein, das tiefere vom höheren Unterkreideniveau zu sondern [1].

Über den neocomen Fleckenmergeln und den hellen Mergelschiefern mit *Am. liptaviensis* ruht eine mächtige Dolomitzone auf, die unter dem Namen Chocsdolomit (Neocomdolomit, Karpathendolomit Stur) wohl bekannt ist. Im Fatrakriván-Gebirge besteht, wie schon Stur erkannt hat, nur die nördlichste Randkette aus dieser für die West- und Centralkarpathen so bezeichnenden Ablagerung, deren malerische Felsbildungen namentlich dem Berge Rossudec hohen Reiz verleihen. Die petrographische Entwicklung des Chocsdolomits im Fatrakriván-Gebirge stimmt mit derjenigen der Tatra [2] im allgemeinen so vollständig überein, dass eine besondere Beschreibung hier unterbleiben kann. Wie in der Tatra nimmt der Chocsdolomit auch hier zum Theile einen mehr kalkigen Charakter an; in solchen Partien nähert er sich in petrographischer Beziehung dem Murańkalke der Osttatra, ohne dass aber eine besondere Abtrennung der kalkigen von den dolomitischen Theilen möglich wäre. Schieferige Einlagerungen, wie sie sich im Chocsdolomit der Tatra und im benachbarten Chocs einstellen (Šipkower Mergel bei Stur), wurden hier nicht beobachtet. Da aber der Aufsuchung derartiger Bildungen bei meinen Begehungen kein besonderes Augenmerk gewidmet werden konnte, will damit nicht gesagt sein, dass solche Einlagerungen nicht doch vorkommen. Mit dem Chocsdolomite, der dem Aptien und wohl auch dem Gault entsprechen dürfte und einen eigenartigen Ersatz für die Caprotinen-Kalke anderer Gebiete der Mediterranprovinz zu bilden scheint, schließt im Fatrakriván-Gebirge die permisch-mesozoische Schichtfolge. Ablagerungen der Oberkreide sind hier bisher nicht sichergestellt.

[1] C. Paul beobachtete diese hellen Mergelschiefer und Sandsteine im Sattel zwischen Stoh und Rossutec (l. c. p. 205), dachte aber nicht an eine Gleichstellung mit den hellen Mergelschiefern mit *Am. liptaviensis* von Parnica, wohl deshalb, weil er Grund hatte, die Schiefer unter dem Rossutec als neocom aufzufassen, während man damals geneigt war, der Lage mit *Am. liptaviensis* wegen Schloenbach's Identificierung dieser Art mit *Am. Austeni* Sharpe ein wesentlich jüngeres Alter zuzuschreiben. Die betreffenden Schichten spielten übrigens eine gewisse Rolle in der Paul'schen Deutung der Arva'er Klippenzone. Er bezog sich auf petrographische Analogien von Sandsteinen im Bereiche der Arva'er Klippenzone mit diesen Schichten, und sprach auf Grund dessen diese Sandsteine und mit ihnen die »Klippenhülle« der Arva'er Klippenzone für neocom an. Er begnügte sich auch in diesem Falle wie in manchen anderen mit petrographischen Ähnlichkeiten und glaubte damit das geologische Alter erwiesen zu haben. Das musste naturgemäß gelegentlich zu schweren Fehlern und zu Controversen führen.

Selbstverständlich wäre das Vorhandensein der Mergelschiefer mit *Am. liptaviensis* in der Arva'er Klippenzone durchaus nicht befremdlich, könnte aber nur für erwiesen gelten, wenn entsprechende Versteinerungsfunde vorlägen, was bisher nicht der Fall ist. Ich zweifle nicht daran, dass unsere Ablagerung, wenn sie in der Arva'er Klippenzone nachgewiesen werden wird, hier ebenso innig mit dem tieferen Neocom verbunden sein wird wie im Fatrakriván-Gebirge und nicht »Klippenhülle«, wie C. Paul wollte, sondern Klippen bilden wird.

[2] Denkschr. d. kais. Akad. Wien, 64. Bd., S. 34.

Die mesozoischen Ablagerungen der Klippenzone.

1. Die Klippengesteine.

Neumayr unterschied bekanntlich im pieninischen Klippenzuge zweierlei Ausbildungsformen der Juraformation: die eine entspricht so ziemlich der einförmigen Fleckenmergelfacies, die andere zeichnet sich durch größere Mannigfaltigkeit der Felsarten und größeren Versteinerungsreichthum aus; diese nannte Neumayr subkarpathische, jene hochkarpatische Facies[1]. Diese Ausdrücke fußen auf der Annahme, dass im Tatragebirge nur die hochkarpathische, nicht aber die subkarpathischen Ausbildungsformen vertreten seien; da aber diese Annahme nicht ganz zutrifft, mussten die Neumayr'schen Bezeichnungen durch andere ersetzt werden, und zwar wurde an Stelle der hochkarpathischen Facies der Ausdruck Hornsteinkalkfacies, an Stelle der subkarpathischen der Ausdruck versteinerungsreiche Facies gesetzt[2].

Wie in der pieninischen Klippenzone, so sind auch in dem hier berührten Theile der Arva'er und Trentschiner Klippenzone beide Ausbildungsweisen neben einander vertreten; das häufigere Vorkommen von rothen Kalken im Bereiche der Hornsteinkalkfacies bringt aber diese beiden Ausbildungsformen hier in etwas engere Beziehungen als im pieninischen Klippenzuge.

Die Sonderung der beiden Facies kommt im Lias noch nicht bestimmt zum Ausdrucke. Hier herrschen vorwiegend schieferige, thonig-kalkige und kalkig-sandige, dunkelgefärbte Ablagerungen, die sich mehr oder minder der Fleckenmergelfacies nähern, aber durch verhältnismäßig großen Versteinerungsreichthum ausgezeichnet sind. Schon durch F. Foetterle[3] wissen wir, dass diese Liasbildungen in der Arváer Klippenzone eine große Rolle spielen und besonders eine viel größere als im pieninischen Antheile der Klippenzone. C. Paul[4] hat eine Reihe dieser interessanten Ablagerungen beschrieben und gezeigt, dass hier verschiedene Horizonte des unteren, mittleren und oberen Lias vertreten sind.

In dem hier dargestellten Theile der Klippenzone kommen indessen Liasbildungen nicht besonders häufig vor. Nebst dem schon von C. Paul sichergestellten Vorkommen von *Arietites raricostatus* in Zazriwa konnte nur an zwei kleinen Klippen im Thale von Benyő Lehota Lias nachgewiesen werden, und zwar in Form von bläulichgrauen, flachmuschelig brechenden, thonigen Kalkmergeln mit einem Arieten, der höchstwahrscheinlich mit *Asteroceras obtusum* identisch ist, und mit *Spiriferina* sp. Die betreffende Schicht entspricht wohl der Oberregion des Unterlias.

Auch die versteinerungsreiche Facies des Dogger und Malm spielt hier eine untergeordnete Rolle, da echte Czorsztyner Kalke gar nicht und auch Crinoidenkalke des Dogger nur an drei Punkten nachgewiesen werden konnten. Die Hauptmasse der Klippen gehört der Hornsteinkalkfacies an, voran die großen, langgezogenen Klippen von Vadicsó und die große Klippe von Zazriwa. Am versteinerungsreichsten erwiesen sich die Hornsteinkalkklippen östlich von Benyő-Lehota, die tithonische Versteinerungen in Lagen enthalten, deren petrographische Beschaffenheit von den Tithonkalken der versteinerungsreichen Facies kaum abweicht. An mehreren Stellen, besonders auffallend an der großen Klippe von Zazriwa, sind den grauen Hornsteinkalken rothe Kalke und Hornsteine in ziemlich mächtigen Verbänden eingeschaltet. An vielen Punkten kommen graue, sandig thonige Mergel mit Posidonomyen vor[5], die mit den Posidonomyenschichten der pieninischen Klippenzone vollständig übereinstimmen und mit grauen Hornsteinkalken in Beziehung stehen. Sie vertreten den Dogger im Bereiche der Hornsteinkalkfacies

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. 1871, XXI. Bd., S. 499, 503.

[2] [illegible] 1890, S. 747.

[3] Jahrb. geol. Reichsanst. II, 4. Heft, S. 157. Stur im Jahrb. geol. Reichsanst. XI, S. 101.

[4] [illegible] XVIII, S. 232.

[5] Auf das Vorkommen von Posidonomyen in der Arva hat schon A. Boué aufmerksam gemacht. Journal de Géologie 1830 I.

doch in einem stratigraphischen Umfange, der zur Zeit, wie ich in einer Arbeit über die pieninische Klippenzone [1] auseinandergesetzt habe, leider nicht genauer fixierbar ist. Aus diesen Posidonomyenschichten, die übrigens den Opalinus- und Murchisonaeschichten petrographisch sehr nahestehen, stammen vermuthlich die Versteinerungen des Dogger, die Hohenegger [2] in Radola am Fuße der großen Hornsteinkalkklippe von Radola-Vadicsó gesammelt hat. Hinsichtlich der Mächtigkeit, Gliederung und Zusammensetzung der Hornsteinkalkklippen sei auf die Ausführungen in den schon angeführten Arbeiten von Neumayr und mir über den pieninischen Klippenzug und auf eine unsere Klippen betreffende Notiz von Dr. J. R. Schubert [3] verwiesen.

An einer Stelle bei Benyő-Lehota fand sich in *Asticria Astieri* d'Orb. ein Beweis für die Vertretung des Neocom in den Hornsteinkalken und Fleckenmergeln. Sicherlich gehört nicht nur dieses Vorkommen, sondern auch sonst ein namhafter Theil der Hornsteinkalke und Fleckenmergel zum Neocom, allein eine Abtrennung des neocomen Antheiles von dem damit überaus eng verbundenen tithonisch-jurassischen ist bei der Seltenheit der Versteinerungen und dem völligen Mangel petrographischer Anhaltspunkte zur Zeit ein Ding der Unmöglichkeit. Künftige gründliche Untersuchungen werden auch hierin um einen Schritt weiter kommen und noch manches Detail erweisen, das bei dieser Studie, die nur die Hauptzüge des geologischen Baues im Auge hatte, übersehen werden musste.

2. Die Klippenhülle.

In der Klippenregion des Waagthales sind die triadischen, jurassischen und untercretacischen Klippen von obercretacischen Gesteinen umhüllt. D. Stur [4] hat hier, nachdem die Zugehörigkeit dieser Gesteine zur Oberkreide von A. Boué erkannt worden war, hauptsächlich Sandsteine mit *Exogyra columba* als Cenoman, Upohlawer Conglomerate mit Hippuritenfragmenten als Turon und rothe und weiße Puchower Mergel mit Inoceramen als Senon unterschieden. Zu diesen Bildungen gesellen sich in der Gegend zwischen Predmér und Sillein Zonen von nummulitenführenden Sandsteinen [5].

In dieser Art zusammengesetzt tritt die Klippenhülle an der Westgrenze der Karte zwischen Sillein und Várna in unser Gebiet ein. Die Cenomansandsteine bilden hier mächtige Bergzüge, die sich zwischen den Klippenstrichen bis gegen Tierhova und selbst bis Zazriwa verfolgen lassen. Bezeichnende Versteinerungen scheinen hier seltener zu sein als an der mittleren Waag, eine einzige, leider ganz vage Angabe dieser Art rührt von A. Boué her, der gelegentlich das Vorkommen von *Exogyra columba* bei Tierhova erwähnt. Obwohl also die Auffassung dieser Sandsteine als obercretacisch nicht unmittelbar auf paläontologischem Wege bewiesen werden kann, ist doch der lückenlose, unmittelbare Zusammenhang mit der fossilführenden Region des Waagthales so handgreiflich und augenscheinlich, dass weder Stur noch Paul gezögert haben, diese Sandsteine zwischen Sillein und Várna als Exogyrensandsteine anzusprechen [6].

Die Exogyrensandsteine verlieren nach Osten hin an Mächtigkeit, und in demselben Maße verschmälert sich auch die gesammte Breite der Klippenzone. Die große Sandsteinkuppe Velhora zwischen Vadicsó und Tierhova und der langgezogene Rücken des Pupovberges bilden die letzten großen Massen dieses Gesteines, die noch mit den Exogyrensandsteinen des Waagthales in directer Verbindung stehen. Jenseits der großen sigmoiden Verschiebung der Klippenzone zwischen Zazriwa und Parnica treten zwar

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. 1890, 40. Bd., S. 766.

[2] » » » VI. Bd., S. 312. Das betreffende Vorkommen, das schon außerhalb des Kartenbereiches gelegen ist, hat Hohenegger zuerst zum Gault gestellt (Jahrb. geol. Reichsanst. III, S. 135), diese Angabe aber im Jahre 1855 rectificiert. Leider ist diese Berichtigung späteren Autoren entgangen, auch F. v. Hauer in seinen vorzüglichen Erläuterungen zur österreichischen Übersichtskarte (Jahrbuch, 19. Bd., S. 540).

[3] Verhandl. geol. Reichsanst. 1900, S. 395.

[4] Jahrb. geol. Reichsanst. IX, S. 71.

[5] » » » XVI, S. 105.

[6] » » » IX, S. 102, XVIII, S. 242

wiederum massige Sandsteine und Conglomerate hervor, die selbst Paul als Upohlawer Conglomerate anerkannt und auf seiner Karte der Arva'er Klippenzone ausgeschieden hat, aber ihre Mächtigkeit und Verbreitung erscheint reduciert. Noch deutlicher ersichtlich ist auch jenseits der sigmoiden Verschiebung die Continuität der Puchower Mergel, die, wie ebenfalls schon Stur hervorgehoben hat, aus dem Waagthale ununterbrochen in die Arva ziehen und hier im Bereiche der Klippenhülle eine ebenso große oder wohl noch eine größere Rolle spielen als in dem südwestlichen Theile der Klippenzone. Die Puchower Mergel enthalten in ihrer typischen Form als rothe und graue oder grünlich graue fucoidenführende Mergelschiefer nicht selten Inoceramenreste [1], freilich meist in fragmentärem Zustande; mit den echten Puchower Mergeln treten jedoch auch grünliche, graue und schwärzliche Schiefer, dünnschichtige Hieroglyphensandsteine, wie auch grobbankige Sandsteinlagen und selbst massig-mürbe Sandsteinmassen in Verbindung, so dass diese Schichtgruppe eine sehr mannigfaltige Gestaltung annehmen kann. Ferner kommen nicht selten graublaue, krummschalige, von vielen Spatadern durchzogene Hieroglyphensandsteine in Wechsellagerung mit bläulichen, grauen und rothen Thonen nach Art der Ropiankaschichten der galizischen Sandsteinzone vor. Speciell im Dorfe Zazriwa sind diese Schichten im Bachbette vorzüglich entblößt. Endlich erscheinen noch graue kalkarme Sandsteine, grünliche harte, fast kieselige Sandsteine mit Hieroglyphen und schmutzig grünliche, auch schmutzig röthliche und schwärzliche Schiefer, ferner verschiedene zum Theile sehr mächtige Conglomerate, die man nach ihrer petrographischen Beschaffenheit für alttertiär halten möchte. Gesteine der letzteren Art von alttertiärem Aussehen sind zum Beispiel am Rücken Pavounskova Skalka östlich vom Dorfe Zazriwa sehr verbreitet.

Dass diese alttertiären Gesteine der Klippenzone den obercretacischen sehr ähnlich sehen können und dass die Trennung des alttertiären vom obercretacischen Antheile der Klippenhülle eine überaus schwierige Aufgabe bildet, ist schon in meiner Arbeit über die pieninische Klippenzone [2] auseinandergesetzt. Genauen Untersuchungen wird es gewiss gelingen, diese Trennung trotz der bestehenden Schwierigkeiten durchzuführen, ich selbst musste und konnte darauf verzichten, da diese Sonderung mit dem eigentlichen Zwecke meiner Untersuchung nicht in directem Zusammenhange steht. Es wurden daher die alttertiären und obercretacischen Gesteine der Klippenhülle in der geologischen Karte zusammengezogen und als Einheit ausgeschieden. Ich möchte nur der begründeten Vermuthung Ausdruck geben, dass in der Arva'er Klippenzone ebenso wie in den Pieninen das Alttertiär einen weit größeren Antheil an der Zusammensetzung der Klippenzone hat, als gewöhnlich angenommen wird.

Durch das Zurücktreten der Exogyrensandsteine und das Auftreten gewisser, im Waagthale anscheinend nicht oder weniger entwickelten Facies gewinnt die Klippenhülle der Arva'er Klippen eine Gesammtbeschaffenheit, die derjenigen der Pieninen gut entspricht, aber von der des Waagthales merklich abweicht. Der Wechsel vollzieht sich gerade in dem Gebiete unmittelbar vor und nach der sigmoiden Verschiebung zwischen Zazriwa und Parnica. Da also gerade hier die Anknüpfung an die versteinerungsreicheren und ihrem geologischen Alter nach gut bekannten Facies des Waagthales erfolgt, so wäre ein näheres Studium gerade dieses Gebietes für das Verständnis der Klippenhülle in den an Versteinerungen ärmeren Klippenzonen der Arva und der Pieninen von größter Wichtigkeit. Gerade hier wäre zu entscheiden, ob die Exogyrensandsteine des Waagthales und deren Conglomerate nach Osten hin thatsächlich zurücktreten oder ob sie nur eine Veränderung ihrer Facies erfahren, wie sich die den Ropiankaschichten ähnlichen Gesteine in die Klippenhülle einfügen, welche Veränderungen die Puchower Mergel eingehen, welche von den zum Theile äußerst mächtigen Conglomeratmassen zum Alttertiär und welche zur Oberkreide gehören [3]. Somit ist dieser Gegend für künftige Klippenstudien eine große Rolle vorbehalten und die ungarischen Landesgeologen werden hier äußerst wichtige und dankbare Aufgaben vorfinden.

[1] Zahlreiche Inoceramenreste fand Herr Dr. Schubert in den Puchower Mergeln von Gbellan bei Várna.

[2] Jahrbuch geol. Reichsanst. 1890, S. 660, 785, 786.

[3] Eine der schönsten Conglomeratbildungen der Klippenzone ist zur Zeit unterhalb Arva Varallja an der Eisenbahn vorzüglich aufgeschlossen; sie besteht aus kopf- bis faustgroßen und kleineren Geschieben und verschiedenen Klippengesteinen und ist über 100 mächtig.

Die känozoischen Ablagerungen.

In den vorhergehenden Zeilen war von alttertiären Ablagerungen die Rede, die im Bereiche der Klippenzone auftreten. Da diese Ablagerungen bereits besprochen sind, können wir sie hier übergehen und nur derjenigen gedenken, die außerhalb der Klippenzone entwickelt sind.

Am Nordrande des Fatrakriván-Gebirges verläuft eine Zone von Conglomeraten, die fast ausschließlich aus gerundeten, seltener eckigen Bruchstücken von Chocsdolomit und dem damit verbundenen dolomitischen Kalke bestehen. Es sind dies die schon von A. Boué [1] nach geologischem Alter und Entstehung richtig erkannten und nachher von D. Stur eingehend beschriebenen und sobenannten Sulower Conglomerate. Die Zugehörigkeit dieser Bildung zum Eocän ist durch bald in großer Zahl, bald vereinzelt eingeschlossene Nummuliten sicher erhärtet. Am Ausgange des Vratnethales bei Tierhova sind diese Conglomerate am mächtigsten ausgebildet und sie reichen hier dem Streichen nach ungefähr soweit wie die mächtige Chocsdolomitzone; weiter östlich und westlich, wo der Chocsdolomit an Ausdehnung verliert, treten an ihre Stelle alttertiäre Sandsteine und Schiefer, die nur gelegentlich Conglomeratlinsen und Bänke führen. Es ist, als hätte man in diesen Sulower Conglomeraten den eocänen Küstenschutt der Chocsdolomitzone vor sich, der hier nicht viel weiter langte als diese Dolomitzone selbst. Ein zweites Hauptgebiet von Sulower Conglomerat befindet sich bei Komjatna, da wo sich die Chocskette von der nach Süden verschobenen Kalkzone des Fatrakriván-Gebirges und von derjenigen des Lubochniagebirges im Winkel abgliedert. Auch hier ist die Verbreitung der Sulower Conglomerate keine allgemeine, sondern es treten örtlich Sandsteine und Schiefer an Stelle des Conglomerates.

Bei größerer Mächtigkeit bilden die Sulower Conglomerate pittoreske Verwitterungsformen, besonders säulen- und mauerähnliche Felsen, nicht unähnlich denen des Chocsdolomits, doch mehr gerundet und glatt und durch gesimseartige Vorsprünge gegliedert. Das ursprüngliche und das daraus entstandene Trümmergestein sind in solchen Fällen aus der Ferne schwer von einander zu unterscheiden. Manche Partien enthalten ziemlich große Bruchstücke, andere nur erbsengroße und noch kleinere gerundete Stückchen; diese letzteren geben in vielen Fällen einen vorzüglichen, gesuchten Baustein ab. Echte Nummulitenkalke, wie sie am Nordrande der Tatra neben dem Conglomeraten so schön ausgebildet sind, fehlen im Fatrakriván-Gebirge. Die Nummuliten der Sulower Conglomerate beweisen aber, dass diese Bildung ebenso wie der Nummulitenkalk dem Eocän, wahrscheinlich besonders dem Mitteleocän oder der Hauptnummulitenkalk-Stufe gleichzustellen ist.

Über den Sulower Conglomeraten liegen graue bankige, ziemlich mürbe kalkreiche Sandsteine in Wechsellagerung mit hellgrauen, gelblichgrauen, bläulichgrauen, seltener röthlichen oder schwärzlichen Schiefern. Gesteine der letzteren Art sind bituminös und enthalten nicht selten *Meletta*-Schuppen. Nach R. Meier [2] wurde bei Parnica in diesen Schiefern (Amphysilenschiefer oder Melettaschiefer bei Stur und Meier) *Lepidopides leptospondylus* Heck. aufgesammelt.

Diese wohlbekannten alttertiären Sandsteine und Schiefer entsprechen vollständig den alttertiären Gesteinen, die im Gebiete des Kartenblattes Neumarkt-Zakopane zwischen Tatra und Klippenzone auftreten. In diesen Schichten kommen in verschiedenen Horizonten Conglomerate von geringer Ausdehnung und Mächtigkeit vor, die ebenfalls Nummuliten, doch in geringer Zahl und häufig in abgerolltem Zustande enthalten. Die bankigen Sandsteine und Schiefer sind jedenfalls der Hauptmasse nach geologisch jünger als die Sulower Conglomerate, eine strenge Grenze lässt sich aber nicht mit Sicherheit ziehen; an den Stellen, wo die Conglomeratbildung fehlt und sich Sandsteine unmittelbar an das ältere Gebirge anlehnen, dürfte die Ablagerung der Sandsteine zum Theile wohl in das Mitteleocän zurück-

---

[1] Journal de Geologie 1830, I, S. 126.

[2] Jahrb. geol. Reichsanst. XVIII, S. 430.

greifen. Ebenso ist auch die obere Grenze schwankend; man kann nur sagen, dass diese plattigen Sandsteine und Schiefer denselben stratigraphischen Umfang haben dürften wie die Magurasandsteine im Norden der Klippenzone. Die bankigen Sandsteine enthalten bei Tierhova unbedeutende Kohlenbildungen, auf die vor Jahren ein vergeblicher Bergbau versucht wurde, ebenso nach Paul[1] zwischen Unter-Kubin und Zaskalje. Offenbar hat man in dieser Kohlenbildung eine Erscheinung zu erblicken, die mit der Continentalperiode in einer gewissen Beziehung steht, die der Ablagerung der Nummulitenconglomerate vorausging. Eine ähnliche Erscheinung bildet das Vorkommen von Landpflanzen im Eocän am Nordrande der Tatra, am Nordrande der Niederen Tatra (Kohlenvorkommen von Vaszec), im Igló'er Becken und bei Eperjes. Auf die Petrolführung dieser Schichten hat E. v. Mojsisovics[2] hingewiesen.

Im Bereiche der alttertiären Conglomerate wurden ehedem östlich von Várna hämatitische Eisenerze gewonnen. Man findet hier in der Rychtarska dolina verschiedene Conglomeratblöcke, auch Stücke eines grünen Eruptivgesteines und unreinen Hämatit. Über die Art dieses Vorkommens lässt sich leider nichts näheres ermitteln, da jeglicher Aufschluss fehlt.

Die Entwicklung der plattigen Sandsteine und hellen oder bläulichgrauen Schiefer beschränkt sich auf den Raum zwischen dem Fatrakriván-Gebirge, beziehentlich dem Chocsgebirge und der Klippenzone. Im Norden der Klippenzone gewinnt das Alttertiär eine etwas abweichende Gestaltung. Genau so wie im pieninischen Abschnitte der Klippenzone tritt auch hier nördlich der eigentlichen Klippenzone zunächst ein schmales Band von blaugrauen thonigen Schiefern mit reichlich eingeschalteten kalkreichen Hieroglyphensandsteinen auf. Die betreffenden Schichten, die am südlichen Gehänge des Chrastelovo bei Revisnye in großer Mächtigkeit anstehen und in westlicher Richtung ununterbrochen bis Zazriwa verfolgt werden konnten, haben sich leider als versteinerungsfrei erwiesen, ihre Zugehörigkeit zum Alttertiär dürfte aber doch kaum zu bezweifeln sein[3].

Über den blaugrauen Schiefern und Hieroglyphensandsteinen folgen die echten Magurasandsteine, deren nähere Untersuchung nicht mehr Aufgabe dieser Arbeit bildete.

Alttertiäre Ablagerungen treten auch im Süden des Fatrakriván-Gebirges als Ausfüllung des Thuroczer Kessels auf. Auch hier erscheinen als ältere Stufe unmittelbar über den mesozoischen Gesteinen Sulower Conglomerate mit Nummuliten und darüber folgt als jüngere Stufe eine Wechsellagerung von grauen Schiefern mit Sandsteinbänken von derselben Art wie in dem Gebiete zwischen der Klippenzone und dem Tatra- und Fatrakriván-Zuge. Die Sandsteine scheinen im Thuroczer Kessel etwas weniger mächtig, die Schiefer etwas thoniger entwickelt zu sein als im Süden der Klippenzone.

Endlich ist noch der Vollständigkeit halber des Vorkommens jungtertiärer Schotter, Sande und Thone im westlichen Theile des Thuroczer Beckens zu gedenken. Mit dieser Ablagerung, deren mächtige Schotter die Structur torrentieller Deltas zeigen, sind bekanntlich Lignite und Süßwasserkalke verbunden. Bei Bistrička enthält der Süßwasserkalk *Congeria triangularis* und *Paludina Sadleri*[4]. Ein anderes Vorkommen von derartigen Conchylien wurde im Waagthale bei Alsó-Ruttka nahe am Contacte mit dem daselbst auftretenden Kalkstein der Unterkreide aufgefunden. Eine nähere Besprechung dieser, wie auch der diluvialen Ablagerungen (Schuttkegel, Flussterrassen und Kalktuff) kann hier unterbleiben, da dieselben für den eigentlichen Zweck dieser Arbeit nicht von Belang sind. Es sei nur erwähnt, dass die diluviale Eiszeit im Fatrakriván-Gebirge keine Spuren ehemaliger Vergletscherung hinterlassen hat. Den mächtigen Geschiebemassen und Schuttkegeln am Südfuße des Gebirges stehen nur sehr schwache Ablagerungen dieser Art am Nordfuße gegenüber, ähnlich wie das auch in der Tatra zutrifft. Obzwar nun die Tatra in der Eiszeit vergletschert war, das Fatrakriván-Gebirge aber nicht, besteht doch eine analoge Vertheilung der diluvialen Geschiebemassen.

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. XVIII, S. 243.

[2] Verhandl. geol. Reichsanst. 1867, S. 240, 259.

[3] Vgl. Jahrb. geol. Reichsanst. 1890, S. 789.

[4] Vgl. F. v. Hauer. Geolog. Übersichtskarte der österr.-ung. Monarchie III. Jahrb. geol. Reichsanst. XIX, S. 532. F. v. Andrian, Jahrb. geol. Reichsanst. XVI, S. 196.

II. Tectonischer Theil.

Der granitische Centralkern des Fatrakriván-Gebirges erstreckt sich über den Einschnitt des Waagthales hinweg ununterbrochen in das Mincsolgebirge und bildet mit dem Centralkerne dieses Gebirges eine geologische Einheit. Der Centralstock des Fatrakriván-Gebirges besteht ausschließlich aus Granit von ähnlicher makroskopischer Beschaffenheit wie der Tatragranit; im Mincsolgebirge dagegen ist der Granitkern von krystallinischen Schiefern umsäumt. Dieses Auftreten der krystallinischen Schiefer im westlichen Theile der Urgebirgsaxe erinnert insofern an die Verhältnisse der Tatra, als daselbst krystallinische Schiefer ebenfalls nur im westlichen Abschnitte der Centralaxe eine größere Rolle spielen; ob aber diese Analogie eine tiefere geologische Bedeutung hat, ist zur Zeit nicht sichergestellt.

Über die Beschaffenheit des krystallinischen Kernes des Mincsolgebirges und der Veternje hole verdanken wir A. Kornhuber [1], Zeuschner [2], D. Stur [3] und F. v. Andrian [4] nähere Angaben. Nebst dem Granit werden Glimmerschiefer, Gneis, Chloritschiefer, Hornblendeschiefer, Talkschiefer, Thonschiefer und Serpentin als Bestandtheile des krystallinischen Gebirges angegeben. Nach D. Stur ist die Granitmasse »von Einlagerungen echten Gneises mit gut ausgesprochener Schichtung unterbrochen« (l. c. p. 90), nach v. Andrian steigt die Anzahl der schieferigen Einlagerungen im Granit gegen Westen fortwährend (l. c. p. 187). F. v. Andrian beschreibt diese Einlagerungen als »rothen Gneis«; es ist nicht unwahrscheinlich, dass es sich hier theils um pegmatitische, theils um basische Ausscheidungen handelt, wie sie auch im Tatragebirge am Rande des Granitstockes vorkommen. Die Lagerungsverhältnisse sind in der Literatur nicht näher besprochen; bei einer Excursion in das Kunjerader Thal wurden krystallinische Schiefer mit gebirgswärts gegen den Granitkern gerichtetem Einfallen angetroffen.

Der Mantel der krystallinischen Schiefer sowie die Schieferzonen des Granitkernes verkümmern mit zunehmender Annäherung an das Waagthal immer mehr und mehr und östlich vom Strecsnopasse des Waagthales besteht die Centralaxe im Fatrakriván-Gebirge ausschließlich nur noch aus Granit. Hier zeigt sie auch die größte Breite von 7·7 *km*, nach Osten hin tritt eine Verschmälerung ein, die im Krivándurchschnitte zu einer Reduction bis auf 3·4 *km* führt.

Der Granit reicht vom Südfuße der Bergkette bis nahe an die höchsten Spitzen des Hauptkammes heran, so zum Beispiel am großen Kriván bis zu 1600 *m*, die größten Höhen des Hauptkammes bestehen aber nicht aus Granit, sondern aus den älteren Gliedern der permisch-mesozoischen Schichtfolge. An allen größeren Aufschlüssen bemerkt man zahlreiche, den Granit durchschneidende Klüfte, deren Vorhandensein schon F. v. Andrian betont; fast stets bestehen mehrere sich schneidende Kluftsysteme, von denen dasjenige mit südlichem Verflächen der Klüfte besonders ausgeprägt zu sein scheint. Dass diese Klüftung nicht bloß auf die oberen Gesteinspartien beschränkt ist, sondern tief nach innen greift, beweist der Strecsnotunnel der Kaschau-Oderberger Eisenbahn, der wenige Meter über dem Spiegel der Waag den Granit durchschneidet und von einer 240 *m* hohen Gesteinssäule überlagert wird. In diesem Tunnel ist die Klüftung des Granites nicht weniger ausgesprochen als über Tags.

Streckungserscheinungen und Parallelstructur, wie sie am Nordrande des Tatragranites zum Theile in ausgezeichneter Weise entwickelt sind und wie sie nach den vorliegenden Beschreibungen von Stur und Andrian auch dem Mincsolgebirge eignen, fehlen dagegen im Granite des Fatrakrivángebirges so gut wie gänzlich, desgleichen vermisst man hier die Erscheinungen der Randfacies wie die basischen Ausscheidungen, die pegmatitische und aplitische Ausbildung. Die Randpartien der Granitmasse, die im

[1] Erdbeben vom 15. Jänner 1858, Verhandl. naturwiss. Vereins Pressburg, III. Bd., S. 29, ebendaselbst IV. Bd., S. 71.

[2] Sitzungsber. k. Akad. Wien, 19. Bd., 1856, S. 153, Verhandl. d. kais. Mineral. Gesellschaft, St. Petersburg 1848, S. 53.

[3] Jahrb. geol. Reichsanst. XI. Bd., S. 89.

[4] » » » XVI. Bd., S. 187.

Mincsolgebirge sammt der Umrahmung der krystallinischen Schiefer erhalten sind, scheinen sonach im Fatrakriván-Gebirge nicht an die Oberfläche gelangt zu sein und die Centralaxe dieses Gebirges entspricht nur der eigentlichen Kernpartie der gesammten Granitmasse.

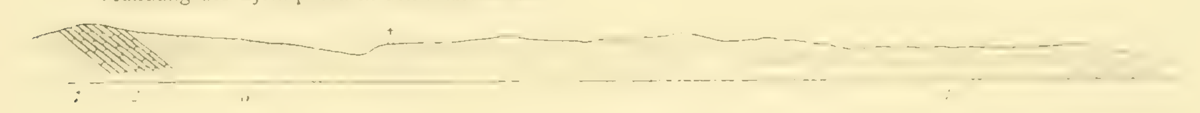
Die Falten der Nordseite.

Vom Granitkern fallen die permisch-mesozoischen Ablagerungen nach Norden ab und bilden wie in der Tatra der Hauptsache nach schiefe, überschobene Falten. Während aber im Tatragebirge vier Hauptanticlinalen und ebensoviel Synclinalen durch das Gebirge ziehen, bestehen hier nur zwei Hauptanticlinen und zwei Hauptsynclinen. Der leichteren Übersicht halber wollen wir diese Falten in derselben Weise bezeichnen, wie das in der Beschreibung des Tatragebirges geschehen ist, und werden daher die am höchsten aufgewölbte Anticline, deren Kern die Granitaxe bildet, A_1, die zweite, weniger intensive Anticline A_2 und die dazwischen eingesenkten Mulden S_1 und S_2 nennen. Ungefähr in der Mitte des Gebirges, im Durchschnitte des Berges Hleb [1], verschmilzt die Syncline S_2 über die trennende Anticline A_2 hinweg mit der Syncline S_1, und oberjurassische Hornsteinkalke und jedenfalls auch neocome Fleckenmergel streichen hier aus dem Bereiche der Mulde S_2 quer zum allgemeinen Gebirgsstreichen in das der Mulde S_1. Es kommt also hier gleichsam eine Überbrückung der Anticline A_2 zustande, und durch diese Überbrückung zerfällt die Faltenzone im Norden des Fatrakriván-Gebirges in zwei Theile, einen etwas kleineren östlichen und einen etwas größeren westlichen Theil.

Beide Theile zeigen in gewisser Beziehung eine Art von symmetrischer Ausbildung: in den an die Überbrückung angrenzenden Partien bestehen beide zunächst aus zwei Anticlinen und zwei Synclinen. (A_1, A_2 und S_1, S_2), und dann folgen beiderseits Partien stärkerer Aufwölbung; während aber diese Verstärkung der Aufwölbung im östlichen Abschnitte in einer von Osten her erfolgenden keilförmigen Einschiebung von zwei secundären Anticlinen von Triasdolomit zum Ausdrucke kommt, äußert sie sich im westlichen Abschnitte durch das Auskeilen der Syncline S_1 und die Verschmelzung der granitischen Kerne der Anticlinen A_1 und A_2 zu einer einheitlichen breiten Granithauptaxe.

Die Intensität der Faltung und Hebung nimmt von der Centralaxe nach Norden hin allmählich ab. Daher kommt es, dass die jüngste Bildung der Schichtfolge, der Chocsdolomit, nur in der Mulde S_2 zur Entwicklung gelangt; in der Mulde S_1 fehlt der Chocsdolomit gänzlich und auch das tiefere Neocom (Fleckenmergel) ist hier nur im östlichen Abschnitte des Gebirges enthalten. Die Muldenmitte S_2 verflacht sich nach dem Nordrande hin; ein eigentlicher Gegenflügel fehlt, die Unterkreidebildungen senken sich unter wiederholten secundären Wellungen nach Norden, so dass der Nordrand

Fig. 3.



Flachwellige Lagerung des Neocom im Zazriwathale am Nordrande des Fatrakrivángebirges.

1. Lias- und Jurafleckenmergel.
2. Rother und grünlicher Hornsteinkalk und Knollenkalk des Oberjura mit imbricaten Aptychen und hastaten Belemniten.
3. Neocomfleckenmergel, in der oberen Partie dünnschichtig, mit dünnen sandigen Lagen (wahrscheinlich Horizont des *Desmoc. liptaviense*).

Ein Theil dieses Durchschnittes ist auch in C. Paul's Arbeit über die nördliche Arva, S. 209, dargestellt. Der Bjela potok der Specialkarte ist daselbst als Czreveng (Czerveny?)-Thal bezeichnet.

[1] In der Specialkarte sind die Bergnamen Hleb und Hromove verwechselt.

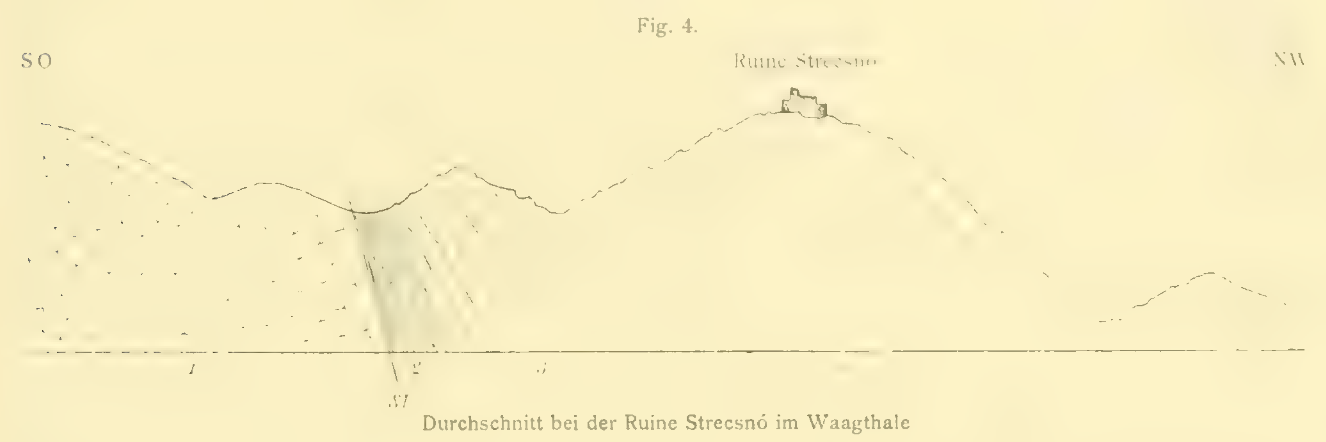
selbst aus einem fortlaufenden Bande von Chocsdolomit gebildet wird, das unter die eocänen Sulower Conglomerate und Sandsteine taucht. Die secundären Wellungen der Muldenmitte S_2 konnten, obwohl an und für sich genug interessant, leider nicht mit entsprechender Sorgfalt verfolgt werden; immerhin dürfte der beistehende Durchschnitt (Textfigur 3) der Neocomfleckenmergel der Muldenmitte S_2 im Parnicathale eine ungefähre Vorstellung dieser Lagerung vermitteln. Eine derartige secundäre Falte bringt, wie schon D. Stur[1] erkannte, zwischen den Chocsdolomitmassen des Großen und Kleinen Rossutec Neocomfleckenmergel (nach Stur mit *Am. Astieri* und *Nisus (?)*) zum Vorscheine. Mit dieser Aufwölbung ist wahrscheinlich ein kleiner Bruch verbunden (vgl. Taf. III, Fig. 2).

Nach Süden hin sind die untercretacischen Bildungen der Muldenmitte S_2 von den älteren Zonen durch ein fortlaufendes Band von oberjurassischen Hornsteinkalken sehr gut getrennt. Aus der Gegend der Überbrückung läuft dieses Band ostwärts über den Stoh und die Osnica zur Nordostecke der Kalkzone und westwärts über die Kuppe Baraniarki zum Ausgange der Branicathäler. In der Gegend der Überbrückung ist die untercretacische Muldenmitte am breitesten, sie nimmt hier im alten und neuen Vratnethale einen beträchtlichen Theil der Gesammtbreite der Kalkzone ein. Die vorhin erwähnten Aufwölbungen im östlichen und westlichen Abschnitte der Kalkzone bewirken aber eine allmähliche Verschmälerung der Breite der Muldenmitte nach beiden Seiten hin. Im östlichen Abschnitte werden die jüngsten Bildungen der Syncline S_2, vorerst die oberjurassischen Hornsteinkalke und die neocomen Fleckenmergel, durch wiederholte secundäre Aufwölbungen der triadischen Schichten der Anticline A_2 vom ostwestlichen in das nordöstliche Streichen abgelenkt und schließlich soweit aus dem Gebirgskörper nach Norden gedrängt, dass an der äußersten Nordostecke des Gebirges der Reihe nach Neocomfleckenmergel, Oberjura und Liasfleckenmergel an den Nordrand herantreten. In westlicher Richtung ist zwar die den Nordrand bildende Zone von Chocsdolomit und Neocomfleckenmergel ununterbrochen zu verfolgen, erscheint aber auf ein sehr schmales Band reduciert, das vom Branicathale nach Westen hin nicht mehr auf den oberjurassischen Hornsteinkalken aufruht, sondern an verschiedenartige Glieder der älteren inneren Falten angepresst erscheint. An der Westseite des kleinen Branicathales ist der Zug der oberjurassischen Hornsteinkalke bereits verschwunden und die neocome Randzone S_2 ist hier auf liasischen Fleckenmergel geschoben; etwas weiter westlich rückt sie an der Prosta auf Lias- und Triasbildungen, noch weiter westlich auf Permquarzit und im Strecsnópasse sogar unmittelbar auf den Granit der Centralaxe der verschmolzenen Anticlinalen A_1 und A_2. Im mittleren und östlichen Theile des Gebirges befinden sich zwischen der neocomen Randzone und dem Granite der Centralaxe mehrere, aus älteren Gesteinen gebildete Falten; im westlichen Abschnitte werden diese Falten von der Randzone gleichsam schrittweise übersprungen, so dass diese Zone im Maximum der Aufschiebung oder Anpressung schließlich den Granit der Centralaxe erreicht. Die Dislocationsfläche, an der sich diese Aufschiebung vollzieht, verläuft ungefähr parallel zum Nordrande, sie lässt sich längs einer Linie verfolgen, die quer über den unteren Theil der Belska dolina und des Kurpotok am Nordabhange der Berge Kikula, Prosta und Jedlovina sich hinzieht und bei der Ruine Strecsnó durch das Waagthal streicht. Wir werden diese Linie, die zugleich die größte longitudinale Dislocationslinie des ganzen Fatrakriván-Gebirges bildet, als nördliche Randaufschiebungslinie oder als Strecsnólinie bezeichnen. Das Maximum der Aufschiebung der neocomen Randzone auf den Granit der Centralaxe ist im Bereiche unserer Karte nur von geringer Ausdehnung, es beschränkt sich so ziemlich auf den bekannten, schon von D. Stur beschriebenen Aufschluss bei der Ruine Strecsnó am linken Ufer der Waag (vgl. Fig. 4) und dessen Fortsetzung am rechten Ufer bis Majer na Kopci. Mit einer jeden Zweifel ausschließenden Klarheit erkennt man hier unmittelbar über dem Granite eine nur wenige Meter mächtige schieferige Neocomablagerung und darüber mit steil nördlichem Verflächen Chocsdolomit. Die nach Norden geneigten Schichten sind hier insgesammt nur wenig mächtig, die Hauptmasse des Dolomits fällt

[1] Jahrb. geol. Reichsanst. XI, S. 98.

entgegengesetzt nach Süden ein und dürfte von der nördlich geneigten Scholle durch einen untergeordneten Bruch getrennt sein. Ungefähr 1000 *m* westlich vom Durchschnitte des Waagthales kommen im

Fig. 4.

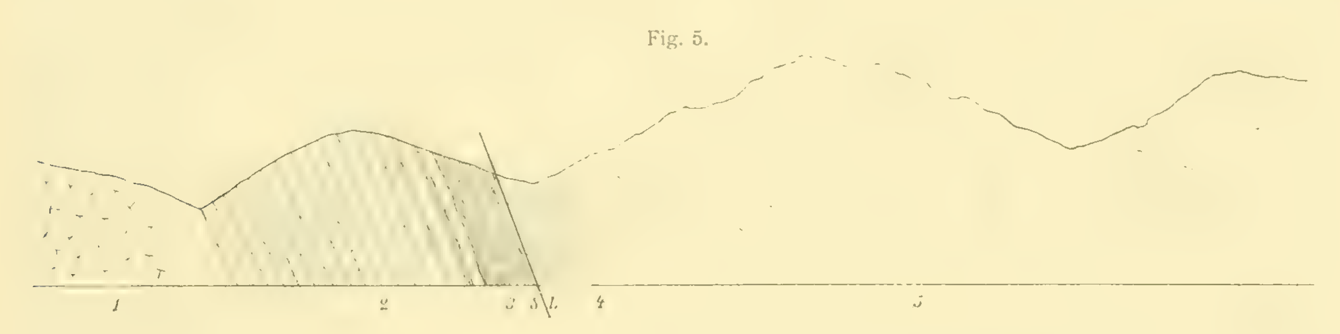


Durchschnitt bei der Ruine Strecsnó im Waagthale

SL Strecsnólinie. 1. Granit. 2. Grauer, unreiner, dünnschichtiger Kalkschiefer, Neocom. 3. Chocsdolomit und dolomitischer Kalk.

Strecsnóthälchen bei der dortigen Mühle zwischen Neocom und Granit neuerdings Permquarzit und rothe Schiefer zum Vorscheine, so dass sich hier der beistehend verzeichnete Durchschnitt (Textfigur 5) ergibt.

Fig. 5.



Durchschnitt im Thälchen von Strecsnó, westlich von der Ruine Strecsnó.

1. Granit.
2. Permquarzit.
3. Rother Schiefer mit Sandstein.
4. Grauer, unreiner Kalkschiefer.
5. Dolomit und dolomitischer Kalk (Wisniower Kalk Stur).

SL Strecsnólinie.

Die Strecsnólinie setzt sich auch noch über diesen Durchschnitt und unsere westliche Kartengrenze nach Südwesten hin fort, denn nach Stur [1] grenzt im Wisniower Thale (westlich von Strecsnó) südöstlich geneigter Neocomkalk unmittelbar an Granit an. Erst im Turothale kommt neuerdings wieder Permquarzit hervor. Die Lagerungsverhältnisse sind hier aber nach Stur sehr gestört, man beobachtet an mehreren Stellen widersinniges Einfallen der mesozoischen Bildungen. Störungen ähnlicher Art und gebirgswärts gerichtetes Verflächen herrschen auch im Kunjerader Thale, so dass man hiernach eine längere Fortsetzung der Strecsnólinie in das Mincsolgebirge hinein vermuthen darf.

Auf Grund der besprochenen Verhältnisse können wir also unterscheiden: eine nördliche Zone von Chocsdolomit und Neocomfleckenmergel zwischen dem Gebirgsnordrande und der Randaufschiebungslinie (Strecsnólinie), beziehungsweise dem Oberjurabande, und eine südliche Zone zwischen der Randaufschiebungslinie, beziehungsweise dem Oberjurabande und dem Granite der Centralaxe; jene entspricht der Muldenmitte S_2, diese den Anticlinen A_1 und A_2 sammt der dazwischen gelegenen Mulde S_1. Die letztere Zone wiederum zerfällt durch die Überbrückung in einen östlichen und einen westlichen Abschnitt.

[1] Jahrb. XI, S. 91.

Um die Zusammensetzung des westlichen Abschnittes kennen zu lernen, kann man den Durchschnitt der größeren Krivánspitze zum Ausgangspunkte nehmen. Man beobachtet hier nachstehende Schichtfolge (vgl. Taf. II, Fig. 3): Am Südabhange des Gebirges herrscht Granit vom Südfuße angefangen (Höhenlinie von circa 600 *m*) bis zur Höhe von ungefähr 1600 *m*. Hier erscheinen über dem Granite die wohlgeschichteten Bänke des kieseligen Permsandsteines, zu unterst nach Stur mit einer Conglomeratlage, und schießen mit nördlichem Verflächen unter die Bildungen der Trias ein. Diese besteht zunächst aus wenig mächtigen röthlichen und gelblichen Schiefern und dolomitischen Wacken, dem Äquivalente des Buntsandsteines, dann aus weißem oder hellgrauem Muschelkalkdolomite, der die Spitze des großen Kriván in 1711 *m* einnimmt und bedeutende Mächtigkeit erlangt. Am Nordabhange folgt über der Hauptmasse des Dolomites immer mit nördlichem Verflächen weißer, quarzig-poröser Sandstein mit Spuren von rothem Schiefer als Vertreter des Lunzer Horizontes und darüber ungefähr 10 *m* weißer obertriadischer Dolomit, der von rothem Schiefer und weißen Sandsteinen, dem eigentlichen »bunten Keuper« überlagert wird. Die Kössener Schichten, mit denen der bunte Keuper nach oben abschließt, sind in dieser Region zwar nicht überall deutlich entwickelt, doch kann man sich durch Verfolgung im Streichen von ihrem Vorhandensein überzeugen. Wenig mächtige schwärzliche Schiefer und graue Sandsteine dürften hier die Grestener Schichten des Unterlias vertreten. Diese Schichten werden von hellgrauen Fleckenmergeln mit Hornsteinlinsen überlagert, in denen nicht selten Phylloceren, Lytoceren und Belemniten vorkommen, die die Zugehörigkeit zur Juraformation unzweifelhaft beweisen; ihr Erhaltungszustand ist aber zu schlecht, um nähere specifische Bestimmungen und hiemit die Feststellung des stratigraphischen Umfanges dieser Fleckenmergelzone zu gestatten. Die geringe Mächtigkeit dieser Fleckenmergelzone sowie der Mangel der bezeichnenden rothen Bänke des Oberjura lassen indessen vermuthen, dass wir es hier vorwiegend nur mit liasischen Horizonten zu thun haben dürften. Über dieser concordanten und im allgemeinen lückenlosen, von der Permformation bis in den Lias reichenden Schichtenfolge tritt neuerdings Muschelkalkdolomit, weißer Lunzer Sandstein oder Quarzit, obertriadischer Dolomit und abermals weißer Sandstein und bunter Keuper auf.

Verfolgt man den beschriebenen Durchschnitt an dem ungefähr meridionalen Bergrücken Krawarsko und Baraniarki, so findet man hier über dem bunten Keuper sowohl die Kössener Schichten mit ihren dunkelblauen, bivalvenreichen Kalken und mit Pentacrinitenkalken wie auch die Grestener Schichten mit ihren schwärzlichen Schiefern und Sandsteinen wohl entwickelt und zum Theile in kleine Secundärfältchen gelegt. Über diesen Schichten erscheinen graue schieferige, seltener kieselige Fleckenmergel, die nur in einzelnen Bänken oder Linsen eine rein kalkige Beschaffenheit und weiße Farbe zeigen und hier den Horizont des Lias einnehmen, der sonst aus wohlgeschichteten Fleckenkalken mit zahlreichen Belemniten aufgebaut ist. Die betreffenden Schichten müssen übrigens auch noch höhere liasische und jurassische Horizonte bis an den Oberjura vertreten, der an der Kuppe Baraniarki mit röthlichen und grünlichen Hornsteinkalken einsetzt und in der tiefen Einsattelung Sedlo von neocomen Fleckenmergeln und endlich am Nordrande des Gebirges von dem oberneocomen Chocsdolomit überlagert wird.

Die Aufschlüsse in den übrigen Theilen des Fatrakriván-Gebirges, die Erfahrungen, die das Tatragebirge geliefert hat, lassen keinen Zweifel darüber, dass die Verdoppelung der Schichtfolge auf schiefe und überschobene Falten zurückzuführen ist, wie das in dem Durchschnitte Taf. II, Fig. 3 zum Ausdrucke kommt. Die Granitaxe bildet den Kern der am höchsten aufgewölbten Anticline A_1, der erstbeschriebene Fleckenmergelzug die Syncline S_1, der neuerdings auftauchende Triasdolomit entspricht dem Hangendschenkel der Anticline A_2 und die jüngeren Bildungen am Nordrande, wie schon im vorhergehenden besprochen wurde, der Syncline S_2.

Wir verfolgen zunächst die Modificationen des Faltenbaues im westlichen Abschnitte des Gebirges. Die Mulde S_1 bildet hier nicht eine ununterbrochen fortlaufende Zone, sondern zwei durch Triasdolomit getrennte Partien. Die längere östliche Partie nimmt den Nordabhang beider Krivánspitzen ein; da der Hauptkamm zwischen diesen Spitzen bogenförmig nach Norden ausladet, so verquert die nach WSW streichende Mulde S_1 an zwei Stellen, westlich der großen und östlich der kleinen Kriván-

spitze, den Hauptkamm und gelangt in dieser Partie zwischen den beiden Kriváнspitzen auf den Südabhang des Hauptkammes (vgl. Taf. II, Fig. 2). Im Durchschnitte der größeren Krivánspitze fällt die Überschiebungsfläche nach Norden ein; in der Gegend zwischen beiden Krivánspitzen dagegen nehmen die Fleckenmergel der Syncline S_1, die sich über nördlich einfallenden Keuper und Rhät aufbauen, allmählich ein steil südliches Verflächen an. Da auch die Dolomitbänke der Anticline A_2 in steil südlicher Richtung unter die Fleckenmergel einfallen, so muss auch die Überschiebungsfläche nach Süden geneigt sein (Taf. II, Fig. 1). An dem Wege, der an der Ostseite der kleineren Krivánspitze in den tiefen Sattel des Hauptkammes zwischen den beiden Krivánspitzen führt, sind diese Lagerungsverhältnisse deutlich aufgeschlossen. Die hangende Partie der Fleckenmergel der Zone S_1 besteht in diesem Durchschnitte aus gelblichgrauen Mergelschiefern mit sandigen Lagen, die den oberneocomen Mergelschiefern des Vratnethales zu entsprechen scheinen. Wenn diese Vermuthung bestätigt würde, was natürlich nur durch Versteinerungsfunde geschehen könnte, so müsste hier die Schichtfolge der jurassisch-neocomen Fleckenmergel eine starke Reduction durch tectonische Vorgänge erfahren haben.

Der westliche Theil der Syncline S_1 befindet sich an dem Bergrücken zwischen Kur- und Beler Thal. Auf diesem Rücken, der vom Hauptkamme in nordwestlicher Richtung abzweigt, kann man die in dem Durchschnitte auf Taf. I, Fig. 3 und in der Textfigur 2 angegebene Schichtfolge erkennen. Die Mächtigkeit der Grestener Schichten und der Fleckenmergel erscheint hier ziemlich groß, vielleicht zum Theile infolge von secundären Faltungen. Die Fleckenmergel schneiden an einer wahrscheinlich steil nördlich einfallenden Überschiebungsfläche ab und sind in der östlichen Partie von Triasdolomit, am Westende dagegen vom Granit der Anticlinale A_2 überschoben. Das Streichen dieser Syncline bildet mit dem generellen Streichen des Triasdolomits einen Winkel, vermuthlich Folge und Anzeichen bedeutender seitlicher Verschiebungen der Schichtgruppen, die hier stattgefunden haben.

Der Triasdolomit erscheint in der Gegend des Suchyberges südwestlich von der beschriebenen Syncline zu einer gewaltigen Masse aufgestaut, die im Sinne des Gebirgsstreichens nach WSW schwenkt und westlich vom Suchyberge, im obersten Theile des Hoskorathales infolge der Aufwölbung des Granites und des Verschmelzens der Granitkerne der Anticline A_1 und A_2 zum Auskeilen gebracht wird. Durch die Triasdolomitmasse des Suchyberges läuft eine schmale Zone von rothem Schiefer, der sich am Hauptkamme von dem Bande der untertriadischen Schiefer zwischen Permquarzit und Triasdolomit abzweigt und daher wohl als secundäre Aufwölbung im Sinne des Durchschnittes auf Taf. I, Fig. 2 aufzufassen ist [1].

Im Bereiche der Anticlinalzone A_2 gelangt westlich der Überbrückung hauptsächlich Triasdolomit zur Aufwölbung, der in der Gegend zwischen den Krivánspitzen auf ein äußerst schmales Band eingeengt, am Ost- und Westende aber beträchtlich verbreitert ist.

In diesen letzteren Partien brechen im Kerne der Anticlinalzone unter dem Triasdolomite Permquarzit und Granit hervor. Naturgemäß richtet sich die Aufmerksamkeit des Beobachters zunächst auf diese Granitaufbrüche, von denen der östliche im oberen Theile des sogenannten Alten Vratnethales zum Vorscheine kommt. Obwohl die Aufschlüsse schlecht und schwer zugänglich sind, kann man doch feststellen, dass der Granit hier nicht etwa als ein schmales Band auftritt, sondern vielmehr eine breite, ziemlich rundlich begrenzte Fläche einnimmt und nach oben von Permquarzit und Triasdolomit in ziemlich flacher Lagerung überdeckt wird. Er bildet sonach eine Art Kuppel, die sich namentlich nach Süden und Westen ziemlich flach, unter die Syncline S_1 einsenkt (vgl. Taf. II, Fig. 4 und Taf. III, Fig. 1) und dadurch die Überbrückung der Anticlinalzone und die Vereinigung der Synclinen S_1 und S_2 ermöglicht. Eine weitere Folge dieses Lagerungsverhältnisses ist der Mangel der Überschiebung der synclinalen Überbrückung, die hier die Form einer regelmäßigen Mulde mit gegensinnig geneigten Schenkeln aufweist. Man kann die ziemlich flache Überlagerung des Granites durch den Triasdolomit, den bunten Keuper, die Kössener Schichten und die Crinoidenkalke der Grestener Schichten an dem Wege, der aus

[1] Der Weg von Varna zum Krivan benutzt diese Schieferzone am Nordabhange des felsigen Suchy vrch.

dem alten Thale zu der kleinen Alpe am Nordabhange des Hleb führt, recht deutlich verfolgen. Permquarzit wurde an diesem Wege anstehend nicht beobachtet, doch muss er hier an benachbarten Stellen zweifellos in großer Mächtigkeit vorhanden sein, da das Thal große Blöcke und Bruchstücke dieser so bezeichnenden Felsart in Menge führt.

Der Granitaufbruch nimmt nun nicht die Mitte der hier so unförmig verbreiterten Triasdolomitmasse ein, sondern ist ihrem Ostrande stark genähert. Die Dolomitumrahmung des Granitaufbruches ist im Norden und Südosten unverhältnismäßig schmal, im Westen unverhältnismäßig breit. Dies deutet wohl auf eine Abdrängung oder einen Abfluss, wenn man so sagen kann, von Triasdolomit nach der Westseite des Granitaufbruches hin; hier wurde derjenige Antheil des Triasdolomites aufgestapelt, der im Norden und Südosten des Granitaufbruches des Alten Thales verdrängt wurde. Weiter westlich, zwischen den beiden Krivánspitzen folgt aber neuerdings eine Region, wo das Band des Triasdolomites eine Reduction aufweist, und zwar eine noch stärkere als beim Granitaufbruche des Alten Thales und überdies eine mit Umkehrung der Einfallsrichtung verbundene Reduction. Auch diese Erscheinung spricht für eine Abdrängung von Triasdolomit, und so scheint es, als hätte man in der unförmig angeschwollenen Triasdolomitmasse zwischen dem Alten Thale und dem Krivánsattel das Ergebnis einer Abdrängung von Triasdolomit zu erblicken, die einerseits vom Granitaufbruche des Alten Thales nach Westen, anderseits vom Krivánsattel nach Osten erfolgte.

Am Nordrande des Granitaufbruches des Alten Thales ist der Triasdolomit viel steiler gelagert als am Ost- und Südrande, und zugleich ist hier die Schichtfolge lückenhaft. Der in den vorhergehenden Zeilen erwähnte oberjurassische Hornsteinkalkzug der Syncline S_2 ist hier unmittelbar an den Triasdolomit angepresst, beziehungsweise aufgeschoben, und wir verzeichnen hier eine der beträchtlichsten Aufschiebungslinien des Fatrakriván-Gebirges. Erst am Westrande der so unförmig angeschwollenen Triasdolomitmasse kommen in der Gegend zwischen Krawarsko und Sedlo der Reihe nach die Bildungen zwischen Oberjura und Triasdolomit, also Liasfleckenmergel, Grestener Schichten, Kössener Schichten und bunter Keuper neuerdings zum Vorscheine. Mit dem Auftreten dieser Schichtgruppen verschmälert sich zusehends das Triasdolomitband der Anticline A_2. Da, wo es am stärksten reduciert ist, bleibt umsomehr Raum für die jüngeren Ablagerungen, voran den bunten Keuper, die Kössener und Grestener Schichten, die hier in zahlreiche kleine Secundärfalten gelegt sind und eine viel breitere Fläche einnehmen als sonst. Es hat den Anschein, wie wenn die im Norden des Granitaufbruches zwischen Triasdolomit und Jurahornsteinkalk fehlenden Zwischenglieder hieher verschoben und zusammengepresst worden wären. In der Mitte dieser Partie musste sich diese Bewegung jedenfalls am stärksten äußern, hier wurde sogar jenes gegensinnige Verflächen nach Süden bewirkt, dessen wir im vorhergehenden gedacht haben (vgl. Taf. II, Fig. 1). Man kann sich in der tiefen Einsattelung des Hauptkammes zwischen den beiden Krivánspitzen sehr leicht überzeugen, dass hier die stark verschmälerte Triasdolomitzone A_2 steil südlich geneigt ist; der bunte Keuper fällt, obwohl er im einzelnen infolge der secundären Zusammenpressung ein wechselndes Fallen und Streichen aufweist, im ganzen gegen den Triasdolomit ein und noch deutlicher verflächen unter dem bunten Keuper die Kössener Schichten, unter diese die Grestener Schichten. Das letztere Lagerungsverhältnis ist namentlich am Wege aus dem genannten tiefen Sattel in das Mala Branica-Thal sehr gut aufgeschlossen.

Aus dem Gebiete der stärksten Reduction der Triasdolomitzone A_2 zwischen den beiden Krivánspitzen streicht der Dolomit in nordwestlicher Richtung durch das Thal Belska dolina bis nahe an den Nordrand des Gebirges und die Strecsnólinie, und begrenzt so den Ausbreitungsraum der liasischen Ablagerungen nach Westen. Über dem Triasdolomite liegen hier in regelmäßiger Anordnung bunter Keuper, Kössener Schichten, Grestener Schichten und Liasfleckenmergel. Der Höhenrücken, der die Belska dolina im Osten begrenzt, läuft dem Streichen des Dolomites fast genau parallel, die Höhe wird theils durch Kössener, theils durch Grestener Schichten eingenommen, und man kann hier den Übergang von der gegensinnigen zur normalen Lagerung ganz gut verfolgen. An einer Stelle dieses Höhenrückens zwischen dem Berge Kikula und dem Punkte 1040 *m* der Specialkarte dringen die bunten Keuperthone,

begleitet von Kössener Schichten, nach Westen tief in das Gebiet der Liasfleckenmergel ein; sie verqueren das Thal Mala Branica und reichen fast bis zur Höhe des Dluhi vrch und bedingen so eine secundäre Aufwölbung im Bereiche der Syncline S_2 (vgl. Taf. I, Fig. 4).

In der Thalsohle der Belska dolina kommt bei dem Punkte 656 *m* der westliche Granitaufbruch der Anticline A_2 zum Vorschein (Taf. I, Fig. 3, Textfig. 1). Aus der Betrachtung der geologischen Karte geht hervor, dass auch dieser Granitaufbruch eine ziemlich flache Aufwölbung bildet. In geringer Höhe über der Thalsohle stehen über dem Granite permischer Sandstein und über diesem Triasdolomit an; nur in südwestlicher Richtung zeigt der Granit keine Überlagerung, sondern verläuft ununterbrochen zur Wasserscheide zwischen dem Kur- und dem Beler Thale. Hier ist der Granitaufbruch A_2 auf die geringe Breite von ungefähr 100 *m* eingeengt, nimmt aber jenseits der Wasserscheide rasch an Breite zu, und überschiebt hier nach Süden den Dolomitzug des Suchyberges (Taf. I, Fig. 2). Jenseits des Kurthales setzt er den Berg Kopa zusammen und geht hier um das Westende des am Abhange des Suchyberges im Hoskorathale auskeilenden Triasdolomites herum in der Centralaxe A_1 auf.

Hiemit sind wir in jene Region am Westende des Fatrakriván-Gebirges gelangt, wo A_2 mit der Centralaxe verschmilzt, was wohl nur die Folge einer stärkeren Emporwölbung des Granites sein kann. Wenn nun gerade dieses Gebiet der stärksten Granitaufwölbung die geringsten Höhen aufweist, so ist das wohl hauptsächlich dem Umstande zuzuschreiben, dass gerade hier der Einschnitt des Waagthales gelegen ist, der eine tiefe Denudationsbasis geschaffen hat.

Bestände der Nordabfall der vereinigten Granitaufwölbung aus der regelmäßigen und vollständigen Schichtfolge vom Permquarzit aufwärts, müsste das Gebirge hier weit nach Norden vorspringen. Dass dies in Wirklichkeit nicht zutrifft, ist der schon besprochenen Aufschiebung der randlichen Neocomzone auf Permquarzit und selbst auf den Granit längs der Strecsnólinie zuzuschreiben. Durch die Unterdrückung der Zwischenglieder der Schichtfolge zwischen Permquarzit und Neocom wurde ein Ausgleich bewirkt, und so verläuft der Nordrand des Gebirges auch hier parallel zum Gesammtstreichen, obwohl hier die Breite der Granitaufwölbung der Centralaxe noch einmal so groß ist, wie im Mitteltheile des Gebirges.

Indem wir nun zum östlichen Abschnitte des Gebirges übergehen, müssen wir an die schon wiederholt erwähnte »Überbrückung« anknüpfen. Eine fast meridionale, schmale Zone jurassischer und wohl auch neocomer Fleckenmergel verbindet östlich vom flachen Granitaufbruche des Alten Thales und über diesen hinweg die Muldenmitte S_2 mit S_1. Unter den jüngeren Bildungen kommen nach Westen, Süden und Osten regelmäßig die liasischen, rhätischen und Keuperschichten zum Vorscheine. Nur der Triasdolomit zeigt nicht dieselbe Regelmäßigkeit; im Westen, Südwesten und Osten der Überbrückung bildet er zwar in regelmäßiger Weise die Unterlage des Keupers und der jüngeren Schichtgruppen, im Süden und Südosten dagegen verschwindet er auf eine längere Strecke vollständig, so dass hier ein Querschnitt, etwa über den Uplaz nach Norden zum Hleb gelegt, über dem Granite der Hauptaxe A_1 den Permquarzit, über diesem mit Unterdrückung des Triasdolomites unmittelbar der bunten Keuper, dann eine circa 5 *m* mächtige, im Sattel zwischen Hleb und Uplaz vortrefflich aufgeschlossene Folge von rhätischen Kalken mit Pentacrinus, dann die Grestener Schichten und endlich die mächtige Folge der liasischen und jurassischen Fleckenmergel aufzeigt (vgl. Taf. III, Fig. 1). Es erfolgte also hier eine Aufschiebung über den Triasdolomit hinweg auf den Permquarzit; der Triasdolomit verschwindet am östlichen Abhange des Hromowe[1] von der Oberfläche, um 1·8 *km* nordöstlich davon im Thalschlusse des Suttóthales mit gesteigerter Mächtigkeit wieder zum Vorscheine zu kommen.

Der Aufstau des Triasdolomites im Suttóthale, im Osten der Überbrückung, lenkt die jüngeren Bildungen nach Nordosten ab. Ungefähr 1000 *m* östlich von der Westgrenze dieses Triasdolomites des Suttókessels senken sich am Zebrakrücken neuerdings jüngere Bildungen in den Triasdolomit ein, so dass in dem Raume zwischen der Granitaxe und den jurassisch-neocomen Ablagerungen der Syncline S_2 östlich der Überbrückung dieselben Elemente des geologischen Baues, und zwar die beiden Anticlinen

[1] In der Specialkarte irrthümlich als Hleb bezeichnet.

A_1 und A_2 mit der zwischengelagerten Syncline S_1 nachweisbar sind, wie im westlichen Abschnitte. Während aber am Ende des westlichen Abschnittes eine stärkere Aufwölbung des Granites die Verschmelzung der Anticlinen A_1 und A_2 bewirkt, beherrscht den geologischen Bau des östlichen Abschnittes, zwar nicht verstärkte, wohl aber vermehrte Aufwölbung, die sich in secundären Faltungen des Triasdolomites unter gleichzeitigem Zurückweichen der granitischen Axe äußert.

Dieses Zurückweichen der granitischen Axe des Fatrakriván-Gebirges nahe dem Ostende erfolgt an der Ostflanke des Bistritzkythales so unvermittelt, dass die granitische Axe, ähnlich wie die Hauptaxe der Tatra an ihrem Westende, an einer fast meridionalen Linie verschwinden würde, wenn nicht die mittlere Partie des Granites mit einem äußerst schmalen, wellig gekrümmten Zipfel bis nahe an den Ostrand des Gebirges, beziehungsweise bis unmittelbar an die östliche Randverschiebung vordränge. Das Arvathal unterhalb Parnica schließt diesen zipfelförmigen Ausläufer der Granitaxe auf, zerreißt aber auch mit seinen Anschwemmungen oberflächlich den Zusammenhang dieses Granitfadens, der unter dem Thalboden wohl unzweifelhaft besteht. In der Region des Zurücktretens der Granitaxe überwältigt der Triasdolomit den Permquarzit auf weite Strecken; nur an zwei Stellen, und zwar in der Gegend Suhajova und Brezini, behauptet der Permquarzit hier sein ursprüngliches Lager, an der Nordostecke der Granitaxe im Bistritzkythale und an allen anderen Punkten östlich davon gelangt man aus dem Granite mit Überspringung des Permquarzits unmittelbar in den Triasdolomit.

Das unvermittelte Zurückweichen der Granitaxe A_1 im östlichen Abschnitte eröffnet für die Faltungen des Triasdolomites einen weiten, nach dem Ostende zunehmenden Spielraum; es kommt infolge dessen zu secundären Einmuldungen und Aufwölbungen. Eine secundäre Einmuldung im Bereiche der Anticline A_1, in vieler Beziehung der secundären Syncline der Holica in der Tatra [1] vergleichbar, erscheint in der Gegend Lazy bei Parnica unmittelbar am Ostrande des Gebirges (vgl. Taf. III, Fig. 4).

Die Lagerungsverhältnisse sind hier infolge mangelhafter Aufschlüsse leider nicht ganz klar, aber es steht fest, dass auf dem Dolomite und von diesem durch eine schmale Zone von buntem Keuper und rhätischen Kalken getrennt, Grestener Kalke und bis in das Neocom reichende Fleckenmergel aufruhen. Trotz der anscheinend flachen Lagerung dürften beträchtliche Horizonte fehlen, da die Gesammtmächtigkeit der die secundäre Syncline bildenden Schichten unverhältnismäßig gering ist. Speciell am südöstlichen Rande dieser jüngeren Auflagerung stoßen unmittelbar an bunten Keuper Neocommergel mit *Aptychus Didayi* an, während weiter westlich Kössener und Grestener Schichten und wahrscheinlich auch Liasfleckenmergel gut entwickelt sind. Ziemlich unklar ist auch der Abschluss dieser secundären Mulde an ihrem nördlichen Rande; es scheint hier nicht mehr Muschelkalkdolomit hervorzukommen, wohl aber bunter Keuper, der bis an das östliche Gehänge des Zazriwathales fortstreicht und hier die Unterlage der jüngeren Ablagerungen der Syncline S_1 bildet.

Die erste Andeutung der Syncline S_1 zeigt östlich der Überbrückung das Profil des Žebrakrückens (vgl. Taf. III, Fig. 2). Über dem Permquarzite und dem darauffolgenden Triasdolomite ist hier eine schmale Keuperzone gelagert, die etwas weiter östlich von einem wenig mächtigen, nur zur Noth erkennbaren Bande von Kössener Schichten und Fleckenmergeln begleitet ist. Nach Osten hin nimmt aber die Mächtigkeit dieser Zone wesentlich zu, denn sie beträgt in dem 1·8 *km* entfernten Bistritzkythale ungefähr 450 *m*. Das am östlichen Gehänge dieses Thales sich vollziehende Zurückweichen der granitischen Centralaxe und des darüber liegenden Permquarzites und Triasdolomites nach Süden gewährt weiter nach Osten hin noch mehr Raum zur Ausbreitung der Syncline S_1, die in breitem Zuge und ununterbrochen über die Magura und Magurka in das Zazriwathal streicht und am Djel den Ostrand des Gebirges erreicht. Im östlichen Abschnitte der Syncline S_1 sind nicht nur liasische Fleckenmergel und Kalke, sondern auch oberjurassische Hornsteinkalke und Knollenkalke eingeschlossen, die namentlich am Djel, nördlich von Parnica nachweisbar sind.

[1] l. c. pag. 59.

Entlang der Strecke zwischen dem Zebrakrücken und dem Djel ist die Syncline S_1 an ihrem Nordrande durch den Triasdolomit der Anticline A_2 überschoben (Taf. III, Fig. 3 und 4), nur am Djel stellt sich zwischen den oberjurassischen Hornsteinkalken der Syncline S_1 und dem Triasdolomite von A_2 ein Band von Kössener Schichten und Keuper ein, das als Rest des weiter westlich gänzlich unterdrückten Mittelschenkels aufzufassen sein dürfte.

Die Erhaltung eines Theiles des Mittelschenkels zwischen S_1 und A_2 am Ostende des Gebirges deutet auf eine Verminderung der Zusammenschiebung in dieser Gegend hin, die offenbar mit der schon erwähnten Aufwölbung von secundären Anticlinalen am Ostende des Gebirges in Verbindung steht. Eine solche secundäre Anticlinale erhebt sich östlich vom Zazriwathale am Berge Sokolisko und reicht durch das Istebnethal bis an den Ostrand des Gebirges. Weiter östlich entsteht an der Westseite des Istebnethales eine zweite derartige Aufwölbung von Triasdolomit, die nach dem Ostrande des Gebirges hin auffallend rasch an Breite zunimmt. Zwischen diesen Anticlinen sind schmale Zonen von buntem Keuper eingemuldet. Zur näheren Erläuterung dieser merkwürdigen Verhältnisse, die wegen Zeitmangel leider nur in den Hauptumrissen festgestellt werden konnten, verweisen wir auf den Durchschnitt (Taf. III, Fig. 4) und die beigegebene geologische Karte. Auf dem Triasdolomite der Anticline A_2 und der beiden secundären Anticlinen liegt ein durchlaufendes, nordöstlich streichendes Band von buntem Keuper und Rhät, über dem Grestener Schichten und liasische und jurassische Fleckenmergel in regelmäßiger Folge auflagern. Letztere bilden, wie schon erwähnt, die Unterlage der Neocomfleckenmergel und der Chocsdolomite, die als Muldenmitte S_2 in ziemlich flacher Lagerung, aber unter secundären Wellungen den Nordrand des Gebirges einnehmen (s. Textfigur 3 und Taf. III, Fig. 3). Dass an der äußersten Nordostecke des Fatrakriván-Gebirges infolge der secundären Aufwölbungen im Bereiche der Anticline A_2 die jüngeren Ablagerungen aus dem Körper des Gebirges herausgedrängt werden, und daher der Reihe nach die älteren Ablagerungen bis zum Lias am Nordrande ausstreichen, ist schon im Vorhergehenden erwähnt.

Die Randgebiete des Fatrakriván-Gebirges.

Der Nordrand des Fatrakriván-Gebirges ist orographisch scharf markiert; aus flacher alttertiärer Niederung erheben sich die größtentheils untercretacischen Randgesteine der älteren Falten ziemlich unvermittelt zu beträchtlicher Höhe. Nummulitenconglomerat liegt an der Grenze, es fällt als schmales Band vom Gebirge nach Norden ab und unterteuft die jüngeren alttertiären Schiefer und Sandsteine. Es besteht größtentheils aus gerundeten Bruchstücken von Chocsdolomit und Neocomkalk und entspricht gänzlich dem Sulower Conglomerate Stur's. Da, wo der Chocsdolomit am Nordrande die mächtigste Ausbildung erlangt, in der Gegend von Tierhowa, ist auch dieses Conglomerat am mächtigsten abgelagert; in einzelnen Partien ist die Mächtigkeit stark reduciert und es scheinen Sandsteine von derselben Beschaffenheit wie die jüngeren Sandsteine des Alttertiär das Conglomerat vertreten zu können. Dass dieses Sulower Conglomerat trotz der im allgemeinen gleichsinnigen Lagerung auf den älteren Bildungen discordant aufruht, kann hier aus dem Grunde weniger drastisch erwiesen werden als z. B. im Tatragebirge, weil hier der Nordsaum größtentheils aus Chocsdolomit und Neocomkalk besteht, und daher das Conglomerat mit, dem geologischen Alter nach weniger differirenden Schichtgruppen in Berührung tritt als in der Tatra, wo das Nummulitenconglomerat auf sehr verschiedenalterige Bildungen, selbst auf den Granit der Centralaxe übergreift. Auch für die Frage, ob die untercretacischen Randgesteine unter das Eocän flach und bruchlos hinabtauchen oder aber von Randbrüchen abgeschnitten sind, bietet das untersuchte Gebiet wenig unmittelbare Anhaltspunkte. Die alttertiären Sandsteine und Schiefer am Fuße des Gebirges reichen im Norden in gleichmäßiger Lagerung bis an die Klippenzone. Während der Abstand zwischen der Klippenzone und der compacten Zone gefalteter mesozoischen Gesteine im Tatragebiete ungefähr 15 *km* beträgt und die alttertiären Schiefer und Sandsteine zwischen Tatra und Klippenzone in Form einer überaus flachen Mulde ausgebreitet sind, ist dieser Abstand im Fatrakriván-Gebirge auf 1—2 *km* reduciert. Bei

diesem Umstande ist die Entwicklung muldenförmiger Lagerung des Alttertiärs zwischen der Klippenzone und dem Fatrakriván-Gebirge nicht möglich, sondern die alttertiären Schiefer und Sandsteine fallen ungefähr mit derselben Neigung, mit der sie vom Fatrakriván-Gebirge abfallen, oder mit etwas stärkerer Neigung gegen die Klippenzone ein, ein Lagerungsverhältnis, das schon von D. Stur erkannt und dargestellt wurde [1].

Am Ostrande des Gebirges brechen die im Vorhergehenden besprochenen Falten des Nordabhanges an einer Linie, die ungefähr nordsüdlich mit einer kleinen Ablenkung nach Westen verläuft, scharf und unvermittelt ab. Hier ist also ein Bruch zu verzeichnen, und an diesen Bruch schmiegen sich im Norden die Bildungen der Klippenzone, weiter südlich alttertiäre Schiefer und Sandsteine an. Es ist das ein ungewöhnlicher Befund, denn am Ausgehenden von Faltengebirgen erwartet man ein Verfließen und ein Sichschließen der Falten; hier findet aber das Gegentheil statt, die Falten erweitern und öffnen sich am Ostrande unseres Gebirges und sind gerade in ihrer breitesten Entwicklung abgeschnitten. Daraus muss man wohl schließen, dass der Abschluss der Faltungen durch den Bruch verhindert und dass ihre Fortsetzung zur Tiefe gedrückt und vielleicht auch seitlich verschoben wurde. Dass diese Annahme thatsächlich zutrifft, scheint die Verfolgung der Bruchlinie nach Süden zu beweisen.

Man trifft hier die ersten Spuren der verschobenen Zone an dem schmalen Gebirgssporne an der Mündung des Zazriwabaches in die Arva bei Parnica an. Neocome und wahrscheinlich auch oberjurassische Fleckenmergel stoßen hier, östlich einfallend, unmittelbar an Triasdolomit und den äußersten Ausläufer der granitischen Centralaxe an. Diese Neocomablagerung ist nur durch den Arvafluss von dem malerischen Dolomitgebirge des Šip (1169 *m*) bei Kralován getrennt, das sich mit breiter Masse nach Westen einschiebt und den Raum südlich des zipfelförmigen Ausläufers der Centralaxe einnimmt. Dieser Ausläufer bildet mit dem Ostrande des südlichen Theiles der granitischen Axe einen Winkel, und diesen Winkel füllt das Šipgebirge aus. Der Contact mit dem Granite des Ausläufers der Centralaxe ist hier leider durch die Alluvionen des Arvathales verdeckt, es kann aber wohl keinem Zweifel unterliegen, dass hier zwischen Granit und Neocom keinerlei Zwischenbildung besteht. Erst weiter südlich kommen an der Westseite des Šip wieder liasische und triadische Ablagerungen zwischen Granit und Neocom zum Vorscheine. D. Stur hat diesem bemerkenswerten Gebirgstheile schon im Jahre 1859 einen besonderen Abschnitt seiner grundlegenden Arbeit über das Waag- und Neutragebiet [2] gewidmet und die geologischen Verhältnisse im allgemeinen richtig erfasst.

Die Begehung dieser interessanten Partie ist sehr bequem; man findet deutliche Aufschlüsse sowohl dem Streichen nach an der Bahnlinie zwischen Stankován und Kralován, wie auch quer zum Streichen am Anstiege von Kralovan zum Šip, und diese Aufschlüsse zeigen mit voller Klarheit, dass hier zwischen Granit und Triasdolomit kein Permquarzit vorhanden ist, sondern Triasdolomit unmittelbar an das alte Gebirge angrenzt. Selbst der Triasdolomit erscheint auf ein ungemein schmales Band reduciert. Da, wo es westlich von Stankovan aus dem Waagalluvium auftaucht, herrscht übrigens die kalkige Entwicklung, ähnlich dem echten alpinen Muschelkalke, im Streichen wird aber der Kalk bald durch Dolomit verdrängt, der hier meist eine durch und durch brecciöse, lockere, selbst pulverige Beschaffenheit zeigt. Über dem Triasdolomite folgen in regelmäßiger Weise die rothen Thone und weißen Sandsteine des bunten Keupers, die Kössener Schichten und Fleckenkalke, die in einiger Höhe über dem rhätischen Niveau die Form der belemnitenreichen Fleckenmergel annehmen. Über diesen baut sich ohne deutliche und leicht erkennbare Gliederung eine mächtige Folge von Fleckenmergeln auf, deren tiefere Partie rothe Kalke als Vertreter des

---

[1] Jahrb. XI, S. 98.

[2] l. c. p. 103. Einige Jahre später hat R. Meier dieses Gebiet näher untersucht, einige Einzelheiten hinzugefügt, aber in der Hauptsache eine schlechtere Darstellung geliefert als Stur, da er zwischen Granit und Triasdolomit ein Band von Permquarzit einschaltete, das in Wirklichkeit nicht existiert. Der Contactlinie zwischen Dolomit und Granit war hiedurch der Charakter einer Dislocationslinie benommen. Jahrb. geol. Reichsanst. XVIII, S. 428.

Oberjura erkennen lässt, während die zu gelblichem Lehm verwitternden Schiefer unter dem Chocsdolomit jedenfalls dem Oberneocom mit *Desmoc. liptaviense* angehören und die Unterlage für die flach liegende Chocsdolomitdecke des eigentlichen Šipberges abgeben (vgl. Textfig. 6).

Fig. 6.



Durchschnitt von Kralován zum Sip.

1. Granit, geklüftet, an der Dislocationslinie mit undeutlicher Parallelstructur.
2. Triasdolomit, zerbröckelt.
3. Bunter Keuper.
4. Kössener Schichten.
5. Schiefer und sandige Gesteine, schlecht aufgeschlossen, wahrscheinlich Grestener Schichten.
6. Feste kalkige Fleckenmergel mit Belemniten. Lias.
7. Helle Fleckenmergel, Jura und Neocom, in der unteren Partie mit rothen Knollenkalken.
8. Mergelschiefer und plattige Sandsteine des Oberneocom (mit *D. liptaviense*).
9. Chocsdolomit.
10. Kalktuff der Stankowaner Quellengruppe.

Diese Gesteinszonen verlaufen nicht parallel zur Grenze der Granitaxe, sondern werden im spitzen Winkel von der Granitgrenze geschnitten. Im Sattel zwischen dem Šip und der kleinen Granitkuppe (611 *m*) bei Kralovan, die durch die Arva von der Hauptgranitmasse getrennt wird, erfolgt die Ausspitzung des Triasdolomitbandes am Granite, von hier aus kann man leicht verfolgen, wie der Reihe nach der bunte Keuper, die Kössener Schichten und die Liasfleckenkalke an den Granit herantreten und hier verschwinden. Von da ab bis Parnica, bis an die östlichste Granitspitze, kommen nur jüngere, wahrscheinlich nur neocome Fleckenmergel mit dem Süd- und Ostrande des Granites in Berührung, wobei freilich, wie schon erwähnt, der eigentliche Contact größtentheils nicht unmittelbar erkannt werden kann, da die Anschwemmungen der hier durchbrechenden Arva die Beobachtung behindern.

Die Lagerung der mesozoischen Gesteine an der Ost- und Südostgrenze der Granitaxe bietet demnach die Erscheinungen der Schleppung: die Linie, an der die mesozoischen Bildungen an den Granit anstoßen, ist keine ursprüngliche Anlagerungs-, sondern Dislocationslinie und die Lagerungsverhältnisse an dieser Dislocationslinie, die man kurz als Šiplinie bezeichnen könnte, scheinen dafür zu sprechen, dass sich hier nicht eine einfache Senkung, sondern mit der Senkung zugleich eine Bewegung um das Ostende der Granitaxe herum nach Westen und Süden vollzogen hat. Die brecciöse Beschaffenheit des Triasdolomits an dieser Dislocation ist wohl auf den mächtigen Einfluss dieser Bewegung zurückzuführen, wie auch die Mineralquellen von Stankován dieser Linie zugeschrieben werden könnten.

Die Triasablagerungen dieser Randzone verschwinden bei Stankován unter dem Waagalluvium. Die Liasfleckenkalke und die rothen Jurakalke erstrecken sich etwas weiter südlich, doch dürften auch sie unweit Stankován unter die Denundationsfläche sinken. Nur die untercretacischen Fleckenmergel und der Chocsdolomit des Šip ziehen in gleichbleibender Breite ungestört nach Südosten und verschmelzen hier im Waagthale zwischen Stankován, Fenyöháza und Rozsahegy mit der cretacischen Randzone des Lubochniagebirges, dessen flachgewölbter granitischer Kern unweit südwestlich davon im Lubochniathale zum Vorscheine kòmmt. In dieser Region der Verschmelzung verlieren sich die Spuren der Šiplinie [1]. An den Šip schließt sich zunächst der Dolomitrücken des Havran an, an diesen die Chocs-

[1] Künftige Untersuchungen könnten möglicherweise eine Fortsetzung der Šiplinie in südsüdöstlicher Richtung ergeben.

dolomitberge Ostre, Krdoš[1], Kečka, Radičina, Čebrad. Zusammengenommen, bilden diese Berge ein nach Südosten sich hinziehendes Gebirgsband, das zwar von der Waag durchschnitten ist, aber doch orographisch mit dem Abfalle des Lubochniagebirges zusammenhängt. Erst vor Rosenberg weicht der Außenrand des Lubochniagebirges nach Südosten ab, und zugleich löst sich die nach Ostnordosten streichende Zone des Chocsgebirges von der gemeinsamen Gebirgsmasse ab, um in ihrer weiteren Fortsetzung als Prosecsnogebirge in die Tatra überzugehen.

Dieses mit dem Außenrande des Lubochniagebirges verschmolzene Verbindungsstück zwischen Šip und Chocs besteht fast ausschließlich aus Neocomfleckenmergel und Chocsdolomit. Nur zwischen Sósó und Hrboltó treten im Einschnitte des Waagthales und des Komjatnabaches ältere Bildungen, oberjurassische und liasische Kalke, und an einer Stelle am Ausgange des Bistrothales auch Kössener Schichten auf. D. Stur[2] entdeckte dieses Vorkommen von Kössener Schichten schon im Jahre 1859 und zeichnete ein Profil von Krdoš (Hrdosin) über dieses Vorkommen zur Kuppe Hirowa südwestlich von Rosenberg (bei Stur: Sidor). Die am südlichen Ufergehänge der Waag steinbruchmäßig aufgeschlossenen Rhätschichten neigen sich flach nach Nordosten unter die am nördlichen Ufer der Waag längs der Bahnlinie vorzüglich entblößten Belemnitenkalke des Lias. Vielleicht befindet sich zwischen diesen Bildungen eine schmale, von der Waag verdeckte, unaufgeschlossene Zone von Grestener Schichten. Die Liaskalke fallen ebenfalls flach nördlich ein und erstrecken sich nördlich in das Thal von Komjatna und westlich nach Sósó. Höher oben folgen über den Liaskalken, wie schon D. Stur festgestellt hat, die rothen Hornsteinkalke des Jura.

Die Lagerungsverhältnisse der Schichten, die an der Nordseite des Aufbruches die Kössener Schichten überlagern, scheinen daher im allgemeinen ziemlich regelmäßig zu sein. Im Süden und Westen des Aufbruches ist das dagegen nicht der Fall. Zwar folgen auch hier oberjurassische Kalke und noch weiter südlich neocome Fleckenmergel, aber es fehlt das mächtige Band des Liaskalkes und es ist auch keine Spur eines nach Süden und Westen geneigten Gegenflügels von Kössener Schichten zu erkennen, das bei regelmäßig sattelförmiger Lagerung existieren müsste. Wir müssen daher annehmen, dass die Kössener Schichten nach Westen und Süden durch einen untergeordneten Bruch begrenzt sind und mit einer Dislocationsfläche an den Oberjura[3] anstoßen, der seinerseits nach D. Stur von Neocomfleckenmergel überlagert ist.

Leider konnte ich für die Untersuchung dieser Partie des Gebirges nicht so viel Zeit verwenden, wie es die Schwierigkeit der Lagerungsverhältnisse erfordert hätte, und so bin ich nicht imstande, diese Verhältnisse genügend aufzuklären. So viel aber scheint sicher zu sein, dass man es hier mit einem Aufbruche zu thun hat, der an Stelle seiner größten Intensität die Kössener Schichten nur auf die kurze Strecke von ungefähr 400 *m* zum Vorscheine bringt, dessen eigentliche Längsaxe aber in nordnordöstlicher Richtung durch das Komjatnathal zieht. Wir müssen sonach mit der Thatsache rechnen, dass in dem Gebirgsstücke zwischen Šip und Chocs eine nach Nordnordosten gerichtete Leitlinie quer zum scheinbaren Gesammtstreichen dieses Verbindungsstückes besteht.

Wäre dies nicht der Fall, so läge die Vermuthung nahe, das Auftreten der Kössener Schichten zwischen Sósó und Hrboltó dem Auftauchen der triadischen Schichten an der Šiplinie bei Stankován an die Seite zu stellen. Man gewänne hierin einen gewissen Anhalt zur Sonderung einer randlichen Gebirgszone, die als Fortsetzung des Šipgebirges mit einem der Schleppung an der Šiplinie entsprechenden Gesammtstreichen und geschart mit dem Abfalle des Lubochniagebirges nach Südosten zöge und sich bei Rosenberg vom Lubochniagebirge in nordöstlicher Richtung wieder ablöste. In diesem Falle hätte man den leider nicht deutlich festgestellten kleinen Bruch am Südrande der Kössener Schichten von Sósó-

[1] Die auf der Specialkarte im Maßstabe von 1:75.000 als Krdos bezeichnete Kuppe dürfte mit Stur's Hrdosin identisch sein.

[2] Jahrb. geol. Reichsanst. XI, S. 110, XVIII, S. 404.

[3] Dieses Band von Oberjura ist im Waagthale östlich vom Ausgange des Bistrybaches und bei Gombas gegenüber dem Ausgange des Komjatnathales sehr gut aufgeschlossen. Das Gestein ist leider äußerst arm an Versteinerungen.

Hrboltó gleichsam als Fortsetzung der Šiplinie anzusehen und die Waag würde ungefähr die Grenze zwischen dem eigentlichen Lubochniagebirge und dem Verbindungsstücke zwischen Šip und Chocs bilden.

Mit einer derartigen Annahme steht aber die nach Nordnordosten gerichtete Structur und Aufbruchlinie des Komjatnathales in Widerspruch, desgleichen auch die Streichungsrichtung der Chocsdolomitzüge. Als Ganzes betrachtet, bildet das Verbindungsstück zwischen Šip und Chocs allerdings ein nach Südosten streichendes Band, die einzelnen Dolomitzüge hingegen zeigen deutlich einen von Südsüdwesten oder Süden nach Nordosten gerichteten Verlauf. Am deutlichsten tritt dieses Streichen am Bergzuge Havran bei Fenyóháza zum Vorscheine, aber auch die Radicina und Klsla hora lassen als Fortsetzung des langgezogenen schmalen Kammes der Tlsta hora dasselbe Streichen erkennen, wie auch der Čebrad als in derselben Richtung gelegene Fortsetzung der Hirowa aufgefasst werden könnte.

Die Frage nach der wahren Structur dieses Gebirgsstückes zwischen Šip und Chocs ist für den Anschluss des Chocs- und Prosecsnogebirges und damit auch der Tatra an die westlicher gelegenen Centralkerne von größter Wichtigkeit. Ist die Structur dieses Gebirgsstückes wirklich durch von Süden nach Nordosten streichende Leitlinien beherrscht, wie es den Anschein hat, so ergäben sich merkwürdige Beziehungen des Chocsgebirges und der Tatra zum Lubochniagebirge. Diese festzustellen, wird die Aufgabe besonderer Untersuchungen sein, hier konnte diese Frage nur gestreift werden.

An den Außenrand des Šip- und Krdošgebirges grenzen alttertiäre Gesteine an, und zwar zwischen Parnica und Komjatna Sandsteine und Schieferthone, bei Komjatna und weiter nordöstlich Sulower Conglomerate. Beim Dorfe Komjatna, wo das ältere Gebirge infolge des Auftretens der nordöstlichen Streichungsrichtung des Chocsgebirges einen Winkel bildet, gewinnen die Sulower Conglomerate eine besonders große Mächtigkeit, wie wenn die Dolomitgerölle in diesen Winkel zusammengetragen worden wären. Jede größere Dolomitmasse trägt hier einen Mantel oder eine Anlagerung von Sulower Conglomerat, das durch die Art und Weise seines Auftretens auf ein voreocänes Gebirge hinweist, das in seinen Grundzügen der heutigen Gestaltung entsprach. Nebst dem Sulower Conglomerate dringen aber auch Schieferthone und dünnschichtige mürbe Sandsteine zwischen die Dolomitzüge ein und besonders die schmale Niederung zwischen Radičina und Čebrad scheint derartige alttertiäre Bildungen zu enthalten. Vielleicht bilden diese Schieferthone zum Theile nur eine Facies der Sulower Conglomerate, wahrscheinlicher aber stellen sie Ablagerungen aus der Phase der positiven Strandverschiebung des Alttertiärmeeres vor, für die es auch in anderen Gegenden der Karpathen an Anzeichen nicht fehlt [1].

An den Granit der Hauptaxe des Fatrakriván-Gebirges stoßen am Südrande theils alttertiäre Sandsteine und Schiefer, theils cretacische Dolomite und Fleckenmergel unmittelbar an. Der Contact selbst ist freilich nur an wenig Punkten deutlich zu sehen, weil er zumeist von den gewaltigen Schuttkegeln und Geschiebemassen verdeckt wird, die aus den Thälern der Südseite hervortreten und das Gelände weithin bedecken. Da sich aber die Granitmasse mit ungemein steilem Ansteigen unvermittelt erhebt, so lässt sich ihr Südrand nichtsdestoweniger ziemlich scharf festlegen.

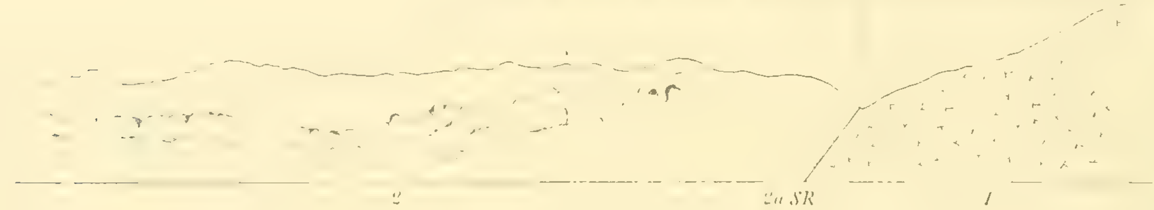
Im Waagdurchbruche bei Alsó-Rutka neigen sich Dolomitbänke unter einem Winkel von 8—10° gegen den Granit; in der Gegend Dolinky und Dolni haj nördlich von Szucsán grenzen neocome Fleckenmergel, sandige Neocomkalke, sowie auch rothe, wahrscheinlich oberjurassische Hornsteinkalke an den Granit an. Obgleich die Lagerungsverhältnisse hier nicht sehr klar sind, gewinnt man doch den Eindruck, dass die Schichten nicht steil gestellt sein können [2]. Diese Stellen sind jedoch ihres geringen Umfanges wegen weit weniger lehrreich als das Gebiet der Kleinen Fatra in Kralován am Ostende des Fatrakriván-Gebirges, wo Chocsdolomit und Neocomfleckenmergel in breiter Bergmasse an den Südrand des Fatrakriván-Gebirges angrenzen. Hier kann kein Zweifel darüber bestehen, dass keinerlei ältere Bildungen,

[1] Geologie des Tatragebirges, Denkschr. d. k. Akad., 68. Bd., S. 105.

[2] Auch an der Klasna Skala am Ausgange des Studenecthales könnte zufolge der orographischen Configuration eine kleine Partie von Chocsdolomit an den Granit anstoßen; es war mir leider nicht möglich, diesen Punkt zu besichtigen.

selbst nicht in minimaler Mächtigkeit zwischen den Granit und das Neocom eingeschaltet sind, denn man sieht hier den unmittelbaren Contact dieser Felsarten. In großen Schlingen durchbricht die Waag im Hradiska- oder Fatra-Passe dieses Kalkgebirge und macht es der Beobachtung ausgezeichnet zugänglich. Die älteste aufgeschlossene Felsart besteht hier aus Neocomfleckenmergel, der bei Rojkow und Kralovan gleichsam als Sockel der aufgesetzten Chocsdolomitkuppen und Decken zum Vorscheine kommt. Die Gehänge der Mala Fatra und der Gebirgsabhang westlich vom Bahnhofe Kralovan lassen deutlich erkennen, dass die Lagerung der Unterkreide eine verhältnismäßig flache ist und dass unter schwachen Undulationen bald ein ganz leichter Abfall der Kreidekalke vom Granite, bald eine leichte Neigung der Kalke gegen den Granit vorliegt. An der Mala Fatra (vgl. Textfig. 7) fallen undeutlich geschichtete Kalke und Dolomite sehr

Fig. 7.



Waagdurchbruch der kleinen Fatra (Hradiskapass), westlich von Kralován. Anlagerung des Chocsdolomites an den Südrand der Granitaxe des Fatrakriván-Gebirges.

SR südlicher Randbruch. 1. Granit. 2 *a*. Bröckeliger und pulverisierter Chocsdolomit an der Bruchlinie. 2. Dolomitischer Kalk, in einer mächtigen Bank die Lagerung anzeigend. Die übrigen Partien undeutlich aufgeschlossen.

flach vom Granit ab, wobei der Dolomit am Contacte durch und durch brüchig, ja fast gänzlich pulverisiert ist; in Kralován, westlich vom Bahnhofe, scheint dagegen eher eine widersinnige Neigung des Neocomfleckenmergels gegen den Granit vorhanden zu sein. Dass aber keinesfalls ein Einschießen der Kreidekalke unter den Granit stattfindet, bekunden alle Entblößungen am Granitgehänge und besonders die aus dem Granite hervortretenden Seitenthäler, die an ihrem Grunde bis zum Außenrande lediglich Granit aufschließen.

Aus diesen Beobachtungen geht mit Sicherheit hervor, dass die Contactfläche zwischen dem Granite der Hauptaxe und dem südlich anlagernden Chocsdolomite und Neocomfleckenmergel einer Dislocation entspricht. Die Dislocationsfläche hat eine steile Lage, und an einzelnen Stellen dürfte der Granit die cretacischen Sedimente selbst ein wenig überschieben.

Es liegt in der Gesetzmäßigkeit des Falten- und Schuppenbaues der karpathischen Kerngebirge, dass die am stärksten gehobene Zone oder der Kern einer jeden Anticline am Südrande an die geologisch jüngste Bildung der Muldenmitte der südlich vorliegenden Schuppe angrenzt. In diesem Sinne müssen die Chocsdolomite und Fleckenmergel der Kleinen Fatra bei Kralován, der Dolinky bei Szucsan u. s. w. als Muldenmitte oder Austönungszone des südlich vom Fatrakriván-Gebirge folgenden Kerngebirges, d. i. des Lubochniagebirges aufgefasst werden. Ein Blick auf die geologische Karte bestätigt im vorliegenden Falle das Zutreffen dieser Anschauung: verfolgt man die breite, an den Granit des Fatrakriván-Gebirges südlich anstoßende Decke von Chocsdolomit und Neocomfleckenmergel von Kralován nach Süden, so findet man sie als Randzone aufruhend auf den älteren Ablagerungen des Lubochniagebirges.

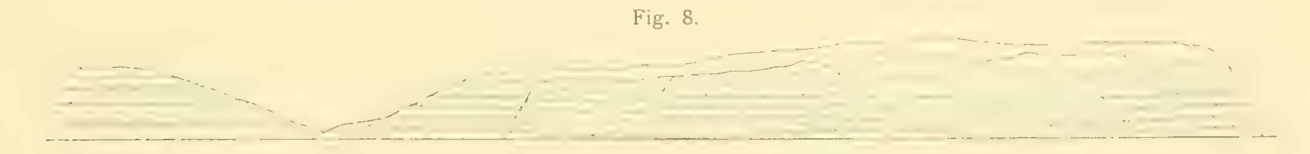
Gleich einer breiten, flachen Riesenkuppel taucht dieses Gebirge südlich vom Fatrakriván auf. Im Kerne erscheint Granit und von diesem abfallend laufen um den Granitkern breite, ziemlich flach einschießende Zonen von Permquarzit, Muschelkalkdolomit, Lunzersandstein, obertriadischem Dolomit, buntem Keuper, Rhät, liasischen und jurassischen Fleckenmergeln, und diese endlich tauchen bei Fenyőháza unter die Neocomkalke und Dolomite der Kleinen Fatra, die sonach den äußersten Nordsaum oder die Austönungszone der kuppelförmigen, weiten Anticline des Lubochniagebirges bilden und an die granitische Axe des Fatrakrivángebirges anstoßen. Diese Randzone von Kreidekalken und Dolomiten ist aber

nur am Ostende des Fatrakriván-Gebirges in voller Breite vorhanden, weiter nach Westen hin verschwindet sie unter Alttertiär bis auf die geringfügigen Reste, die sich nördlich von Szucsán und bei Alsó-Ruttka gleichsam an den Granit angeklebt erhalten haben.

Die Region der Randzone am Südfuße des Fatrakriván-Gebirges war zufolge ihrer Entstehung schon in voreocäner Zeit ein Tiefengebiet, von dem die Ingression des Eocänmeeres Besitz ergreifen konnte. Wir finden daher den weiten Kessel am Fuße des Fatrakriván- und Mincsolgebirges mit Alttertiärablagerungen erfüllt, die aber größtentheils schlecht aufgeschlossen sind. Sie beginnen an der Randzone des Lubochniagebirges mit zum Theile ungemein mächtigen Conglomeraten, die nach oben in Sandsteine und Schieferthone übergehen. An vielen Stellen reicht das Alttertiär von Süden her zweifellos bis an den Granit des Fatrakriván, der Contact selbst konnte freilich infolge der leidigen Schuttdecke an keiner Stelle beobachtet werden.

Die geringfügigen Anzeichen dieser Schichten bei Suttó, Ratkó und nördlich von Turán und Szucsán lassen keinen sicheren Schluss auf die Lagerungsverhältnisse zu, dagegen gewährte die Waag in den Gehängeanschnitten bei der Eisenbahnbrücke zwischen Turán und Szucsán und bei Klicsén wichtige Aufschlüsse. An der letzteren Stelle neigen sich die Schichten unter geringem Winkel leicht gebirgswärts und sind von unbedeutenden Brüchen durchsetzt; an der ersteren ist die Neigung der Schichten so unbedeutend, dass man geradezu von horizontaler Lagerung sprechen kann (vgl. Textfigur 8). Da der

Fig. 8.



Flache Lagerung des Alttertiär am Waagufer bei der Dampfsäge und Eisenbahnbrücke von Turán (Thuróczer Kessel). Zur Versinnlichung der Lagerung sind einige Sandsteinbänkchen ausgezeichnet. Der Aufschluss ist fast 1 *km* lang, die Zeichnung ist ungefähr 8fach überhöht.

Aufschluss hier fast einen Kilometer lang ist, kann man diese horizontale Lagerung nicht etwa als eine locale Erscheinung auffassen, sondern muss in vollem Einklange mit den Erscheinungen in anderen innerkarpathischen Becken annehmen, dass die ursprüngliche Lagerung der alttertiären Beckenfüllungen nach ihrem Absatze nur wenig alteriert wurde; das Alttertiär wurde wohl da und dort von Brüchen besonders von Senkungen betroffen, aber nicht gefaltet.

Obwohl sich, wie schon erwähnt, der Contact des Alttertiär mit dem Granite des Fatrakriván wegen der Schuttdecke am Südfuße der unmittelbaren Beobachtung entzieht, kann doch kein Zweifel darüber bestehen, dass längs einer und derselben, orographisch scharf markierten Dislocationslinie theils untercretacische theils alttertiäre Gesteine an den Granit anstoßen. Dies kann wohl nur durch die Annahme erklärt werden, dass sich in nacheocäner Zeit am Südrande des Fatrakriván-Gebirges ungleichmäßige Senkungen vollzogen haben, die das Verschwinden der untercretacischen Kalke von der Oberfläche zur Folge hatten, und die sich mehr oder minder an der schon vorhandenen Dislocationsfläche zwischen dem Granite des Fatrakriván und der Randzone des Lubochniagebirges abspielten. Von diesen nacheocänen Senkungen wurden namentlich die vom Granitkerne des Lubochniagebirges entfernter liegenden Theile der Randzone betroffen, während diejenige Partie, die an der kleinen Fatra im Hradiskapasse bei Kralován dem granitischen Kerne des Lubochniagebirges am nächsten liegt und zwischen den Granitkernen des Fatrakriván- und des Lubochniagebirges gleichsam eingezwängt ist, von dem Niederbruche verschont blieb.

Der Vollständigkeit halber muss noch erwähnt werden, dass der als Austönungszone des Lubochniagebirges angelegte und durch nacheocäne Senkungen vollends ausgebildete Thuróczer Kessel am Süd- und Ostfuße des Fatrakriván- und Mincsolgebirges zum Theile auch mit jungtertiären Süßwasserbildungen, Schottern, Sanden, Thonen mit Ligniten und Süßwasserkalken ausgefüllt ist. Besonders der südwestliche

Theil der Thurócz enthält diese altbekannten, ziemlich fossilarmen Bildungen. In tectonischer Beziehung scheinen diese geologisch jungen Ablagerungen von geringer Bedeutung zu sein, da ihre Entstehung in die Zeit nach Abschluss der eigentlichen gebirgsbildenden Bewegungen fällt. Wohl zeigen die mächtigen Conglomerat- und Schottermassen in Szlovan bei Znió-Váralja nahe dem Gebirgsrande eine zwar schwache, aber doch nicht zu vernachlässigende, gegen das Gebirge westwärts gerichtete Neigung; auch die Schotter bei der Station Znió-Váralja in der Mitte des Beckens haben ein leichtes Verflächen nach Südwesten, aber diese Erscheinungen könnten wenigstens zum Theile mit der torrentiellen Deltastructur dieser größtentheils aus Kalkgeschieben bestehenden Ablagerung zusammenhängen. Zwar wird es sich empfehlen, der Lagerung dieser geologisch jungen Kesselfüllung auch vom Gesichtspunkte tectonischer Bewegungen Aufmerksamkeit zu schenken, allein zur Annahme nennenswerter Störungen liegt kein genügender Anlass vor. Die jungtertiären Süßwasserablagerungen treten übrigens hauptsächlich im südlichen und westlichen Theile des Thuróczer Kessels auf. Nach Norden kann diese Bildung bis Alsó-Ruttka verfolgt werden, wo Süßwasserkalke mit Conchylien an den Kreidedolomit und Kalk angrenzen. Wie weit aber das Süßwassertertiär nach Osten reichte, ist wegen der diluvialen Schuttkegeldecke schwer zu ermitteln; in den östlichsten Theil des Beckens scheint es sich nicht zu erstrecken[1].

Die Klippenzone.

Zwischen Zazriwa und Istebne in der westlichen Arva vollzieht die Klippenzone eine bemerkenswerte Schwenkung: sie lenkt östlich von Zazriwa aus der bis dahin eingehaltenen nordöstlichen, beziehungsweise ostwestlichen Streichungsrichtung im rechten Winkel nach Süden ein und hält ungefähr 7 *km* die südliche Richtung fest, um bei Istebne neuerdings das alte Streichen nach Nordosten aufzunehmen. Über diese merkwürdige Partie der Klippenzone enthält die bisherige Literatur nur dürftige Andeutungen. Ob die Klippenzone an der Beugungsstelle an den Ostrand des Fatrakrivän-Gebirges unmittelbar anlagert oder durch eine Alttertiärzone davon geschieden ist, ob sie ununterbrochen oder zerrissen oder von Alttertiär überdeckt ist, lässt sich aus der Literatur nicht entnehmen und doch haben diese Fragen, namentlich in tectonischer Beziehung, große Bedeutung. Um hierauf womöglich eine Antwort zu finden, mussten daher im Bereiche der Schwenkungsregion der Klippenzone Untersuchungen ausgeführt werden, die dank den Bemühungen des Herrn Dr. J. R. Schubert eine Erweiterung in westlicher Richtung bis an die Kissuca erfahren haben. Es konnte sich hiebei selbstverständlich nicht um eine detaillierte geologische Aufnahme, sondern nur um die Feststellung einiger tectonisch wichtiger Grundzüge handeln, und daher kann die geologische Karte der Klippenzone, die hier zur Vervollständigung des Kartenbildes in das kartographisch dargestellte Gebiet aufgenommen wurde, durchaus keinen Anspruch auf Genauigkeit erheben, sondern soll nur zur besseren Orientierung im Sinne einer Übersichtskarte dienen.

Dr. Schubert konnte feststellen, dass die Klippenzone zwischen dem Kissucathale und der Ortschaft Zazriwa keineswegs so arm an Klippen ist wie die Hauer'sche Übersichtskarte angibt. An die große, fast 15 *km* lange Hornsteinkalkklippe südlich von Kissuca-Ujhely, an der Hohenegger bei Radola Doggerfossilien aufgefunden hat[2], schließt sich eine fast ununterbrochene Kette kleiner Klippen der Hornsteinkalkfacies an, die im allgemeinen ostwestlich streicht und die große Klippe des Kissucathales mit der von Zazriwa verbindet. Ein Aufsatz von Dr. J. R. Schubert, auf den hier verwiesen sei[3], enthält nähere Details über die Vertheilung und Aufeinanderfolge dieser Klippen. Einige Kilometer südlich von dieser Kette verläuft eine Parallelreihe von Klippen, die ebenfalls aus Hornsteinkalken und den damit so nahe verwandten Posidonomyenschiefern besteht, jedoch weit größere Unterbrechungen aufweist als die nördliche Reihe. Sie beginnt mit der langgezogenen großen Klippe südlich von Felső-Vadicsó und einigen

[1] In den Waldgräben nördlich von Szucsán soll Lignit vorkommen; ob dieser Lignit, den ich nicht anstehend sehen konnte, dem Alt- oder Jungtertiär angehört, ist bisher unbekannt.

[2] Jahrb. geol. Reichsanst. VI, S. 312.

[3] Verhandl. geol. Reichsanst. 1900, S. 395—397.

kleineren Klippen nördlich und westlich von dieser, dann folgt die kleine Klippengruppe von Rapanowja nördlich von Tierhowa, ferner die Klippen auf der Pupowhöhe zwischen Tierhowa und Zazriwa (bei Stur: Pass Punow) und die vielgestaltige Klippenreihe Pavouskova skala und Plesiva südlich von Zazriwa. Die letztere Reihe ist an der Pavouskova durch ein Vorkommen von weißem Dogger-Crinoidenkalk ausgezeichnet. Endlich ist noch ein drittes, viel südlicheres Vorkommen bei Várna zu nennen, das aus Posidonomyenschiefer im Thale von Gbellan besteht. Dadurch, dass dieses letztere Vorkommen nach Osten hin keine Fortsetzung findet, und die südliche Reihe mit der nördlichen ein wenig convergiert, erfährt die Breite der Klippenzone nach Osten hin eine bedeutende Einbuße. Zwischen Kissuca-Ujhely und Várna noch ungefähr 10 *km* breit, ist die Klippenzone bei Zazriwa auf die Breite von 3·5 *km* reduciert.

Den Raum zwischen den Klippenreihen nehmen jüngere obercretacische und alttertiäre Hüllschichten ein. Ihre Zusammensetzung wurde bereits im stratigraphischen Theile beschrieben, es genügt auf diese Beschreibung zu verweisen und nochmals zu betonen, dass in der beigegebenen geologischen Karte der alttertiäre und obercretacische Antheil der Hüllschichten zusammengezogen ist. Wo die Hüllschichten eine vorwiegend schieferige Zusammensetzung haben, zeigen sie so mannigfaltige secundäre Faltungen, dass irgend eine Gesetzmäßigkeit der Lagerung kaum festzustellen ist. Bei etwas mehr massiger Zusammensetzung scheint nördliches Verflächen der Schichten, namentlich im westlichen Theile des dargestellten Gebietes, vorzuherrschen. In allen Fällen aber sind die Hüllschichten von den jurassischen und unter cretacischen Klippen auf das strengste geschieden.

Von großer Wichtigkeit ist die Thatsache, dass die Klippenzone im Süden von einem fortlaufenden Bande von alttertiären Schiefern und Sandsteinen begrenzt wird, das zwischen die Klippenzone und den Nordrand des Fatrakriván-Gebirges eingeschaltet ist und hier die Randzone der eocänen Sulower Conglomerate zur Unterlage hat. Sowie diese Conglomerate vom Fatrakriván-Gebirge nach Norden abfallen, so verflächen auch die alttertiären Schiefer und Sandsteine, wenn man von einzelnen untergeordneten Wellungen, zum Beispiel zwischen Zazriwa und der Pupowhöhe absieht, durchgehends nach Norden und schießen so gegen die Klippenzone ein. Diese Erscheinung ist bereits von D. Stur[1] erkannt und betont worden. Diese nördliche Fallrichtung ist aber auch allen größeren Klippen eigen, so vor allen der großen Klippe des Kissucathales, der großen Klippe südlich von Felső-Vadicsó, den Klippen der Pupowhöhe und vielen kleineren Klippen. Nur bei der großen Klippe nördlich von Zazriwa bestehen verwickeltere Verhältnisse. Im westlichen Theile dieser circa 4·3 *km* langen und 1·8 *km* breiten Klippe hat C. Paul Liasfleckenkalke nachgewiesen, im mittleren, vom Havranski potok durchschnittenen Theile oberjurassische, rothe und grünliche Hornsteinkalke. Im östlichen Theile herrschen Fleckenkalke, aber auch Gesteine, die petrographisch den Posidonomyenschiefern entsprechen. Die rothen und grünen Hornsteinkalke sind am Südrande der Klippe im Havranski potok steil aufgerichtet; im Inneren der Klippe treten helle Hornsteinkalke mit deutlich nördlichem Verflächen auf, die rothen Kalke hingegen scheinen höher oben die hellen Hornsteinkalke der Kernmasse der Klippe zu umziehen, als läge hier eine kuppelförmige Anticline vor. Leider ist es mir bei den Schwierigkeiten, die sich aus der unklaren Gliederung der Hornsteinkalke ergeben, nicht möglich gewesen, die Tectonik dieser Klippe in der kurzen Zeit, die mir zu Gebote stand, genügend aufzuklären, aber soviel konnte doch erkannt werden, dass die Lagerungsverhältnisse dieser Klippe mit der im allgemeinen erkennbaren Gesetzmäßigkeit des Baues der übrigen Klippen nicht unvereinbar sind. In die so schön ausgesprochene und regelmäßige lineare Anordnung unserer Klippenzüge fügt sich die große Klippe von Zazriwa auf das beste ein.

Ungefähr 4 *km* östlich von Zazriwa treten wir in die Region der Schwenkung der Klippenzone nach Süden ein. Leider bleiben uns gerade in diesem so interessanten Theile der Klippenzone die ungünstigen Aufschlussverhältnisse des waldigen Geländes manches schuldig; es lässt sich aber doch feststellen, dass die Klippenzone, wenn wir darunter die Klippen sammt den sie umhüllenden obercretacischen Gesteinen

---

[1] Wassergebiet der Waag und Neutra, Jahrb. geol. Reichsanst. XI, S. 98.

verstehen, hier nicht zerrissen ist, sondern um die nordöstliche Ecke des Fatrakriván-Gebirges herum ununterbrochen nach Süden streicht. Begibt man sich aus dem Gebiete der Zazriwa'er Plešivaklippen nach Südosten und Süden, so trifft man hier in den Fluren Rohole und Uhliska eine Anzahl kleiner Hornsteinkalkklippen an, welche die Continuität der Klippenzone an der Umbeugungsstelle verbürgen. Die Klippenhülle ist hier sehr schlecht aufgeschlossen, aber Spuren von rothen Schiefern deuten da und dort auf die Entwicklung der Puchower Mergel. Sobald die am schlechtesten aufgeschlossene Partie in Rohole passiert ist, gelangt man von Uhliska nach Süden in das Gebiet der nach Süden sich öffnenden gut aufgeschlossenen Zadna dolina, in der man sich ununterbrochen im Bereiche gut entblößter Hüllschiefer, aus denen da und dort Klippen aufragen, bewegt. An kleineren und größeren Hornsteinkalkklippen, zwischen denen im oberen Theile der Zadna dolina auch eine große Crinoidenkalkklippe ansteht, wird man, immer den Klippen nach Süden nachgehend, bald in das Gebiet von Istebne und Revisnye geführt, wo eine große Anzahl kleiner Klippen das Gelände bedeckt und die Klippenzone neuerdings ein nach Nordosten gerichtetes Streichen annimmt. Während die Breite der Klippenzone in der Umbeugungsregion auf 1·2 *km* reduciert ist, kommt bei Revisnye am Übergange aus dem südlichen in das nordöstliche Streichen abermals die normale Breite der Klippenzone zur Geltung.

Über die Lagerungsverhältnisse der einzelnen Klippen im Bereiche dieser sigmoiden Verschiebung konnte leider nichts zusammenhängendes ermittelt werden, die betreffenden Klippen sind meistens zu klein und zu schlecht entblößt, um Lagerungsverhältnisse erkennen zu lassen. Nur eine knapp am Innenrande der Klippenzone gelegene Klippe der Gegend Uhliska zeigt eine auffallende Streckung in nordsüdlicher Richtung, die wohl mit der Umbeugung nach Süden im Zusammenhange stehen dürfte. Auch die Vertheilung der Klippen bietet keine bestimmte Gesetzmäßigkeit dar; selbst zwischen Istebne, Revisnye und Benyő-Lehota am Beginne der Umkehrung zum normalen nordöstlichen Streichen ist eine bestimmte Regelmäßigkeit im Auftreten der Klippen zunächst noch nicht zu erkennen, erst von Benyő-Lehota nach Osten ordnen sich die Klippen zu regelmäßigen, nach Nordosten streichenden Parallelreihen an.

Das Alttertiärband im Süden der Klippenzone ist bis an die äußerste Nordostecke der Kalkzone des Fatrakriván-Gebirges regelmäßig zu verfolgen. Hier aber erscheint es abgeschnitten, indem sich die nach Süden umbeugende Klippenzone eine Strecke weit unmittelbar an den Ostrand des Fatrakriván-Gebirges anschmiegt. Glücklicherweise sind gerade an dieser wichtigen Stelle im oberen Theile der Zadna dolina die Aufschlüsse befriedigend; man kann hier in dem Hohlwege, der durch die Zadna dolina nach Zazriwa führt, die rothen Puchower Mergel vorzüglich verfolgen und deren unmittelbares Anlehnen an die mesozoischen Kalke der Nordostecke der Fatrakriván-Kalkzone längs einer Strecke von circa 700 *m* feststellen. Jenseits dieser Strecke verlässt die Klippenzone den Ostrand des Fatrakriván-Gebirges, so dass sich hier neuerdings die alttertiäre Zwischenzone einschalten kann, deren Schichten auch hier wiederum vom Fatrakriván-Gebirge gegen die Klippenzone abfallen, und zwar, entsprechend der Beugung des Streichens der Klippenzone, zunächst in östlicher Richtung. Die sigmoide Verschiebung der Klippenzone nach Süden und der Abbruch der Fatrakriván-Kalkzone und deren Verschiebung nach Süden bilden analoge, zusammengehörige Erscheinungen. Dass bei der gewaltigen Massenverschiebung, die hier stattgefunden hat, der Abstand zwischen dem Wellenzuge der Klippenzone und den Faltungen der Fatrakrivánkette nicht gleichmäßig blieb, ist gewiss leicht verständlich; ebenso, dass die sigmoide Schleppung mit jener Zerrung und Verschmälerung der Klippenzone an der Umbeugungsstelle verbunden gewesen sein musste, die aus den Beobachtungsthatsachen abgeleitet werden kann.

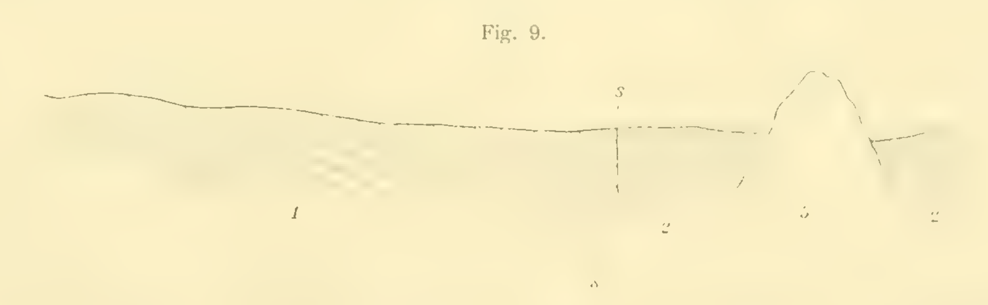
Über denjenigen Theil der Klippenzone, der östlich von Benyő-Lehota die normale Streichungsrichtung annimmt, ist hier nicht viel mitzutheilen, da nur ein kleiner Abschnitt dieses Theiles der Klippenzone zwischen Benyő-Lehota und Zaszkal bei Alsó-Kubin von mir begangen wurde. Der Zusammensetzung dieser Klippen wurde schon im stratigraphischen Theile gedacht.

Die Lagerungsverhältnisse sind leider nicht immer klar; das gilt besonders von den kleineren Klippen der Fleckenkalkfacies und für die massige Crinoidenkalkklippe südlich von Revisnye (s. Textfig. 9). Bei ein-

zelnen Vorkommnissen wurde östliches und südliches Verflächen beobachtet, aber im allgemeinen herrscht besonders bei allen größeren Klippen auch hier nördliches Verflächen, conform den Verhältnissen zwischen dem Kissucathale und Zazriwa. Die Längserstreckung dieser Klippen fällt hierbei mit dem generellen Streichen zusammen. Die Gesteine der Klippenhülle, die sich hier immer mehr der Ausbildungsart der pieninischen Klippenzone nähern, zeigen hier ähnlich wie im pieninischen Antheile der Klippenzone eine wechselvolle Lagerung; von den Klippen scharf geschieden, zeigen sie doch öfters mit diesen gleichsinnige Fallrichtungen. Eine weitere Analogie mit den Pieninen besteht in der Ausbildung einer nördlichen Randzone, die ausnahmslos aus krummschaligen, glimmer- und hieroglyphenreichen, von vielen breiten Spatadern durchzogenen Kalksandsteinen in Wechsellagerung mit blaugrauen Schiefern besteht. Diese Randzone schaltet sich im Norden der eigentlichen Klippenzone zwischen diese und den hohen Zug der eigentlichen Magurasandsteine ein und ist durch fortwährenden, zahllos wiederholten Wechsel des Fallens und Streichens gekennzeichnet. In meiner Arbeit über die pieninische Klippenzone ist diese Randbildung eingehend beschrieben und ich kann mich daher hier darauf beschränken, auf die vollständige Übereinstimmung hinzuweisen. Das Thal von Benyő-Lehota schließt diese Zone in der Gegend Chrastelovo sehr gut auf und man kann durch eine Begehung dieser Gegend feststellen, dass diese Zone die Schwenkung der Klippenzone mitmacht; sie ist östlich der wiederholt erwähnten Gegend Uhliska und Rohole am Abhange des Mincsolzuges mächtig entfaltet und konnte auch noch bei Zazriwa beobachtet werden. Weiter westlich scheint sie dagegen zum Theile mit den Magurasandsteinen zu verschmelzen. Versteinerungen wurden hier in dieser Zone ebensowenig gefunden wie in den Pieninen, die überwiegende Wahrscheinlichkeit spricht für die Zugehörigkeit zum Alttertiär, das sich in der Arva und in den Pieninen nördlich der Klippenzone in eine untere Partie von Kalksandsteinen und Thonen und eine obere Partie von kalkarmen Sandsteinen (Magurasandstein) gesondert hat, während sich südlich der Klippenzone eine einheitliche Folge von bankigen Sandsteinen und grauen thonigen und mergeligen Schiefern absetzte.

Die Alttertiärgesteine im Süden der Klippenzone, die am Nordfuße des Fatrakriván-Gebirges auf eine äußerst schmale Zone beschränkt waren, nehmen jenseits der Sigmoide einen viel breiteren Raum ein. Von den Abhängen des Chocsgebirges neigen sich mächtige Massen von Sulower Conglomerat nach Norden. Auf ihnen ruhen jene bankigen Sandsteine und grauen Schiefer, die in ermüdender Einförmigkeit den Raum zwischen dem Chocsgebirge und der Arva'er Klippenzone einnehmen und ihrerseits wieder gegen die Klippenzone einfallen. Mehrere Punkte zwischen Zaszkal und Istebne lassen dieses Lagerungsverhältnis erkennen, besonders deutlich der Eingang in das Revisnyethal bei Nagyfalu, wie der beistehende Durchschnitt (Textfigur 9) zeigt. Am Contacte mit den obercretacischen Hüllschiefern der Klippen-

Fig. 9.



Lagerung des Alttertiär am Contacte mit dem Südrande der Klippenzone am Ausgange des Revisnyethales bei Nagyfalu

1. Alttertiäre Sandsteine und Schieferthone.
2. Rothe Schiefer und Sandsteine der Klippenhülle (Puchower Schichten), obercretacisch.
3. Weißer Crinoidenkalk (Dogger).
s s Südgrenze der Klippenzone

zone sind die alttertiären Schichten viel steiler gestellt als weiter südlich, und es scheint dieses Verhältnis nicht nur hier, sondern auch an anderen Punkten zu herrschen. Nur in der Nähe des Contactes sieht man im Bereiche des Alttertiär steile Schichtstellungen, die breite Alttertiärzone zwischen den Abhängen des

Chocsgebirges und der Klippenzone zeigt dagegen meist flache Lagerung mit vorwiegender Neigung nach Norden.

Die Contactlinie im Süden der Klippenzone kann leicht und bestimmt festgestellt werden. Viel schwieriger ist dagegen die Abgrenzung im Norden, ein Verhältnis, das in gleicher Weise auch im Gebiete der Pieninen bemerkt wurde.

III. Zusammenfassung.

In **stratigraphischer Beziehung** ist vor allem die Thatsache hervorzuheben, dass die permisch-mesozoischen Ablagerungen des Fatrakriván-Gebirges ausschließlich in subtatrischer Facies ausgebildet sind, und dass demnach eine Differenzierung in ein hoch- und in ein subtatrisches Faciesgebiet, wie in der Tatra, hier nicht besteht.

Die subtatrischen Ablagerungen des Fatrakriván-Gebirges unterscheiden sich hauptsächlich in folgenden Punkten von den subtatrischen Ablagerungen der Tatra:

1. Durch das Auftreten eines Horizontes von weißem, porösem Sandsteine (»Lunzer Sandstein«) im oberen Theile des Triasdolomites, der hierdurch in eine untere mächtigere Abtheilung (Muschelkalkdolomit und Muschelkalk) und ein wenig mächtige, obere Abtheilung (obertriadischer Dolomit) zerfällt.

2. Die Kössener Schichten enthalten Kalklagen mit Stielgliedern von *Pentacrinus*, sind aber im übrigen viel weniger versteinerungsreich als in der Tatra.

3. Die Grestener Schichten sind durch grauen, sandigen Crinoidenkalk mit Belemniten ausgezeichnet, der in petrographischer Hinsicht eine Mittelstellung zwischen dem Pisanasandsteine der Tatra und dem Crinoidenkalke der Grestener Schichten der Westkarpathen (der kleinen Karpathen, des Trentschiner Gebirges, des Zjargebirges u. s. w.) einnimmt, dabei aber dem letzteren Typus viel näher steht.

4. Im Bereiche des Lias herrschen graue Fleckenkalke, die in äußerst regelmäßigen Bänken abgelagert sind, schwarze Hornsteinlinsen und zahlreiche Belemniten führen.

5. Wie in der Tatra enthält die jurassische Schichtfolge auch im Fatrakriván-Gebirge eine Zone von rothen und grünlichen Hornsteinkalken und Knollenkalken und Hornsteinschiefern: während sich aber diese Facies in der Tatra im Oberlias einstellt, tritt sie hier im Oberjura auf. Die rothen oberjurassischen Knollenkalke enthalten imbricate Aptychen und ermöglichen eine ziemlich scharfe Begrenzung des Jura gegen die Unterkreide.

6. Im Bereiche der neocomen Fleckenmergel lässt sich eine obere, vorwiegend schieferige, auch Sandsteinlagen führende Partie abtrennen, die in der Gegend von Parnica *Desmoc. liptaviense* Zeusch. enthält und den Wernsdorfer Schichten entsprechen dürfte.

7. Der Chocsdolomit kann hier und da eine kalkige Ausbildung annehmen; eine besondere Kalkfacies, entsprechend dem Murankalke der Osttatra, kann hier nicht unterschieden werden.

Die **Klippenzone** des untersuchten Gebietes enthält Lias-, Jura- und Neocomablagerungen, die vorherrschend in der Facies der Fleckenmergel- und Hornsteinkalke ausgebildet sind; nur an wenig Punkten kommen weiße Dogger-Crinoidenkalke der versteinerungsreichen Facies vor. Sehr weite Verbreitung genießen Schiefer mit *Posidonomya alpina*; der Unterschied zwischen Hornsteinkalk und versteinerungsreicher Facies scheint hier besser vermittelt zu sein als in den Pieninen, da der oberjurassische Antheil der Hornsteinkalke öfter rothe Knollenkalke, ähnlich den Czorsztyner Kalken, enthält.

Die Klippenhülle besteht aus obercretacischen und alttertiären Gesteinen, die hier kartographisch voneinander nicht getrennt wurden. Die obercretacischen Exogyrensandsteine verlieren nach Osten hin an Mächtigkeit. Mit den Puchower Inoceramenmergeln können auch graue und schwärzliche Schiefer, dünnschichtige Hieroglyphensandsteine, grobbankige, wie auch massig mürbe Sandsteinlagen in Verbindung stehen. Ferner kommen im Bereiche der Klippenhülle Schichten nach Art der galizischen »Ropiankaschichten« vor. Östlich der Sigmoide von Zazriwa erfolgt eine Annäherung an die Zusammensetzung der Klippenhülle der Pieninen.

Zusammenfassung der tectonischen Ergebnisse.

Das Fatrakriván-Gebirge bildet ein nach demselben Bauplane angelegtes Kerngebirge wie die Tatra, lässt aber im Rahmen desselben tectonischen Gesetzes gewisse eigenthümliche Abänderungen des geologischen Baues erkennen. Auch im Fatrakriván-Gebirge hat man es mit schiefen, nach Norden verflächenden Falten zu thun, die bei unterdrücktem Mittelschenkel vom Hangendschenkel nach Süden überschoben sind; während aber in der Tatra vier Hauptanticlinen und ebensoviele Synclinen unterschieden werden, bestehen hier nur zwei Hauptanticlinen (A_1 und A_2) und zwei Hauptsynclinen (S_1 und S_2). Die Syncline S_1 erstreckt sich nicht, wie in der Tatra, ununterbrochen durch das ganze Gebirge, sondern zerfällt in vier gesonderte Partien. Wie im Tatragebirge, ist auch hier die Anticline A_1 am höchsten emporgefaltet, und die Intensität der Faltung nimmt nach dem Nordrande hin ab. Die Syncline S_1 ist enger zusammengepresst als die flach nach Norden abfallende und am Nordrande die jüngsten Ablagerungen der Schichtfolge umfassende Syncline S_2. Die sogenannte granitische Centralaxe ist nichts anderes als der Kern der Anticline A_1, sie bildet den Südabhang des Gebirges, während der Hauptkamm von den darüber folgenden permischen und mesozoischen Felsarten eingenommen wird. Der Kern der Anticline A_2 besteht an zwei Stellen aus Granit, im übrigen aus Triasdolomit.

Ungefähr in der Mitte des Gebirges vereinigt sich am Berge Hleb die Syncline S_2 über die trennende Anticline A_2 hinweg mit der Syncline S_1 und oberjurassische Hornsteinkalke, und wohl auch neocome Fleckenmergel streichen hier aus dem Bereiche der Mulde S_2 quer zum allgemeinen Gebirgsstreichen in das der Mulde S_1. Es kommt also hier gleichsam eine Überbrückung der Anticline A_2 zustande, durch welche die Faltenzone des Fatrakriván-Gebirges in einen etwas kleineren östlichen und einen etwas größeren westlichen Theil zerfällt. In den an die »Überbrückung« angrenzenden Partien bestehen beide Theile zunächst aus zwei Anti- und zwei Synclinen. Dann folgen einerseits nach Westen, anderseits nach Osten Partien stärkerer Aufwölbung; im östlichen Abschnitte äußert sich diese Verstärkung der Aufwölbung in einer von Osten her erfolgenden, keilförmigen Einschiebung von zwei secundären Anticlinen von Triasdolomit, im westlichen Abschnitte durch das Auskeilen der Syncline S_1 und die Verschmelzung der granitischen Kerne der Anticlinen A_1 und A_2 zu einer einheitlichen breiten Granithauptaxe.

In der Gegend der Überbrückung nimmt die cretacische Muldenmitte der Syncline S_2 einen beträchtlichen Theil der Gesammtbreite der Kalkzone ein; die Aufwölbungen im östlichen und westlichen Abschnitte bewirken aber eine allmähliche Verschmälerung der Breite der Muldenmitte nach beiden Seiten hin. In westlicher Richtung ist das den Nordsaum des Gebirges bildende Band von Chocsdolomit und Neocomfleckenmergel ungemein reduciert und ruht westlich vom Branicathale nicht mehr auf oberjurassischem Hornsteinkalke, sondern erscheint an immer ältere Glieder der inneren Falten und schließlich an Permquarzit und im Strecsnópasse sogar unmittelbar an den Granit der Hauptaxe aufgeschoben. Die Dislocationslinie (Strecsnólinie oder nördliche Randaufschiebungslinie), an der sich diese Aufschiebung vollzieht, verläuft ungefähr parallel zum Nordrande; sie entspricht der größten longitudinalen Dislocation des Fatrakriván-Gebirges und setzt sich auch in das Mincsolgebirge fort (vgl. Textfiguren 4 und 5 und Taf. I, Fig. 1).

Im westlichen Abschnitte ist die Syncline S_1 in zwei Partien entwickelt. Die westliche ist nach Süden überschoben, mit steil nördlichem Verflächen der Überschiebungsfläche, die östliche zeigt in der Mitte ihrer Entwicklung eine locale Umkehrung nach Süden (vgl. Taf. II, Fig. 1), die sich auch auf die Schichten der hier weit nach Süden vordringenden Anticline A_2 erstreckt.

Der Granitaufbruch der Anticline A_2 im westlichen Abschnitte bildet eine Art Kuppel, die sich nach Süden und Westen ziemlich flach unter die Syncline S_1 senkt und dadurch die Überbrückung der Anticlinalzone und die Vereinigung von S_1 und S_2 ermöglicht. Infolge dieser flachen Lagerung ist die Überbrückungssyncline nicht überschoben, sondern in Form einer regelmäßigen Mulde mit gegensinnig geneigten Schenkeln entwickelt. Dagegen dürfte mit der Überbrückung ein starkes Andrängen gegen

Süden verbunden gewesen sein, da hier der Triasdolomit aus der Schichtfolge nach Nordosten abgedrängt erscheint (vgl. Taf. II, Fig. 4 und Taf. III, Fig. 1).

Den geologischen Bau des östlichen Abschnittes beherrscht vermehrte Aufwölbung, die in zwei secundären Anticlinen von Triasdolomit unter gleichzeitigem Zurückweichen der granitischen Axe nach Süden zum Ausdrucke kommt. Nur in einer schmalen, wellig gekrümmten Zone setzt sich die granitische Axe bis nahe an den Ostrand des Gebirges, beziehungsweise bis unmittelbar an die östliche Randverschiebung fort. Im östlichen Abschnitte herrscht im allgemeinen Überschiebung nach Süden; die Erhaltung eines Theiles des Mittelschenkels am Ostrande bei Parnica deutet im Zusammenhange mit der Erweiterung des Faltungsraumes auf eine Abschwächung der Überschiebung hin. Eine secundäre Einmuldung, der secundären Syncline der Hoȷica in der Osttatra vergleichbar, tritt im Bereiche der Anticline A_1 am Ostrande des Gebirges bei Parnica auf. Die Hauptfalten, wie auch die secundären Anticlinen erweitern sich nach Osten immer mehr und sind am Ostrande gerade in ihrer breitesten Entwicklung durch einen Randbruch abgeschnitten, der zuerst nordsüdlich, dann nordsüdlich mit einer kleinen Ablenkung nach Westen verläuft.

An diesem Randbruche ist die östliche Fortsetzung der Falten zur Tiefe gesunken, erst bei Parnica, 6·7 *km* südlich von der Nordostecke des Gebirges, tauchen an der Ostseite des Randbruches die mesozoischen Bildungen mit neocomen und oberjurassischen Fleckenmergeln wieder auf, und der Randbruch geht hier in die Ṡiplinie über. An der Ṡiplinie sind die Schichten nach Süden geschleppt, zugleich aber treten in dem Vordringen der mesozoischen Bildungen nach Westen südlich vom zipfelförmigen Ausläufer der granitischen Centralaxe deutliche Anzeichen einer nach Westen, d. i. gegen die Centralaxe gerichteten Bewegung hervor. Die Randbruchlinie, der man das Wesen einer queren Blattlinie zusprechen muss, ist demnach in ihrem nördlichen Theile zugleich eine Senkungsbruchlinie, während sie nach Südwesten als Ṡiplinie zugleich den Charakter einer Aufschiebungslinie annimmt, und es zeigt sich auf diese Weise, einen wie verschiedenartigen tectonischen Charakter eine und dieselbe Dislocationsfläche annehmen kann. Die Länge der Ostrand-Bruchlinie beträgt sammt der Ṡiplinie, soweit diese letztere bisher sicher ermittelt ist, im ganzen 14·5 *km*.

Die nach Süden und hauptsächlich nach Westen, d. i. gegen die granitische Centralaxe gerichtete Bewegung an der Ṡiplinie hat eine unverkennbare Analogie mit der ebenfalls gegen die Centralaxe gerichteten Bewegung, die am Westrande der Tatra erkannt werden konnte. Noch auffallender tritt die Übereinstimmung des geologischen Baues am Südrande hervor. Auch dieser Rand ist ein Bruchrand, theils alttertiäre Schiefer und Sandsteine, theils cretacische Dolomite und Fleckenmergel stoßen hier unmittelbar an den Granit der Hauptaxe an. Während aber am Südrande des Tatragebirges nur kleine mesozoische Schollen erhalten sind, deren im allgemeinen flache Lagerung weniger direct beobachtet als mittelbar erschlossen werden konnte, treten im Fatrakriván-Gebirge jungmesozoische Kalke und Dolomite bei Kralován in breiter Zone an den Granit heran und ihre flache Lagerung ist weiten Aufschlüssen unmittelbar zu entnehmen. Nur mit einigem Zögern konnten die kleinen mesozoischen Schollen im Süden der Tatra als Reste einer Austönungszone der Niederen Tatra mit verhältnismäßig flacher Lagerung angesprochen werden, hier dagegen zeigt ein Blick auf die geologische Karte, dass die breite, an den Südrand des Granitkernes des Fatrakriván-Gebirges angrenzende cretacische Scholle des Hradiskapasses zugleich die Randzone des südlich davon sich erhebenden Lubochniagebirges bildet.

Die Randzone am Südfuße des Fatrakriván-Gebirges war zufolge ihrer Rolle als Austönungszone schon in voreocäner Zeit ein Tiefengebiet, in das die Ingression des Eocänmeeres eintreten konnte. Die abgelagerten Alttertiärschichten bewahrten in der Mitte des Thuróczer Kessels eine fast horizontale Lagerung; sie wurden wohl da und dort von Brüchen betroffen, aber nicht gefaltet. Derartige Brüche vollzogen sich in nacheocäner Zeit besonders in der Nähe der in voreocäner Zeit gebildeten Dislocation zwischen dem Granite des Fatrakriván-Gebirges und dem cretacischen Saume des Lubochniagebirges. Ungleiche Sprunghöhe der nachmaligen Senkungen an dieser Dislocation musste an einzelnen

Stellen die Erhaltung mesozoischer Schollen, an anderen das Anstoßen von Alttertiär an Granit zur Folge haben, und so konnte sich's ergeben, dass an derselben einheitlichen Linie theils alttertiäre, theils untercretacische Gesteine an den Granit stoßen. Von diesen nacheocänen Senkungen wurden namentlich die vom Granitkerne des Lubochniagebirges entfernter liegenden Theile der Randzone betroffen, während diejenige Partie, die im Hradiskapasse bei Kralován zwischen den Granitkernen des Fatrakriván- und des Lubochniagebirges gleichsam eingezwängt ist, von dem Niederbruche verschont blieb.

In der Hebungs- oder Faltungszone der Klippen nördlich vom Fatrakriván-Gebirge herrscht eine ungemein regelmäßige lineare Verheilung der Klippen. Die Arvá'er Klippenzone rückt viel näher an das Fatrakriván-Gebirge heran als die pieninischen Klippen an die Tatra. Die einzelnen Klippen zeigen vorwiegend nördliches Verflächen der Schichten, und so stimmt der hierin zum Ausdrucke kommende Bauplan mit der Tectonik des Fatrakriván-Gebirges überein. Diese Übereinstimmung geht noch deutlicher aus der zwischen Zazriwa und Parnica sich vollziehenden sigmoidalen Verschiebung der Klippenzone (Arva'er Sigmoide) nach Süden hervor, die mit der Bewegung am Ostrandbruche und der Šiplinie ausgezeichnet correspondiert. An der Arvá'er Sigmoide erscheint die Klippenzone gezerrt und grenzt eine Strecke weit unmittelbar an den Ostrandbruch an. Da die Falten des Fatrakriván-Gebirges hier gebrochen und gesunken sind, so müssen die Klippenkalke der Sigmoide die gesunkenen Falten überschieben und sonach scheinen sich auch hier Anzeichen einer Bewegung nicht nur in südlicher, sondern auch in westlicher Richtung zu ergeben.

Die Gleichartigkeit dieser Bewegungen in der Klippenzone und im Fatrakriván-Gebirge spricht für ihre gleichzeitige Entstehung, die anderseits auch durch die Lagerungsverhältnisse des eocänen Sulower Conglomerates am Rande des Fatrakriván-, Šip- und Chocsgebirges und durch die eocänen und obercretacischen Conglomerate und deren Lagerungsverhältnisse in der Klippenzone erhärtet und zugleich als voreocän erwiesen ist.

In der Klippenzone haben diese Bewegungen, wie wir der Natur des obercretacischen Antheiles der Klippenhülle entnehmen können, schon vor Ablagerung der Oberkreide begonnen. Dasselbe lässt sich für die Tatra auf Grund der obercretacischen Ablagerungen dieses Gebirges beweisen. Im Fatrakriván-Gebirge sind dagegen obercretacische Ablagerungen nicht bekannt, wir können also hier nur auf Grund der Übereinstimmung aller wesentlichen in Betracht kommenden Umstände vermuthen, dass die Gebirgsbildung auch in diesem Gebirge schon nach Absatz des Chocsdolomites einsetzte, dass aber das obercretacische Meer dieses Gebiet, ungleich der Hohen Tatra, vermuthlich nicht erreicht haben dürfte.

Die nacheocäne Faltung, welche die Tectonik des Karpathensandsteines hervorrief, scheint in der pieninischen Klippenzone wesentliche Spuren hinterlassen zu haben. Wenn so viele, namentlich alle kleineren Klippen und die Klippenhülle vorwiegend südliches Verflächen aufweisen, während die großen Massen nach Norden geneigt sind, so liegt es nahe, diese Adjustierung an die Tectonik der Sandsteinzone dem Einflusse der nacheocänen Faltung zuzuschreiben. In der Arva'er Klippenzone, soweit sie hier in Betracht kommt, scheint dieser Einfluss der nacheocänen Faltung geringer gewesen zu sein, wohl wegen der größeren Nähe der mächtigen und starren Gebirgsmasse des Fatrakriván. Ganz ohne Nachwirkungen dürfte aber diese spätere Äußerung der gebirgsbildenden Kräfte auch hier nicht verlaufen sein, und es möchte mir scheinen, als ob nebst größeren und kleineren Bewegungen im Bereiche der Klippenzone selbst namentlich die Anpressung an die so schmale Alttertiärzone am Südrande der Klippenzone diesem Einflusse zugeschrieben werden könnte. Allerdings könnte es auffallend erscheinen, dass ein Seitendruck, der in der Sandsteinzone südliches Verflächen der Schichten bewirkte, hier das nördliche Verflächen an der Südgrenze der Klippenzone verstärkte. Eine derartige Wirkung wäre trotzdem nicht unmöglich, da ja ein und derselbe Druck je nach den gegebenen Verhältnissen wohl auch verschiedene Lagerungen hervorrufen kann.

Die nacheocäne Phase der Gebirgsbildung äußerte sich in Form von Faltungen nur in dem Raume nördlich der Klippenzone; südlich davon blieben die Eocänschichten ungefaltet, und ihre Lagerung ist in der Mitte des Thuróczer Kessels geradezu als horizontal zu bezeichnen. Dagegen sind hier auf diese

Phase Bewegungen zurückzuführen, deren Ergebnis in einer noch schärferen Ausprägung der durch die voreocäne Faltung bewirkten Differenzierung bestand. Die schon ursprünglich tiefer gelegenen, flachen Austönungs- oder Randzonen der Kerngebirge wurden an kleineren Brüchen noch tiefer versenkt und die Gebirgskerne relativ gehoben, wie sich aus der geneigten Lagerung der eocänen Conglomerate am Nordrande der Tatra und des Fatrakriványzuges ergibt. Konnte in der Arbeit über das Tatragebirge »am Südrande der jeweiligen Faltungszonen (Klippenbogen, Hohe Tatra) scharfer Abbruch, am Nordrande allmähliche Senkung« constatiert werden [1], so steht dies mit den Erscheinungen des Fatrakriván-Gebirges in vollster Übereinstimmung.

Im Bereiche der Hohen Tatra wurden folgende Dislocationstypen unterschieden:

1. Überschiebungen oder Wechsel.

2. Aufschiebungslinien, an denen Schichtgruppen durch Faltung, Aufschiebung oder Überschiebung aus der regelmäßigen Schichtfolge beseitigt oder jüngere auf ältere Schichtgruppen geschoben sind.

3. Querverschiebungen oder Blätter.

4. Nacheocäne Senkungsbrüche.

Dieselben Dislocationstypen sind auch im Fatrakriván-Gebirge zu erkennen, zeigen aber hier zum Theile gewisse Modificationen. Da im Fatrakriványzuge nur zwei Hauptanticlinen bestehen, ist das Auftreten von Wechseln oder Überschiebungsflächen auf den Contact von S_1 und A_2 beschränkt. Überdies sind hier diese Dislocationsflächen kürzer als in der Tatra, da die Syncline S_1 nicht durch das ganze Gebirge streicht, sondern in gesonderte Partien zerfällt. Aus diesen Gründen spielen Wechselflächen im Fatrakriván-Gebirge eine geringere Rolle als in der Tatra.

Die Blattverschiebungen der Tatra sind verhältnismäßig unbedeutende Erscheinungen; im Fatrakriványzuge scheinen die entsprechenden Dislocationen noch schwächer entwickelt zu sein oder selbst gänzlich zu fehlen. Dagegen kann hier auf eine Querdislocation verwiesen werden, die zu den größten Dislocationen dieser Art in den Karpathen überhaupt gehört. Es ist das der östliche Randbruch sammt der Šiplinie. Man kann diesen 14·5 *km* langen Bruch insofern als Blatt ansprechen, als mit dieser Dislocation eine gewisse Verschiebung des östlichen Flügels in südlicher Richtung verbunden war. Der tectonische Charakter dieser großartigen Dislocation war aber kein einheitlicher: im nördlichen Theile war mit dem Querbruche eine Senkung, im südlichen Theile eine Aufschiebung des östlichen Flügels verbunden. Die Bewegung des aufgeschobenen Theiles erfolgte wahrscheinlich nach Süden und hauptsächlich nach Westen.

Als nacheocänen Senkungsbruch nennen wir vor allem den südlichen Randbruch. Auch dieser hat vermuthlich keinen einheitlichen Charakter. In voreocäner Zeit angelegt, dürfte er ursprünglich zum Theile den Charakter einer leichten Überschiebung gehabt haben. In nacheocäner Zeit sind an diesen Bruch an den Stellen, wo Alttertiär an Granit stößt, Senkungen erfolgt; wo dagegen an dieser Linie cretacische Gesteine im Contacte mit Granit erhalten sind, fehlen Anhaltspunkte für die Annahme nacheocäner Bewegungen, so dass die Möglichkeit nahe gerückt ist, dass nur einzelne Theile des südlichen Randbruches zugleich einen nacheocänen Senkungsbruch bilden, während andere den ursprünglichen Charakter bewahrten.

Aufschiebungen geologisch jüngerer Schichtglieder auf ältere bilden im Fatrakriványzuge eine wichtige Erscheinung. Ihnen gehört die bedeutendste Longitudinaldislocation des ganzen Gebirges, die Strecsnólinie oder nördliche Randaufschiebungslinie an. Außerdem sind mehrere kleinere derartige Aufschiebungen zu verzeichnen. Bei diesen tectonischen Erscheinungen kann als Regel gelten, dass die längs einer bestimmten Aufschiebungslinie verdrängte Schichtserie im benachbarten Gebiete bei ihrem Wiederauftauchen mit bedeutend verstärkter Mächtigkeit zum Vorscheine kommt. Es handelt sich da hauptsächlich um seitliche Verschiebungen, die in einzelnen Fällen zu vollständiger, in anderen nur zu theilweiser Verdrängung und Reduction einer Schichtreihe führen.

[1] Geologie des Tatragebirges III, S. 111.

An der oft besprochenen Überbrückung ist eine derartige Anpressung nach Süden zu erkennen. Diese Erscheinung, sowie die Verschiebung am östlichen Randbruche, die Anpressung an der Strecsnólinie und viele andere tectonische Einzelnheiten lassen auf eine Bewegung der permisch-mesozoischen Schichtfolge gegen die centrale Granitmasse schließen, die also an der Nordseite des Fatrakrivánzuges gegen Süden, an der Ostseite gegen Westen gerichtet war. Wie vom Tatragebirge behauptet werden konnte, dass die Erscheinungen seines geologischen Baues erklärlich wären, wenn angenommen werden könnte, dass gleichzeitig mit dem tangentiellen Drucke eine das Urgebirge vertical hebende Kraft eingewirkt habe[1], so spricht auch die Tectonik des Fatrakriván-Gebirges für eine derartige Annahme.

Alle Folgerungen und Schlüsse, die aus dem tectonischen Baue der Hohen Tatra abgeleitet werden konnten, finden im Fatrakriván-Gebirge Bestätigung. Ich kann daher am Schlusse dieser Zusammenfassung auf die Folgerungen meiner Arbeit über das Tatragebirge verweisen und behalte es mir vor, auf einzelne Fragen bei späterer Gelegenheit einzugehen.

[1] Geologie des Tatragebirges III, S. 113.



Geologische Karte des Klein-Krivan-Gebirges
(Kriván-Fátra).

V. Uhlig: Geologie des Klein-Krivan-Gebirges (Kriván-Fátra).

1 Granit

2 Krystallinische Schiefer

3 Permquarzit und Schiefer der Unteren Trias

4 Muschelkalk und Muschelkalk-Dolomit Lunzer Sandstein und obertriadischer Dolomit

5 Bunter Keuper

6 Rhätische Schichten

7 Crinoidenkalk, Sandstein und dunkler Schiefer der Grestener Schichten Unterlias

8 Fleckenmergel des Lias und Dogger

9 Rothe und grünliche Knollenkalke und Hornsteinkalke mit Aptychen Oberjura und Tithon

10 Graue Knollenkalke und mergelige Kalke des Lias im Bereiche der Klippenzone

11 Posidonomyen-Schiefer im Bereiche der Klippenzone Dogger

12 Weißer Crinoidenkalk (Dogger) im Bereiche der Klippenzone


13 Rother und grauer Hornsteinkalk und Aptychenkalk. Oberjura und Neocom im Bereiche der Klippenzone


14 Neocome Fleckenmergel und Hornsteinkalke, graue Mergelschiefer

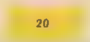

15 Chocsdolomit

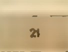

16 Klippenhülle, Oberkreide Puchower Mergel, Sandsteine und Schiefer mit Inoceramen, eocäne Sandsteine


17 Eocäne Nummulitenkalke und Kalk- und Dolomit-Conglomerate (Sulower-Conglomerate)

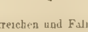

18 Obereocäne und oligocäne Sandsteine und Schiefer Magurasandsteine im Norden der Klippenzone


19 Blaugraue Schiefer- und Kalksandsteine im Norden der Klippenzone


20 Jungtertiäre Süßwasserablagerungen


21 Pleistocäne Schuttkegel Geröllablagerungen und Terrassen


22 Kalktuff nur bei Stankowan


Streichen und Fallen

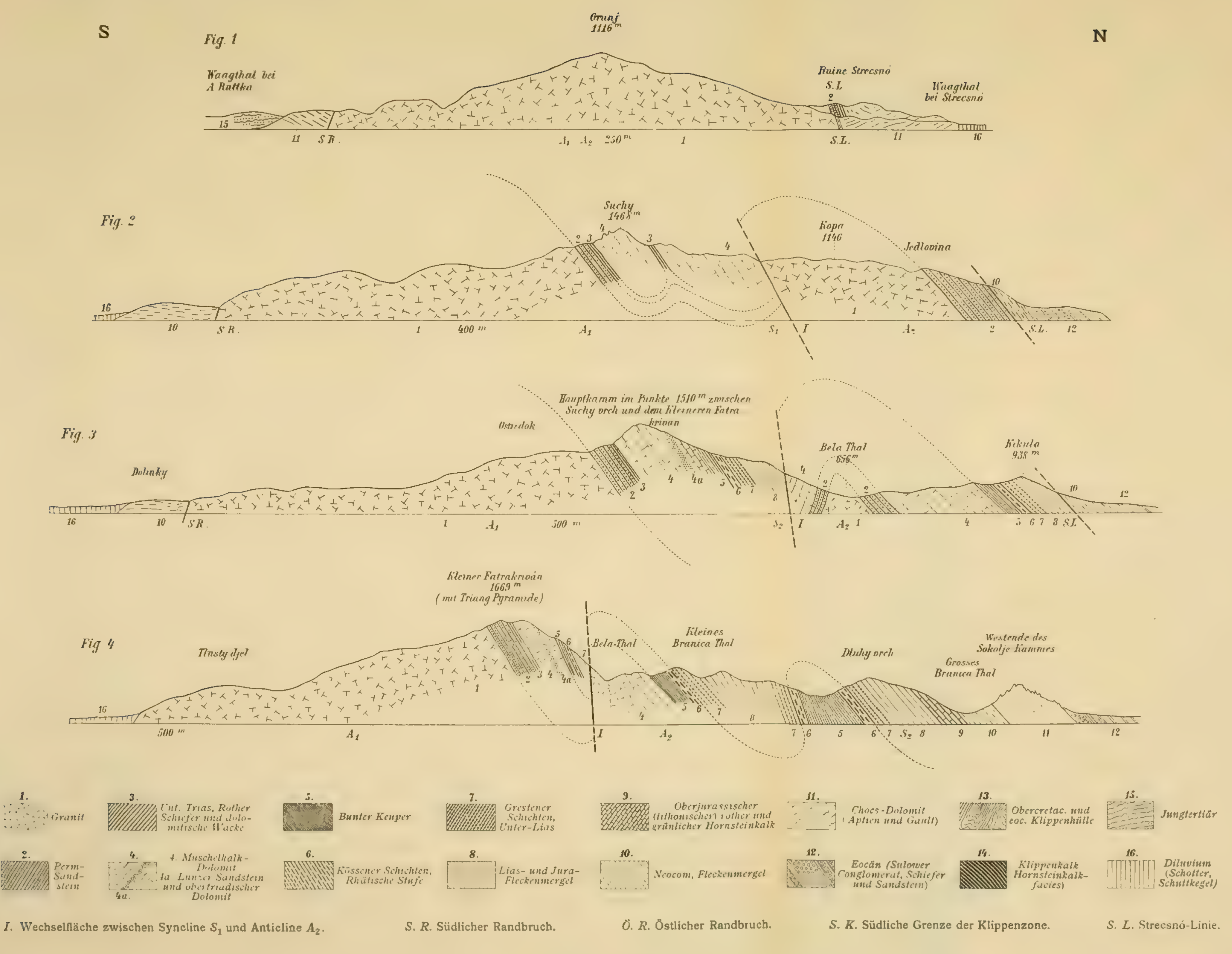
Aufschiebungslinien (Strecsnólinie etc.); Linien, an denen Schichtgruppen aus der regelmäßigen Schichtfolge beseitigt sind, Überschiebungslinien und Randbrüche

Maßstab 1 : 75.000

Denkschriften d. kais. Akad. d. Wiss. math.-naturw. Classe, Bd. LXXII

Ausgeführt im k. und k. militär-geographischen Institute

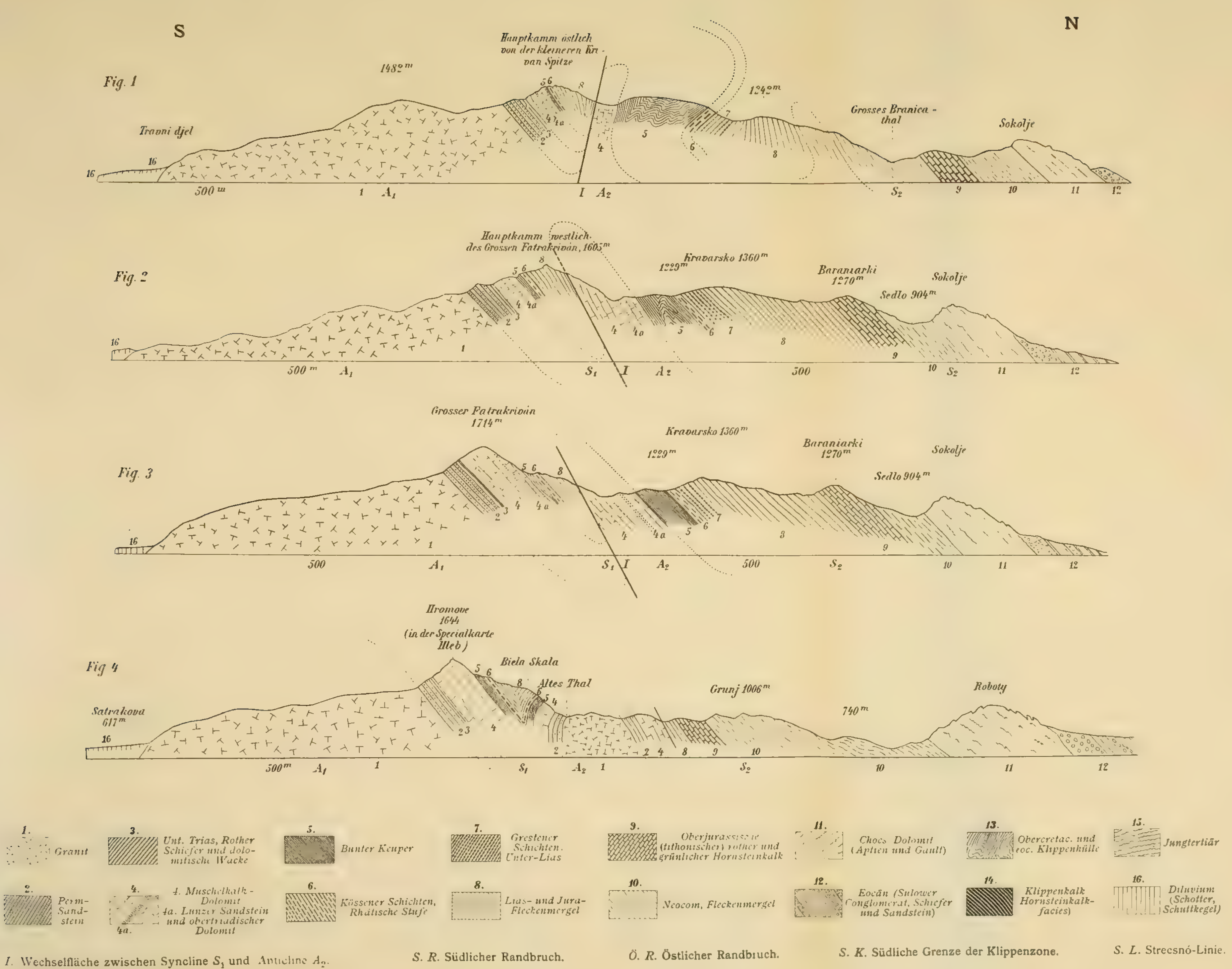




Maßstab 1 : 50.000.

K k Hof u Staatsdruckerei

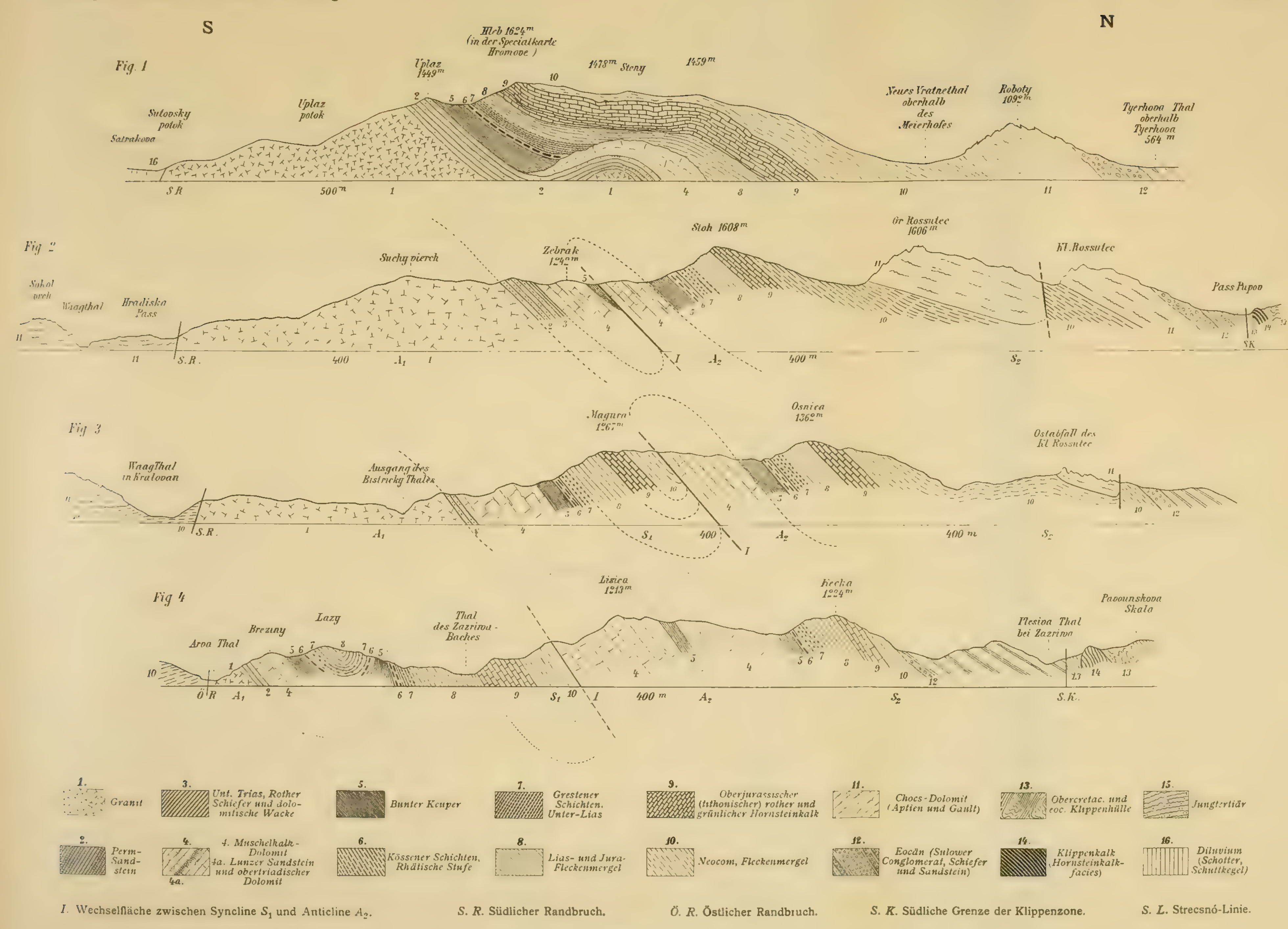




Maßstab 1 : 50.000.

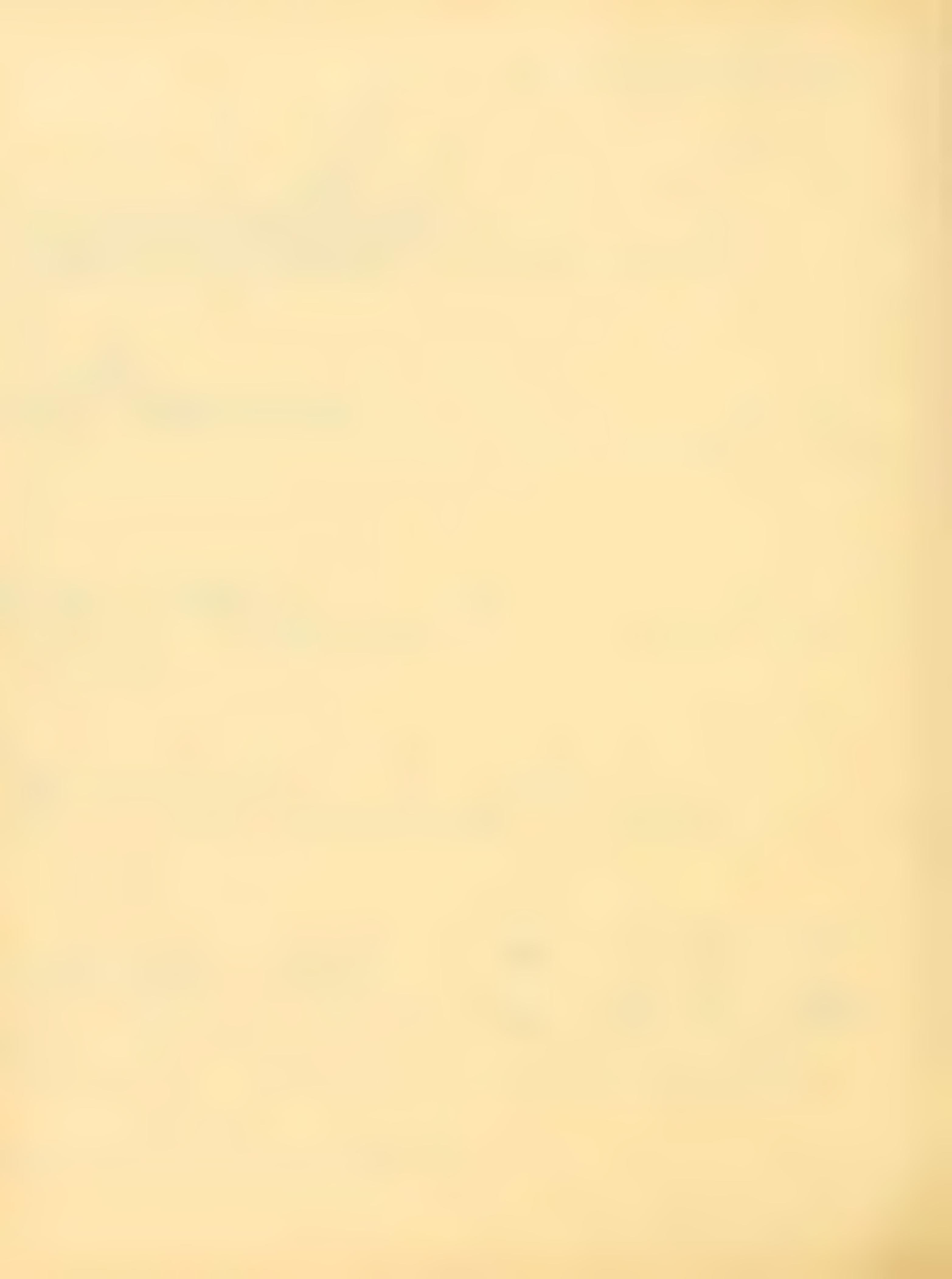
K k Hof u Staatsdruckerei





Maßstab 1 : 50.000.

K. k. Hof- u. Staatsdruckerei



SÜDJAPANISCHE ANNELIDEN

III.

APHRODITEA, EUNICEA

BEARBEITET VON

DR. EMIL v. MARENZELLER.

Mit 3 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 13. MÄRZ 1902.

Die vorliegende Abhandlung entspricht insofern nicht ganz dem Titel, als sie außer wirklichen südjapanischen Anneliden auch einige vom Prof. Hilgendorf bei Hakodate gesammelte Arten enthält.

Bis auf eine in die Familie der Euniciden gehörige neue Gattung und Art beschränkt sich diese Arbeit auf Aphroditiden. Sechs Arten sind neu, von den übrigen waren drei Arten und eine Varietät bereits früher an Japan gefunden worden, der Rest ist neu für diese Fauna und besteht aus Arten, die bereits aus dem Indischen oder Stillen Oceane bekannt waren. Es sind dies: *Euphione elisabethae* M'Int., südlich vom Cap der Guten Hoffnung, *Halosydna nebulosa* Gr. von Chefoo, *Halosydna fulvovittata* Gr. von Australien und den Philippinen, *Lepidonotus squamatus* (L.) Kinb. circumboreal, auch von der kalifornischen Küste, *Lepidonotus carinulatus* Gr. aus dem Rothen Meere und von den Philippinen, *Thormora (Lepidonotus) jukesii* Baird von ebenda und noch anderen Orten des Indischen und Stillen Oceanes, *Acholoë vittata* (Gr.) Marenz. von Sitka und der kalifornischen Küste.

Anhang.

Über das Vorkommen arctischer Thiere in den Tiefen (300—1600 *m*) des Nordwestlichen Japanischen Meeres.

Herr Julius V. Petersen, Controlor der großen nordischen Telegraphengesellschaft in Shanghai, hat während der Kabellegungen an zwei Orten im Osten des Cap Sesuro, der Nordspitze von Korea, dredschen lassen und den Fang dem k. k. naturhistorischen Hofmuseum gewidmet. Aus den Tiefen, welche bei gleicher Ortsbestimmung auf den verschiedenen Gläsern verzeichnet waren, kann man schließen, dass das Material mehrerer nacheinander gemachten Netzzüge vorliegt, sowie dass die Küste sehr steil abfällt. Wiewohl die Bearbeitung dieser Sammlung noch nicht vollständig durchgeführt ist, so prägt sich doch

der Charakter dieser Fauna als arctischer schon in den bisher vorliegenden Daten[1] so deutlich aus, dass ich mich wegen der Bedeutung dieser Thatsache für das Verständnis der eigenthümlichen Zusammensetzung der Thiergesellschaften in den benachbarten näheren und ferneren Küstengebieten zu einer vorläufigen Mittheilung veranlasst finde. Es wurden gefunden in 42° 8' n. Br., 130° 39' ö. L.: Poriferen: *Suberites lütkeni* O. S., 300 *m*. Hydroiden: *Calycella plicatilis* (Sars) Hincks, 300 *m*, *Calycella syringa* (L.) Hincks, 300 *m*, *Obelia flabellata* Hincks, 300 *m*, *Lafoea fruticosa* Sars. Echinodermen: *Antedon eschrichtii* Müll. J. mit *Myzostoma gigas* Graff, 300 *m*. Polychäten: *Lagisca rarispina* (Sars.) Malmgr. Mollusken: *Pecten islandicus* Chemn., 300 *m*, *Pecten abyssorum* Lov., 300—1000 *m*. Ferner in 41°42' n. Br., 129° 55' ö. L.: Echinodermen: *Lophaster furcifer* (D. K.) Verrill., 1000—1200 *m*, *Solaster papposus* (Linck) M. T., 400 *m*, *Stichaster albulus* (Stimps.) Verrill., 1000—1200 *m*, *Ophiopolis aculeata* (Müll.) Gray, 1000—1600 *m*, *Strongylocentrotus dröbachiensis* (Müll.) A. Ag., 200, 300, 400, 1000, 1600 *m*, *Trochostoma boreale* (Sars.) Dan. Kor. 800—1000 *m*. Polychäten: *Lagisca rarispina* (Sars) Malmgr., 200, 300, 400, 1000—1600 *m*. Mollusken: *Pecten abyssorum* Lov., 300, 400, 1000—1600 *m*.

Die angegebenen Punkte liegen im Bereiche der kalten, aus dem Ochotskischen Meere kommenden Strömung. Dort und noch weiter nördlich wird man die Glieder der Kette finden, die bis in das Nördliche Eismeer reicht, sobald man wie Herr Petersen die tieferen Wasserschichten untersucht; denn lediglich dem Umstande, dass dies bisher nicht geschehen ist, sondern nur an der Küste in geringen Tiefen gesammelt wurde, ist es zuzuschreiben, dass unsere Kenntnisse über die Ausbreitung der arctischen Thierwelt im Stillen Oceane so dürftig sind. Die wenigen Netzzüge Petersen's bedeuten meiner Meinung einen wertvollen Fortschritt.

Es wird wohl lange Zeit ein frommer Wunsch bleiben, die Grenzen dieser arctischen Fauna im Japanischen Meere nach Osten und Süden und den Einfluss der benachbarten, nordwärts gerichteten, warmen Strömung, sowie der allmählichen Erwärmung des Wassers an der Küste kennen zu lernen. Einzelne Arten steigen auch in das seichte Wasser der Strandzone auf, nehmen dort ihren bleibenden Aufenthalt und zeigen leichte Veränderungen, die man kaum zu Speciesmerkmalen herausarbeiten wird, wenn man einmal weiß, dass die Grundformen in den tieferen Wasserschichten der Nachbarschaft leben. So wies beispielsweise Marktanner bei der Beschreibung seiner *Obelia chinensis* aus dem Gelben Meere auf die große Ähnlichkeit mit *Obelia flabellata* Hincks hin, die er jetzt unter den Hydroiden der Petersen'schen Sammlung constatierte, und das gleiche Verhältnis besteht zwischen *Ophiopholis mirabilis* Duncan von derselben Localität und *Ophiopholis aculeata* (Müll.) Gray.

Ich habe die Absicht, sobald die Bearbeitung des gesammten Materiales dieser Orte und einiger viel südlicher gelegenen Punkte, die gleichfalls von Herrn Petersen ausgebeutet wurden und bereits einen ganz verschiedenen Charakter aufweisen, auf das für die Thiergeographie nicht unwichtige Thema zurückzukommen.

In der Ausbeute der oben zuerst angeführten Localität befand sich auch aus Tiefen von 1400—1600 *m* ein Exemplar von *Harmothoë tuta* (Gr.) Johnson. Diese Art war lange Zeit nur von Sitka bekannt, woher sie Grube nebst der *Acholoë vittata* erhalten hatte (6, p. 82). Vor kurzem hat sie Johnson (13, p. 394) auch für den Pugetsund angegeben und so genau beschrieben, dass ich über das Individuum aus dem Japanischen Meere nur wenig zu sagen habe. Das Thier hatte 81 Segmente und war 68 *mm* lang. Rechts waren 32, links 34 Elytren. Sie stehen am 2., 4., 5., 7. . . . 23., 26., 29., 32., 35., 36., 39., 40., 43., 44., 47., 48., 51., 52., 55., 56., 59., 60. Segmente, dann links am 63., 64., 67., 72., 75., rechts am 64., 68., 73., 76. Man sieht also, dass die Elytren nicht immer durch zwei cirrentragende Segmente getrennt werden, sondern dass vom 35. Segmente an auch zwei unmittelbar aufeinander folgen können. Es sind sieben assymetrische Segmente vorhanden, und zwar das 63., 67., 68., 72., 73., 75., 76.

[1] Die Bestimmung der Hydroiden machte Herr G. Marktanner-Turneretscher, die der Mollusken Herr Dr. R. Sturany.

Laetmatonice Kinb.

Die Angehörigen dieser Gattung bevorzugen die großen Tiefen. Man hat zwar *L. filicornis* Kinb. an Austernbänken angetroffen und *L. producta* Gr. lebt an den Kerguelen in Tiefen von 40—240 *m*, aber ein solches Vorkommen steht vereinzelt. Es wäre wichtig, zu wissen, ob die *L. filicornis* aus seichtem Wasser Augen hat wie die reine *L. producta*, an den aus größeren Tiefen stammenden Individuen wurden sie von keiner Seite beobachtet. M'Intosh, der zahlreiche Lätmatonicen gesehen hat, findet, dass die an verschieden Punkten gefundenen Formen zwar sich sehr nähern, aber dass es doch nicht angehe, sie zu vereinigen. Er stellte (14) neben zwei neuen Arten, von welchen wohl nur eine hieher gehört, fünf Varietäten auf, die er alle in Zusammenhang mit *L. producta* bringt. Wenn ich noch daran erinnere, dass Verrill 1879 (20) die *L. armata* beschrieb und Grube 1875 (8, p. 65) die nicht wiederzuerkennende *L. violascens*, so ist dies, die Richtigkeit der Identität nicht nur der *L. kinbergi* Baird, sondern auch der *L. kinbergi* Baird von Ehlers 1874 (4, p. 44) mit *L. filicornis* Kinb. angenommen, Alles, was über Repräsentanten dieser Gattung bekannt wurde.

Die Untersuchung von zwei verschiedenen Lätmatonicen aus Döderlein's Sammlung, von welchen ich die eine als *L. filicornis*, die andere als *L. producta* var. auffasse, veranlasste mich die von M'Intosh im Challengerwerke aufgestellten Varietäten einer eingehenden Prüfung zu unterwerfen, deren Ergebnisse ich hier zusammenstelle. Mir ist durchaus nicht klar geworden, was diesen Autor veranlasste, nur die *L. producta* und nicht auch *L. filicornis* in den Kreis seiner Betrachtungen und Vergleiche zu ziehen. Überall drängt sich bei ihm *L. producta* vor, schlägt die *L. filicornis* in ihrer eigenen Heimat aus dem Felde und verschafft ihr den gewiss unverdienten Ruf eines zähen Conservatismus, während sie selbst im seltsamen Contraste die erstaunlichste Vielseitigkeit entwickeln soll.

Die Varietät *assimilis* M'Int. wurde in St. 49, südlich von Halifax, in einer Tiefe von 85 *m* gefunden, in Gesellschaft von *Euphrosyne borealis*, *Nereis pelagica*, *Onuphis conchylega*, *Potamilla torelli*. Sie ist offenbar nichts anderes als *L. armata* Verrill aus der Fundybai und dem Golfe von Lawrence und gehört zu *L. filicornis*. Ich hatte Gelegenheit, Verrill'sche Exemplare zu vergleichen. Die Elytren stehen am 2., 4., 5., 7....23., 25., 28., 31. Segmente. Wie an den von M'Intosh untersuchten Exemplaren, war der Dorn der ventralen Borsten sehr nahe an dem Kamme der Borste herangerückt.

Die Varietät *willemoesi* M'Int. hat beiläufig 35 Segmente und wird 33 *mm* lang. Ihre ventralen Borsten gleichen ganz den von *L. filicornis*. Sie stammt von der Station 70 (westlich von den Azoren), aus einer Tiefe von 3250 *m*. Der ausgesprochen nordische Charakter der Fauna dieser Station wird von Willemoes-Suhm hervorgehoben. Mir liegen Lätmatonicen aus der Ausbeute der »Hirondelle«, gleichfalls von den Azoren vor, die ich nicht von *L. filicornis* abtrennen kann. Auch Roule (16, p. 442) ist die Variabilität der *L. filicornis* nach der Richtung der Varietät *willemoesi* M'Int. aufgefallen. *L. producta* var. *willemoesi* wurde ferner in Stat. 133 (in der Nähe von Tristan da Cunha) in einer Tiefe von 3800 *m* gefunden. Moseley bemerkt, dass die Thierwelt dieser Station nahezu dieselbe war wie im nördlichen Atlantischen Oceane. Weiter in Stat. 146 (östlich von der Prinz Edward Insel), Tiefe 2650 *m*, dann in Stat. 169 (östlich vom Ostcape der Nordinsel [Neuseeland]), Tiefe 1400 *m*. Hier kommen auch die von den Azoren bekannten *Holothuria lactea* und *Trochostoma violaceum* von den Kerguelen vor. Endlich in St. 184 (seewärts der Nordostküste von Australien), Tiefe 2800 *m*.

Die Varietät *wyvillei* M'Int. nähert sich in der Segmentzahl (43) und Länge (bis 68 *mm*) der typischen *L. producta* von den Kerguelen, weicht jedoch, namentlich in Hinsicht auf die ventralen Borsten ab Sie wurde in mehreren Exemplaren in St. 144 A (seewärts von der Marion-Insel), Tiefe 100—140 *m* gefunden, ferner seewärts der Prinz Edward Insel, Tiefe 300 *m*. Die Fauna dieser Punkte gleicht sehr der von den Kerguelen, wo die typische *L. producta* lebt. Diese Varietät wurde ferner in einem einzigen Exemplare gemeinschaftlich mit *L. producta* var. *benthaliana* M'Int. in St. 157 (mittenwegs zwischen der antarctischen Region und Australien) in einer Tiefe von 3900 *m* erbeutet.

Die vierte Varietät endlich, var. *benthaliana*, wurde in St. 147 (zwischen der Prinz Edward Insel und den Kerguelen), Tiefe 3200 *m*, in St. 157 (siehe oben), in St. 241 (östlich von Japan), Tiefe 4600 *m* und in St. 244 (noch östlicher), Tiefe 5800 *m* gesammelt. Die Holothurien *Oneorophonta mutabilis* und *Pseudostichopus* begleiten sie bis in die so nördlich gelegenen Tiefen. Diese Form scheint mir in engeren Beziehungen zu *L. producta* als zu *L. filicornis* zu stehen. Doch weichen die Borsten ab.

Der Verbreitungsbezirk der typischen *L. producta* ist ein viel kleinerer als der typischen *L. filicornis*. Er beschränkt sich auf das Meer um die Kerguelen und die südöstlich gelegene Head-Insel. Die Art lebt dort in Tiefen von 40, 120, 150, 240 *m* und erreicht eine viel bedeutendere Größe als die im Nordatlantischen Oceane verbreitete *L. filicornis*. Sie ist eine wohlgenährte Strandform von 45 bis 47 Segmenten und wird bis 100 *mm* lang. Die Stellung der Elytren folgt demselben Gesetze wie bei *L. filicornis*, nur dass, der größeren Länge der Thiere entsprechend, ihre Zahl eine größere ist. Sie stehen am 2., 4., 5., 7.... 23., 25., 28., 31., 34., 37., 40., 43., 45. Segmente. Es sind Augen vorhanden. Die Widerhaken an den dorsalen Stacheln sind meist gegenständig, doch gibt es, und das ist wichtig, auch alternierende. Endlich sind die Fiedern an den ventralen Borsten viel stärker, seltener und kürzer als bei *L. filicornis*. Die beiden Arten ließen sich durch dieses letzte Merkmal allein auseinander halten. M'Intosh hat aber durch Einführung seiner Varietäten diese Grenzen vollkommen verwischt. Seiner Auffassung und Eintheilung folgend, würde man dazu gelangen, nur eine einzige, vielfach variierende Art, zu welcher auch noch *L. japonica* zu ziehen wäre, anzunehmen. Wenn man auf Grund unserer gegenwärtigen Kenntnisse die Diagnose der *L. filicornis*, der erst beschriebenen Art dahin erweitert, dass: erstens, der unpaare Stirnfühler kürzer als die Unterfühler ist; zweitens, die Elytren am 2., 4., 5., 7.... 23., 25., 28., 31. Segmente stehen; drittens, die ventralen Borsten auch mit einem Dorne unterhalb der Fiedern versehen sein können; viertens, dass der Rückenfilz auch fehlen kann, so schrumpfen allerdings die in den beiderseitigen Originaldiagnosen schwach ausgeprägten Unterschiede, aber damit ist noch nicht gesagt, dass solche nicht vorhanden seien. Die äußerst sorgfältige Beschreibung der *L. producta* durch M'Intosh lässt dieselben sehr gut erkennen. Um diese Wirkung hat sich aber der Autor durch die Einreihung seiner Varietäten gebracht.

Soviel wir bis jetzt wissen, ist *L. producta* eine Art des seichten Wassers. Keine einzige in größeren Tiefen gefundene *Laetmatonice* gleicht ihr. Miss Buchanan (2) behauptete dies zwar von einigen bei Achille Head an der Westküste von Irland in einer Tiefe von 1000 *m* gefundenen Exemplaren. Da jedoch über die so wichtigen ventralen Borsten keine Angaben gemacht wurden, so war eine neue Untersuchung der fraglichen Objecte sehr wünschenswert. Diese geschah durch M'Intosh (15, p. 262), der aus ihr eine neue Varietät der *L. producta*, die var. *britannica*, machte. Ich glaube, dass sie in den Kreis der Tiefseeform gehört, welche M'Intosh var. *willemoesi* nannte.

L. wyvillei ist in seichten Wasser (Stat. 144 A, Tiefe 100—140 *m*) und in der Tiefe von 3900 *m* (Stat. 157) gefunden worden. M'Intosh macht keinen Unterschied zwischen den Exemplaren dieser beiden Fundorte; demnach müsste diese Varietät im Gegensatze zu den anderen auch in dieser beträchtlichen Tiefe die ansehnliche Zahl von 43 Segmenten bei einer Länge von 68 *mm* besitzen. An letztem Fundorte kommt sie zugleich mit var. *benthaliana* vor. Während aber alle anderen Exemplare dieser Varietät nur an 33 Segmenten hatten, war das Individuum von Station 157 mit 18 Elytren versehen, müsste somit über 40 Segmente gehabt haben. Es können daher auch in der Tiefe Individuen mit einer größeren Anzahl von Segmenten vorkommen.

Das gesellschaftliche Auftreten der var. *wyvillei* und var. *benthaliana* genannten Lätmatonicen ist ein starker Grund für ihre Verschiedenheit; denn es ist nicht gut zu begreifen, warum sich dieselben an einem und demselben Orte bei völliger Gleichheit der Lebensbedingungen hätten herausbilden sollen. Ebenso spricht der Umstand, dass die Fauna von Station 144 A im allgemeinen sehr mit der des Fundortes der typischen *L. producta* übereinstimmt, dafür, dass die dort gefundene *L. wyvillei* nicht eine Varietät der letztgenannten Art sei.

Laetmatonice filicornis Kinb.

Hieher gehört die von M'Intosh nach einem einzigen Exemplare von 30 *mm* Länge mit 37 Segmenten aufgestellte *L. japonica* (14, p. 50). Für ihn war das Fehlen des Dornes unterhalb des Kammes der Ventralen bestimmend. Dies ist jedoch nicht durchgängig der Fall, und es herrscht somit diesbezüglich dasselbe Verhalten wie bei gewissen Exemplaren der *L. filicornis* aus dem Atlantischen Oceane, deren andere Merkmale sie besitzt. Mir lagen ein Individuum von 32 *mm* Länge mit 32 Segmenten und drei kleinere vor. Der Stirnfühler überragt die Unterfühler nicht. Filz ist keiner vorhanden.

Gefunden bei Eno-sima, Tiefe 200—480 *m*, und vor dem Hafen von Maizuru, Tiefe 100 *m* (Döderlein).

Laetmatonice producta Gr. var.

Zwei Exemplare von Eno-sima (Döderlein) aus einer Tiefe von 300 *m* hatten 38 und 40 Segmente und waren 37 und 40 *mm* lang. Sie zeigten die meiste Übereinstimmung mit *L. producta* var. *benthaliana* M'Int.

Ich konnte außerdem ein großes Individuum untersuchen, welches Hilgendorf bei Hakodate gesammelt hatte. Es besaß 41 Segmente bei einer Länge von 64 *mm* und 18 Elytren, die letzte am 40. Segmente. An den infolge starker Maceration des Objectes nur spärlich vorhandenen Borsten kam der Charakter der typischen *L. producta* sehr schön zum Vorschein. Die Rückenborsten der elytrentragenden Segmente sind mit 5—6 gegenständigen Widerhaken versehen, und wiewohl die Fiedern der ventralen Borsten noch immer etwas zahlreicher, und daher schwächer sind als bei *L. producta* der Kerguelen, so sind sie doch vielmals derber als bei *L. producta* var. *benthaliana*. Nur die Granulation der Bauchfläche scheint etwas weniger ausgebildet zu sein. Doch ist dies bei dem Erhaltungszustande des Objectes nicht mit Sicherheit zu entscheiden. Eine solche Form dürfte Miss Buchanan vor sich gehabt haben, die das Vorkommen von *L. producta* Gr. an Japan in einer Tiefe von 86 *m* erwähnt (2). Auch das Exemplar von Hilgendorf dürfte nicht aus großer Tiefe stammen.

Wahrscheinlich werden überall, wo die Larven besonders günstigen Lebensverhältnissen begegnen, aus der var. *benthaliana* gleichenden Formen wieder solche sich herausbilden können, die an die wohlgenährte Kerguelenform heranreichen. Im entgegengesetzten Falle bleiben sie in der Größe zurück und ihre Borsten verändern sich.

Derartige Beobachtungen müssten in größerer Zahl und an den verschiedensten Punkten gemacht werden, um über den Umfang, die Bedeutung der Variabilität und das Verhältnis zu den zuerst bekannt gewordenen Arten volle Klarheit zu erlangen.

Euphione elisabethae M'Int. (*14*, p. 62).

Diese sehr interessante Polynoide, welche von der Challenger-Expedition südlich vom Cap der Guten Hoffnung in 35°49' s. B. und 18°37' ö. L., Tiefe 300 *m*, entdeckt wurde, liegt in einem Exemplare von 17 *mm* Länge und 14 *mm* Breite vor, die Borsten eingerechnet. Bis auf den Umstand, dass nur 12 wie bei *Lepidonotus* angeordnete Elytren vorhanden sind statt 13, ist die Übereinstimmung eine vollständige. Die neue Gattung steht auch hinsichtlich des Kopflappens in engster Beziehung zu *Lepidonotus*. Charakteristisch sind die langhaarigen Borsten des ventralen Ruderastes.

Gefunden an Eno-sima in einer Tiefe von 200 *m* (Döderlein).

Halosydna nebulosa Gr.

Taf. I, Fig. 1.

Die Beschreibung Grube's (9, p. 49) lautete: Mit 18 Paar gefranster, den ganzen Rücken bedeckenden ovalen Elytren von blassbräunlicher Färbung mit verwaschenen dunkleren Flecken und blassockergelblichem Insertionsfleck. Sie stehen wie bei *H. brevisetosa* Kinb. auf Segm. 2, 4, 5...25, 27, 28, 30,

31, 33 Fühler und Cirren glatt. Rückencirren unter der Spitze angeschwollen mit schwarzem Ringe. Der unpaare Fühler länger als die paarigen, kürzer als die mit mikroskopischen Papillchen besetzten Unterfühler und als die Fühlercirren. Rückenborsten quergestreift, gezähnelt, sehr dünn und kurz. Bauchborsten dunkelbraun mit 6—7 Zähnchen vor der Spitze, deren oberstes länger. Rücken graulichfleischfarben, auf jedem Segmente ein nicht breiter schwärzlicher Querstrich. *H. nebulosa* erreicht die stattliche Größe von 40 *mm*. Der mit den Borsten 10 *mm* breite Körper ist aus 37 Segmenten zusammengesetzt, gestreckt ziemlich gleich breit. Der Rücken röthlich gelb oder grauröthlich, hie und da mit dunklen Querstreifen auf jedem Segmente«.

Ich lasse die Ergebnisse meiner eigenen Untersuchungen folgen:

Der Kopflappen (Fig. 1) etwas länger als breit, die Fortsätze für die paarigen Stirnfühler eingerechnet, mit einer medianen seichten Längsfurche. Der unpaare Stirnfühler etwas mehr als zweimal so lang wie der Kopflappen. Die paarigen nicht ganz so lang wie der unpaare. Die Unterfühler etwas mehr als zweimal so lang wie der Kopflappen, breiter und kürzer als der unpaare Stirnfühler mit zahlreichen feinen Papillen besetzt. Die vorderen Augen oval größer als die hinteren, von diesen durch einen Zwischenraum getrennt ein und einhalbmal so groß ist wie ihr Längsdurchmesser.

Der dorsale Fühlercirrus doppelt so lang wie der Kopflappen breit, länger als die paarigen Stirnfühler, fast so lang wie die Unterfühler von der Basis bis zur Spitze. Aus dem mit einer Acicula versehenen Träger ragt eine feine, medianwärts gerichtete Borste heraus.

Stirnfühler und Fühlercirren glatt, vor der Basis und dem fadenförmigen Ende angeschwollen und schwärzlich gefärbt.

Die Ruder (Fig. 1 *A*) mit den Borsten halb so lang wie die Segmente breit sind. Die kurze Hinterlippe verläuft mehr gerade, die unmerklich kürzere Vorderlippe ist stumpf conisch, in einer stumpfen Spitze vorspringend, in die die Acicula eindringt. Die Rückencirren den Stirnfühlern gleichend, vor dem fadenförmigen Ende kaum merklich angeschwollen. Sie erreichen mit ihren Spitzen die Enden der ventralen Borsten.

18 Elytren, am 2., 4., 5., 7.. . .25., 27., 28., 30., 31., 33. Segmente. Sie decken gewöhnlich den Rücken vollkommen. Es kommen jedoch auch Exemplare vor, bei welchen dies nur an den Körperenden vorkommt und die Mittellinie des Rückens in größerer oder geringerer Ausdehnung unbedeckt bleibt. Die Färbung ist bei Individuen eines und desselben Fundortes verschieden. Die Grundfarbe ist graudrap. Am einfachsten ist die Färbung, wenn dieses Pigment gleichmäßig vertheilt ist. Die Insertionsstelle ist weißlich, nach innen von derselben befindet sich ein dunkler Fleck. Tritt aber das Pigment nur stellenweise auf, so erscheint die Elytre gesprenkelt und weitere Varianten entstehen durch die verschiedenen Töne des Pigmentes, besonders durch Dunklerwerden desselben. Häufig sind die ersten Elytren dunkler gefärbt als die folgenden. Der äußere und zum Theile auch der hintere Saum der Elytre ist etwas verdickt und sanft aufgebogen. Am Außenrande spärliche kurze Fadenpapillen, die den hinteren Elytren auch ganz fehlen können. Die Oberfläche wird von nicht zu dicht stehenden, ansehnlichen aber niedrigen Papillen besetzt, die die Form von Warzen oder schiefen stumpfen Kegeln haben. In der erwähnten Randzone stehen diese Papillen etwas dichter. Zwischen diesen groben Papillen ab und zu feine kleine Papillen (Fig. 1 *Ba*), unentwickelte Formen, die ich auch von anderen Polynoiden kenne und in die Kategorie der Fadenpapillen stellen möchte. Die Oberfläche der groben Papillen wird bei alten Individuen durch Protuberanzen uneben. Von dieser allgemeinen Beschaffenheit der Oberfläche weichen die drei bis vier ersten Elytren (Fig. 1 *B*) ab, indem die Papillen sich kräftigst entwickeln und einzelne zumal auf dem ersten Elytrenpaare zu förmlichen Dornen heranwachsen. Es entsteht dadurch ein Gegensatz im Aussehen zwischen den ersten und folgenden Elytren, der namentlich bei jüngeren und mittleren Individuen auffallend wird; denn bei den älteren und größeren ragen auch an den folgenden Elytren einzelne Papillen durch ihre Größe hervor.

Die Borsten des dorsalen Astes (Fig. 1 *C*) sehr kurz, wenig über die Spitze der Acicula des ventralen Astes vorragend, halb so breit wie die ventralen, zweierlei Art: ganz kurze, etwas gebogene, mit nackter,

stumpfer Spitze und gegen das Ende immer größer werdenden Plättchen und längere, fein ausgezogene. Die Borsten des ventralen Astes (Fig. 1 *D*) gelblich, kräftig, mit wenigen Plättchenreihen und ansehnlicher nackter, gekrümmter Spitze. Die ersten Plättchen vor dem Borstenende beiderseits mit einem sehr starken Dorne.

Der erste Bauchcirrus dem ventralen Fühlercirrus gleichend. Die folgenden erreichen nicht das Ende des Unterrandes der Ruder. Vom 8. Segmente an tritt nach innen vom Bauchcirrus eine ansehnliche, am Ende etwas verdickte Nephridialpapille auf.

Am Aftersegmente zwei dicke und lange Aftercirren.

Grube hatte diese Art von Chefoo. Mir liegt sie von folgenden Fundorten vor: Hakodate (Hilgendorf); westlich von Nagasaki in Tiefen von 50—90 *m* (Petersen); aus der Fukian-Straße in Tiefen von 40—80 *m*; von Hongkong am Strande. Der nördlichste bekannte Punkt ist Hakodate, der südlichste Hongkong.

Halosydna fulvovittata Gr.

1875 *Polynoe fulvovittata* Gr. Jahresber. Schlesisch. Ges., p. 63.

1878 » » » Annulata Semperiana, p. 33, Taf. 3, Fig. 1.

1885 » *platycirrata* M'Int., Challenger-Polychäten, p. 111, Pl. 3, Fig. 4, Pl. 16, Fig. 2, Pl. 19, Fig. 3, Pl. 8 A, Fig. 14, 15, Pl. 9 A, Fig. 1.

Wie Grube (10, p. 34) vermuthete, besitzt die Art mehr Elytren als er sah. Ich fand an dem einzigen mir zur Verfügung stehenden Exemplare von 29 *mm* Länge und 8 *mm* Breite (mit den Borsten) und 50 Segmenten 23. Grube spricht in seiner Diagnose von 17 Elytren, da er aber einige Zeilen weiter erwähnt, das letzte Paar sei am 33. Segmente gestanden, so müssten 18 vorhanden gewesen sein. Bei meinem Exemplare folgen noch Elytren am 35., 37., 39., 41. und 42. Segmente. Die letzten Elytren ausgenommen, stehen sie somit vom 5. Segmente ab immer auf den ungeraden. Die Zeichnung der Elytren entspricht den Angaben Grube's; auch ist die Leiste vorhanden, nur ist zum Verständnis der Abbildung Grube's zu bemerken, dass die Elytre, welche nach der Lage der Leiste der linken Seite angehört, von der Unterseite dargestellt ist; denn die Leiste zieht bis zum Hinterrande, nicht umgekehrt. Nicht in Übereinstimmung mit meiner Beobachtung ist ferner, dass der Vorderrand der Leiste die Insertionsstelle überragt und zu weit nach innen von derselben gerückt ist.

Die Elytren sind ohne Fadenpapillen am Rande. Auch die Fläche ist glatt bis auf einen dem Vorderrande folgenden Saum, wo sich mehr minder ovale, abgestutzte und gegen das Ende etwas comprimierte, sehr niedere Papillen finden.

Auffallend sind die langen paarigen Stirnfühler, welche wirklichen Fortsetzungen des Kopflappens aufsitzen. Sie sind fast zweimal so lang wie der Kopflappen, länger als die Unterfühler. Der unpaare Stirnfühler übertrifft sie nur wenig an Länge. Es scheinen also an meinem Exemplare die Unterfühler mehr contrahiert gewesen zu sein als an dem Grube's, und dieser Fall beweist wieder, wie niedrig, ceteris paribus, Angaben über die Größenverhältnisse der Anhänge des Kopflappens taxiert werden müssen.

Anders wie Grube sehe ich hie und da im dorsalen Ruderaste einige Borsten. Der Rückencirrus ist auffallend abgeplattet.

Ich habe *P. platycirrus* M'Int. (14, p. 111) eingezogen. Nachdem das Vorhandensein von 23 Elytren constatiert werden konnte, sowie die auffällige Abplattung der Rückencirren, und auch die Gestalt der Borsten übereinstimmt, würde *P. platycirrus* dem Texte nach durch eine geringere Zahl von Längsstreifen und das Fehlen der Leiste abweichen, auf Taf. XIX, Fig. 3 sind indessen 5 Streifen zu sehen. Die Insertionsstelle liegt bei *P. platycirrus* wie bei *H. fulvovittata* zwischen den zwei äußeren Längsstreifen.

Gefunden in 33° n. Br., 129°24' ö. L. (westlich von Nagasaki), Tiefe 55 *m* (Petersen).

Halosydna interrupta n. sp.

Taf. I, Fig. 2.

Es ist nur ein einziges in zwei Stücke getheiltes Exemplar vorhanden. Die Bruchstücke maßen zusammengenommen 12 *mm* und waren mit den Rudern und Borsten 4 *mm* breit. An Segmenten dürften 46 vorhanden gewesen sein. Der Körper ohne besondere Färbung.

Der Kopflappen bis auf die 0·1 *mm* langen bräunlichen Träger der paarigen Stirnfühler farblos, jene eingerechnet, 0·56 *mm* lang und 0·74 *mm* breit, mit vorspringenden Seitenrändern. Vier Augen. Die vorderen in halber Länge des Kopflappens, die hinteren etwas vor dem Hinterrande gelagert. Der unpaare Stirnfühler und die Unterfühler fehlen. Die glatten paarigen Stirnfühler zweimal so lang wie der Kopflappen. Die dorsalen Fühlercirren fast zweimal so lang wie die paarigen Stirnfühler, der ventrale etwas kürzer. Beide glatt.

Die Ruder (Fig. 2 *A*) ohne Borsten, unbedeutend kürzer als der Körper, breit mit zugespitzten Lippen des ventralen Astes, von welchen die vordere länger ist. Der dorsale Ast mit einer Acicula aber ohne Borsten. Die Insertionsstelle der das Ruder überragenden glatten Rückencirren weit nach außen gerückt, beiläufig die Mitte des Ruderrückens einnehmend. Von dem 9. Ruder an kleine Nephridialpapillen.

Die Zahl der Elytren lässt sich nur mit großer Wahrscheinlichkeit, aber nicht mit Bestimmtheit angeben. Das vordere Bruchstück besteht aus 19 Segmenten und trägt 10 Elytrenpaare, an dem hinteren sind die zwei ersten Segmente mit Cirren, das dritte mit Elytren versehen. Dann kommen zwei elytrenlose Segmente, hierauf ein Segment mit Elytren, weiter ein elytrenloses und wieder ein elytrentragendes, endlich, immer durch zwei mit Cirren versehene Segmente getrennt, noch vier Elytren. Es wären also 17 Paare vorhanden. Ich vermuthe jedoch, dass ein aus den 20—23 Segmenten bestehendes Mittelstück fehlt. Aus Analogie schließe ich, dass das Segment, dem zuerst zwei cirrentragende Segmente vorausgehen, mindestens das 26. sein muss wie bei *Halosydna gelatinosa*. Die Stellung der Elytren wäre dann am 2., 4., 5., 7.... (21., 23.,) 26., 29., 31., 34., 37., 40., 43. Segmente und ihre Zahl wäre 19 Paare. Am meisten nähert sich diese Vertheilung bei der eben genannten Art. Auffallend ist, dass auf das 29. Segment nur ein cirrentragendes Segment folgt. Die großen rundlichen durchsichtigen Elytren (Fig. 2) glatt oder höchstens mit 1—2 Papillen von 0·024 *mm* Länge besetzt. Sie sind nahezu farblos nur dem Innenrande zu ist spärliches lichtbräunliches Pigment in polygonalen Zellen abgelagert.

Die Borsten des dorsalen Astes fehlen, wie bereits bemerkt. Die des ventralen sind zweierlei Art: ober der Acicula zwei fein ausgezogene längere und schmälere (Fig. 2 *B*) und unterhalb dieser circa 15 kurze, breite, an der Spitze zweizähnige Borsten (Fig. 2 *C*).

Auf das 43. Segment folgen noch zwei, wovon das eine verkümmert war, und das Aftersegment.

Gefunden an Eno-sima in einer Tiefe von 480 *m* (Döderlein).

Lepidonotus squamatus (L.) Oerst.

Taf. I, Fig. 3.

Die Abweichungen, welche vier kleine, nur 10 *mm* lange *Lepidonotus* von dem im Atlantischen Oceane so verbreiteten *L. squamatus* zeigen, betreffen nur die Cuticularbildungen und Pigmentierung der Elytren. Sie sind einfärbig; nur an einem einzigen Individuum war ein dunkler Punkt zu sehen. Die plattenförmigen Verdickungen der Cuticula sind nicht so gut ausgeprägt wie namentlich an den größeren europäischen Exemplaren; am besten noch an den ersten Elytren. Die großen Warzen sind zahlreicher (Fig. 3) und wie die Sinnespapillen mit einer schärferen Sculptur versehen (Fig. 3 *A*). Wesentlich scheinen mir diese Unterschiede nicht und sie gelten doch nur in Rücksicht auf die von mir zum Vergleiche benützten Individuen. An einem Exemplare waren die von *L. squamatus* bekannten Veränderungen der Cuticularbildungen der Elytren, insofern sie mit einem braunen Lack überzogen scheinen, gleichfalls zu

sehen. Bei der Beurtheilung der Abbildung der Elytre (Fig. 3) ist zu berücksichtigen, dass nur wiedergegeben wurde, was bei der angewandten Vergrößerung zu sehen war.

Johnson (13, p. 386) hat das Vorkommen von *L. squamatus* an verschiedenen Punkten der kalifornischen Küste, südlich bis Santa Monica, und im Pugetsunde constatiert. Auch die kalifornischen Exemplare sind kleiner als die atlantisch-europäischen, höchstens 16 *mm* lang; nur die aus dem Pugetsund waren etwas größer. An der Küste wurden sie niemals gefunden, erst in Tiefen von 24 *m* an und dann bis zu 200 *m*. Die japanischen *L. squamatus* stammten gleichfalls aus größeren Tiefen, 200—300 *m*.

Gefunden an Eno-sima (Döderlein).

Thormora (Lepidonotus) jukesii Baird (1, p. 199).

Taf. II, Fig. 6.

Wenn auch die Untersuchung des Originales der *Polynoë glauca* Peters im Berliner Museum die Identität des so bezeichneten Wurmes mit *Lepidonotus trissochaëtus* Gr. (Ehlers, 5, p. 6) ergab, so kann jener Name doch nicht verwendet werden, weil er ein nomen nudum war. Ich halte überdies dafür, dass *L. trissochaëtus* Gr. sich der vier Jahre früher beschriebenen *Thormora* Baird unterordnen muss. Ich gebe eine Abbildung der charakteristischen glatten Borsten des dorsalen Astes, welche neben spärlichen gewöhnlichen in großer Zahl auftreten und die Gattung *Thormora* hauptsächlich zu verantworten haben. Bei Anwendung starker Vergrößerungen zeigt es sich, dass diese Borsten auf der Fläche nicht gekehlt sind wie Grube annahm.

Gefunden an der Küste von Eno-sima während der Ebbe (Döderlein).

Lepidonotus carinulatus Gr. (10, p. 26).

Taf. I, Fig. 4.

Unter den von Grube (l. c.) gegebenen Abbildungen entspricht die Fig. 2 *b* noch am besten dem Bilde, das man bei Betrachtung der dem Innenrande zunächst liegenden Fläche der Elytre hat. Die beiden anderen sind nicht naturgetreu. Die relative Größe der Cuticularbildungen, die Schärfe ihrer Contouren, die Länge der Papillen des äußeren Randes sind übertrieben (Fig. 4). Aber auch bezüglich der Fig. 2 *b* muss bemerkt werden, dass »die Kiele« tragenden Platten viel unregelmäßigere Umrisse haben als sie der Zeichner darstellte. Ebenso macht sich in der Beschreibung von Grube ein Mangel an Klarheit fühlbar. Unter dem »Netzwerk mikroskopischer flacher Erhabenheiten oder Buckeln« ist ein Mosaik von rundlichen oder unregelmäßigen Cuticularbildungen von größerer oder geringerer Deutlichkeit zu verstehen, die durch enge Zwischenräume von einander getrennt sind, in welchen von der dünneren Cuticula bedeckt die darunter liegenden Epidermiszellen mit einem Theile ihres Körpers durchschimmern, scheinbar die Maschen für die kleinen Chitinplatten bildend. Auch die »Kiele« bedürfen einer Erklärung. Es sind Modificationen der besonders auf den sich deckenden Flächen der Elytren häufigen, höheren Sinnespapillen mit rundlichem Querschnitt. Grube erschienen sie als schmale helle Längsstreifen, indem er die innerhalb der Contouren der in die Breite gestreckten und niedrig gewordenen Papillen liegende Öffnung übersah. Der eine Contour ist etwas dicker und entspricht der einen wie gewöhnlich höheren Wand der Papille.

Unter den ventralen Borsten fand ich immer solche, die mit einem subapicalen Zahne versehen sind oder doch deutliche Rudimente dieses zeigen. Leider waren sie wie der ganze übrige Körper des einzigen Exemplares so sehr beschädigt, dass ich darauf verzichten musste, eine Abbildung zu geben.

Gefunden auf Korallen an Oho-sima, einer der Liukiu-Inseln (Döderlein).

Lepidonotus elongatus n. sp.

Taf. I, Fig. 5.

Der Körper des einzigen Exemplares gestreckt, in der Mitte nicht wesentlich verbreitert, 22 *mm* lang, mit den Borsten 5 *mm* breit, hoch, ungefärbt.

Der Kopflappen (Fig. 5) mit den Fortsätzen für die paarigen Stirnfühler etwas länger als breit, grau pigmentiert mit einer hellen Mittelfurche. Das vordere kleinere Augenpaar in der Mitte des Seitenrandes das größere hintere dicht daran. Der unpaare Stirnfühler war verloren gegangen, die paarigen Stirnfühler nicht gleich lang, der linke so lang wie der Kopflappen, der rechte etwas länger. Die Unterfühler dreimal so lang wie der Kopflappen, glatt.

Der dorsale Fühlercirrus einundeinhalbmal länger als der Kopflappen, der ventrale wenig kürzer, etwas länger als die paarigen Stirnfühler. Stirnfühler und Fühlercirren cylindrisch in ein dünnes Ende übergehend, vor diesem und an der Basis pigmentiert, glatt.

Ruder (Fig. 5 *A*) mit auffallend wenigen vorstehenden Borsten, dick, kürzer als die Hälfte der Segmentbreite auf der Bauchfläche, quer abgestutzt. Die Hinterlippe in ihrer unteren Partie etwas kürzer als die vordere. Der obere Ruderast sehr unansehnlich, die Borsten kaum das Ende des unteren Ruderastes erreichend. Die in Gestalt den Stirnfühlern gleichenden Rückencirren werden von einer starken auffallenden Hervorwölbung des Rückens getragen. Sie sind an sich kurz, überragen aber das Ruder beträchtlich.

Die zwölf (nur zum Theile erhaltenen) Elytren kreuzen sich in der Mittellinie höchstens am zweiten Segmente und überdecken sich auch nicht in der Längsrichtung. Sie sind dunkelolivgrau pigmentiert. Die Träger der Elytren in sagittaler Richtung an und für sich schmal mit derben Rändern. Auf der Rückenfläche der Elytren erscheint die Insertionsstelle nur als weißlicher Streif, indem das Pigment sich theilweise über dieselbe ausbreitet. Nach innen und unten von der Insertionsstelle ein kleiner und nach oben ein größerer heller Fleck. Das Pigment lagert sich hauptsächlich auf der Fläche nach innen von der Insertionsstelle ab, nach außen ist die Elytre heller und nur gesprenkelt. Am Außenrande schlanke nicht zu lange Fadenpapillen. Die Oberfläche mit größeren und kleineren stumpfkegelförmigen bis abgerundeten cylindrischen Papillen reichlich versehen. In der hellen Zone und dem Außenrande zu sind die Papillen spitz, dornig.

Die Borsten (Fig. 5 *B*) des oberen Astes spärlich; neben längeren, in ein dünnes Ende auslaufenden allmählich sich verjüngenden einige kürzere, in einer nackten Spitze endigende. Beide Arten sind nur schwach gekrümmt. Sie sind mit vorspringenden, weit voneinander abstehenden Plättchen besetzt. An den kleineren Borsten sind nur etwa zwölf vorhanden und sie gehen nicht bis an das Ende. Die kräftigen ventralen Borsten ragen nur wenig aus dem Ruder heraus. Sie bilden zwei durch die Acicula getrennte Bündel, die des oberen (Fig. 5 *C*) sind stärker und mit einer reichlichen Anzahl von Plättchen besetzt.

Der erste Bauchcirrus ist fühlercirrenähnlich, lang; die übrigen sind klein und ihre Spitze ist um ihre eigene Länge von dem Ende des Ruders entfernt.

Vom 8. Segmente an eine kleine Nephridialpapille.

Gefunden bei Kachigama in einer Tiefe von 20—40 *m* (Döderlein).

Eunoë yedoensis M'Int. (14, p. 75).

Zwei ausgewachsene Exemplare ohne Angabe des näheren Fundortes, gesammelt von Hilgendorf, liegen mir vor. Dem einen größeren war die Bemerkung beigegeben: in *Hyalonema sieboldi*.

Das größere Individuum war 26 *mm* lang, mit den Borsten 4·5 *mm* breit, das kleinere 20 *mm* lang und 4 *mm* breit.

Die Elytren an gewöhnlicher Stelle; nach dem 32. noch 14 Segmente und das Aftersegment.

Diese beiden Thiere sind somit größer als das von M'Intosh beschriebene Individuum. Leider waren aber die Anhänge des Kopflappens größtentheils verletzt oder abgefallen, so dass auch ich über die Länge des unpaaren Stirnfühlers nichts sagen kann. Die Unterfühler sind glatt.

Die Elytren sehr gestreckt, durchsichtig und mit langen conischen, wenig gebogenen, zerstreut stehenden Spitzchen besetzt, die von einer breiten Basis ausgehen und eine beträchtliche Länge erreichen können.

Der dorsale und der ventrale Ruderast gehen in einen zungenförmigen Fortsatz aus; der untere ist etwas länger. In dem kleineren Exemplare waren die Borsten des ventralen Astes höchstens so lang wie dieser Fortsatz und ragten daher nicht in dem Maße vor wie die dorsalen; in dem kleineren hingegen übertrafen sie denselben an Länge. Die dorsalen Borsten unmerklich breiter als die ventralen. Zu oberst in dem ventralen Bündel ein oder zwei schmale mit groben Dörnchen versehene Borsten und Übergänge zwischen diesen und den typischen Borsten, die mehr ventral liegen. Spuren einer Einkerbung vor der Spitze sind hie und da angedeutet.

Sowohl die Elytren, als die Borsten, deren Eigenthümlichkeit M'Intosh geschildert und abgebildet hat, entfernen diese Art weit von *Eunoë scabra* (Oerst.) Malmgr., welche als Typus der Gattung gilt Es bleibt dem künftigen Monographen der Polynoiden vorbehalten, ihr sowie den anderen Eunoën von M'Intosh die definitive Stellung anzuweisen. Vorläufig sei nur bemerkt, dass *Eunoa erythrotaenia* M'Int. mit *Hemilepidia capensis* Schmarda zusammenfällt (16, p. 4) und dass *E. opalina* M'Int. und *E. abyssorum* M'Int. sehr ähnliche, wenn nicht identische Arten sind.

Evarne forcipata n. sp.

Taf. II, Fig. 7.

Körper, bei einer Länge von 12 *mm*, in der Mitte mit Rudern und Borsten fast 5 *mm* breit, nach hinten verschmälert, ungefärbt. 37 rudertragende Segmente.

Kopflappen mit zugespitzten vorderen Ecken. Vier Augen. Die vorderen sehr groß, etwas nach abwärts gerückt, die Mitte der Seitenkante einnehmend, größer als die hinteren. Sämmtliche Anhänge fehlen.

Die Ruder (Fig. 7) an den breiteren Stellen des Körpers beiläufig halb so breit wie die Segmente Dorsaler Ast sehr gut entwickelt, wie der ventrale lanzettförmig ausgezogen. Die Rückencirren ein und einhalbmal so lang wie das Ruder, mit starken Papillen besetzt. Die glatten Bauchcirren nicht ganz halb so lang wie das Ruder.

Die 15 Elytrenpaare an gewöhnlicher Stelle. Auf das letzte Paar folgen noch fünf Segmente mit Rückencirren und das Aftersegment. Die Elytren (Fig. 7 *A*) rundlich, rundlich-oval, ziemlich dünn, ungefärbt, mit geraden oder leicht gekrümmten, hellgelblichen, regelmäßigen Stacheln von 0·01—0·04 *mm* Höhe und 0·02—0·03 *mm* Breite an der Basis (Fig. 7 *B*), hauptsächlich auf der Mitte der Elytre bis zum Hinterrande auftretend. Außerdem auf der inneren Hälfte der Elytre fadenförmige Papillen, welche auch hie und da über den Rand vorragen.

Die Borsten des dorsalen Astes (Fig. 7 *C*) viel breiter als die des ventralen, sehr lang und stark, etwa zu zwanzig in einem lockeren Bündel radienartig auseinander strebend. Ihr Schaft ist griffartig verschmälert. Im ventralen Aste etwa 35 gleichfalls nahezu farblose Borsten. Zu oberst zwei Borsten (Fig. 7 *Da*), die sich vor den übrigen dadurch auszeichnen, dass sie viel schmäler und stärker bedornt sind. Die Dornen werden gegen das Ende immer kleiner und fehlen diesem auf kurzer Strecke gänzlich. Darauf folgen Borsten, die in der Form den ersten gleichen, jedoch breiter und mit sehr zarten Dornen versehen sind. Sie gehen allmählich in die Form (Fig. 7 *Db*) mit breiter aber kürzerer Klinge über. An allen diesen Borsten ist das leicht verbreiterte zahnzangenähnliche Ende bemerkenswert. Zu unterst in jedem Bündel noch vier ungezähnte Borsten (Fig. 7 *Dc*).

Die Stellung dieser Art in der Gattung *Evarne* mit *E. impar* als Typus ist vollkommen sicher.

Gefunden an Eno-sima in einer Tiefe von 200—480 *m* (Döderlein).

Evarne sexdentata n. sp.

Taf. II, Fig. 8.

Von dieser Art sind nur Bruchstücke vorhanden. Das längste hatte bei einer Länge von 6·5 *mm* und einer Breite von 5 *mm*, Ruder und Borsten eingerechnet, 25 Segmente.

Kopflappen und Augen wie bei der vorigen Art. Der unpaare, an der Spitze verletzte Stirnfühler nicht ganz zwei und einhalbmal so lang wie der Kopflappen, die paarigen Stirnfühler beiläufig dreimal so lang. Die Unterfühler nicht ganz viermal so lang wie der Kopflappen, mit ganz kurzen, erst bei stärkerer Vergrößerung wahrnehmbaren Papillen nur spärlich besetzt. Die Fühler mit 0·11 *mm* langen Papillen versehen.

Die Fühlercirren waren nicht erhalten.

Die Ruder (Fig. 8) am 15. Segmente fast so lang wie der Körper, breit, in Gestalt denen der vorigen Art gleichend. Die Rückencirren länger als die Ruder, mit langen Papillen besetzt. Die glatten Bauchcirren nicht halb so lang wie die Ruder.

Die Elytren (Fig. 8 *A*) rundlich-oval, leicht nierenförmig mit grünlicher oder bräunlicher Zeichnung. Der ventrale Fleck dunkler, die lateralen auch untereinander verschmelzend. Sehr zierlich und auffallend sind die Papillen, welche die Oberfläche dicht bedecken. Gegen den hinteren und äußeren Rand sind sie becherförmig (Fig. 8 *Ba*) mit sechszähnigem Rande oder kürzer und dann handförmig (Fig. 8 *Bb*), gegen den vorderen Rand zu werden sie stachlig (Fig. 8 *Bc*) oder gehen in stumpfe, cylindrische Fortsätze über. Die Becherpapillen 0·027—0·034 *mm*, manchmal auch bis 0·068 *mm* lang. Außerdem findet man auf einzelnen Elytren große, bis 1·2 *mm* lange und 0·05 *mm* breite, cylindrische abgerundete Papillen. Fadenpapillen ragen aus dem Außen- und Hinterrande der Elytren vor.

Die Borsten des dorsalen Ruderastes (Fig. 8 *C*) etwa 40 an der Zahl, breiter als die des ventralen, mit sehr stark vorspringenden Dörnchenleisten, an der Spitze wie gespalten. Im ventralen Aste circa 45 Borsten, wie die des dorsalen ungefärbt. Die ober der Acicula austretenden circa 12 Borsten (Fig. 8 *Da*) sind etwas schmäler als die unterhalb liegenden (Fig. 8 *Db*), mit zahlreichen Dörnchenreihen versehen, welche fast bis an den subapicalen Zahn heranreichen. Zu unterst in jedem ventralen Borstenbündel circa 9 Borsten mit einfacher Spitze (Fig. 8 *Dc*).

Auch diese Art besitzt alle Charaktere der Gattung *Evarne* Malmgr.

Gefunden an Eno-sima in einer Tiefe von 200 *m* (Döderlein).

Scalisetosus M'Int.

Die Charakteristik dieser Gattung, welche der Autor anfangs (14, p. 103) nicht besonders hervorhob, wird nicht so sehr aus der gleichzeitigen Beschreibung einer neuen Art *(Sc. ceramensis)* wie aus dem Hinweise auf die von Claparède unter dem Namen *Hermadion fragile* beschriebene Mittelmeerpolynoide, welche mit *Polynoë pellucida* Ehlers identisch ist, klar. Die Verbindung mit der Gattung *Hermadion* Kinberg, welche Claparède deshalb herstellte, weil der hinterste Abschnitt des Körpers nur mit Cirren versehen ist, war eine ganz unnatürliche, und ihre Abtrennung als eigene Gattung ist vollkommen gerechtfertigt. Der Schwerpunkt liegt in dem Baue der Borsten des ventralen Ruderastes, welcher in der ganzen Familie ohne Analogie ist. Ein halskragenartiger zerschlitzter Ansatz umgreift die Schneide etwas unterhalb der ersten mehr minder deutlichen Sägezähne. Auffälligerweise lässt gerade die Abbildung der Borsten des *Sc. ceramensis* dieses Merkmal vermissen, und dies war auch der Grund, warum Baron de Saint Joseph (19, p. 165) meine Auffassung (17, p. 31) nicht billigte und die neue Gattung *Adyte* schuf, um die von *Hermadion* abzutrennenden Formen aufzunehmen. Seit dem hat M'Intosh (15, p. 372) eine Diagnose von *Scalisetosus* gegeben und die großbritannischen Arten eingereiht, ohne von meiner nur nebenbei geäußerten Ansicht Kenntnis zu haben. Zu *Scalisetosus* gehören noch von exotischen Polynoiden: *Polynoë longicirra* Schmarda, welche ich in Exemplaren von Colombo auf Ceylon untersuchen konnte (Fig. 10, 10 *A*), wie bereits M'Intosh vermuthete; ferner meiner Meinung nach *Polynoë rutilans* Gr. von den Philippinen mit der vorigen Art nahe verwandt oder identisch, endlich die nachfolgend beschriebenen zwei neuen Arten.

Nicht so durchgreifend wie der Charakter der ventralen Borsten ist der der Borsten des dorsalen Ruderastes. Denn während bei anderen Arten diese Borsten breit und mit nur wenigen Sägezähnen

besetzt sind oder selbst ganz glatt sein können (wie bei *Sc. levis* n. sp.), sind sie bei *Sc. praelongus* n. sp. schmal und reichlich gezähnt. Diese Art sondert sich außerdem durch die große Zahl der Elytrenpaare (54) scharf ab. Gewöhnlich scheinen nur 15 Elytrenpaare vorhanden zu sein. Von *Sc. ceramensis* ist die Anzahl nicht bekannt.

Dis Nomenclatur betreffend will ich noch bemerken, dass die Verdrängung (M'Intosh 5, p. 373) des Speciesnamens »*pellucidus*« von Ehlers durch eine Bezeichnung von Delle Chiaje, die er, ohne eine Beschreibung hinzuzufügen, nur einer schlechten, erst zu enträthselnden Abbildung gab, nicht zulässig ist.

Scalisetosus praelongus n. sp.

Taf. III, Fig. 11.

Den beiden Exemplaren dieser sehr eigenthümlichen Art fehlen fast alle Anhänge des Kopfes, sämmtliche Rückencirren und Elytren. Es liegen jedoch in der großen Zahl der Segmente und Elytren, sowie in der Gestalt der Rückenborsten Merkmale von so einschneidender Bedeutung, dass jene Mängel wenig ins Gewicht fallen.

Körper des einen nahezu vollständigen Exemplares 39 *mm* lang, in den Rudern und ihren Borsten 5 *mm* breit, im Bereiche der ersten 14 Segmente etwas verbreitert. 108 rudertragende Segmente. Das zweite gleichfalls verstümmelte, durchaus schwächere Exemplar hatte nur 74 Segmente. Bei beiden dürfte die Zahl der fehlenden Segmente nicht beträchtlich sein.

Der Kopflappen etwas breiter als lang mit breit abgerundeten Vorderecken; die Seitenränder etwas vorspringend; der Vorderrand zur Aufnahme des Trägers des unpaaren Stirnfühlers tief ausgeschnitten; die Oberfläche mit einer medianen Längsfurche. Vier Augen. Die an dem kleineren Individuum erhaltenen Unterfühler glatt.

Die Ruder (Fig. 11) so lang oder selbst länger als der Körper breit, mit abgerundeten Vorder- und Hinterlippen des unteren Astes.

An dem größeren Exemplare 54 Elytrenpaare, an dem kleineren 37. Sie stehen am 2., 4., 5., 7. . . . 23., 26., 29., 32., 33., 35. . . . 81., 83., 86. . . . 100., 101., 103. . . . 109. Segmente. Bei den *Scalisetosus*-Arten mit 15 Elytrenpaaren steht das letzte Paar auf dem 32. Segmente. Soweit herrscht also Übereinstimmung. Bei jenen folgen sodann einige elytrenlose Segmente. Bei *Sc. praelongus* erscheint auf dem folgenden Segmente (33) abermals ein Elytrenpaar. Dann wechseln diese weiter mit den Cirren ab bis zum 83. Segmente, worauf zwei Segmente ohne Elytren kommen. Vom 86. bis 100. Segmente findet von neuem Alternieren statt und am 100. und 101. wiederholt sich die Erscheinung wie am 32. und 33. Segmente; es treten zwei Elytren nebeneinander auf. Die letzten vier Elytren alternieren wieder.

Die Borsten des dorsalen Ruderastes etwa 15 an der Zahl, auffallend schmal, sehr fein gesägt (Fig. 11 *A*). In dem ventralen Ruderaste oberhalb der Acicula 7—8 längere und schmälere (Fig. 11 *Ba*), unterhalb derselben 9—10 kürzere und derbere Borsten (Fig. 11 *Bb*). Sie sind mit sehr feinen Leistchen besetzt, welche je nach der Länge der Borsten über den Contour vorspringen und dadurch der Schneide oder selbst dem Rücken ein gesägtes Aussehen geben. An den längeren Borsten sieht man eine Andeutung jenes Einschnittes, welcher die Spitze bei anderen Arten zweizähnig macht. In jedem Ruderaste eine Acicula.

Gefunden im Hafen von Kagoshima in einer Tiefe von 20—60 *m* (Döderlein).

Scalisetosus levis n. sp.

Taf. III, Fig. 12.

Im Habitus schließt sich diese Art den bisher bekannten an, aber ihre Borsten sind ganz charakteristisch.

Körper ungefärbt, 10—16 *mm* lang, vorn wenig verbreitert, mit Ruder und Borsten bis 5 *mm* breit, aus 36—38 Segmenten bestehend.

Der Kopflappen etwas breiter als lang, hexagonal mit deutlich zugespitzten Vorderecken. Die vorderen, unmerklich größeren Augen liegen in den Seitenecken, sie sind weiter auseinander stehend als die hinteren. Der unpaare Stirnfühler war abgefallen, die paarigen dreimal länger, die Unterfühler fünfmal länger als der Kopflappen.

Der dorsale Fühlercirrus überragt die Unterfühler, der ventrale ist etwa um ein Viertel kürzer.

Alle Anhänge des Kopflappens sind glatt.

Die Ruder hinter der Körpermitte so lang wie die Breite dieser. Der dorsale Ruderast lauft ventral in eine feine Spitze aus, die das Ende der Acicula aufnimmt. Die Vorderlippe des ventralen Astes conisch zugespitzt. Die glatten Rückencirren länger, als der Rücken breit ist. Der Bauchcirrus die Spitze des Ruders überragend.

15 Elytrenpaare an gewöhnlicher Stelle. Sie decken sich wenigstens vorn in der Mittellinie, sind sehr zart und durchsichtig, mit feinen cylindrischen Papillen, die auch am Außenrande etwas vorragen, nur spärlich besetzt. Größere warzenförmige wie bei *Sc. pellucidus* kommen nicht vor.

Die Borsten des dorsalen Astes (Fig. 12) sind doppelt so breit wie die oberen des ventralen, dagegen nur um wenig breiter als die untersten. Sie sind in manchen Rudern durchaus glatt (Fig. 12 *a*) oder es sind ihnen einige kürzere (Fig. 12 *b*) beigemengt, die in einiger Entfernung von der Spitze mit einem kleinen Dorne versehen sind. Das Ende ist spitz oder zeigt Rudimente jener Bildung, welche die Spitzen der oberen ventralen Borsten auszeichnet. Im ventralen Aste erscheinen regelmäßig zwei Arten von Borsten. Die oberen (Fig. 12 *Aa*, Verg. 570/1) sind lang schlank, nur wenig verjüngt, fast glatt, mit stumpfem Ende, dem ein kleines Spitzchen aufgesetzt ist. Man erkennt dieses Verhältnis am besten bei einer Betrachtung der Borste vom Rücken. Der Saum des Borstenendes erscheint hiebei doppelt contouriert. Die unterhalb der Acicula liegenden Borsten (Fig. 12 *Ab*, Verg. 215/1) sind viel kürzer aber kräftiger und gehen in einen leicht gekrümmten spitzen Haken aus, an dem ein subapicaler, rudimentärer Zahn zu bemerken ist. Auf der Fläche sind Plättchen besser angedeutet als an den oberen Borsten und ihre Dörnchen treten auch an der Schneide hervor. In dieser Hinsicht zeichnen sich besonders zwei längere und schlankere Borsten des zweiten Typus aus, die unmittelbar auf die oberen Borsten des ersten Typus folgen.

Gefunden bei Kagoshima (Döderlein), Nagasaki (Petersen) und Hongkong (Chierchia). Einer von dem letztgenannten Herrn beigegebenen Notiz zufolge wurde diese Art am Strande in Gesellschaft von Alcyoniden gefunden. Über die Symbiose des *Scalisetosus (Polynoë) rutilans* mit *Xenia* berichtete bereits Grube (10, p. 37) nach Semper's Tagebuch.

Acholoë vittata (Gr.) Marenz.

Taf. III, Fig. 13.

Das einzige Individuum, welches mir vorliegt, weicht von der Beschreibung Grube's (6, p. 82) der *P. vittata* durch geringere Größe, dunkle Elytren, eine nicht ganz übereinstimmende Zeichnung des Rückens, durch das Fehlen der Borsten am oberen Ruderaste, die aber auch an typischem Exemplare nicht an allen Rudern vorhanden waren, endlich durch das Auftreten von Elytren am 40. Segmente ab. Kein einziger dieser Unterschiede hat aber solche Bedeutung, dass eine Abtrennung zu begründen wäre. Auch an dem Umstande, dass das Original von Sitka stammte, liegt nichts besonderes. Es ließen sich für die gleiche Art der Verbreitung noch andere Beispiele anführen.

Leider bleibt meine Beschreibung wie die Grube's wegen des Fehlens der Anhänge des Kopflappens lückenhaft.

Körper kräftig, gedrungen, breit im Verhältnisse zur Länge, 40 *mm* lang, im ersten Drittel mit den Borsten 6 *mm* breit. 74 rudertragende Segmente. Der Rücken bis 3 *mm* hoch.

Farbe des Rückens graugelblich; am 8. Segmente eine braun-violette Querbinde, die sich auch noch auf den Anfang des nächsten Segmentes erstreckt. Von dieser Querbinde läuft über die Seite des Rückens jederseits eine Längslinie, die eigentlich die äußere Begrenzung einer brillenförmigen, erst im letzten Drittel

des Körpers ihre volle Deutlichkeit erlangenden Zeichnung auf jedem Segmente ist. Grube hat den hinteren Bogen der Brilleneinfassung gesehen, der vordere schien ihm geradlinig.

Der Kopflappen unregelmäßig, sechseckig, mit zwei kürzeren hinteren Seitenkanten, wo ziemlich entfernt von einander die Augen stehen. Das vordere Auge in der mittleren Ecke liegend. Die paarigen Stirnfühler sind vom Kopflappen deutlich abgesetzt.

Die Ruder (Fig. 13) halb so lang wie die Segmente, an der Bauchfläche breit. Der dorsale Ruderast im Verhältnisse klein, papillenartig, der ventrale am Rücken gespalten. Die Rückencirren das Ruder überragend, so lang wie das Ruder an der Bauchseite cylindrisch, im letzten Viertel plötzlich fadenförmig verdünnt. Am Rücken der cirrentragenden Segmente nach innen vom Rückencirrus an gleicher Stelle wie der Elytrenträger eine warzenförmige, schlaffe Hervorragung.

Die 47 Elytren stehen am 2., 4., 5. . . .23., 26. Segmente, sodann am 28., 29. Hierauf wechselt immer eine Elytre mit einem Rückencirrus ab, nur am 40. Segmente nimmt eine Elytre die Stelle eines Rückencirrus ein, so dass hier drei Elytren stehen (am 39., 40., 41. Segmente). An Grube's Exemplar scheint diese Häufung nicht vorhanden gewesen zu sein, da er angibt, dass vom 30. Ruder an (31. Segment) regelmäßig der Wechsel mit den Rückencirren eintrat. Abweichend also von dem allgemeinen Gesetze, dass die Elytren am 23., 26., 29., 32. Segmente sitzen, wird hier schon eine am 28. eingeschoben. Die Elytren sind im Verhältnisse zum Körper klein, von rundlich ovaler Gestalt, bis auf die helle Ansatzstelle dunkelgrau oliv gefärbt. Oberfläche und Rand glatt. Sie überdecken sich nur wenig. Ihr Innenrand reicht bis zu dem vorerwähnten lateralen Längstreifen, der Rücken bleibt daher in großer Ausdehnung unbedeckt. Die Breite der freien Fläche beträgt vorn 2·5 *mm*, hinten, entsprechend der Verjüngung des Körpers, 1·5 *mm* und weniger.

Am dorsalen Ruderaste treten keine Borsten aus. Man findet jedoch im Innern um eine Acicula gelagert 5—6 unausgebildete Borsten, welche beiläufig so aussehen wie jene des oberen Bündels im ventralen Aste. Die Borsten des ventralen Astes in zwei durch die Acicula getrennten Bündeln. Alle Borsten sehr schwach bedornt, mit mehr minder gekrümmter, stumpfer Spitze. Die des dorsalen Bündels schmäler und mehr gerade (Fig. 13 *A* links); im unteren Bündel fallen die obersten durch ihre Stärke und sichelförmige Krümmung auf (Fig. 13 *A* rechts). Unterhalb diesen einige schwache, welche den Übergang zu den Borsten des oberen Bündels bilden.

Der erste Bauchcirrus sehr lang und dick (nicht vollständig erhalten), der folgende leicht spindelförmig in eine feine Spitze, die bis zur Austrittstelle der Borsten heranreicht, ausgehend.

Nephridialpapillen vom 6. Segmente bis nach hinten; den letzten 15 Segmenten fehlend.

Aus der Beschreibung der *Halosydna lordi* Baird von Johnson (12, p. 175) ließ sich die Identität mit *Polynoë vittata* Grube's mit Sicherheit constatieren. Diese Polynoide ist ein Commensale von *Lucapina aspera* und *Cryptochiton stelleri*, der auch an Jesso, wo Hilgendorf die eben von mir beschriebene Polynoide fand, vorkommt.

Nach dem Bau des Kopflappens, welcher wesentlich abweicht von *Lepidonotus*, der Stellung der Elytren und der Lebensweise sind mit *P. vittata*, *P. pulchra* Johnson (12, p. 177) und *P. fragilis* Baird (12, p. 179) verwandt. *P. fragilis* aber führt nach der Gestalt der Borsten und, weil sie gleichfalls in den Ambulacralfurchen von Stelleriden lebt, zu *Acholoë astericola* Chiaje. Dies bestimmt mich, auch *P. vittata* und *P. pulchra* zu *Acholoë* zu ziehen. Dadurch erfahren allerdings die Charaktere der auf einer einzigen Art errichteten Gattung *Acholoë* eine Abschwächung, die sich namentlich auf die Stellung der Elytren und die Beschaffenheit des dorsalen Ruderastes bezieht, aber es wird ein geringerer Zwang ausgeübt, als wenn man die drei genannten Arten mit Darboux (3, p. 109) zu *Lepidasthenia* stellt, wohin sie weder nach der Gestalt des Kopflappens noch der Borsten gehören.

Leanira japonica M'Int. (14, p. 154).

Taf. II, Fig. 9.

M'Intosh entwarf seine Beschreibung nur nach einem unvollständigen Exemplare. Etwas weiter gelangte ich mit Hilfe von zwei leider auch nicht entsprechend conservierten Individuen von demselben Fundorte. Ich berücksichtige nachfolgend hauptsächlich Speciesmerkmale. Der Körper an 15—17 *mm* lang, mit den Borsten 3 *mm* breit, mit 47—51 Segmenten, farblos.

Der Kopflappen etwas breiter als lang, mit zwei ganz nach vorn, nahe aneinander liegenden Augenpaaren. M'Intosh gibt deren Stellung richtig an, trägt ihr aber in der Abbildung nicht Rechnung. Eine besondere Färbung des Kopflappens ist nicht zu bemerken. Der unpaare Stirnfühler dreimal so lang wie der Kopflappen breit. Fühlerwimperpolster vorhanden. Die Unterfühler sehr entwickelt, viermal so lang wie der unpaare Stirnfühler, bis ins 15. Segment reichend. Der dorsale Fühlercirrus zweimal so lang wie der Kopflappen breit ist, der ventrale ein Drittel so lang wie der dorsale. Der erste Cirrus (seitlicher Fühler von Pruvot und Racovitza, unterer Fühlercirrus von Ehlers) ist merklich kürzer als der ventrale Fühlercirrus, aber stärker.

Auf dem Ruderrücken zwei Wimperpolster (? ob überall). An der hinteren Seite des Ruders nahe dem Ursprunge und unfern vom unteren Rande eine kleine rundliche Papille, eine ansehnliche cylindrische auf der Vorderseite nach innen und oberhalb des Trägers des Bauchcirrus (28. Ruder, Fig. 9). An welchem Ruder diese Papille zuerst vorkommt, konnte nicht constatiert werden. Der dorsale Ast ist so lang wie der untere, eingebuchtet mit je zwei stärkeren langen Papillen auf jedem Vorsprunge an der Vorderseite und einem Kranze von 8 schmäleren auf der Hinterseite um die Austrittsstelle der Borsten. Der ventrale Ast mit etwas längerer Hinterlippe, stumpf dreieckig. Am Rande der Vorderlippe stehen keine Papillen, an dem der Hinterlippe drei oben und zwei unten, die viel stärker sind als die des dorsalen Ruderastes. Der Bauchcirrus überragt den Unterrand des Ruders. Die ersten Kiemen am 6. Segmente. Die einfachen Borsten des oberen Astes wie bei anderen Arten zweierlei Art: sehr schmale mit so feinen Plättchen, dass die Ränder wie feingesägt aussehen, und breitere, bei welchen auf kurze Strecken große, nicht ganz gegenständige Plättchen auftreten, die gegen das Ende der Borsten zu immer feiner werden. Im ventralen Aste außer den charakteristischen *Leanira*-Borsten mit langen Endgliedern die bereits von M'Intosh beobachteten Borsten, welche aber nicht einzeln, sondern zu drei und vier vorkommen. Die Abbildung von M'Intosh ist etwas schematisiert, weshalb ich eine neue gebe (Fig. 9 *A*). Das Vorkommen dieser Borsten, welche auch bei *Sthenelais* beobachtet wurden, ist interessant, weil es die engen Beziehungen der unter dem Gattungsnamen *Leanira* abgetrennten Formen zu *Sthenelais* darthut. Die Elytren waren nur an einigen hinteren Segmenten erhalten, so dass über ihr Verhältnis zur Rückenfläche nichts bemerkt werden kann. Sie sind wahrscheinlich durchaus glatt, ohne Randpapillen. Der Hinterrand wird durch eine Einbuchtung in zwei Lappen getheilt, wovon der mediane größer ist.

Gefunden bei Kobe (Stabsarzt Dr. Sander auf der Expedition des deutschen Kriegsschiffes »Prinz Adalbert«).

Iphitime n. g.

Eunicide. Kopflappen ohne Anhänge und Augen. Die zwei ersten Segmente ohne Ruder. Ruder einästig, in einen großen dorsalen Fortsatz ausgehend. Borsten zusammengesetzt, mit starkem, hakenförmig gekrümmtem Endstück und einfach, jenen gleichend. Vier spitze Aciculen. Dichotomisch getheilte Kiemen. Unterkieferhälften miteinander verbunden, nach hinten in zwei divergierende dünne Stäbe auslaufend, vorn in der Mittellinie mit einem kreisrunden Ausschnitte. Träger aus zwei vertical gelagerten Platten bestehend, mit den Zangen verwachsen. Diese in zwei sich deckende Haken auslaufend, von welchen der dorsale schwächer ist. Die linke Zange kleiner als die rechte. Zahn fehlt beiderseitig. Vor dem Haken der Zange jederseits zwei Sägeplatten hintereinander. Die vordere mit drei übereinander liegenden Spitzen,

von welchen die mittlere weit vorragt. Die hintere mit einer größeren ventralen und einer kleineren dorsalen Spitze.

Iphitime döderleinii n. sp.

Taf. III, Fig. 14.

Der Zustand der Objecte, welche den Eindruck machen, dass sie erst einige Zeit nach dem Tode conserviert wurden, beeinträchtigte die nachfolgende Beschreibung.

Körper weich, zarthäutig, farblos, mit 185 Segmenten, 61 *mm* lang, in der Mitte 3·5 *mm* breit, nach beiden Enden und besonders nach vorn stark verjüngt. Der Rücken von den buschigen Kiemen dicht bedeckt, wenig gewölbt. Die Bauchseite leicht concav.

Der Kopflappen wie bei *Lumbrinereis*, klein, abgerundet, etwas breiter als lang, augenlos, gegenwärtig ohne Anhänge.

Das Buccalsegment doppelt so lang wie die folgenden. Diese im Durchschnitt circa viermal so breit wie lang.

Die kurzen, am 3. Segmente beginnenden Ruder (Fig. 14) sind einästig. Sie zeigen keine besonderen Abweichungen nach Körperregionen. Der Rücken des Ruders verlängert sich in einen großen conischen Fortsatz, der, wie die Besichtigung des Ruders von der Außenseite ergibt, ebenso dick ist wie das Ruder selbst. Deshalb kann dieser Fortsatz nicht als Verlängerung einer Lippe wie bei anderen Euniciden gedeutet werden. Die eingekerbte Vorderlippe ist etwas niedriger und kürzer als die Hinterlippe. Bauchcirren fehlen.

Die Kiemen beginnen bereits am ersten Ruder. Anfangs einfädig, gabeln sie sich schon vom 9. an kurz über der Basis. Die Zahl der Fäden steigt dann durch eine zweite in kurzem Zwischenraume erfolgende Gabelung auf vier. Die weitere mäßige Vermehrung geht in unregelmäßiger Weise vor sich. Die Fäden sind nicht flach, sondern deutlich cylindrisch, etwas comprimiert. Die Kiemen gehen bis an das Leibesende, wo sie sich wieder vereinfachen. Wiewohl sie an der Seite des Körpers stehen, legen sie sich doch so über den Rücken, dass sie sich gegenseitig berühren. Sie erreichen eine Länge von 3 *mm*. Die Kiemenstämme sind erweitert und bis zum Beginne der Zweige mit zahlreichen Eiern erfüllt. In das Innere der Ruder gelangen diese nicht.

Zu oberst im Ruder vier einfache, spitz zulaufende Borsten, die sich durch die Breite und Länge ihres Schaftes als Aciculen kennzeichnen (Fig. 14 *A*). Um sie lagern sich gegen 10 starke einfache hakenförmige Borsten, die an der Außenseite unter dem Haken etwas rauh sind (Fig. 13 *Ba*). Unter diesen liegt ein zweites Bündel, das sehr zahlreiche zusammengesetzte und 4—5 einfache Borsten enthält. Das kurze breite Endstück der ersten ist hakenförmig gebogen wie das Ende der einfachen des oberen Bündels und sitzt in einem deutlichen Falze des Schaftes (Fig. 14 *Bb*). Die unteren einfachen Borsten sind viel schwächer als alle übrigen und nur mit einem ganz kleinen, scharf gebogenen Haken versehen. Ihre Schneide ist etwas rauh wie die der oberen einfachen Borsten (Fig. 14 *Bc*).

Der Unterkiefer (Fig. 14 *C*) nur um ein Viertel kürzer als Träger und Zange zusammengenommen. Die beiden Hälften vereinigt; nur eine auf Druck nachgebende Naht zeigt die Verbindung an. Die Vorderränder bilden einen nach vorn offenen stumpfen Winkel, dessen Spitze von einem kreisrunden Ausschnitte eingenommen wird. Sie sind die schief abgestutzten Vorderecken rhombischer Platten mit welligen Seiten, von deren Unterseite vor der Innenecke schmale, lange, stark divergierende Stäbe entspringen. Die mit den Zangen verwachsenen Träger sind etwas kürzer als diese und werden von zwei mit einander theilweise verkitteten Platten gebildet, die sich mit der Fläche berühren. Man sieht somit nur auf ihre Kanten. Von den glatten Zangen ist die linke constant kleiner als die rechte. Auch die Zangen sind nicht bloße Haken, sondern in dorso-ventraler Richtung verbreitert wie eine Flachzange. Das Ende der Zange ist nicht einfach hakenförmig wie man bei Betrachtung des Kieferapparates in situ von der Bauchseite meint, sondern sie geht noch in einen zweiten kleineren dorsalen Haken aus, der von dem ventralen gedeckt wird. An der verkümmerten linken Zange ist auch dieser dorsale Haken ganz rudimentär.

Zähne (Max II) fehlen vollständig. Beiderseitig je zwei Sägeplatten, die vor und etwas ober den Zangen liegen. Die hintere geht in eine kräftigere ventrale und eine darüberliegende kleinere Spitze aus, die anliegende vordere ist dreigetheilt. Die bei rein verticaler Lage allein sichtbare mittlere Spitze ist sehr lang und endet abgestumpft; die beiden anderen Spitzchen sind unansehnlich. Die Bildung der Sägeplatten und die Lage ihrer Zähnchen entsprechen somit den Zangen.

Der Rüsselsack reicht bis in das 5. Segment.

Dieser interessante Wurm wurde von Döderlein in der Kiemenhöhle der *Macrocheira kaempferi* de Haan gefunden, wo er nur als Wohnungsparasit wahrscheinlich sein beständiges Heim gefunden hat. Er hat nichts mit den bisher bekannten wenigen parasitischen Euniciden gemein, und kann auch nicht in irgend einer der nach der Beschaffenheit des Kieferapparates gemachten Abtheilungen untergebracht werden. *Iphitime döderleinii* stellt einen schon durch den Mangel des Zahnes und die Borstentracht ganz isolierten Typus dar.

Literatur.

1. Baird W., Contributions towards a monograph of the species of Annelids belonging to the Aphroditacea. J. Linn. Soc. Vol. 8, London 1865, p. 172—202.
2. Buchanan F., Report on Polychaets collected during the Royal Survey of the West Coast of Ireland. Part 1. Deepwater Forms. P. Dublin Soc. 8, 1893, p. 169—179.
3. Darboux Gast., Recherches sur les Aphroditiens. In: Travaux de l'Institut de Zoologie de l'Université de Montpellier et de la station maritime de Cette. Mém N. 6, Lille 1899, p. 1—276.
4. Ehlers E., Reports on the results of dredging under the direction of L. F. Pourtalès during the years 1868—1870 and of Al. Agassiz in the gulf of Mexico 1877—1879 and in the Caribbean sea 1878—1879 in the U. S. coast Survey Steamer Blake. In: Mem. Mus. Harvard Coll. Vol. 15, 1867.
5. — Zur Kenntnis der ostafrikanischen Borstenwürmer. Nachr. Ges. Göttingen 1879, Heft 2, p. 1—19.
6. Grube E., Beschreibungen neuer oder weniger bekannter Anneliden. Arch. Naturg. 21, 1855, p. 81—136.
7. — Beschreibung neuer oder wenig bekannter von Herrn Ehrenberg gesammelter Anneliden des Rothen Meeres. Sb. Ak. Berlin 1870, p. 484—452.
8. — Bemerkungen über die Familie der Aphroditeen. 52. Jahresber. Schlesisch. Ges. f. d. Jahr 1874, Breslau 1875, p. 65.
9. — 54. Jahresber. Schlesisch. Ges. f. d. Jahr 1876, Breslau 1877, p. 49.
10. — Annulata Semperiana. Mem. Acad. St. Peters (7) T. 25, N. 8, Petersburg 1878.
11. Haswell A., A monograph of the Australian Aphroditea. P. Linn. Soc. N. S. Wales, Vol. 9, 1885, p. 649—675.
12. Johnson P., A preliminary account of the marine Annelids ot the Pacific coast, with descriptions of new species P. Calif. Ac. (3) Vol. 1 N. 5, 1897, p. 153—198.
13. — The Polychaeta of the Puget Sound Region. P. Boston Soc. Vol. 29, 1901, p. 381—437.
14. M'intosh W. C., Report on the Annelida Polychaeta collected by H. M. S. Challenger during the years 1873—1877. In: Challenger Vol. 12, 1885.
15. — A Monograph of the British Annelids. Part 2. Polychaeta. London 1900, p. 217—442.
16. Marenzeller E. v., Polychaeten der Angra Pequena-Bucht. Zool. Jahrb. Syst. Bd. 3, 1887.
17. — Polychaeten des Grundes, gesammelt 1890, 1891, 1892. (Berichte der Commission für Erforschung des östlichen Mittelmeeres. VI) Denkschr. Ak. Wien, Bd. 60, 1893, p. 25—48.
18. Roule L., Resultats scientifiques de la campagne du »Caudan« dans le golfe de Gascogne. Fasc. 3. Paris 1896.
19. Saint Joseph Baron de, Annélides polychètes de la rade de Brest et de Paimpol. Ann. sci. nat. (8) T. 10, 1899.
20. Verrill A. E., Notice of recent additions to the marine Invertebrata of the Northeastern coast of America. Pt. 1, P. U. S. Mus. Vol. 2, 1879, p. 165—205.

Verzeichnis der in Betracht gezogenen Gattungen und Arten.

(Die Synonyme sind gesperrt gedruckt.)

Tafel I.

Tafel I.

Fig. 1. *Halosydna nebulosa* Gr. Kopflappen. 15/1.

» 1 *A*. » » » Ruder. 22/1.

» 1 *B*. » » » Zweite Elytre. 25/1.

» 1 *Ba*. » » » Sinnespapillen. 580/1.

» 1 *C*. » » » Dorsale Borsten. 225/1.

» 1 *D*. » » » Ventrale Borste. 225/1.

» 2. » *interrupta* n. sp. Elytre. 24/1.

» 2 *A*. » » 23. Ruder von vorn. 36/1.

» 2 *B*. » » Obere ventrale Borste. 340/1.

» 2 *C*. » » Untere ventrale Borste. 340/1.

» 3. *Lepidonotus squamatus* (L.) Oerst. Elytre. 20/1.

» 3 *A*. » » Eine Warze und eine Sinnespapille. 160/1

» 4. » *carinulatus* Gr. Elytre. 24/1.

» 5. » *elongatus* n. sp. Kopflappen. 217/1.

» 5 *A*. » » Ruder. 17/1.

» 5 *B*. » » Dorsale Borste. 400/1.

» 5 *C*. » » Ventrale Borste. 400/1.



E. v. Marenzeller del.



Tafel II.

Tafel II.

Fig. 6 *Thormora (Lepidonotus) jukesii* Baird. Ruder. 20/1.

» 6 *A*. » » » Dorsale Borsten. 800/1.

» 7. *Evarne forcipata* n. sp. Ruder. 24/1.

» 7 *A*. » » Elytre. 24/1.

» 7 *B*. » » Oberfläche der Elytre. 90/1.

» 7 *C*. » » Dorsale Borsten. 240/1.

» 7 *D*. » » *a* oberste Borste des ventralen Ruderastes; *b* kürzere Hauptborste 240/1. *c* unterste Borste. 240/1.

» 8. » *sexdentata* n. sp. Ruder. 24/1.

» 8 *A*. » » Elytre. 24/1.

» 8 *B*. » » Papillen der Elytre, *a* becherförmige, *b* handförmige, *c* stachlige. 330/1.

» 8 *C*. » » Dorsale Borste. 240/1.

» 8 *D*. » » Borsten des ventralen Ruderastes. 240/1.

» 9. *Leanira japonica* M'Int. 28. Ruder von vorn. 45/1.

» 9 *A*. » » » Borsten aus dem ventralen Ruderaste. 500/1.


7
8
7C.
8A.
9A.
8C.
8D.
8B.
6.
7D.
9
7B.
7A.



Tafel III.

Tafel III.

Fig. 10. *Scalisetosus longicirrus* Schmarda. Dorsale Borste. 570/1.
10 A. Ventrale Borsten, *a* obere, *b* untere. 570/1.
11. » *praelongus* n. sp. Ruder von hinten. 24/1.
» 11 *A.* » » Dorsale Borste. 240/1.
» 11 *B.* » » Ventrale Borsten, *a* obere, *b* untere. 240/1.
» 12. » *levis* n. sp. Dorsale Borsten. 215/1.
» 12 *A.* » » Ventrale Borsten, *a* obere 570/1, *b* untere 215/1.
» 13. *Acholoë vittata* (Gr.) Marenz. Ruder. 19/1.
» 13 *A.* » » Links obere, rechts untere Borste des ventralen Ruderastes. 215/1.
» 14. *Iphitime döderleinii* n. sp. Ruder. 25/1.
» 14 *A.* » » Acicula. 980/1.
14 *B* Borsten, *a* obere einfache, *b* zusammengesetzte, *c* untere einfache. 980/1.
» 14 *C.* » » Kieferapparat in situ. Ventralansicht. 25/1.
» 14 *D.* » » Die Sägeplatten in Flächenansicht. 25/1.



E. v. Marenzeller del.



MIKROSKOPISCHE UNTERSUCHUNG ALTER OSTTURKESTANISCHER

UND

ANDERER ASIATISCHER PAPIERE

NEBST

HISTOLOGISCHEN BEITRÄGEN ZUR MIKROSKOPISCHEN PAPIERUNTERSUCHUNG

VON

JULIUS WIESNER,

W. M. K. AKAD.

Mit 18 Textfiguren.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 5. JUNI 1902.

Einleitung.

Die bedeutungsvollen Entdeckungen von Alterthümern, welche in neuester Zeit in Ostturkestan gemacht wurden, sind durch den letzten (zwölften, im October 1899 zu Rom abgehaltenen) Orientalisten-congress in weiten wissenschaftlichen Kreisen bekannt geworden.

Den Ausgangspunkt dieser wichtigen antiquarischen Auffindungen bilden die nunmehr unter dem Namen der Bower-Manuscripte bekannten Handschriften, welche in einem buddhistischen Stûpa bei Kutscha oder Kutschar (Kuchār, Kuchē) in Ostturkestan (in der jetzigen chinesischen Provinz Kaschgarien) im Jahre 1889 entdeckt worden waren. Dieselben wurden von einem Officier der indo-britischen Armee namens Bower erworben und kamen zunächst nach Indien, später nach England.

Diese auf Birkenrinde geschriebenen Manuscripte wurden von den Professoren Hoernle (damals in Calcutta, jetzt in Oxford) und Bühler in Wien untersucht, und es gelang diesen beiden Forschern zu constatieren, dass dieselben die ältesten bis dahin bekannt gewordenen indischen Handschriften repräsentieren [1].

---

[1] Nach brieflichen Mittheilungen des Herrn Prof. Hoernle (zuletzt Oxford, 9. April 1902) sind die Bower-Manuscripte nicht mehr die ältesten bekannten Birkenrindenhandschriften. Nach den bisherigen Forschungen reichen letztere vom ersten Jahrhundert unserer Zeitrechnung bis ins siebzehnte Jahrhundert. Chronologisch sind sie folgendermaßen zu reihen:

1. Dutreuil de Rhins-Manuscript, beiläufig aus dem 1. Jahrhunderte (Petersburg und Paris);
2. Bower-Manuscript, beiläufig aus dem 5. Jahrhunderte (Bodleian Library, Oxford);
3. Bakhsâhlî-Manuscript, beiläufig aus dem 10. Jahrhunderte (im Besitze des Prof. Hoernle);

Es war ein hochwichtiger Fund, der aber insoferne noch an Bedeutung gewann, als gerade er, wie schon angedeutet, die Veranlassung zur Auffindung eines wahren Schatzes von Alterthümern wurde. Denn die Bower-Manuscripte lenkten die Aufmerksamkeit der Alterthumsforscher auf das bis dahin in dieser wissenschaftlichen Richtung nur sehr wenig beachtete chinesische Ostturkestan. Sowohl von den Engländern als von den Russen wurde in diesem Gebiete in sehr umfangreicher Weise auf Alterthümer gefahndet, Unternehmungen, welche schon in einer verhältnismäßig kurzen Zeit von glänzendem Erfolge gekrönt waren.

Die im chinesischen Ostturkestan gemachten Funde besitzen in erster Linie indisches, speciell buddhistisches, beziehungsweise graeco-buddhistisches Gepräge. Aber auf ostturkestanischem Boden kreuzte sich indisches Volksthum mit den Culturen anderer Nachbarvölker, und so wird es begreiflich, dass unter den dortigen Auffindungen sich auch chinesische und islamitische Alterthümer vorfinden.

Was an diesen Schätzen, zumal an Manuscripten in das Eigenthum der britischen Regierung gekommen ist, wurde Herrn Professor A. F. Rudolf Hoernle, dem hochverdienten ehemaligen Präsidenten der Asiatic Society of Bengal, d. Z., wie schon bemerkt, in Oxford, zur Untersuchung übergeben.

Zu den in englischen Besitz gelangten Handschriften gehören außer den schon genannten Bower-Manuscripten noch die Weber-, Macartney-, Godfrey-Manuscripte und andere.

Die von dem mährischen Missionär Weber erworbenen und jetzt in der Bodleian Library befindlichen Handschriften sind allerdings mit Sanscritcharakteren beschrieben, aber nicht alle in der Sanscritsprache; es befindet sich darunter auch ein in einer bisher unbekannten Sprache geschriebenes Buch. Von besonderer Wichtigkeit sind die von dem englischen Bevollmächtigten in Kaschgar, Mr. George Macartney, erworbenen Manuscripte, darunter eines, eine medicinische Abhandlung enthaltend, welches nach Hoernle das älteste bisher bekannt gewordene Sanscritmanuscript ist. Auch die nach Capitän Stuart H. Godfrey benannten, mit Sanscritcharakteren ebenfalls in einer unbekannten Sprache geschriebenen Handschriften sind von hohem Interesse.

Eine der wichtigsten Fundstätten der ostturkestanischen Manuscripte ist das schon oben genannte Kutschar, woher die Bower-Manuscripte rühren. Mehrere der nachfolgend untersuchten Papiere stammen von dort. Außerordentlich ergiebig an Schriftfunden ist jenes große, im Süden Ostturkestans gelegene Wüstengebiet, welches nach den zahllosen dort gefundenen, aus gebranntem Thone bestehenden Alterthümern den Namen »Takla Makan« (d. h. bedeckt mit zerbrochenem Thongeschirre) führt, insbesondere die weitere Umgebung von Khotan, wo auf einem ausgedehnten, von diesem Orte nordwärts und ostwärts gelegenen Raume mehrere theils im Löß, theils im Sande verschüttet gewesene Ansiedelungen entdeckt wurden. Vier von diesen sind inzwischen von Dr. Aurel Stein im Auftrage der indo-britischen Regierung 1900—1901 besucht und ausgegraben worden. Die gefundenen Schätze, insbesondere Manuscripte im Sanscrit, Kharoshthî und Chinesisch, auf Holz, Leder und Papier, befinden sich jetzt im British Museum in London (s. Dr. Stein's Preliminary Report on a Journey of Archaeological and Topographical Exploration in Chinese Turkestan, 1901«). Die dort gefundenen Manuscripte sind in britischen Besitz übergegangen und bilden den Hauptschatz ihrer ostturkestanischen Manuscripte, deren Papiere mir reichlich zur Untersuchung vorlagen. Die Handschriften von Takla Makan sind, wie gesagt, zum Theile in unbekannten Sprachen geschrieben. Einzelne der Schriftarten müssen erst durch genaue vergleichende Untersuchungen festgestellt werden. Für den Sprachforscher und den Historiker liegt somit ein großer Schatz vor, und an ihnen wird es sein, die Völkerschaften zu ermitteln, welche in diesen unbekannten Zungen sprachen, die Sprachen zu ergründen, welche diese Völker redeten und den Inhalt ihrer Schriften zu enträthseln. Diese Andeutungen mögen genügen, um auf die große wissenschaftliche Bedeutung der ostturkestanischen Entdeckungen hinzuweisen.

---

4. Codex Archetypus der Râja Farengiṇî, aus dem 17. Jahrhunderte (im Besitze von drei eingeborenen Pandits in Kashmir);
5. Kashmir Manuscript, aus dem 17. Jahrhunderte (im Besitze des Prof. Hoernle).

Noch andere Manuscripte, von welchen aber keines weiter als in das 15. Jahrhundert zurückreicht, befinden sich in verschiedenen europäischen Bibliotheken und im Privatbesitze.

Sowohl die Engländer als die Russen sind bemüht, die in ihren Besitz gelangten Schätze wissenschaftlich zu bearbeiten, und es liegen bereits mehrere wichtige diesbezügliche Arbeiten vor[1].

Der gelehrte Erforscher der alten ostturkestanischen Schriften, Prof. Hoernle, ließ sich von dem richtigen Gedanken leiten, dass die materielle Untersuchung der unter den gefundenen Alterthümern befindlichen Beschreibstoffe sachgemäß nur von einem in derartigen Untersuchungen bewanderten Naturforscher durchgeführt werden könne, eine Ansicht, welche unter den Alterthumsforschern immer mehr und mehr Boden gewinnt[2]. Früher besorgten die Alterthumsforscher die materielle Untersuchung der Beschreibstoffe selbst, aber so wertvoll ihre geschichtlichen und sprachlichen Forschungsergebnisse auch waren, in Betreff der materiellen Untersuchung mussten sich Irrthümer auf Irrthümer häufen, da diese Forscher, in den naturwissenschaftlichen und technischen Untersuchungsmethoden nicht bewandert, nur ganz dilettantische Resultate erzielten. Die paläographischen Werke sind voll von schweren Irrthümern in Bezug auf die Natur der Beschreibstoffe, und es tritt jetzt erst von naturwissenschaftlicher Seite der Nachweis vieler dieser unrichtigen Angaben und die Darlegung des richtigen Sachverhaltes in den Vordergrund.

Die materiellen Untersuchungen der alten ostturkestanischen Papiere, welche Gegenstand dieser Abhandlung bilden, schließen sich, vornehmlich in methodischer Beziehung, an meine Arbeit über die alten arabischen Papiere an[3]. Die damaligen Untersuchungen mussten in der umfassendsten Weise durchgeführt werden, denn es handelte sich darum, den von mir rasch erkannten Irrthum der Existenz eines aus

[1] Nähere Daten über die im englischen Besitze befindlichen in Ostturkestan gemachten Auffindungen, insbesondere in Betreff der Manuscripte sind zu finden in Prof. Hoernle's Schrift: A Note on the British Collection of Central Asian Antiquities, presented to the XII. International Congress of Orientalists in Rom, Oxford 1899 und in Part. II seines Report on the British Collection of Antiquities from Central Asia, with 13 facsimile Plates, 3 Tables and 6 Woodcuts, 1902. (Extra Number I to the Journal of the Asiatic Society of Bengal, Vol. LXX.) Über die russischen Funde siehe: Nachrichten über die von der kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg im Jahre 1898 ausgerüstete Expedition nach Turfan, D. Klementz, Turfan und seine Alterthümer etc., Petersburg 1899.

Einen höchst anziehenden, im Drucke erschienenen (K. Wiener Zeitung vom 2. und 3. März 1900) Vortrag über die ostturkestanischen Alterthümer hielt Prof. L. v. Schröder in der Wiener Anthropologischen Gesellschaft am 24. Februar 1900.

[2] In den Siebziger Jahren erklärten schon einige Historiker sich für incompetent, Fragen über die wahre Natur der Beschreibstoffe selbst endgiltig lösen zu können, und Prof. Clem. Lupi (Manuale di Palaeografia delle carte, Firenze, 1875) sprach es direct aus, dass über die Qualität der Papierfasern nur ein Botaniker urtheilen könne. Aber die Botaniker erledigten die an sie nur gelegentlich gestellten Fragen doch nicht mit der nöthigen wissenschaftlichen Tiefe und kamen über die landläufigen Angaben nicht hinaus. Es ist das Verdienst Karabacek's, die Wichtigkeit der naturwissenschaftlichen Methode in Fragen der materiellen Untersuchung von Papier mit allem Nachdrucke hervorgehoben zu haben. Er war es, der mich gelegentlich seiner umfassenden Untersuchungen über das arabische Papier aufforderte, die reiche und ungemein wichtige Sammlung »Papyrus Erzherzog Rainer« in dieser Richtung zum Gegenstande eingehender Studien zu machen. Diese meine materielle, an zahlreiche frühere in methodischer Beziehung ähnliche, von mir veröffentlichte Arbeiten anschließenden Untersuchungen der alten Papiere von El-Faijûm und Uschmûnein führten alsbald zu wichtigen, die damaligen paläographischen Lehren stark erschütternden Ergebnissen. Über die Bedeutung der Verbindung historisch-antiquarischer mit naturwissenschaftlichen Studien spricht sich Karabacek in seinem Werke über das arabische Papier (1887, p. 2) folgendermaßen aus: »Was das bewaffnete Auge mit autoritativer Sicherheit aus den altehrwürdigen Papierresten herauszulesen verstand, gestaltet sich vielfach fruchtbringend. Die auf naturwissenschaftlichem Wege gewonnenen Resultate geben der historischen Forschung ein erstes und sicheres Fundament; sie haben unumstößlich dargethan, dass die bisherige Auffassung gewisser Cardinalfragen der Papierbereitung, wie die Kriterien der Papiererkennung verfehlte waren.... Erfreulich ist es zu sehen, wie hier zum erstenund wohl nicht zum letztenmale naturwissenschaftliche Kriterien in einer eminent historisch-antiquarischen Frage mit entscheidendem Schwergewichte eintreten. Die Wichtigkeit des Zusammenwirkens dieser zwei an sich so divergierenden Forschungsmethoden springt aber noch um so viel deutlicher in die Augen, wenn wir die zum Überdrusse ausgezogenen abendländischen Quellen und ihre zweifelhaften Ergebnisse verlassen, um uns dem Ausgangspunkte der Papierfrage, dem Oriente selbst zuzuwenden«.

Unter den Paläographen scheint nunmehr die von Karabacek dringend gestellte Forderung allseits beachtet zu werden, und gerade meine Untersuchungen über die alten arabischen Papiere waren auch die Veranlassung, dass Herr Prof. Hoernle an mich mit dem Ersuchen herantrat, die materielle Untersuchung der ostturkestanischen Papiere zu übernehmen.

[3] J. Wiesner, Die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere, II. und III. Bd. der Mittheilungen aus der Sammlung des Papyrus Erzherzog Rainer, Wien 1887. Diese meine Abhandlung erschien auch selbständig unter dem Titel: Die mikroskopische Untersuchung des Papieres mit besonderer Berücksichtigung der ältesten orientalischen und europäischen Papiere, Wien, Staatsdruckerei 1887.

(roher) Baumwolle erzeugten Papieres (der vielgenannten und allseits als factisch existierend angenommenen *charta bombycina*) mit vollkommener Sicherheit nachzuweisen und die von mir gleich im Beginne meiner die arabischen Papiere betreffenden Studien gefundene Thatsache, dass die Araber schon im achten Jahrhunderte unserer Zeitrechnung Papiere aus Hadern erzeugten, zu erhärten, also die alte Irrlehre, dass das Hadern- oder Lumpenpapier erst im 14. Jahrhunderte — nach anderen Angaben im 11. bis 13. Jahrhunderte — von den Deutschen oder einer anderen Culturnation erfunden und demselben ein Baumwollenpapier vorangegangen sei, zu widerlegen.

Die Lösung dieser Frage gelang auf das vollkommenste, da die naturhistorischen Auffindungen in den von Karabacek herangezogenen arabischen Quellen ihre volle Bestätigung gefunden haben. Die Frage war indess insoferne eine schwierige, als die die alten Papiere zusammensetzenden Fasern in einem Zustande hochgradiger Veränderung sich befanden und zu entscheiden war, ob sie im Papiere als Rohfaser oder als Hadernfaser auftraten, d. h. vorher textil ausgenützt worden waren.

Dem Fortgange der damaligen Untersuchungen stellten sich große Schwierigkeiten in den Weg, die sich aber doch soweit überwinden ließen, dass die Endergebnisse vollkommen befriedigend ausfielen und alle Zweifel in Betreff der Provenienz der Papierfaserstoffe behoben werden konnten. Dies war aber durch den Umstand sehr erleichtert, dass sich bei der Untersuchung der Papiere von El Faijûm und Uschmûnein alsbald die Frage einfach so zuspitzte: ist die Papierfaser Baumwolle oder ist sie Leinen-, beziehungsweise Hanffaser?

Weitaus schwieriger war es, die Natur der ostturkestanischen Papierfasern zu ermitteln. Es liegen hier so viele Möglichkeiten vor. Die Schriftarten der Manuscripte deuten auf verschiedene Provenienzen. Die Manuscripte deuten auf indischen, chinesischen, persischen und anderweitigen islâmitischen Ursprung hin. Wenn nun auch die Materialien der Beschreibstoffe des Islâm genau bekannt geworden sind, so sind wir doch über die alten indischen und chinesischen Papiermaterialien noch sehr ungenau unterrichtet, da nach dieser Richtung nur sehr wenige materielle Untersuchungen bisher unternommen worden sind [1].

Der Plan meiner Untersuchung bestand darin, bei meinen mikroskopischen Studien alle jene Faserstoffe ins Auge zu fassen, welche erwiesenermaßen oder angeblich im Alterthume von den Arabern, Indern und Chinesen zur Bereitung des Papieres benützt wurden, beziehungsweise benützt worden sein sollen, ferner die derzeit in Indien und China verwendeten Papierrohstoffe zu einem weiteren Ausgangspunkte meiner Nachforschungen zu machen, endlich auf die Faserpflanzen und überhaupt Culturpflanzen Turkestans und der umgebenden Länder zu achten, um auch diese, wenn es erforderlich schien, in den Kreis der Untersuchung einzubeziehen.

Ist schon an und für sich die Zahl der Faserstoffe, welche bei dieser Untersuchung in Frage kommt, eine verhältnismäßig große, so kommt als erschwerender Umstand noch hiezu, dass die meisten dieser Faserstoffe im Beginne meiner Untersuchungen mit Rücksicht auf ihre mikroskopischen Kennzeichen noch sehr unvollkommen oder noch gar nicht geprüft worden waren. Es musste meine Aufgabe sein, die in Frage kommenden Fasern zuerst genau zu studieren. Diese Vorarbeit hat geraume Zeit in Anspruch genommen, und dieser Umstand erklärt, dass ich erst jetzt, nachdem mir bereits seit mehr als zwei Jahren die betreffenden Papierproben vorliegen, in der Lage bin, die Frage über die Natur dieser Beschreibmaterialien zu beantworten.

Und auch diese Beantwortung ist durchaus keine vollständige. Die botanische Provenienz mancher die untersuchten Papiere zusammensetzenden Fasern ließ sich nicht oder doch nicht mit wünschenswerter Sicherheit ermitteln.

Was die dem Islâm angehörigen Papiere anlangt, so ist durch die von Karabacek [2] und mir (l. c.) unternommenen Untersuchungen sichergestellt worden, dass dieselben aus Leinen- oder Hanffasern

---

[1] Siehe hierüber Wiesner, Die Rohstoffe der Pflanzenreiches, 2. Aufl., Bd. II, Leipzig 1902, p. 452 ff.

[2] Das arabische Papier. Eine historisch-antiquarische Untersuchung. In den »Mittheilungen aus der Sammlung des Papyrus Erzherzog Rainer« Bd. II und III, Wien 1887.

bestehende Hadernpapiere sind. Freilich ist hier noch eine Lücke geblieben, welche bisher nicht ausgefüllt werden konnte. Die Araber lernten bekanntlich die Methode der Erzeugung des echten (gefilzten) Papieres von den Chinesen. Die islâmitische Papiererzeugung begann nicht, wie die Paläographien bis zum Erscheinen der von Karabacek durchgeführten Untersuchungen über das arabische Papier lehrten, mit der Eroberung von Samarkand (704), sondern, wie Karabacek [1] nachwies, erst im Jahre 751 n. Chr. Chinesische Kriegsgefangene vermittelten unter den Arabern die Kenntnis der Papierbereitung. Die ersten chinesischen Papiermacher auf islâmitischem Boden saßen zu Samarkand unter einer persisch redenden Bevölkerung [2]. Hier kam die Papierbereitung zu hohem Aufschwunge und Samarkand blieb bis zum 11. Jahrhunderte ein wichtiger Papierfabrikationsort. In der Kalifenstadt Bagdad, dem Mittelpunkte der alten muhamedanischen Herrschaft, beginnt die Papiererzeugung im Jahre 794 oder 795 und blühte bis zum 14. Jahrhunderte. Im 10. Jahrhunderte wurde viel Papier in Syrien (insbesondere zu Damascus) erzeugt und ausgeführt (die berühmte, auch im Occidente bekannte *charta damascena*). Bald darauf (im 11. Jahrhunderte) folgte Kairo, aber es wurden dort nur rohe Packpapiere erzeugt.

Zur Zeit als in Damascus die Papierfabrication blühte, wurde auch in Tiberias (Palästina) Papier bereitet, und es wurde die Vermuthung ausgesprochen, dass das dort zum Flechten von Matten benützte Gras Halfa (das jetzt in der Papierfabrikation so massenhaft verwendete Espartogras, *Stipa tenacissima* L. = *Macrochloa tenacissima* Kunth) zur Darstellung eines gefilzten Beschreibstoffes verwendet worden sein soll [3].

Die ältesten Papiere des Islâm stammen also aus dem Jahre 751. Zur Untersuchung gelangten aber erst Papiere aus dem Jahre 796 und aus späterer Zeit. Diese ältesten bisher bekannten arabischen Papiere gehören dem Papyrus Erzherzog Rainer an. Es waren durchwegs Hadernpapiere, und zwar reine Hadernpapiere, welche keinen Zusatz roher Pflanzenfasern aufwiesen.

Aus der Zeit vom Jahre 751 bis 796 liegen also keine arabischen Papiere vor. Es muss zugestanden werden, dass dies eine erhebliche Lücke ist. Denn nur die im Beginne der arabischen Papierfabrication erzeugten Papiere hätten uns darüber mit Sicherheit belehren können, welches Materiale die Lehrmeister der Araber im Papiermachen auf persischem Boden zuerst für diesen Zweck in Anwendung brachten. Waren es rohe Pflanzenfasern? Diejenigen, welche die Chinesen in ihrer Heimat benützten, waren wohl auf persischem Boden nicht zu finden. Also den von den Chinesen gewöhnlich benützten ähnliche? Und welche? Oder waren es Hadern? Müsste man die letzteren Fragen bejahen, so wären ja die Chinesen die Erfinder der Hadernpapiere. Aber gerade diese wichtigen Fragen konnten nicht gelöst werden, weil zu mikroskopischer Untersuchung das erforderliche Materiale fehlte.

Die ältesten bekannten arabischen Papiere sind nun, wie gesagt, reine Hadernpapiere, und da sichere Nachrichten über die Verwendung der Hadern zur Papiererzeugung bei den Chinesen fehlen, hingegen alles darauf hinzuweisen scheint, dass sie nur rohe Pflanzenfasern zu dem genannten Zwecke benützten, so konnte die Ansicht ausgesprochen werden, dass die Araber die Erfinder des Hadernpapieres sind. Diese Ansicht hat auch eine große Wahrscheinlichkeit, ja Karabacek hält sie für festbegründet, da nach seinen Nachforschungen bei den Chinesen die Fabrication des Hadernpapieres erst im X. Jahrhunderte anhebt (siehe unten bei Besprechung der Papiere der Chinesen).

---

[1] l. c., p. 72.

[2] Karabacek l. c., p. 3.

[3] Karabacek, l. c., p. 39. Es erscheint von vornherein nicht recht annehmbar, dass es mit den damaligen primitiven Mitteln gelungen sein sollte, ein so schwieriges Materiale, wie die harten zähen Blätter der Halfa in der Papierbereitung zu bewältigen. Es ist indes die Angabe, dass *Stipa tenacissima* in Palästina vorgekommen wäre, ganz unrichtig. Die geographische Verbreitung dieses Grases ist nunmehr genau bekannt. Zwei Jahre nach dem Erscheinen des »Arabischen Papieres« wurde eine monographische Arbeit über Halfa veröffentlicht (L. Trabut, Étude sur l'Halfa [*Stipa tenacissima*] Alger 1889), worin nachgewiesen wird, dass die östliche Verbreitungsgrenze dieses Grases etwa in Tripolis erreicht wird, und die ältere Angabe, dass *Stipa tenacissima* in Griechenland oder noch weiter östlich vorkomme, auf Irrthum beruhe (l. c., p. 18 ff.).

Einige Klarheit hätte in die Sache gebracht werden können, wenn unter den ältesten der Untersuchung zugänglich gewesenen arabischen Papiere, welche gefunden worden wären, die sich als aus rohen Pflanzenfasern zusammengesetzt erwiesen hätten. Wären die Pflanzenfasern chinesischer Provenienz gewesen, so wäre dann zu folgern gewesen, dass die in Persien arbeitenden chinesischen Papiermacher ihr Rohmateriale aus der Heimat bezogen haben. Wären es Fasern persischer Pflanzen gewesen, so hätte der Schluss gezogen werden können, dass die chinesischen Papiermacher in Persien Substitute für die chinesischen Papiergewächse in dem neuen Erzeugungsgebiete gefunden haben. Trotz vielen Suchens gelang es mir aber nicht, in den ältesten arabischen Papieren der Sammlung »Papyrus Erzherzog Rainer« solche Rohfasern aufzufinden. Und so konnte die Brücke nicht gefunden werden, welche von dem chinesischen Papiere zum arabischen hinüberführt.

Die mir von Prof. Hoernle zu Gebote gestellten alten Papiere chinesischer Provenienz scheinen mir geeignet, diese fühlbare Lücke einigermaßen auszufüllen.

Die Materialien, welche die Chinesen in alter Zeit zur Bereitung der von ihnen erfundenen echten (gefilzten) Papiere verwendeten, sind vielfach noch in tiefes Dunkel gehüllt, da eine materielle Untersuchung alter chinesischer Papiere bisher noch nicht durchgeführt wurde, und noch weniger sicher sind die Nachrichten über die Beschreibstoffe, welche in China dem echten Papiere vorangingen.

Der älteste chinesische Beschreibstoff soll das Blatt des Bambusrohres gewesen sein, auf welches angeblich die Schriftzeichen mit glühenden Nadeln geritzt wurden. Sodann folgten aus dem Körper des Bambusrohrstammes geschnittene Holztäfelchen. Aber man kehrte zu der blattförmigen Gestalt der Beschreibkörpers wieder zurück, da diese doch im Gebrauche zweckmäßiger ist als das massive Holztäfelchen, und machte den Anfang eines echten Papieres, indem man Seidenabfälle zu einem dünnen blattförmigen Beschreibstoffe verfilzte [1]. Dies wäre der erste Versuch der Herstellung eines Hadernpapieres. Diese Seidenpapiere sollen schon 300 Jahre v. Chr. erzeugt worden sein und es wäre die Blüte dieser Papiermanufactur etwa in das Jahr 100 n. Chr. zu setzen. Kurz vorher war aber nach glaubwürdigen chinesischen Quellen, durch Ts'ai Lun die Erfindung des Pflanzenfasernpapieres gemacht worden, welches dieser hervorragende Staatsmann zu hoher Vollkommenheit brachte. Durch diese neue Erfindung wurden die früher genannten Beschreibstoffe, zuletzt das Seidenlumpenpapier verdrängt.

Über die Rohmaterialien, welche die Chinesen zur Herstellung des Pflanzenfasernpapieres benützten, liegen widersprechende Angaben vor.

Die durch Wattenbach's Angaben [2] weit verbreitete bis in die neueste Zeit als richtig angenommene Behauptung, dass die Chinesen in alter Zeit aus roher Baumwolle Papier erzeugten, hat sich als völlig grundlos herausgestellt. In den verlässlichen Quellen über alte chinesische Papierrohstoffe fehlt die Baumwolle [3]. Die Baumwollenpflanze wurde in China überhaupt erst sehr spät, Jahrhunderte nach der Erfindung des Papieres in dem genannten Lande eingeführt, nämlich während der Regierung Kubilai Chân's (1257—1294) [4], in welcher Zeit sie aus Ma' bar im südlichen Indien nach China gebracht wurde. Durch zahlreiche von mir untersuchte alte, als Baumwollenpapiere angesehene arabische und europäische Beschreibstoffe wurde constatiert, dass dieselben durchwegs Hadernpapiere sind, von welchen die älteren nur aus Leinen-, beziehungsweise Hanffasern bestehen. Erst in den späteren Papieren wurden von Baumwollenhadern herrührende Baumwollenfasern gefunden.

Ich will hier gleich einschalten, dass ich in den alten, in Ostturkestan ausgegrabenen chinesischen Papieren niemals rohe Baumwolle gefunden habe, auch nicht in den anderweitigen zur Untersuchung gelangten alten asiatischen Papieren.

[1] Siehe hierüber Hirth, Chinesische Studien, I, München 1890, p. 264 ff. und Blanchet, Essay sur l'histoire du papier, Paris 1900.

[2] Das Schriftwesen im Mittelalter, 2. Aufl., Leipzig 1875, p. 114 ff.

[3] St. Julien, Industries anciennes et modernes de l'Empire Chinois d'après des notices traduits du Chinois, Paris 1869, p. 149.

[4] Karabacek, l. c. p. 22.

Durch das von Ts'ai Lun erfundene Pflanzenfasernpapier wurden sowohl die Schreibtafeln aus Bambus als das Seidenpapier rasch verdrängt [1]. Hirth bezeichnet nach chinesischen Quellen als Materialien, welche zur Bereitung der Pflanzenfasernpapiere von Ts'ai Lun benützt wurden: Baumrinde, Hanf, Lumpen und Fischernetze [2]. Nach Karabacek [3] haben die Chinesen anfänglich nur Baumrinden (nämlich deren Bastfaser) zur Papierbereitung benützt und erst viel später (940 n. Chr.) soll das chinesische Hadernpapier begonnen haben.

Da bis jetzt keine materiellen Untersuchungen alter chinesischer Papiere vorliegen, so ist die Frage, ob und inwieweit die Chinesen als die Erfinder des Hadernpapieres zu betrachten sind, noch ungelöst, und rücksichtlich dieser Papiere kann mit Bestimmtheit nur gesagt werden, dass es bisher nur gelungen ist, diese in cultureller Beziehung so wichtige Erfindung zeitlich bis auf das Ende des VIII. Jahrhundertes zurückzuführen, und dass derzeit die Araber als die Erfinder angesehen werden können. Es muss aber doch noch fraglich erscheinen, ob sie diese Erfindung selbständig gemacht oder von ihren Lehrmeistern in der Papiermacherkunst, den Chinesen, übernommen haben.

Die ostturkestanischen Funde eröffnen die Möglichkeit, dieser wichtigen Frage näher treten zu können.

Was nun die rohen Pflanzenstoffe anlangt, aus welchen in alter Zeit die Chinesen Papier bereiteten, so sind darüber allerdings mancherlei Angaben in der Literatur zu finden, aber genaue materielle Untersuchungen sind, wie schon oben bemerkt, über diesen Gegenstand nicht angestellt worden. Übereinstimmend wird angegeben, dass die Chinesen Baumrinden, also zweifellos die Bastfasern der Rinden, für die Zwecke der Papiererzeugung verwendeten. Es werden besonders zwei Pflanzen genannt, welche seit alter Zeit in China von den Papiermachern verwendet worden sein sollten: die sogenannte Chinagrasfaser und die Faser des Papiermaulbeerbaumes. Die sogenannte Chinagrasfaser (chu ma der Chinesen), jetzt häufiger Ramie genannt, ist die Bastfaser einer Urticacee: *Böhmeria nivea* Hook. et Arn., welche in Ostasien seit uralter Zeit zu textilen Zwecken dient und bekanntlich in neuester Zeit auch in Europa versponnen und verwebt wird [4]. Diese Faser soll in alter Zeit in China zur Erzeugung der besten Documentenpapiere Verwendung gefunden haben [5]. Der in China einheimische Papiermaulbeerbaum (*Broussonetia papyrifera* Vent.) besitzt eine feine lange Bastfaser, welche bekanntlich in neuer Zeit in Japan in außerordentlich großem Maßstabe zur Bereitung des auch in Europa bekannten japanischen Papiers dient. In Japan wird die Faser des Papiermaulbeerbaumes seit etwa dem VI. Jahrhunderte unserer Zeitrechnung zu Papier verarbeitet; aber vorher schon haben die Chinesen die *Broussonetia*-Faser zur Papierbereitung benützt [6], angeblich auch die Faser junger Schösslinge des Bambusrohres [7]. Die beiden zuletzt genannten Rohmaterialien sollen in China länger im Gebrauche gewesen sein als die *Böhmeria*-Faser [8]. »In Wirklichkeit«, sagt Karabacek [9], »hat man in China bereits unter der Regierung des Kaisers Kao-tsung 649—683 mit der Fabrication einer neuen Gattung Papier aus einer Art Hanf-

---

1 Hirth, l. c. p. 259 ff.

2 Hirth, l. c., p. 267.

3 Karabacek, l. c., p. 31, gestützt auf eine Stelle in Lichtenbergs: Vermischte Schriften, V, p. 508—510.

4 Über die complicierte Synonymik dieser Pflanze siehe Wiesner, Rohstoffe, 2. Aufl., Bd. II, p. 215, über die Fasern selbst ebenda, p. 318 ff. *Böhmeria nivea* Hook. et Arn. wird seit alter Zeit in Ostasien in zwei verschiedenen Formen gebaut und textil verwendet, welche von einigen Botanikern als besondere Arten unterschieden werden. In China wird die Form *B. niv.* Hook et Arn. forma *chinensis* Wiesner (= *Böhmeria nivea* Gaud.), in Indien und auf dem Archipel die Form *B. niv.* Hook et Arn. forma *indica* Wiesner (= *Urtica tenacissima* L., das alte *Ramium majus* des Rumphius) cultiviert. Die Faser dieser beiden Formen gibt keinerlei durchgreifenden Unterschied zu erkennen.

5 Siehe die Citate bei Karabacek, p. 28 und 29.

6 Karabacek, l. c., p. 29, Hirth, l. c.

7 Karabacek, l. c.

8 Hist. Mogols, edit. Quatremère CXXXIV. Citiert nach Karabacek, l. c., p. 28.

9 l. c., p. 29. Siehe auch Ersch und Gruber, Allg. Encyclopädie 3, XI, p. 105 und St. Julien l. c. p. 145.

faser (sogenannten chinesischen Grases, Bastfaser von *Böhmeria (Urtica) nivea*[1]) begonnen, deren man sich wegen ihrer besonderen Dauerhaftigkeit zu amtlichen Schriftstücken, und als es 715 vervollkommt wurde, zur Ausfertigung kaiserlicher Befehle bediente«.

Ich führe in Bezug auf die Rohmaterialien chinesischen Papieres noch eine Stelle aus einem Briefe an, den mir Herr Prof. Hoernle am 10. April 1900 aus Oxford schrieb:

»Prof. Giles (Professor des Chinesischen) in Cambridge schreibt mir wie folgt:

The earliest paper (in China) was made from tow old linnen, fishing nets etc. Modern paper is made from Bamboo fibre, the bark of the *Broussonetia papyrifera* and rice straw. I can find no record of different papers at different periods. It is expressly stated, that in Such'uan hemp was used for making paper, in Fukhien bamboo, in the north mulberrybark, in Kiangsu rattan, on the sea-coast lichen, in Chahkiang husk of grain, in Central China silk, and in Hupeh *Broussonetia papyrifera*. Vide the Pen tsoa kang mu or Materia media«.

Einige dieser Rohstoffe (Bambusrohr, *Broussonetia*-Bast, Reisstroh, Maulbeerrinde) werden erwiesenermaßen derzeit in China zur Papierbereitung benützt[2]. Es blieben also für meine Untersuchung als Rohstoffe chinesischen Papieres zu erwägen: hemp, rattan, lichen und husk of grain.

Das Wort hemp, Hanf, ist vieldeutig und muss nicht gerade Hanf in gewöhnlichem Sinne, nämlich die Bastfaser von *Cannabis sativa* bedeuten. Es ist nicht erwiesen, dass der echte Hanf in China gebaut wird, in Indien hat er als Faserpflanze nur eine sehr geringe Bedeutung. Wahrscheinlich ist bei Giles unter Hanf oder chinesischem Hanf das Chinagras gemeint. Bei der Untersuchung der ostturkestanischen Papiere ist indess auf etwaiges Vorhandensein von Hanf Rücksicht genommen worden.

Was das Wort rattan oder ratan anlangt, so kann darunter wohl nur der Rottang oder das spanische Rohr, nämlich die bekannten festen und elastischen Stengel von *Calamus Rotang* oder einer verwandten Art zu verstehen sein, deren nördlichster ostasiatischer Standort im südlichen China liegt. Zerrissen kann das bekannte spanische oder Stuhlrohr als sehr grobe Faser zu Matten u. dgl. verarbeitet werden, es ist aber augenscheinlich, dass es mechanisch, oder durch schwache chemische Mittel, wie solche zur Gewinnung von Bastfasern, namentlich dicotyler Gewächse, an vielen Orten seit alter Zeit in Verwendung sind, nicht wohl zur Erzeugung einer Papierfaser benützt werden kann. Die in der heutigen Industrie benützten Mittel zur Erzeugung der »Cellulose« würden es wahrscheinlich ermöglichen, auch aus dem Stuhlrohr »Cellulose« zu erzeugen. Es ist hier natürlich nicht von dem chemischen Individuum Cellulose, sondern von jenem durch Maceration mit Natronlauge unter hohem Drucke oder durch oxydierende Mittel erzeugten Stoffe die Rede, welcher als Natron- oder Sulfitcellulose in der Papierfabrication verwendet und aus Holz (Holzcellulose), Stroh (Strohcellulose) etc. bereitet wird. An eine solche Zubereitung des spanischen Rohres ist aber, wenn es sich um alte Papiere handelt, nicht gut zu denken. Es ist deshalb »rattan« als Rohstoff zur Erzeugung alter Papiere kaum anzunehmen. Immerhin wurde die Faser von *Calamus Rotang* bei Prüfung der ostturkestanischen Papiere im Auge behalten. Denn unmöglich ist es nicht, dass die erfinderischen Chinesen, welche ja zuerst die Isolierung der Pflanzenfaser durch Maceration zuwege brachten, auch das Stuhlrohr in eine Fasermasse umzuwandeln verstanden haben mochten.

Unter »lichen« ist Flechte zu verstehen. Von vornherein ist es im höchsten Grade unwahrscheinlich, dass irgend eine Baum- oder Stein- oder überhaupt eine Flechte geeignet sein sollte, zur Papierbereitung zu dienen. Ist ja, wie man heute weiß, der faserige Antheil der Flechte ein Pilzgewebe, welches durch mechanische Bearbeitung wohl nicht in eine zur Papiererzeugung geeignete Fasermasse zu verwandlen sein dürfte. Noch weniger möchte es gelingen, den faserigen Antheil der Flechten, welcher zu starker Gelatinierung neigt, durch chemische Mittel, zum Beispiel durch Kochen im Wasser, durch Behandeln mit Aschenlauge u. dgl. in den gewünschten Zustand zu bringen. Ich werde indess weiter unten Gelegen-

---

[1] Hierunter ist die soeben (Anmerkung 4) genannte Bastfaser von *Böhmeria (Urtica) nivea* Hook et Arn. zu verstehen.

[2] Wiesner, Rohstoffe, Bd. II (1902).

heit haben, zu zeigen, dass ostturkestanische Papiere existieren, zu deren Herstellung Flechten thatsächlich Verwendung gefunden haben.

Was man unter »husk of grain« zu verstehen habe, ist nicht ohneweiters klar. Am naheliegendsten ist es, darunter die Hülsen oder Schalen eines Samens zu begreifen. Wahrscheinlich sind darunter die Hülsen oder Spelze einer Getreideart zu verstehen. Wenn man bedenkt, dass der rohe Reis (Paddy), um als Genussmittel verwendet werden zu können, geschält werden muss, und hiebei ein Product gewonnen wird, welches in stark reisbauenden Ländern, z. B. China, in ungemein großen Quantitäten abfällt, so wird man wohl geneigt sein, unter »husk of grain« die Spelzen des Reises zu verstehen. Faserige Bestandtheile enthalten die Spelzen allerdings, allein es ist nicht recht wahrscheinlich, dass man durch primitive Mittel aus denselben eine Papierfaser herstellen könne. Immerhin betrachtete ich diese zuletzt genannte Angabe als einen Wink, der bei Auffindung des Papierfasermateriales nicht unbeachtet bleiben darf.

Bei Untersuchung der ostturkestanischen Papiere habe ich auf folgende Papierrohmaterialien mein Hauptaugenmerk gelenkt:

1. Auf Fasern, die vorher schon als Gewebe oder in Form von Seilen, Netzen u. dgl. Verwendung gefunden haben. Dabei wurde geachtet auf Leinen-, Hanf-, Baumwollenfasern und mit Rücksicht auf chinesische Papiere auch auf die Ramie- oder eine verwandte ostasiatische Nesselfaser. Mit Rücksicht auf indische Papiere wurde das Augenmerk auch auf die gemeinsten indischen Spinnfasern: Jute (Bastfaser von *Corchorus capsularis* und *C. olitorius*), Sunn (Bastfaser von *Crotalaria juncea*) und Gambohanf (Bastfaser von ***Hibiscus cannabinus***) und verwandte Malvaceenfasern gelenkt.

2. Auf Rohfasern, welche zum Zwecke der Papiererzeugung aus den Pflanzentheilen besonders abgeschieden werden:

a) Fasern von Monocotylen: Bambusrohr, Schilf *(Phragmites communis)*, Wüstengräser, welche zu Flechtarbeiten verwendet werden, insbesondere auf *Stipa splendens*, endlich auf die Stroh-, namentlich Reisstrohfaser;

b) Fasern dicotyler Pflanzen: Es wurde Rücksicht genommen auf die Bastfaser von Flachs, Hanf, Ramie, Jute, Sunn, Gambohanf, auf die Bastfaser des Papiermaulbeerbaumes (*Broussonetia papyrifera* Vent.), des gewöhnlichen Maulbeerbaumes (*Morus alba* L. und *M. nigra* L.) und auf die Bastfaser der in Südchina einheimischen Moracee: *Streblus asper*, deren Zweige sehr bastreich sind.

Wie oben schon erwähnt, habe ich bei meinen Untersuchungen nicht verabsäumt, auch auf die möglicherweise im Papier auftretende Faser vom spanischen Rohre (*Calamus Rotang* und Verwandte) auf Flechten und auf »husk of grain« zu achten. Auch die seit langer Zeit zur Papierbereitung in Indien und Japan stark verwendete *Edgeworthia*-Faser und auf die in Indien zu gleichem Zwecke dienende Faser von ***Daphne cannabina*** (Nepal paper plant) und andere Thymelaeaceenfasern wurden im Auge behalten.

Was die Kennzeichen der rohen und im Gewebe bereits ausgenützten Leinen-, Hanf- und Baumwollenfasern anlangt, so habe ich diesen Gegenstand in Bezug auf die Untersuchung alter Papiere bereits früher eingehend erörtert, weshalb es hier genügen dürfte, auf meine diesbezügliche Veröffentlichung zu verweisen [1].

Die charakteristischen Kennzeichen einiger der oben genannten, rohen Fasern sind bereits allgemein bekannt. So die Ramie, Jute, Gambohanf, die Espartofaser, die Faser des Papiermaulbeerbaumes und das Getreidestroh [2].

Über einige in Betracht zu ziehende Fasern, namentlich über die Bambusrohrfaser und über die *Edgeworthia*-Faser, über welche bis dahin keine oder nur ungenügende mikroskopische Charakteristica veröffentlicht wurden, habe ich in neuester Zeit genaue Untersuchungen angestellt, welche ich aber bereits bekanntgegeben habe [3].

---

[1] Die Fajûmer und Uchmûneiner Papiere, l. c.

[2] Siehe hierüber Wiesner, Rohstoffe, Bd. II (1902).

[3] Rohstoffe, Bd. II.

Es erübrigt deshalb hier bloß die mikroskopischen Kennzeichen der Schilfrohr- und der *Stipa*-Faser (im Vergleiche zur Bambusrohrfaser), ferner der Faser von *Calamus Rotang* und von *Daphne cannabina* (= *D. papyracea* Wall.) vorzuführen, da dieselben bis jetzt noch nicht oder nicht genau beschrieben worden sind.

Die mikroskopischen Charaktere der Flechten sind so bekannt, dass auf dieselben hier nicht weiter einzugehen ist. Die Anatomie der Reisspelze habe ich mir durch eigene Anschauung klar gemacht; allein da meine Untersuchungen der ostturkestanischen Papiere ergeben haben, dass dieses Rohmateriale darin absolut nicht anzunehmen ist, letzteres auch sonst für derartige Untersuchungen kaum je in Betracht kommen wird, so verzichte ich darauf, meine diesbezüglichen Beobachtungen hier zu fixieren.

Noch möchte ich erwähnen. dass nach brieflichen Mittheilungen, welche Herrn Prof. Hoernle zugegangen sind, in Ostturkestan die Rinde von Weiden zur Papierbereitung benützt werden soll, während Dr. Stein angibt, dass Maulbeerrinde dort zu diesem Zwecke dient. Die letztere Angabe ist gewiss richtig. Ich bezweifle aber die Richtigkeit der ersteren. Unter den zahlreichen von dort stammenden Papieren, welche mir Herr Prof. Hoernle zur Verfügung stellte, ist kein einziges aus den Bastfasern von Weiden (*Salix*-Arten) bereitet. Schon von vornherein ließ sich annehmen, dass Weidenrinde nicht zur Papiererzeugung gebraucht wird, da dieselbe im Vergleiche zu anderen Gewächsen arm an Bastfasern ist. Die Bastfaser der Weiden wäre aber leicht zu erkennen, da sie von Krystallkammerfasern begleitet ist, welche sich gewiss nicht von den Bastfasern trennen lassen. Diese Krystallkammerfasern, im Vereine mit der Verholzung der Bastfasern hätten leicht auf die Gegenwart von Weidenbastfasern geführt. Unter allen von mir untersuchten alten und modernen asiatischen Papieren habe ich kein einziges gefunden, dessen mikroskopische Eigenschaften auf das Vorhandensein von Weidenbastfasern hingedeutet hätte. Die Rindenfaser der Weiden kommt also als Papierfaser im Nachfolgenden nicht weiter in Betracht. Aber unter Weide (willow) ist vielleicht nicht das botanische Genus *Salix* zu verstehen, sondern andere Sträucher oder überhaupt Holzgewächse, und ich bin geneigt anzunehmen, dass darunter strauchige Thymelaeaceen sind, welche zu den hervorragenden Florenelementen der asiatischen Wüsten und Steppen gehören [1], und wie ich unten zeigen werde, für die centralasiatische und auch indische Papierbereitung sehr stark in Betracht kommen.

So hatte ich also eine bestimmte Zahl von Typen stets im Auge, als ich die mikroskopische Untersuchung der Papiere vornahm. Was an mikroskopischen Charakteren außerhalb dieser Typen gelegen war, musste einen Fingerzeig geben, neue Fährten zur Eruierung der Fasern, aus denen diese räthselhaften Papiere bestehen, aufzusuchen.

Erster Abschnitt.

Histologische Vorstudien.

1. Unterscheidung von Bambusrohr, Schilfrohr und dem Halme der *Stipa splendens*. Von Grashalmen, welche möglicherweise zur Bereitung der zu untersuchenden Papiere dienten, kommen diese drei in erster Linie in Betracht, selbstverständlich, wenn von Reisstroh und anderen Getreidestroharten, welche leicht im Papiere zu erkennen sind, abgesehen wird [2].

Die Kennzeichen des Bambusrohres habe ich schon früher eingehend abgehandelt [3]. Es wurde hauptsächlich Rücksicht genommen auf die Bastfasern, ferner auch auf die Oberhaut, auf die Gefäße und auf

---

[1] Gilg, Thymelaeaceen in Engler-Prantl, Pflanzenfamilien III, 6. a p. 221.

[2] Siehe hierüber Wiesner, Techn. Mikroskopie, Wien 1867 und Wiesner, Die Rohstoffe des Pflanzenreiches, 2. Aufl., Bd. II, 1902, p. 433 ff.

[3] Rohstoffe, Bd. II, p. 441.

charakteristische Grundgewebselemente des Stammes von Bambus etc. Natürlich muss bei der Erzeugung von Papier das Bestreben vorhanden sein, die Bastfaser möglichst von den anderen Bestandtheilen des Bambushalmes zu befreien; es vollständig zu thun, ist aber ein Ding der Unmöglichkeit. Immer bleiben in der Papiermasse als Nebenbestandtheile andere Gewebselemente zurück, zum höchsten Vortheile der Untersuchung, denn gerade diese die eigentliche Faser begleitenden Gewebstheile — ich will solche Gebilde in der Folge als »leitende Nebenbestandtheile« bezeichnen — erleichtern nicht nur die Untersuchung, sondern sind in einzelnen Fällen für die Unterscheidung von ausschlaggebender Bedeutung, so zum Beispiel bei Prüfung der aus Stroh erzeugten Papierfaser. Die Bastzellen unserer Stroharten stimmen so sehr miteinander überein, dass sich eine Unterscheidung dieser Faserzellen absolut nicht durchführen ließe. Nun führt aber jede »Strohfaser«, wie sie als Halb- oder Ganzzeug oder im fertigen Papier vorliegt, stets reichlich Oberhautfragmente des Grashalmes, und nun ist es ein leichtes, aus der Form und Größe der Oberhautzelle, überhaupt aus dem Baue der Oberhaut abzuleiten, ob die betreffende »Strohfaser« von Weizen, Gerste, Roggen, Hafer, Mais oder Reis herrührt [1]. Überhaupt bietet rücksichtlich der Unterscheidung der Halme der Gramineen die Oberhaut stets die verlässlichsten Unterschiedsmerkmale dar.

Ich habe deshalb bei meiner Studie über die Bambuspapiere die Oberhaut des Bambusrohres (*Bambusa arundinacea* Willd. [2]) eingehend studiert, beschrieben und abgebildet [3]. Des Vergleiches mit dem *Stipa-* und *Phragmites-* (Schilfrohr-) Halmes halber muss ich die wichtigsten diesbezüglichen Daten wiederholen. Die Oberhautzellen sind rechteckig, zumeist 0·022—0·055 *mm* lang und etwa 0·020 *mm* breit. Die Oberhautzellen des Bambusrohres sind seicht wellenförmig contouriert und erscheinen in unverletztem Zustande ziemlich dickwandig. Die Wanddicke zweier benachbarter Zellen zusammengenommen beträgt im Mittel 0·0038 *mm*. Behandelt man die Oberhaut mit Chromsäure, so lösen sich die inneren

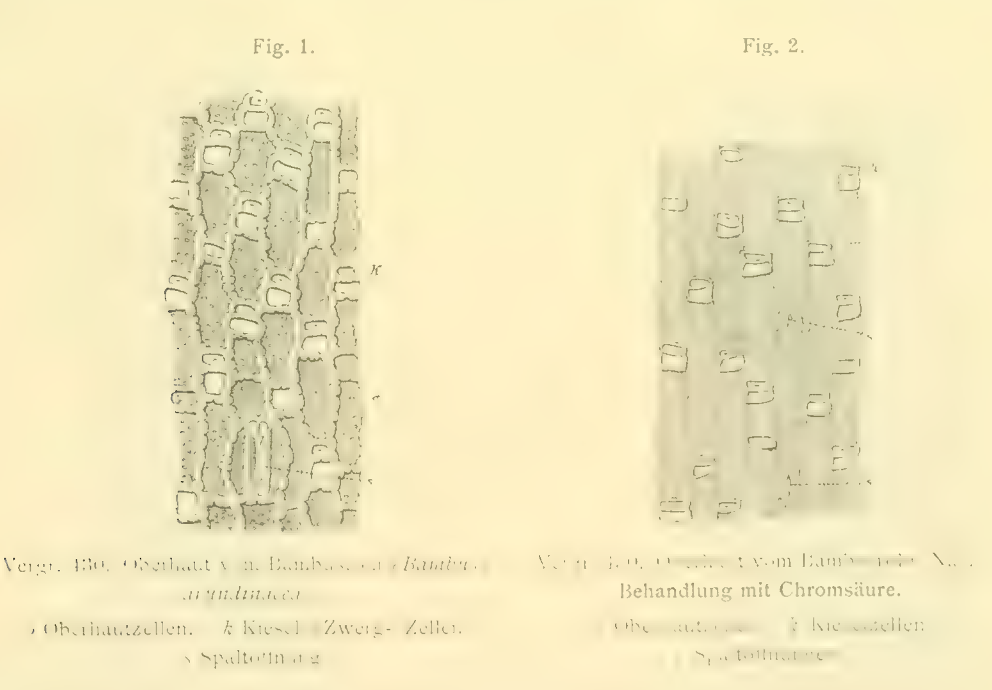


Fig. 1. Vergr. 130. Oberhaut vom Bambusrohr (*Bambusa arundinacea*). o Oberhautzellen. *k* Kiesel- (Zwerg-) Zellen. s Spaltöffnung.

Fig. 2. Vergr. 130. Oberhaut vom Bambusrohr nach Behandlung mit Chromsäure. o Oberhautzellen. *k* Kieselzellen. sp Spaltöffnungen.

Verdickungsschichten auf und es erscheint die Zelle dünnwandig und der wellenförmige Contour tritt deutlicher hervor. An den Außenwänden der Oberhautzellen treten — aber nicht allzu zahlreich —

---

[1] Techn. Mikroskopie, p. 224 ff., Rohstoffe, Bd. II, p. 435 ff.

[2] Wahrscheinlich wurden und werden auch jetzt noch andere Arten der alten Gattung *Bambusa* zur Papierbereitung benützt. Es ist aber kaum zu bezweifeln, dass die mikroskopischen Charaktere der aus anderen *Bambusa*-Arten erzeugten Papiere nicht wesentlich von den oben beschriebenen abweichen werden. Zum mindesten dürften die für *B. arundinaca* angegebenen Charaktere ausreichen, um Bambuspapiere von anderen Papieren unterscheiden zu können.

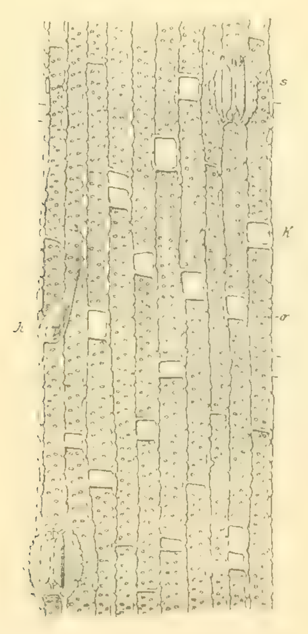
[3] Rohstoffe II, Fig. 138—140.

kleine rundliche Poren auf. Mit den Oberhautzellen wechseln Zwerg- oder Kieselzellen ab, welche in der Regel paarweise gestellt sind, indes auch einzeln und in Gruppen zu je 3—4 auftreten. Sind die Zwergzellen in Paaren angeordnet, so ist gewöhnlich die eine leer, d. h. ohne Inhaltskörper, die andere von einem Kieselkörper erfüllt, der entweder solid ist oder einen punkt- oder spaltenförmigen Hohlraum aufweist. Diese Zwergzellen schließen sich an die kürzere Seite der Oberhautzelle an, sind aber gewöhnlich nicht so breit wie die Oberhautzelle und in der Richtung der Längsachse der Oberhautzellen mehr oder weniger abgeplattet. Spaltöffnungen treten in der Oberhaut von *Bambusa arundinacea* nur vereinzelt auf, sie sind aber doch stets leicht nachzuweisen. (Fig. 1 und 2.)

Eine große Anzahl von chinesichen Bambuspapieren der verschiedensten Provenienz, welche ich zu untersuchen Gelegenheit hatte, verschaffte mir die Überzeugung, dass in einzelnen die Oberhautstücke völlig fehlen, während sie in anderen mehr oder minder reichlich auftreten. Da sich an dünnen Halmen (Stroh, *Stipa*, *Phragmites*) die Oberhäute von den Fasern (bei der Papierbereitung) nicht trennen lassen, bei dicken Bambushalmen die Entfernung der oberflächlichen Schichten und damit der ganzen Oberhaut aber ein Leichtes ist, so glaube ich, dass alle jene Bambuspapiere, welche Oberhautstücke enthalten, aus jungen Schößlingen von Bambusen, hingegen diejenigen Bambuspapiere, welche frei von Oberhautstücken sind, aus herangewachsenem Bambusrohre erzeugt worden sind.

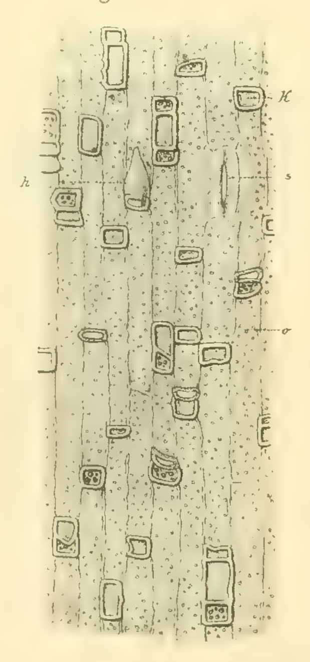
Die Oberhaut vom Halme der *Stipa splendens* ist von der des Bambusrohres sehr leicht und sicher zu unterscheiden. Die Oberhautzellen sind allerdings in beiden Fällen gleich geformt, aber die *Stipa*-Oberhautzellen sind beträchtlich länger. Gewöhnlich beträgt die Länge dieser Zellen 0·037—0·148 *mm*, die Breite etwa 0·0175 *mm*. Sie sind meist geradlinig, seltener schwach wellenförmig contouriert, in ver-

Fig. 3.



Vergr. 430. Oberhaut vom Halme der *Stipa splendens*.
o Oberhautzellen. k Kieselzellen. s Spaltöffnungen. h Haar.

Fig. 4.



Vergr. 430. Oberhaut vom Halme der *Stipa splendens*. Nach Behandlung mit Chromsäure.
o Oberhautzellen. k Kieselzellen. s Spaltöffnungen. h Haar.

schiedenem Grade verdickt. Die Außenwand der Zelle ist reichlich mit Poren versehen. Zwischen den Oberhautzellen treten Zwergzellen auf, meist vereinzelt, seltener zu zweien und dreien. Kieselkörper kommen in den Zwergzellen entweder gar nicht vor oder in verschiedenen Gestalten, meist mehrere Körner bildend, nie das Lumen der Zelle ganz erfüllend. Wird die Oberhaut

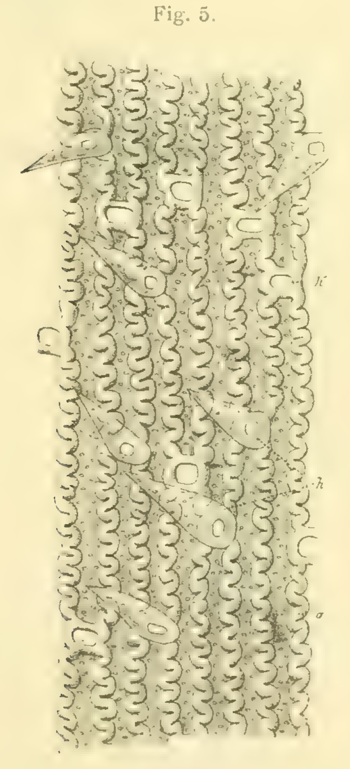
vom *Stipa*-Halm mit Chromsäure behandelt, so werden die Oberhautzellen sammt ihren Wänden fast ganz aufgelöst. Die Zwergzellen bleiben zurück, denn ihre Wände sind verkieselt, sie sind eben Kieselzellen, und führen, wie schon erwähnt, im Inhalte Kieselkörper. Die beinahe vollständige Auflösung der Oberhautzellen in Chromsäure beruht darauf, dass diese Oberhautzellen fast vollkommen frei von Kieselsäure sind.

Spaltöffnungen treten in der Oberhaut von *Stipa splendens* nur vereinzelt und sparsam auf, sind aber stets leicht nachweislich. Sehr sparsam treten zwischen den Oberhautzellen einzellige Haare auf. Sie sind schwer aufzufinden; leichter findet man die in der Oberhaut zurückgebliebenen Narben abgebrochener Haare. Bei dem Versuche, die Faser des *Stipa*-Halmes zu gewinnen, überzeugt man sich, dass es nicht möglich ist, die Oberhaut von den faserigen Elementen zu trennen. Es lässt sich vorhersehen, dass gleich allen Strohpapieren auch im aus den Halmen von *Stipa splendens* erzeugten Papiere stets Oberhautfragmente enthalten sind. (Fig. 3 und 4.)

Ein gleiches gilt für die aus Schilfrohr erzeugten Papiere. Die Oberhaut des Schilfrohres lässt sich nun ebenso leicht als sicher, sowohl von jener des Bambusrohres als der des *Stipa*-Halmes unterscheiden. In den Dimensionen stimmen allerdings die Oberhautzellen von *Phragmites* mit jenen von *Stipa* überein, allein sie sind stets tief wellenförmig contouriert und dickwandig. Spaltöffnungen sind selten, hingegen treten überaus häufig einzellige kegelförmige Haare zwischen den Oberhautzellen auf, ferner Kieselzellen, welche zum Theile auch Kieselkörper führen. (Fig. 5.)

Wird die Oberhaut mit Chromsäure behandelt, so bleiben noch deutliche Reste der Zellmembranen der Oberhautzelle zurück. Zwischen diesen erscheinen in fast unverändertem Zustande die Haare und die Kieselzellen. (Fig. 6.)

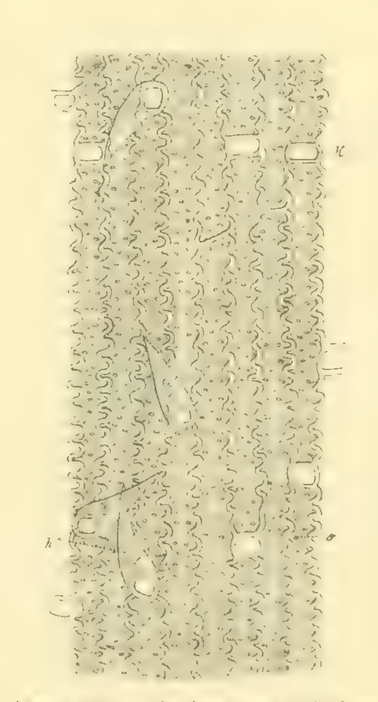
Fig. 5.



Vergr. 430. Oberhaut vom Schilfrohr.

o Oberhautzelle. *k* Kieselzelle. *h* Haare.

Fig. 6.



Vergr. 430. Oberhaut vom Schilfrohr.

Nach Behandlung mit Chromsäure.

o Oberhautzelle. *k* Kieselzelle. *h* Haar.

Auch die Grundgewebszellen bieten gute Anhaltspunkte, um zu entscheiden, ob ein Papier aus dem Halme des Bambusrohres oder aus Schilf oder der genannten *Stipa* bereitet wurde. Bei den aus Bambusrohr erzeugten Papieren kommen sklerenchymatische Grundgewebszellen vor, welche dem

Halme von *Stipa* und *Phragmites* fehlen. In den Halmen dieser Gräser sind die Grundgewebszellen durchaus parenchymatisch; bei der ersteren treten infolge stärkerer Verdickung der Membranen die Poren viel deutlicher als bei der letzteren hervor. Ein Theil der Parenchymzellen des Schilfrohres erscheint porenlos. (Fig. 6—8.)

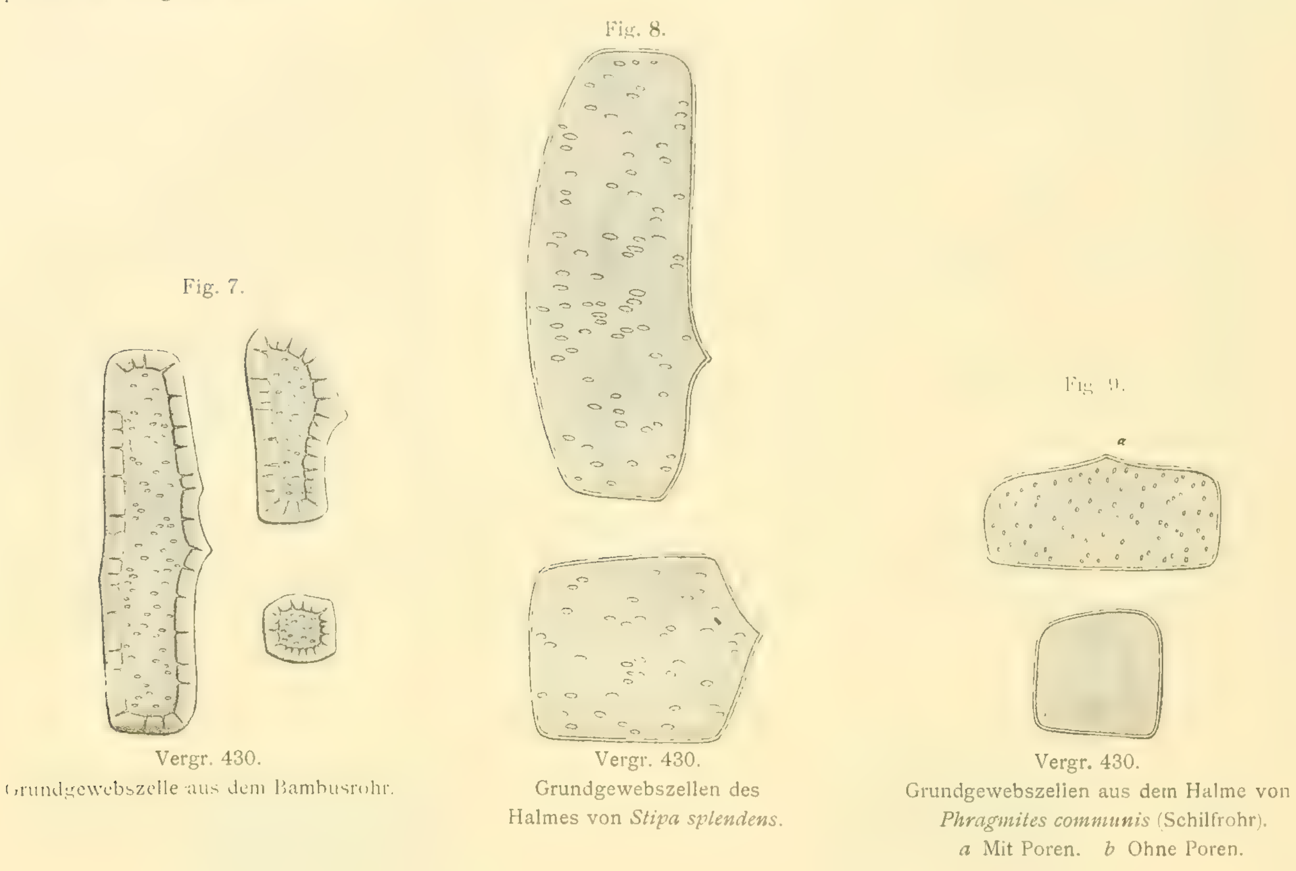


Fig. 7. Vergr. 430. Grundgewebszelle aus dem Bambusrohr.

Fig. 8. Vergr. 430. Grundgewebszellen des Halmes von *Stipa splendens*.

Fig. 9. Vergr. 430. Grundgewebszellen aus dem Halme von *Phragmites communis* (Schilfrohr). *a* Mit Poren. *b* Ohne Poren.

In Bezug auf die Gefäße bemerke ich, dass Fragmente derselben in allen Papieren zu finden sind, welche aus einem dieser drei Materialien bereitet wurden, wie man dieselben auch in allen Strohpapieren beobachtet. Denn es ist unmöglich, bei Abscheidung der »Faser« (Bastfaser) die Gefäße vollständig zu beseitigen. Aber so sicher sich die Gefäße in den aus Bambus, Schilf und *Stipa splendens* bereiteten Papieren werden nachweisen lassen, so wenig gelingt es, aus der Art der Gefäße mit ausreichender Sicherheit abzuleiten, welche Art von Faser vorliegt. In den Halmen dieser drei Gräser kommen sowohl Netz- als Ringgefäße vor. Es ergeben sich allerdings bei diesen drei Halmarten kleine Verschiedenheiten in Form und Dimension der Gefäße. Diese Verschiedenheiten sind aber doch zu gering, um als scharfe Differentialcharaktere herangezogen werden zu dürfen.

Die Ringgefäße des Halmes zeichnen sich bei allen diesen drei Grasarten durch enorme Dicke der Ringe aus, und auch die Weite dieser Gefäße ist eine sehr beträchtliche. Wenn weite Ringgefäße (Querdurchmesser zumeist 0·029—0·037 *mm*), und dicke Ringe in einem Papiere auftreten, so ist die Strohfaser stets auszuschließen, und es kann schon hieraus mit großer Wahrscheinlichkeit auf eine Papierfaser geschlossen werden, welche aus den Halmen der drei genannten Gräser bereitet wurde. Durch Berücksichtigung anderer Kennzeichen, insbesondere der anderen leitenden Nebenbestandtheile wird eine genaue Bestimmung der Faserqualität erreicht werden. Noch möchte ich in Betreff der Ringe bemerken, dass sie bei allen drei Halmarten ähnlich geformt, nämlich parallel zur Gefäßwand abgeplattet sind. Der Durchmesser des Ringes entspricht selbstverständlich approximativ dem Durchmesser des Ringgefäßes, welcher schon angegeben wurde. Die Höhe der Ringe beträgt bei *Phragmites* und *Stipa splendens* etwa 0·007 *mm*, bei *Bambusa arundinacea* etwa 0·009 *mm*, die Dicke der Ringe bei den beiden ersteren beiläufig 0·003 *mm*, bei letzterer circa 0·005 *mm*.

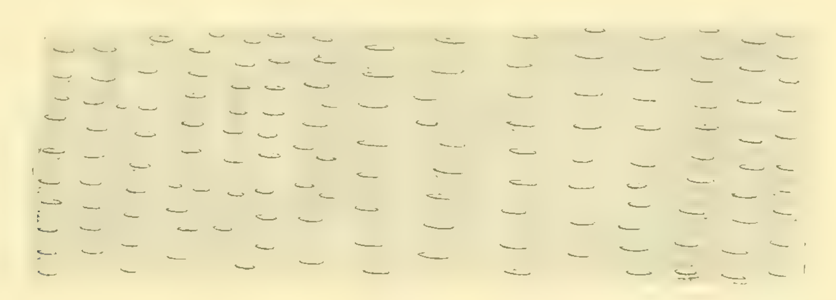
In Betreff der Bastfaser der genannten drei Grashalme ergeben sich mancherlei Unterschiede, welche zur Charakteristik der aus diesem Rohmateriale erzeugten Papiere herangezogen werden können. Im Halme der *Bambusa* kommen zweierlei Bastzellen vor: porenlose und poröse. Die Poren sind sehr fein und erscheinen je nach der Lage zum Beschauer als feine Punkte oder zarte Striche. Diese Zellen sind verholzt, und es lässt sich die Verholzung häufig noch im Papiere nachweisen. Der maximale Durchmesser der Bastzellen schwankt zwischen 0·010 und 0·019 *mm*. Mit Schulz'scher Macerationsflüssigkeit behandelt, quellen die Verdickungsschichten auf und es erscheint die Innenhaut als ein gewundener Schlauch.

Im Halme von *Phragmites communis* kommen nur einerlei Bastzellen vor, welche keine Poren in der Zellwand erkennen lassen. Die meisten der Bastzellen sind stark verdickt, ihr maximaler Durchmesser beträgt 0·007—0·011 *mm*. Diese Zellen sind verholzt. Neben den Bastzellen treten lange, häufig quer abgestutzte poröse Prosenchymzellen auf. Mit Schulz'schem Gemisch behandelt, quellen die Verdickungsschichten auf, ohne dass es zu irgend einer augenfälligen Differenzierung der Innenhaut käme.

Die im Halme von *Stipa splendens* auftretenden Bastzellen zeigen ein ähnliches Verhalten. Ihr Durchmesser beträgt 0·009—0·014 *mm*. Die Verdickung ihrer Wände ist wechselvoll, sie sind zumeist nur schwach oder mäßig, selten stark verdickt. Auch sie sind verholzt und quellen in Schulz'schem Gemisch, ohne dass die Innenhaut sich auffällig bemerkbar machen würde.

2. **Calamus Rotang.** Wird der Stamm von *Calamus Rotang* durch Maceration in seine Elementarbestandtheile zerlegt, so fallen in der Fasermasse vor allem Tüpfel- und Schraubengefäße auf. (Fig. 10 u. 11.)

Fig. 10.



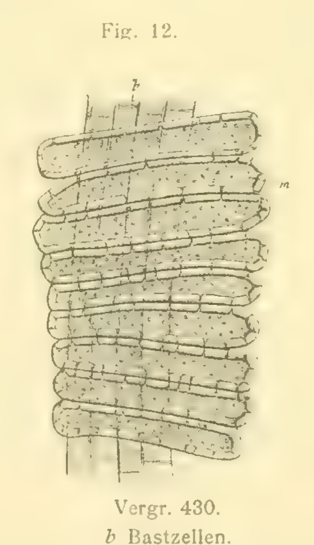
Vergr. 430. Ein Bruchstück eines getüpfelten Gefäßes aus dem Stamme von *Calamus Rotang*.

Fig. 11.



Vergr. 430.
Schraubenbänder
aus Gefäßen des Stammes von *Calamus Rotang*.

Fig. 12.



Vergr. 430.
b Bastzellen.
m Querliegende sklerenchymatische Grundgewebszellen.

Die Tüpfelgefäße weisen außerordentliche Dimensionen auf. Ihre Querdurchmesser erreichen eine Länge bis zu 0·5 *mm*. Die Schraubengefäße sind schmäler, aber doch noch sehr ansehnlich. Die Schrauben sind

»abrollbar«. In der faserigen Masse erscheinen die losgelösten schraubigen Verdickungsmassen als einfache oder doppelte bis dreifache Bänder. Die Dicke des einzelnen Schraubenbandes beträgt 0·005 bis 0·007 *mm*. Die Bastzellen sind mäßig bis stark verdickt, mit feinen Poren versehen und besitzen einen maximalen Durchmesser von 0·007—0·017 *mm*. Die Bastzellen sind von charakteristischen Sklerenchymzellen begleitet, welche, reihenweise angeordnet, ihre Querachsen senkrecht auf die Richtung der Bastzellen stellen. (Fig. 12.) Sie sind in verschiedenem Grade radial gestreckt; viele haben bei einem radialen Durchmesser von 0·1 *mm* eine Höhe von bloß 0·018 *mm*. Mit sehr deutlichen Poren versehene Prosenchymzellen begleiten die Gefäßbündel. Das Grundgewebe ist vorwiegend sklerenchymatisch. Die Elemente des Grund- und Stranggewebes sind verholzt.

Das mikroskopische Bild der *Calamus*-Faser ist höchst charakteristisch, insbesondere fallen die riesigen Gefäße und die von den quer aufliegenden Sklerenchymzellen begleiteten Bastzellen auf, so dass es leicht gelingt, diese Faser von allen übrigen in den Vergleich gezogenen Fasern zu unterscheiden.

In Betreff der Oberhaut von *Calamus Rotang* seien hier einige Bemerkungen eingefügt. Gewöhnlich ist die Oberhaut jenes Gewebes, welches bei der Bestimmung von aus Pflanzenorganen dargestellten Fasern sehr wichtige Anhaltspunkte zur Erkennung gibt. Sie hat eben unter allen Geweben eines Blattes oder Stengels das deutlichste Gepräge, während das Grund- und Stranggewebe häufig nicht so charakteristisch ausgebildet ist. Es wurden ja oben mehrere ausgezeichnete diesbezügliche Beispiele angeführt. Die Unterscheidung der Strohhalme der verschiedenen Getreidearten, des Halmes von Schilf, *Stipa* und Bambus erfolgt am leichtesten und sichersten durch die Oberhaut.

Nun lehrt das spanische Rohr, wie es im Handel erscheint, dass dieses Stengelgebilde sehr leicht seine Oberhaut einbüßt. An dem käuflichen Rohre erkennt man nur hier und dort einzelne Oberhautfragmente, der größte Theil der Oberhaut hat sich abgeschält. Die Oberhaut des Stengels von *Calamus Rotang* gleicht aber wenig der gewöhnlichen Oberhaut. Sie enthält fast nur ganz gleichartige Elemente (Oberhautzellen). Haare (klein, einzellig, stark verkieselt) kommen nur außerordentlich sparsam vor, Spaltöffnungen sind nur in kleiner Menge vorhanden. Die Epidermiszellen erscheinen in der Oberflächenansicht rundlich, polyedrisch abgeplattet, fast isodiametrisch und haben zumeist einen Durchmesser von 0·019 *mm*. Im Längsschnitt erscheinen sie rechteckig, nach außen etwas gewölbt. Die hohe Kante (senkrecht zur Stammoberfläche gestellt) hat eine Länge von etwa 0·038 *mm*. Das Lumen verschmälert sich nach oben fast linienförmig. Indem man den Verlauf des an sich schon schmalen, nach oben sich noch weiter verengenden Lumens betrachtet und den Verlauf der Verdickungsschichten in der Längenansicht verfolgt, wird die Flächenansicht der Zellen verständlich, deren Membranen bis ins Innere hinein concentriert geschichtet erscheinen. Die Wände der Oberhautzellen sind stark verkieselt. Was den dicker gewordenen Stamm von *Calamus Rotang*, wie er im käuflichen Stuhlrohre vorliegt, bedeckt, ist ein sklerenchymatisches Hypoderma, dessen Zellen in der Gestalt wenig von den Oberhautzellen abzuweichen scheinen. Ihr radialer Durchmesser beträgt gleichfalls etwa 0·018 *mm*. Sie unterscheiden sich aber durch die scharf ausgeprägten, die Zellhaut durchsetzenden Porencanäle auffallend von den Oberhautzellen.

3. Die Faser des Papiermaulbeerbaumes ist von mir früher schon ausführlich beschrieben worden [1]. Ihr nahe verwandt sind die Fasern von *Morus* und *Streblus* [2]. Gemeinschaftlich sind allen dreien und, wie es scheint, allen Gewächsen aus der Familie der Moreen, dass die äußersten Verdickungsschichten der Bastzellen von den inneren auf das auffälligste verschieden sind. Es ist so, als wenn die Faser von einer besonderen Hülle umschlossen wäre. Man sieht dies allerdings am schönsten am Quer-

---

[1] Rohstoffe, 1. Aufl. (1873), 2. Aufl. Bd. II (1902).

[2] *Streblus asper* Lour. kommt im südlichen China vor, weshalb diese Moracee auch in mein Vergleichsmateriale einbezogen wurde. Diese Moracee tritt indes auch im indisch-malayischen Gebiete auf.

schnitte; allein es ist auch in der Längsansicht der Faser zu sehen und an dem feinzerfaserten Papiere erkennbar, wo nicht selten diese »Hülle« infolge Zusammenschiebung ein schraubiges Aussehen zeigt[1].

Hingegen ist es einigermaßen mit Schwierigkeit verbunden, die Bastzellen dieser drei Gattungen: *Broussonetia*, *Morus* und *Streblus* auseinander zu halten. Doch werden häufig folgende Anhaltspunkte bei Papieruntersuchungen zur Unterscheidung herangezogen werden können: Das Lumen der Bastzellen von *Broussonetia* ist höchst wechselvoll. Hingegen sind die Bastzellen von *Morus* fast stets dickwandig und besitzen ein spaltförmiges Lumen, welches im Querschnitte nur als kurzer Strich, im Längsschnitte als Linie erscheint. Die Rinde von *Morus* ist reich an Sklerenchymzellen, welche der *Broussonetia* fehlen, in *Streblus* wohl auch vorkommen, aber zumeist nur in den äußeren Rindenschichten von Bast entfernt auftreten, so dass kaum anzunehnen ist, dass sie in die Papiermasse eintreten. *Streblus* hat wie *Morus* fast nur dickwandige Bastzellen.

4. Bastfaser von *Daphne cannabina* Lour. (= *D. papyracea* Wall.). In der Bereitung der indischen Papiere spielt die Faser dieser Pflanze (»Nepal paper plant) eine große Rolle. Bisher ist dieselbe nur sehr unvollkommen beschrieben und noch niemals abgebildet worden. Eine kurze Beschreibung dieser Faser gab Vetillard[2]. Ich kann dieselbe aber nicht als ausreichend bezeichnen, ja sie leidet in einem Hauptpunkte an einer Unrichtigkeit. Vetillard sagte geradezu, dass die Faser ziemlich regelmäßig im Durchmesser und gleichmäßig in der Gestalt sei, aber sie ist thatsächlich höchst unregelmäßig gebaut wie alle Bastfasern der Thymelaeaceen und dazu höchst ungleichmäßig ausgebildet, wie ich weiter unten zeigen werde. Dass diese Faser, wie Vetillard sagt, eine Tendenz zur Bifurcation zeigt, ist insofern richtig, als die merkwürdigen Gestalten und Auszweigungen der Faserenden in einzelnen Fällen thatsächlich die Form einer Bifurcation annehmen. Auf meine Veranlassung hat Herr Dr. Jenčić die Bastfasern der Thymelaeaceen einer eingehenden Untersuchung unterzogen und auch *Daphne cannabina* vorgenommen[3], wobei sich herausstellte, dass die Bastfaser dieser Pflanze vollkommen dem Typus der Thymelaeaceen-Bastzelle entspricht und als solche sich leicht erkennen lässt.

Fig. 13.



Vergr. 130. Faserzellenenden aus der Stammrinde von *Daphne cannabina*. *l* Lumen; *a* Vollständig verdickte (lumenlose) Partien der Zellen.

Ich gebe nach eigenen Beobachtungen eine Beschreibung dieser Faser, deren Eigenthümlichkeiten durch die Fig. 13 veranschaulicht werden.

Vor allem fällt die ungleichmäßige Verdickung der Zellhaut auf. Die (maximale) Faserdicke sinkt bis auf 0·006 *mm*, sie steigt aber bis nahezu auf das dreifache (0·017 *mm*). Auch die einzelne Faser schwankt im Längsverlaufe sehr nach der Dicke, so dass man selbst an einer und derselben Faser die genannten Extreme ausgeprägt finden kann, und zwar in einzelnen Fällen in starkem Wechsel.

Die Zellhaut ist manchmal sehr dünn, häufig aber so stark verdickt wie eine normale Leinenbastzelle. Stellenweise tritt ein vollständiges Schwinden des Hohlraumes auf. Dr. Jenčić hat an zahlreichen

---

[1] Ich beschreibe unten bei Besprechung einiger gefälschten Manuscripte das merkwürdige und charakteristische Aussehen, welche die Moraceenfaser annimmt, wenn sie auf eine Temperatur von 180—190° gebracht wird. Die »Hülle« tritt dann mit besonderer Schärfe hervor.

[2] Etudes sur les fibres végétales textiles, Paris 1876, p. 171.

[3] Österr. botan. Zeitschrift 1902.

Bastzellen von Thymelaeaceen ein stellenweises Fehlen des Lumen constatiert. Sehr häufig kommt es vor, dass das Lumen ausgesprochen excentrisch gelegen ist.

Die Fasern zeigen häufig mehr minder stark ausgeprägte Verzweigungen und nicht selten höchst charakteristische Formen: einerseits oder beiderseits wellenförmig, knorrig, am Rande stellenweise eingeknickt u. dgl. m.

Die Enden der Zellen sind zumeist kolbenförmig oder abgestutzt, selten allmählich sich verschmälernd mit etwas abgerundetem oder geradezu spitzem Ende.

Von Structureigenthümlichkeit ist nichts wahrzunehmen, insbesondere fehlen Poren oder sonstige charakteristische Verdickungsformen vollständig.

Die Faser ist nach Ausweis der Phloroglucinprobe unverholzt und zeigt die gewöhnlichen Cellulosereactionen.

Langgestreckte dünnwandige Parenchymzellen begleiten die Faser.

Zu obigen Beobachtungen diente ein durchaus zuverlässliches Materiale, nämlich Stengelfragmente der Stammpflanze, die ich zum Theile dem Wiener k. k. botanischen Hofmuseum, zum Theile Herrn Geheimrath Prof. Engler in Berlin verdanke, welcher die Güte hatte, mir ein dem Berliner botanischen Museum entstammendes Materiale zu überlassen. Erst nachdem ich durch den Vergleich mit diesem authentischen Materiale Papier von modernen indischen Papier, welches von *Daphne cannabina* abstammte, gefunden hatte, konnte ich die obige Charakteristik der vom Baste dieser Pflanze herrührenden Papiere aufstellen.

Zweiter Abschnitt.

Das Untersuchungsmateriale.

Am 19. Februar 1900 richtete Herr Prof. Hoernle an mich das Ersuchen, die materielle Untersuchung der im Besitze der englischen Regierung befindlichen alten ostturkestanischen Papieren zu übernehmen. Ich folgte gerne dieser mich sehr ehrenden Aufforderung und alsbald gelangte ich in Besitz der betreffenden Papierproben. Einzelne Stücke, Duplicate von schon früher von mir untersuchten Papieren und andere auf meine Studien bezugnehmenden folgten später, zuletzt noch in diesem Jahre.

Es waren zumeist kleine Fragmente, welche gewöhnlich nur eine Fläche von ein paar Quadratcentimeter oder auch noch weniger hatten. Die meisten waren unbeschrieben, einzelne auch mit einigen Schriftzeichen versehen, welche es mir ermöglichten, die Art der Tinte, mit welcher diese Charaktere geschrieben wurden, festzustellen.

All' diese alten Papiere weisen begreiflicherweise noch einen primitiven Charakter auf und sind nicht ganz homogen; doch würden wohl im großen Ganzen die kleinen mir zur Prüfung vorgelegenen Fragmente dasselbe lehren wie die ganzen Blätter der Manuscripte. Indessen wäre es vielleicht, wenn mir die ganzen Manuscripte vorgelegen hätten, möglich gewesen, manchen der dunklen Punkte, welche meinen Forschungsergebnissen anhaften, aufzuklären. Ich muss diese Vermuthung näher beleuchten. Gerade die »Fehler«, welche die Papiere zu erkennen geben, bieten nicht selten die Möglichkeit, die Faser einer Papiermasse genauer zu bestimmen, als dies an der Hand des normalen Papiers ausführbar ist, weil diese »Fehler« oft ganz durch »leitende Nebenbestandtheile« zustande kommen. Ich will dies durch ein Beispiel erläutern. In rohen Lein- oder Hanfgespinnsten finden sich kleine Fragmente der Oberhaut oder des Holzes der Lein- oder Hanfstengeln. Diese Gewebsstücke gestatten viel sicherer die Gegenwart von Lein- oder Hanffaser zu constatieren als wenn die Bastfaser allein zugegen ist. Insbesondere dann, wenn die Bastfaser sehr stark angegriffen ist, sind diese »leitenden Nebenbestandtheile« von hoher Wichtigkeit für

die Bestimmung der Faser. Es gilt dies schon bezüglich der Untersuchung von gewebten Stoffen, umsomehr aber bezüglich der Papiere, falls dieselben aus schon gebrauchten Geweben bereitet wurden. Thatsächlich gehen solche »leitende Nebenbestandtheile« auch in das Papier über und treten dann nicht selten als »Fehler« auf. Ich habe schon bei der Untersuchung alter arabischer Papiere aus diesen »Fehlern«, soferne dieselben auf der Anwesenheit von »leitenden Nebenbestandtheilen« beruhen, großen Nutzen gezogen [1]. So wird es begreiflich erscheinen, dass die oft nur minutiösen, mir zu Gebote gestandenen Proben mich in meinen Studien sehr beschränkten, und dass es für einen gedeihlichen Fortgang derselben besser gewesen wäre, wenn mir die ganzen Manuscripte, beziehungsweise Drucke vorgelegen hätten. In der That suchte ich, wie die nachfolgenden Specialuntersuchungen lehren werden, zumeist vergebens nach »leitenden Nebenbestandtheilen« der Fasern, was manche Unsicherheit in der Deutung der zur Papierbereitung verwendeten Fasern erklären wird.

Die Zahl der mir vom Herrn Prof. Hoernle zugeschickten Papierproben umfasst 84 Nummern [2]. Davon erhielt ich 78 Nummern schon mit der ersten Sendung (März 1900). Nr. 79—84 wurden mir erst in diesem Jahre zugestellt. Inzwischen trafen auch manche Duplicate ein, welche eine willkommene Ergänzung des Untersuchungsmateriales bildeten.

Jede Papierprobe, welche mir zugeschickt wurde, befand sich in einem aus glattem Papiere hergestellten Täschchen, so dass eine Verunreinigung mit von dem Täschchen herrührten Papierfasern ausgeschlossen war. Jedes Papiertäschchen war mit einer Nummer versehen und auf der Außenseite fanden sich Daten über Schrift, Sprache, Alter und Herkunft der betreffenden Manuscripte, beziehungsweise Drucke und rücksichtlich der bereits veröffentlichten Beschreibungen dieser Schriftstücke ein Hinweis auf die Publication.

Ich habe bei der Darlegung der Resultate meiner materiellen Untersuchungen der einzelnen Papiere die Nummer angeführt, unter welcher ich sie vom Herrn Prof. Hoernle erhielt, und jedes einzelne Papier auf Grund der mir mitgetheilten Daten genau charakterisiert, so dass niemals ein Zweifel darüber obwalten kann, um welches Papier es sich handelt.

Die Reihenfolge der Nummern ist zum großen Theile eine zufällige, was aber meine Darstellung nicht sonderlich störte. Nur war es nothwendig, die Resultate der einzelnen Untersuchungen am Schlusse der Abhandlung übersichtlich, vor allem chronologisch geordnet, zusammenzufassen.

Die Sicherheit meiner Studienergebnisse beruht, so weit es sich um die Zeitfolge der Erfindungsgeschichte des Papieres handelte, auf den von den Paläographen, speciell vom Herrn Prof. Hoernle mir an die Hand gegebenen Daten über das Alter der betreffenden Manuscripte. Wenn ich zu den Angaben des genannten hochverdienten Forschers das größte Zutrauen habe, so steht mir doch kein Urtheil über die Genauigkeit der Altersbestimmung dieser Schriftwerke zu; ich nehme sie aus vertrauenswürdiger Hand entgegen, ohne für ihre Richtigkeit einstehen zu können. Das ist ebenso selbstverständlich wie die Stellung der Paläographen zu den Ergebnissen meiner Forschungen: auch sie werden die Verantwortung für die Richtigkeit der von mir gewonnenen Resultate mir überlassen.

Bezüglich der Genauigkeit der Datierung jener Manuscripte, deren Papier ich untersuchte, wird in den unten citierten Schriften Hoernle's nachzusehen sein. Allein ich glaube, dass es am Platze ist, wenn ich eine Stelle aus einem Briefe des Herrn Prof. Hoernle hier wörlich anführe, in welcher er sich über die Datierungen der von mir untersuchten alten ostturkestanischen Papiere ausspricht. In einem Briefe vom 9. April l. J. heißt es: »Sie werden aus meinem (weiter unten citierten) Report ersehen, dass in den meisten Fällen die Manuscripte (deren Papiere ich untersuchte) nicht datiert sind und das ihre relative »Datierung« vorläufig nur auf paläographischer Forschung und Vergleichung basiert ist. Der Ausgangs-

[1] Die Faijûmer und Uchmûneiner Papiere. Sep. Abdruck p. 30 ff.

[2] Abgesehen von den Birkenrindenmanuscripten, über welche ich, wenn ich zu paläographisch interessanten Resultaten kommen sollte, später berichten werde.

punkt ist das Bower-Manuscript (s. oben S. 1 [583]), dessen Datum, etwa 450 A.D., so gut wie sicher ist. Der Endpunkt ist durch Dr. Stein's Ausgrabungen in Ostturkestan auch jetzt so gut wie sicher; es ist das Ende des achten Jahrhundertes. Also müssen die bis jetzt gefundenen ostturkestanischen Manuscripte ungefähr zwischen 400 und 800 A. D. eingereiht werden.«

Ich lasse hier noch eine Stelle desselben Briefes folgen, welche sich auf die Fundorte der ostturkestanischen Manuscripte bezieht: »Was die Fundorte betrifft, so sind Kuchâr (oder Kuche) und Khotân zwei der Hauptstädte Ostturkestans. Dandan Uiliq liegt etwa 75 englische Meilen nordöstlich von Khotân mitten in der Sandwüste. Es ist eine uralte, jetzt sandbedeckte Niederlassung, welche von Dr. Stein ausgegraben worden ist. Sie muss gegen Ende des achten Jahrhundertes verlassen und im Sande begraben worden sein«.

Dritter Abschnitt.

Specielle Untersuchung der Papiere.

Der speciellen Betrachtung der einzelnen von mir untersuchten alten Papiere stelle ich einige allgemeine Bemerkungen über deren mikroskopischen Charakter voran.

Ich habe in diesen alten Papieren nur zweierlei Fasermateriale gefunden: nämlich Bastzellen dicotyler Gewächse und Hadern vegetabilischer Gewebe verschiedener Art.

Dass gerade dicotyle Bastfasern so häufig in diesen alten Papieren auftreten, hat die Untersuchung so außerordentlich erschwert. Erstlich weil gerade die Bastzellen so wenig Anhaltspunkte zur Feststellung der botanischen Provenienz bieten, und zweitens, weil sie entweder nach den älteren Methoden hergestellt, mechanisch so angegriffen sind, dass die Feststellung ihrer natürlichen Beschaffenheit schwierig, wenn nicht unmöglich ist, oder, nach späteren vervollkommneten Methoden isoliert, so sehr befreit sind von den »leitenden Nebenbestandtheilen«, dass man nicht selten diesen fast einförmigen Gebilden gegenüber ganz rathlos ist.

So kam es, dass einzelne der Papierfasern nur als dicotyle Bastzellen erkannt werden konnten, andere nur als einer bestimmten Classe angehörig, sich darstellen ließen. Diese anlangend, wurde entweder constatiert, dass die Pflanze, welche die betreffende Faser lieferte, einer bestimmten Familie, zum Beispiel der Familie der Moraceen (Maulbeerbäume) oder der Thymelaeaceen (*Daphne* und Verwandte), oder einer bestimmten Gattung, zum Beispiel der Gattung *Boehmeria*, angehört.

In Betreff der *Boehmeria*-Fasern, welche ich in den alten Papieren auffand, ist es wohl wahrscheinlich, dass sie identisch mit dem sogenannten Chinagrase (jetzt gewöhnlich, insbesondere in der continentalen Industrie als Ramie bezeichnet) ist; allein in Ostasien, von der gemäßigten Zone südwärts, werden auch andere *Boehmeria*-Arten und nahe verwandte *Urtica*-Species seit uralten Zeit als Faserpflanzen verwendet, deren Bastzellen denen der Ramie so ähnlich sind, dass sie zumal in dem Zustande, in welchem sie im Papiere auftreten, von der letzten meist nicht zu unterscheiden sind. Wenn ich im nachfolgenden von Ramie oder Chinagras spreche, so ist darunter die Faser der oben genannten *Boehmeria nivea* gemeint; wenn ich mich des Ausdruckes *Boehmeria*-Faser bediene, so kann darunter auch die Bastzelle irgend einer anderen dieser Gattung angehörigen Species verstanden werden.

In Betreff der Entscheidung der Frage, ob eines der Papiere aus rohen Pflanzenfasern oder aus bereits textil ausgenützten Fasern bestehe, will ich folgende Bemerkungen den Detailbeschreibungen der einzelnen Papiere voranstellen.

Am sichersten wird man einen Beschreibstoff als Hadernpapier bezeichnen können, wenn sich darin noch unaufgelöste Garnfäden vorfinden. Dies konnte aber bei den ostturkestanischen Papierfunden

nur selten constatiert werden. Hin und wieder waren deutliche Spuren von Garnfäden nachweisbar, aber auch diese fanden sich im Vergleiche zu den altarabischen und den alten europäischen Papieren nur selten vor. Der Unterschied erklärt sich in folgender Weise. Alle alten Hadern- oder aus Hadern und Rohfasern gemischten, aus Ostturkestan stammenden Papiere enthalten die Hadernmasse in einem Zustande viel weitgehenderer mechanischer Zerstörung als die anderen genannten alten Hadernpapiere. Ich werde dies weiter unten durch nähere Beschreibung und Abbildung deutlich machen. Dies ist auch der Grund, weshalb sich die Hadernfasern der alten ostturkestanischen Papiere vielfach nicht mit der wünschenswerten Sicherheit identificieren ließen.

Es sind also die alten in Ostturkestan aufgefundenen Papiere aus einer ungemein stark zertrümmerten und zerfaserten Fasermasse bereitet worden. Daneben finden sich nicht selten in denselben Papieren intacte Fasern. Es schien mir erlaubt, in jenen Fällen, in welchen ich sehr stark zertrümmerte Fasern neben sehr wohl erhaltenen Zellen zusammengesetzt fand, die ersten für Hadernfasern, die letzten für Rohfasern, wenigstens in dem Falle zu erklären, wenn die ersten factisch als Textilfasern Verwendung fanden und von letzteren eine solche Verwendung nicht bekannt oder nicht möglich ist. Wenn ich also eine zerstampfte Ramiefaser neben einer unveränderten Faser von *Broussonetia papyrifera* in einem und demselben Papiere auffand, so betrachtete ich die erstere als Hadern-, letztere als Rohfaser. Oder wenn ich neben einer zerstampften Faser eine andere wohl erhalten fand, welche wegen ihres Gehaltes an Steinzellenmasse zur Verspinnung nicht geeignet ist, so hielt ich erstere für eine Hadernfaser, letztere für eine Rohfaser.

Wohl hat es eine Zeit gegeben, wo man in China, vielleicht auch in Indien die Baste mechanisch zertrümmerte, um aus denselben Papiermasse zu gewinnen. Wenn auf diese Weise gewonnene Rohfasern mit auf dieselbe Weise dargestellten Hadernfasern gemengt in einem Papiere vorliegen würden, so wäre die Unterscheidung des Rohfaserantheiles von dem Hadernantheile fast ein Ding der Unmöglichkeit. Wenn hingegen eine wohlerhaltene Rohfaser vorliegt, so muss man annehmen, dass ein rationelles, auf chemischer Procedur beruhendes Verfahren zur Gewinnung der Rohfasern führte. Dass man, im Besitze der Mittel, eine aus unverletzten Fasern bestehende Papiermasse aus Pflanzentheilen herzustellen, gleichzeitig durch bloße Zerstampfung oder Vermahlung von Basten Papiermasse dargestellt und diese beiden auf verschiedene Weise bereiteten Stoffe miteinander zum Zwecke der Papierbereitung gemengt haben sollte, ist wohl höchst unwahrscheinlich.

Auf diese Weise konnte indes nur mit Wahrscheinlichkeit auf die Gegenwart von Hadernmasse im Papiere geschlossen werden. Viel größere Sicherheit gewährt die Anwesenheit von gefärbten Fasern (von gefärbten Lumpen herrührend) und insbesondere das Auftreten von »Stärkespuren«, worüber ich mich in meiner Abhandlung über die alten arabischen Papiere bereits ausführlich ausgesprochen habe[1]. Ich will hier nur ganz kurz bemerken, dass wenn in einem Papiere entweder keine Leimungsmasse vorhanden ist oder eine Leimungsmasse, welche nicht aus Stärkekleister besteht, die Anwesenheit von Incrustierung der Fasern mit eingetrocknetem Stärkekleister für mich ein Beweis ist, dass diese Faser einmal im Gewebe ausgenützt wurde und einst einem Gewebe angehörte, welches mit Stärkekleister versehen war wie unsere Leibwäsche. Aber es gibt ja noch zahlreiche andere Gewebestoffe, welche mit Stärke »appretiert« sind. Selbstverständlich erhält sich nicht die ganze Stärkemenge eines solchen Gewebes in den daraus hervorgegangenen Hadern und noch viel weniger wird man diese ganze Stärkemenge in den aus diesen Hadern erzeugten Papieren erwarten dürfen. Im Gegentheile: es finden sich nur stellenweise und in sehr kleiner Menge diese Stärkekleisterincrustationen vor, weshalb ich für dieselbe den Ausdruck »Stärkespuren« wählte

[1] l. c. Separatabdruck p. 63.

Nr. 1.

Manuscript, beschrieben von Hoernle im Journ. of the Asiat. Soc. Bengal., Vol. LXVI, 1897, p. 213. »Fragment« Nr. IX, Plate VII. Schrift und Sprache: Sanscrit. Alter: 5.—7. Jahrhundert. Fundort: Kuchâr.

Zur Untersuchung dieser Papiersorte lagen drei Fragmente vor, welche etwa eine Fläche von 1—5 cm^2 besaßen und eine isabellgelbe Farbe aufwiesen. Dieses Papier »fließt«, wie man sich gewöhnlich auszudrücken pflegt, ist also nicht geleimt, oder es ist die Leimungssubstanz im Laufe der Zeit verschwunden. Durch Jodlösung ließ sich nicht einmal bei mikroskopischer Untersuchung Stärkekleister als Leimungsstoff nachweisen, auch nicht nach Vorbehandlung mit Salzsäure [1].

Dieses Papier ist beschrieben. Da die Tinte der Einwirkung der Chromsäure wiedersteht, so liegt eine Tuschtinte vor, also eine zum Beschreiben benützte Substanz, deren färbender Bestandtheil Kohle — höchstwahrscheinlich Rußkohle — ist [2].

Diese Papiersorte ist im Risse feinfaserig, doch lassen sich immerhin auch einzelne Fasern aus der Masse herauspräparieren, welche eine Länge von 5 *mm* und sogar darüber aufweisen.

Die mikroskopische Untersuchung ergibt sofort die auffällige Thatsache, dass dieses Papier von verschiedenen Pflanzenfasern herrührt. Abgesehen von zufälligen Nebenbestandtheilen, Staubtheilchen u. dgl., besteht dieses Papier nur aus Bastzellen. Aber wenn man die Querschnitte der Bastzellen beachtet, so erkennt man sofort, dass hier sehr dünne und sehr dicke Fasern vorliegen. Zahlreiche dieser Fasern haben bloß einen (maximalen) Durchmesser von 0·010—0·016 *mm*, während andere beinahe dreimal so dick sind, nämlich 0·030—0·040 *mm* im Durchmesser haben. Von den dünnen zu den dicken gibt es keinen Übergang.

Die genaue Determinierung der vorliegenden Faserarten ist mit sehr großen Schwierigkeiten verbunden, erstlich deshalb, weil die Mehrzahl der Fasern in einem Zustande sehr weitgehender Zerstörung sich befinden und sodann deshalb, weil gar keine »leitenden Nebenbestandtheile« vorliegen (s. oben S. 11 [593]).

Das ausschließliche Auftreten von Bastzellen als Papierfaser deutet schon darauf hin, dass die Bastzellen aus dem Stengel oder Stamme dicotyler Pflanzen stammen. Zur Eruierung der Fasersorte müssen solche Bastzellen gewählt werden, welche noch unverletzt sind oder doch noch in einem Zustande, welcher ihre natürlichen Dimensionen und die specifische Structureigenthümlichkeit erkennen lässt.

Mit Sicherheit konnte ich auf Grund zahlreicher genauer Prüfungen dieser Papiersorte die Bastfaser einer Maulbeerart darin nachweisen, höchstwahrscheinlich den Bastzellen der Rinde des Papiermaulbeerbaumes angehörig. Sehr wahrscheinlich sind die dicken Zellen die Bastfaser einer *Böhmeria*, vielleicht der *Böhmeria nivea*.

Es ist nicht ausgeschlossen, dass noch andere Pflanzenfasern in diesem Papiere enthalten sind, denn es ist nur ein kleiner Bruchtheil der Fasern wegen zu weit gehender Zerstörung einer Bestimmung zugänglich. Selbstverständlich habe ich nach Baumwolle-, Flachs- und Hanffasern gefahndet. Diese drei Fasern fehlen aber gewiss in der vorliegenden Papierprobe.

Die *Broussonetia*-Faser wird nicht versponnen, wohl aber die *Böhmeria*-Faser. Es ist mir aber nicht gelungen, irgend welchen Anhaltspunkt zu finden, welcher auf die Anwesenheit einer versponnen gewesenen Faser schließen ließe. Die mechanischen Verletzungen betreffen sowohl die Moraceen- als die *Böhmeria*-Faser.

Es kann kaum einem Zweifel unterliegen, dass hier ein bloß aus Rohfasern bestehendes Papier vorliegt, dessen Masse sehr roh mechanisch ohne Hilfe chemischer Macerationsmittel aus Rinden bereitet wurde. Zum mindesten kommen zwei verschiedene Rohfasern in diesem Papiere vor.

---

[1] S. hierüber Wiesner, Die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere, Separatabdruck, p. 47.

[2] Über den mikroskopischen Nachweis der Tinten antiker Manuscripte siehe meine Abhandlung über die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere, Separatabdruck, p. 61.

Nr. 2.

Journ. Asiat. Soc. Bengal., Vol. LXVI (1897), p. 213. »Fragment« Nr. XII, Plate VII. Schrift und Sprache: Sanscrit. Alter: 5.—7. Jahrhundert. Fundort: Kuchâr.

Es lagen zwei Fragmente vor, von denen das eine etwa 2, das andere beiläufig 10 cm^2 groß war. Es ist ein weiches, wolliges langfaseriges Papier von weißlich-gelber Farbe. Zahlreiche Fasern haben eine Länge von 5—10 *mm*, die Mehrzahl ist kürzer, einzelne auch noch länger.

Dieses Papier ist beschrieben, und zwar wieder mit Rußtinte (Tusch). Aber, was sehr merkwürdig ist, die Schriftzeichen befinden sich auf einer weißen Grundierung, welche mechanisch leicht zerstörbar ist, nämlich aus einer zusammenhängenden pulverigen Masse besteht, welche leicht zerreiblich ist, so dass die Schrift sehr gefährdet erscheint. Diese pulverige Masse liegt sicher unterhalb der Schrift, bildet also einen Schreibgrund. Denn wenn man vorsichtig mit dem Skalpell die Schriftzüge entfernt, so bleibt die weiße Masse zurück. Dieser Schreibgrund ist unverbrennlich, besteht mithin aus anorganischer Substanz. Sie ist im Wasser unlöslich und besteht aus feinen, doppellichtbrechenden Kryställchen und Krystallfragmenten. In Betreff der Natur dieses Schreibgrundes bildete ich mir die Meinung, dass er entweder aus kohlensaurem Kalke (Kreide oder eine andere Calcitform) oder aus schwefelsaurem Kalke (Gips) oder aus Kaolin bestehe. Da die Substanz in verdünnter Salzsäure sich nicht löst, dabei nicht aufbraust, so ist kohlensaurer Kalk ausgeschlossen. Da sie in hochprocentiger Salzsäure sich löst, so war auch Kaolin ausgeschlossen, und ich hielt es für sehr wahrscheinlich, dass diese Substanz Gips sei. Um bezüglich der Natur dieses Schreibgrundes völlig ins Klare zu kommen, ersuchte ich meinen verehrten Collegen, Herrn Becke, Professor der Mineralogie an unserer Universität, mich über den fraglichen Körper von seinem fachlichen Standpunkte aufzuklären. Herr Professor Becke bestätigte meine Vermuthung und führt folgende Argumente zur Begründung der Thatsache, dass hier Gips vorliege, an. Die Substanz löst sich vollständig in hochprocentiger Salzsäure. Wird die Lösung eingedampft, der trockene Rückstand mit Wasser und einer Spur Schwefelsäure behandelt, so krystallisiert beim Eintrocknen der Gips in der charakteristischen Nadelform heraus. Wird die Substanz reduciert, so gelingt die Heparreaction, zum Beweise, dass der fragliche Körper Schwefelsäure enthielt. Die Schwefelsäure wurde in der Lösung des Pulvers auch durch Chlorbaryum nachgewiesen. Wird die saure Lösung des Körpers neutralisiert und oxalsaures Ammoniak zugefügt, so erhält man einen Niederschlag von Kalkoxalat, zum Beweise, dass Kalk in der fraglichen Substanz enthalten ist. Endlich wurde noch der Brechungsexponent des Körpers ermittelt und gleich 1·52 gefunden, welcher Wert mit dem Brechungsexponenten des Gipses übereinstimmt. Es unterliegt somit keinem Zweifel, dass der Schreibgrund des Papieres Nr. 2 Gips ist.

Dieses Papier fließt sehr stark; von Leimung ist an demselben nichts nachweisbar und wahrscheinlich ist dieses Papier auch niemals geleimt gewesen. Dies vorausgesetzt, wird der Schreibgrund verständlich, durch welchen dieses weiche filzige Papier erst in den Zustand der Beschreibfähigkeit gebracht worden ist.

Auch in diesem Papiere treten verschiedene Pflanzenfasern auf. Die genaue Untersuchung hat gelehrt, dass dieselben durchwegs Bastzellen zweifellos dicotyler Pflanzen sind.

Die Hauptmenge der Papiermasse besteht aus der Länge nach sehr wohlerhaltenen Faserzellen, welche, zum Theile auf die Rinde von Maulbeergewächsen, zum Theile auf den Bast von Thymelaeaceen zurückzuführen sind. Hier liegt also eine Rohfaser vor, die durch einen geschickt geführten Process aus dem natürlichen Gewebeverbande gelöst wurde, wie man wohl annehmen muss, durch ein Röstverfahren oder durch einen künstlich eingeleiteten chemischen Process. Doch ist die Rohfaser nicht völlig intact, sondern doch schon etwas mechanisch angegriffen, so dass es wahrscheinlich ist, dass der nicht vollständigen chemischen Isolierung später noch eine mechanische Trennung der Fasern folgte. Jedenfalls ist die Rohfaser in Nr. 2 schon vollkommener als die in Nr. 1 auftretende abgeschieden worden.

Neben dieser Rohfaser findet sich aber eine außerordentlich stark demolierte Fasermasse, die ich sofort als einen Hadernzusatz anzusehen geneigt war. Wie kommen diese zerrissenen, zerfaserten und zerquetschten, aus kleinen Fragmenten bestehenden Bastzellen zwischen die der Länge nach wohlerhaltenen Rohfasern? Es ist ja nicht anzunehmen, dass man aus Maulbeerrinden durch ein roheres Verfahren eine schlechte Fasermasse erzeugte, nachdem man es ja in der Hand hatte, aus demselben Rohmateriale ein sehr gutes Papierzeug zu erzeugen. Es ist ja auch sehr unwahrscheinlich, dass man aus der Rinde einer anderen Pflanze durch eine rohe Methode eine schlechte Fasermasse hergestellt haben sollte, um dieselbe der übrigen Papiermasse zuzusetzen. Viel wahrscheinlicher kommt es mir vor, dass man damals die ganz wertlosen Hadern durch Zerstampfung in ein Papierzeug verwandelte, welches man der wertvollen Rohfasermenge zumischte.

Nun, wie dem auch sei, es handelt sich darum, weiter zu prüfen, ob die arg demolierte Fasermasse von Hadern herrühre. Ich suchte zuerst »Stärkespuren«, nachdem ich makroskopisch erkennbare Garnfäden nicht ausfindig machen konnte. Nach vieler Mühe gelang es mir bei schwacher Mikroskopvergrößerung zwei strangartig aussehende Körper aus der Papiermasse herauszupräparieren. Der eine erwies sich als ein noch gut erkennbarer Garnfaden, dessen Faser aber infolge zahlreicher Längs- und Querbrüche und sonstiger Beschädigungen nicht mehr zu bestimmen war. Lehrreicher war der zweite Körper. Es war ein gespaltener Holzsplitter, an dem und zwischen dessen klaffenden Theilen ein deutlich gedrehter Garnfadenrest wahrnehmbar war. Die Fasern, welche in dem Holzsplitter eingekeilt waren, waren von Leinenfasern nicht zu unterscheiden, da aber keine Nebenbestandtheile nachweislich waren, welche auf diese Faser mit voller Sicherheit hätte schließen lassen, so kann nur mit Wahrscheinlichkeit angenommen werden, dass hier ein Flachsgarnfragment vorliegt. Aber eines ist sicher, und das ist schon von großer Wichtigkeit, dass dieses Papier Fasern enthält, welche schon zu textilen Zwecken dienten, mit anderen Worten: dieses Papier ist eine Art Hadern- oder Lumpenpapier. Die Richtigkeit der Datierung des betreffenden Manuscriptes vorausgesetzt, wäre dieses Lumpenpapier älter als die ältesten arabischen Papiere dieser Art, es wäre also das älteste bis jetzt bekannte Hadernpapier.

Fig. 14



Vergr. 430. *A* Partie (Hadernmasse) aus dem Papier Nr. 2. *B* Rohfasern: Die Bastzellen einer Moracee, wahrscheinlich von *Broussonetia papyrifera*, mit in Falten sich loslösender Hüllschicht.

Es ist aber gewiss kein bloß aus Leinenlumpen bereitetes Papier, denn es kommen neben den schon genannten Rohfasern darin auch Fasern vor, welche gewiss keine Leinfasern sind. Nach vielen mühevollen Untersuchungen gelang es mir, Fasern zu finden, welche mit den Bastzellen der *Böhmeria*-Arten übereinstimmen. Es wurde schon erwähnt, dass die Bastfaser der *Böhmeria nivea* in Ostasien seit alter Zeit versponnen und verwebt wird, desgleichen andere Arten von *Böhmeria*. Es ist also nicht ausgeschlossen, dass dieses Papier aus Hadern verschiedener Art bereitet wurde. Indes muss ich bemerken, dass es mir nicht gelungen ist, Garnfäden von Ramie im Papiere nachzuweisen. Es ist mithin wahrscheinlicher, dass diese Faser im rohen Zustande zur Papierbereitung diente.

Dieses Papier ist also kein reines Hadernpapier, sondern ein gemischtes, aus Lumpen und rohen Pflanzenfasern bereitetes, vergleichbar jenen modernen Papieren, in welchen Stroh- oder Holzfaser mit Hadernmasse gemengt ist. Es scheint also, dass man in der ersten Periode der Papiererzeugung sehr heterogene Faserstoffe einer und derselben Papiermasse einverleibte, und mir erscheint die Aufstellung nicht paradox, dass damals die Lumpen das Surrogat und die aus der

Pflanze kunstvoll dargestellte Bastfaser die eigentliche Papierfaser bildete, während sich in der Neuzeit dieses Verhältnis umgekehrt hat. Man muss sich eben vergegenwärtigen, dass die Lumpen, bevor man in ihnen das beste Materiale zur Papiererzeugung erkannte, einen völlig nutzlosen und deshalb ganz wertlosen Stoff bildeten, den man nur aufzulesen und zu sammeln brauchte, während ziemlich umständliche Manipulationen erforderlich waren, um aus den Pflanzentheilen reine Fasern abzuscheiden. Und die Abscheidung war eine sehr sorgsame, wie dem Umstande zu entnehmen ist, dass in manchem dieser Papiere gar keine, in anderem fast gar keine »Nebenbestandtheile« vorkommen, so ungemein sorgsam wusste man die Fasern von den Nachbargeweben zu scheiden.

Das Resultat der Untersuchung gerade dieses Papieres hat mich auf den Gedanken geführt, dass die Erfindung des Hadernpapieres sich erst ganz allmählich ausgebildet hat, dass man nämlich erst spät begriff, welches unschätzbare Rohmateriale zur Papiererzeugung die Hadern repräsentieren und dass aus diesem anfänglichen Surrogate erst später der auch heute noch als wertvollstes Rohmaterial angesehene Papierstoff wurde.

Nr. 3.

Manuscript, beschrieben von Hoernle in Journal of the Asiatic Society of Bengal. Part. I (History etc.) Extranummer 1 (1901) unter dem Titel: A Report on the British Collection of Antiquities from Central Asia [1], p. 16, First Set. Nr. 2 Pothi (Plate II, Fig. 2).

S. ferner Hoernle, Journ. of the Asiat. Soc. of Bengal LXVI (1897), p. 237, 241, Plates IX und X.

Schrift: schräg, Guptacharaktere. Sprache: »mixed Sanscrit prose«. Fundort: Wurde in demselben Stupa nächst Kuchar gefunden, in welchem die Bower-Manuscripte entdeckt wurden. Alter 5. Jahrhundert A. D.

Einen ganz anderen Charakter als die beiden vorher besprochenen hat dieses Papier. Es ist weich, ungemein langfaserig und erscheint ziemlich homogen. Es ist mit einem weißen Schreibgrund versehen, welcher sich substanziell so wie der der vorher beschriebenen Papiersorte verhält und zweifellos denselben Zweck zu erfüllen hatte.

Die Fasern sind sehr lang, man kann einzelne Fasern aus der Masse herauspräparieren, welche eine Länge von 20 *mm* aufweisen. Das ganze Papier besteht nur aus Bastzellen, von Nebenbestandtheilen ist keine Spur aufzufinden. Trotz ihrer Länge sind die Fasern nicht gut erhalten. Die fast durchaus langfaserige Papiermasse macht den Eindruck großer Homogenität und es ist angesichts dieser Thatsachen von vorneherein höchst wahrscheinlich, dass dieses Papier aus ein und derselben Faser bereitet wurde, welche wohl zweifellos eine rohe Pflanzenfaser ist, denn es ließ sich keines jener Kennzeichen auffinden, welches auf Hadern als Rohmateriale hindeuten würde. Nun aber spricht die mikroskopische Untersuchung doch nicht für ein homogenes Rohmateriale. Man findet in dem Papier — abgesehen von zufällig anhaftenden Körpern (Staub [2]) — nichts als Bastzellen. Wie schon bemerkt, befindet sich dieselbe nicht in intactem Zustande und man musste immer lange herumsuchen, bis sich Fasern fanden, die noch den ursprünglichen morphologischen Charakter an sich trugen. Unter diesen Fasern befinden sich zweifellos Moraceenfasern, wahrscheinlich von *Broussonetia papyrifera*; aber es treten daneben auch Bastzellen auf, welche nicht von Moraceen abstammen, die vielmehr auf die Rinde einer Thymelaeacee zurückzuführen sind. Diese letzteren Fasern konnten aber mit keiner der bis jetzt mikroskopisch charakterisierten Thyme-

---

[1] Dieser Report war zur Zeit der Niederschrift der vorliegenden Abhandlung noch nicht veröffentlicht und ich verdanke die Einsichtnahme in diesen wichtigen Bericht der besonderen Gefälligkeit des Herrn Prof. Hoernle. Auf den folgenden Blättern wird diese Abhandlung unter dem Schlagworte Hoernle, Report, citiert werden.

[2] Sehr auffällig sind in diesem Papiere kleine Pilzsporen. Sie fehlten in keinem der von mir ausgeführten mikroskopischen Präparate.

laeaceen-Bastzelle identificiert werden, nicht mit den Bastzellen von *Edgeworthia* oder *Wicktroemia*, auch nicht mit denen von *Lasiosiphon* oder *Daphne cannabina*.[1] Aber den allgemeinen Charakter der Bastzellen der Thymelaeaceen tragen sie an sich.[2]

Ich kann nicht daran zweifeln, dass in Nr. 3 ein durchwegs aus Rohfasern bestehendes Papier vorliegt.

Nr 4.

Hoernle, Report, p. 15, first sect., Nr. 1, Pothi (Plate II, fig. I). Auch beschrieben und abgebildet in Hoernle, Journ. of the Asiat. Soc. of Bengal LXVI (1897), p. 244, Plate X. Sprache: (»mixed«) Sanscrit. Schrift: aufrechte Gupta-Charaktere. Alter: IV.—V. Jahrhundert. Fundplatz: Wurde in demselben Stupa bei Kuchâr gefunden, in welchem die Bower-Manuscripte entdeckt wurden.

Dieses Papier, von dem einige ganz kleine, im Zerfalle begriffene Fragmente vorlagen, ist bräunlich gefärbt und beschrieben. Die Tinte stimmt mit der von Nr. 2 überein. Wie das vorhergehende ist auch dieses Papier filzig, aber lange nicht so langfaserig. Fasern von 2—3 *mm* Länge sind häufig. Die längsten Fasern, welche ich beobachtete, hatten eine Länge von 10 *mm*.

Die Fasern sind in so hohem Grade zerstört, dass eine genaue Bestimmung der Papiermasse unmöglich ist. Sicher ist, dass auch dieses Papier nur aus Bastzellen besteht und alle die Bestimmung erleichternden Nebenbestandtheile fehlen. Anzeichen, dass hier ein Hadernpapier vorliegt, sind nicht nachweisbar. Nach einigen noch ziemlich unverletzt erscheinden Bruchstücken zu urtheilen, dürfte in dem Papier *Broussonetia* oder eine verwandte Maulbeerfaser anzunehmen sein, desgleichen fand ich Bruchstücke (auch Zellenden), welche auf Bastzellen von Thymelaeaceen hinweisen. Ich halte Nr. 4 für ein aus Rohfasern verschiedener Rinden (dicotyler Pflanzen) bereitetes Papier. Die Bereitung dieses Papiers war eine noch sehr unvollkommene. Wahrscheinlich erfolgte die Fasergewinnung aus den Rinden durch ein rohes mechanisches Verfahren (Zerstampfen).

Von Leimung ist nichts nachweisbar; namentlich betone ich, dass auch hier, wie in den drei vorhergegangenen Nummern keine Stärkeleimung nachweislich war.

Nr. 5—11.

Die Manuscripte, welchen diese sieben Papierproben entnommen waren, haben sich nach den von Dr. Stein[3] in Ostturkestan persönlich vorgenommenen Untersuchungen als Fälschungen herausgestellt. Herr Prof. Hoernle hat mich schon in einem vom 12. Juli 1901 datierten Briefe auf diesen Umstand aufmerksam gemacht, bevor ich noch eingehendere Untersuchungen mit diesem Materiale anstellte. Begreiflicherweise habe ich mich in Studien über dies Papier nicht vertieft, und zwar umsoweniger, als sie mir auch keine neuen Anhaltspunkte zur Faserbestimmung älterer Papiere gaben. Doch möchte ich einige interressantere diese Objecte betreffende Beobachtungen nicht unerwähnt lassen.

Ich unterwarf diese Papiere zunächst der Jodprobe, um aus später genau darzulegenden Gründen die etwaige Anwesenseit von Stärke zu constatieren. Es gelang dies bei den Nummern 6, 7, 8, 10 und 11, nicht aber bei 5 und 9. Nach meinen Untersuchungen sind von den Arabern schon im VIII. Jahrhundert Papiere mit Stärke geleimt worden.[4] Anderweitige Leimungen alter Papiere sind bisher nicht mit Sicherheit

---

[1] Siehe hierüber Wiesner, Rohstoffe II (1902), Bd. II, Fasern.

[2] Über den gemeinschaftlichen Charakter der Bastzellen der Thymelaeaceen siehe Jenčić, österr. bot. Zeitschrift 1902.

[3] Herr Dr. Stein gehört dem Indian Educational Service an und ist derzeit Inspector of Schools in Panjab.

[4] Die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere. Separatabdruck S. 46.

nachgewiesen worden. Ich ließ alle diese sieben Papierproben von einem meiner Assistenten, Herrn Dr. A. Jenčić, welcher sich unter meiner Anleitung viel mit mikroskopischen Papieruntersuchungen beschäftigt hat, auf Leimung mit thierischem Leim nach der von mir für mikroskopische Zwecke in Anwendung gebrachten Methode[1] prüfen. Er fand, dass gerade die Nummern 5 und 9 mit thierischem Leim geleimt waren. Diese Leimungsmethode kam erst im XIV. Jahrhundert auf[2] und wurde bis jetzt beibehalten. Seit Einführung der Maschinenpapierfabrication (Mitte des XIX. Jahrhunderts) wird aber diese Leimung immer mehr durch Stärke- und Harzleimung verdrängt. Die Auffindung, dass diese zwei Papiere mit thierischem Leim geleimt wurden, spricht wohl sehr dafür, dass hier moderne Papiere vorliegen. Ich bemerke, dass ich unter allen mir als echt bezeichneten alten, zur Untersuchung von Herrn Prof. Hoernle vorgelegten Papieren kein einziges gefunden habe, welches mit thierischem Leim geleimt gewesen ist.

Eingehender habe ich Nr. 9 untersucht, da dasselbe nach den von Herrn Balfour in Oxford angestellten Untersuchungen (Prof. Hoernle, briefliche Mittheilungen an mich aus Oxford vom 10. April 1900) aus Seide bereitet sein soll. Ich konnte aber in diesem Papier keine Spur von Seide auffinden.[3]

Alle diese Papiere sind thatsächlich moderne Papiere, einige wurden aus Maulbeerbastfasern (wahrscheinlich von *Broussonetia papyrifera*) bereitet, in anderen konnten Thymelaeaceenfasern nachgewiesen werden. Es war für mich, wie schon bemerkt, kein Grund vorhanden, diese sieben Papiersorten eingehender zu studieren.

Einige Beobachtungen, welche auf die Proceduren hinweisen, durch die diesen modernen Papieren das Aussehen von altem Papiere gegeben wurde, folgen weiter unten.

Nr. 12.

Hoernle, Report, p. 39, Second Set. (Brâhmi Documents) Nr. 13 (Plate II, Fig. 6). Beschrieben mit Sanscritschrift aber in einer unbekannten Sprache. Achtes Jahrhundert. Fundort: Dandan Uiliq.

Unter dieser Nummer sind drei Fragmente vereinigt, von denen eines 20, ein zweites 9, ein drittes 4 cm^2 Fläche aufwies. Alle drei Fragmente sind weißlich gelb, das erste nicht, die beiden anderen mit Tuschtinte beschrieben. Im Risse ist dieses Papier langfaserig; es können Fasern bis zu einer Länge von 15 *mm* nachgewiesen werden.

Aus dem größten Stücke ließen sich einige Garnfäden herauspräparieren. Auch sonst sind Anzeichen vorhanden, dass ein Hadernpapier vorliegt, nämlich vereinzelte (künstlich) gelb gefärbte Pflanzenfasern, ferner »Stärkespuren«, endlich thierische Fasern (Schafwolle). Letztere sind in sehr kleiner Menge vorhanden, gehören aber sicher der Papiermasse an und sind nicht etwa mit anderen Staubtheilchen angeflogen. Wahrscheinlich rühren diese thierischen Fasern daher, dass in die zur Papierbereitung verwendeten Hadern zufällig auch Reste von aus thierischer Wolle gewebten Bekleidungsstoffen hinein gerathen sind.

---

[1] Ebenda S. 47.

[2] Ebenda S. 68.

[3] In Hadernpapieren, selbst alten, sind hin und wieder auch Seidenfasern, aber als eine Beimengung, nachgewiesen worden, welche von einer unvollkommenen Sortierung der Hadern herrührt, indem zwischen die baumwollenen, beziehungsweise leinenen Hadern auch Abfälle von Seidengeweben gerathen sind. So fand ich Spuren von Seidenfäden in der bekannten Schwandner'schen Urkunde von Kaiser Friedrich II. vom Jahre 1228 (Wiesner, Die Fajûmer und Uschmûn[illegible] Papiere etc. p. [illegible]

Die überwiegende Masse der Fasern besteht aus Bastzellen, wieder ohne »leitende Nebenbestandtheile«, so dass die genaue Bestimmung mit Schwierigkeiten verbunden ist. Die Bastzellen dieses Papiers sind so wie die der vorangegangenen unverholzt, aber auch stark demoliert, so dass auch aus diesem Grunde hier eine sichere Bestimmung schwer ausführbar ist. Wenn man die noch relativ wohlerhaltenen Bastzellen, beziehungsweise die noch in ursprünglichem morphologischen Zustande befindlichen Partien dieser Zellen auf ihre Eigenthümlichkeiten prüft, so kommt man zu dem Wahrscheinlichkeitsresultate, dass hier ein Hadernpapier vorliegt, das aus versponnener Lein- oder Hanffaser oder aus einem Gemenge beider bereitet wurde. Es kommt auch noch Ramie- oder eine verwandte Faser vor, von der es unentschieden bleiben muss, ob sie als Rohfaser oder als versponnene Faser zur Papierbereitung verwendet wurde.

Es ist noch zu erwähnen, dass in diesem Papiere auch ganze Baststreifen vorhanden sind, deren botanische Determinierung nicht gelungen ist. Es konnte nur constatiert werden, dass diese Baststreifen weder von Hanf oder Flachs noch von Ramie oder einer verwandten Pflanze herrühren. Diese Baststreifen sind fast gänzlich unverholzt, so dass auch nicht an Jute oder an eine ähnliche Pflanzenfaser zu denken ist. Auch Thymelaeaceen- und Apocyneenfasern sind auszuschließen.

Leimung konnte nicht nachgewiesen werden. Stärkekleister als Leimungsmateriale ist gewiss nicht vorhanden; gerade deshalb können die stellenweise und selten auftretenden Stärkekleisterincrustierungen nur als »Stärkespuren« aufgefasst werden.

Als sicher lässt sich aus dem ganzen Untersuchungsergebnisse ableiten, dass hier ein primitiv dargestelltes Papier vorliegt, in welchem Hadernmasse und die Rohfaser des Bastes einer dicotylen Pflanze enthalten sind.

Nr. 13.

Hoernle, Report p. 26 und 28. Second Class. First. Set. (Uigur Documents) Plate V. Schrift: Persische und uigurische Schriftzeichen und Sprache. Nicht datiert; stammt wahrscheinlich aus dem XI. Jahrhundert. Fundort unbekannt.

Unter dieser Nummer waren zahlreiche kleine, anscheinend zusammengehörige Papierfragmente von höchst charakteristischem Aussehen vereinigt. Dieses Papier ist dickfilzig, weißlich, stellenweise violett gefärbt, fließt stark und zeigt weder eine Spur von Leimung noch einen Schreibgrund. Auf diesem Papiere kann nur mit einer sehr stark verdickten Tinte in großen breiten Zügen geschrieben werden. In der That sind die Schriftzeichen auffallend groß. Ich bemerke gleich, dass auch hier wieder Tuschtinte vorliegt.

Was die violetten Flecke anlangt, so haben dieselben mit dem Papiere selbst nichts zu thun, sondern sind Folge des Lagerns. An allen violett gefärbten Stellen finden sich große Pilzsporen und Reste von Mycelien vor. Sporen und Mycelien sind todt. Es hat zu einer Zeit der Lagerung des Papieres eine Pilzvegetation sich an einzelnen Stellen des Papiers gebildet, welche, wie kaum zu bezweifeln ist, die Färbung verursachte.

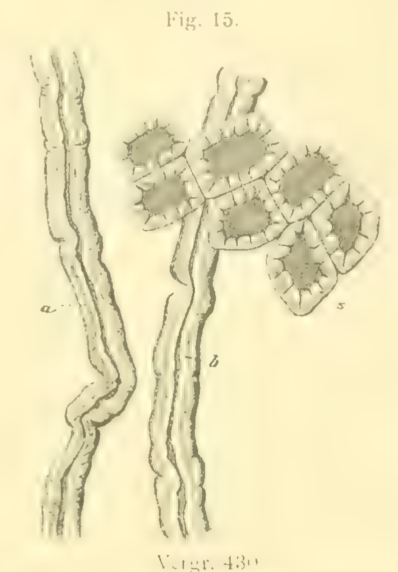
Hier liegt gewiss wieder ein Hadernpapier vor, da sich bei vorsichtiger Behandlung noch ganz deutlich gedrehte Garnfädenreste aus der Masse herauspräparieren ließen. Auch in diesem Papiere habe ich, wieder sehr vereinzelt, Wolle (thierische Haare) gefunden, nämlich mitten aus der Papiermasse herauspräpariert. Dies spricht wohl auch dafür, dass hier ein Hadernpapier vorliegt.

Die Bestimmung ist auch hier wieder schwierig, da keine »leitenden Nebenbestandtheile« vorhanden sind und die Faser in einer weitgehenden Weise zerstört ist, nämlich in ganz kurzen Abschnitten mit fast durchlaufenden Querbrüchen durchsetzt ist.

Die Garnfäden bestehen sicher nur aus Bastzellen dicotyler Pflanzen und sind völlig unverholzt. Ich kann auch hier wieder nur mit Wahrscheinlichkeit Hanf- oder Leinenfasern oder beide als jene Bastzellen bezeichnen, aus welchen die Garnfäden und ein Theil der Papiermasse besteht. Ein großer Theil der Fasern (Bastzellen) ist nicht mehr zu bestimmen.

Neben dieser Hadernmasse kommt aber noch eine andere Faser vor, welche in meiner oben S. 9 [591] angegebenen Liste nicht enthalten ist, die ich nicht zu bestimmen vermag, von der es aber ganz sicher ist, dass sie nicht verspinnbar ist, sondern gewiss als Rohfaser dem Papiere einverleibt wurde. Wieder sind es Bastzellen einer dicotylen Pflanze. Diese Bastzellen werden von dicken, braunen, etwa 0·022 bis 0·038 *mm* im Durchmesser haltenden, polyedrischen, etwa isodiametrischen Sklerenchymzellen (Steinzellen) begleitet. Sie liegen zum Theile den hin- und hergewundenen dickwandigen, stellenweise knorrig aussehenden Bastzellen an, zum Theile liegen sie in ganzen Nestern frei in der Papiermasse. Diese mit anhaftenden Sklerenchymzellen versehenen Zellen sind zur Verspinnung ungeeignet, und deshalb schließe ich, dass dieselben Rohfasern sind. Die Wandverdickung der Bastzellen ist eine sehr starke, dabei aber doch ungleichmäßige. Stellenweise erscheint die Wand wie knotig verdickt; es sind dies aber Stellen, wo sie gefaltet ist und wie geknickt erscheint.

Fig. 15.



Vergr. 430.

a, b Bastzellen mit anhaftenden Sklerenchymelementen einer nicht bestimmbaren dicotylen Pflanze. Aus dem Papier Nr. 13.

Hier liegt also wieder ein aus Hadernmasse und aus rohen Pflanzenfasern zusammengesetztes Papier vor.

Nr. 14.

Hoernle, Report, p. 19, Second Set. Nr. 3 Pothi. Schrift: Sanscrit. Sprache: unbekannt. Alter: VII. Jahrhundert. Im Report ist angegeben: »Findplace, unknown«. Aber Prof. Hoernle schreibt mir unter dem 9. April 1902, dass das betreffende Manuscript in Takla Maqan, und zwar wahrscheinlich zu Dandan Uiliq gefunden wurde.

Zur Untersuchung dienten mir in der Consistenz, nicht aber in der Farbe ganz mit einander übereinstimmende Stücke. Das eine hat eine Oberfläche von circa 8 cm^2 und hält in der Farbe zwischen ei- und isabellgelb die Mitte, das andere hat eine beiläufige Fläche von 1·5 cm^2 und ist dunkel isabellgelb, also fast bräunlich. Beide Fragmente sind beschrieben, und zwar, wie die Chromsäureprobe lehrt, mit Tuschtinte.

Beide Fragmente sind dünn aber steif wie Kartenblätter. Im Risse ist dieses Papier sehr kurzfaserig, wenn man es aber im Wasser aufweicht, so lassen sich aus der Papiermasse Fasern präparieren, die eine Länge von 10—15 *mm* haben, einzelne sind noch länger. Da diese langen Fasern selbst nur Fragmente von Bastzellen sind, so folgt, dass ein sehr langfaseriges Rohmaterial zur Verfertigung dieses Papiers gedient haben musste.

Die Fasermasse besteht nur aus Bastzellen. »Leitende Nebenbestandtheile« fehlen. Die Bastzellen rühren von einer dicotylen Pflanze her und sind völlig unverholzt. Der Zustand der Faser und der Mangel an Nebenbestandtheilen erschweren die Bestimmung. Doch ist sicher, dass zum mindesten zwei verschiedene Bastfasern vorliegen, von denen ich eine für Lein-, die andere für eine Boehmeriafaser halte. Wenn die Nebenbestandtheile fehlen und sonst keine Anhaltspunkte für die Bestimmung gegeben sind, so haftet der Bestimmung doch eine gewisse Unsicherheit an, namentlich, wenn die Faser weitgehende Zerstörungserscheinungen zeigt. Es fehlen dann sogar jene Kriterien, welche aus den Dimensionen der Länge und

Dicke zu entnehmen sind. Da aber Spuren von Garnfäden in dem Papiere nachweislich sind und diese Garnfäden aus Bastzellen bestehen, welche nach ihrem ganzen Verhalten als Leinenfasern anzusprechen sind, so wird hiedurch die Wahrscheinlichkeit vermehrt, dass in diesem Papier Leinenfaser enthalten ist. Die von mir nach dem ganzen Verhalten als *Boehmeria*-Faser diagnosticierte Faser sah ich in meinen Proben niemals in der Form eines Garnfadens. Es liegt auch hier ein Papier vor, welches entweder gänzlich oder, was mir wahrscheinlicher vorkommt, zum Theile aus Hadern bereitet wurde.

Über die Natur der Farbe, mit welcher dieses Papier tingiert ist, ließ sich mikrochemisch nichts ermitteln. So viel ist aber sicher, dass dieselbe als eine Art Anstrich zur Färbung des Papieres in Verwendung kam, da die Fasern, zumal die aus der inneren Papiermasse genommenen, völlig farblos sind.

Höchst interessant ist aber die Leimung. Dieses Papier ist nämlich mit Stärkekleister, und zwar stark, geleimt. Es ist das erste der bisher beschriebenen alten Papiere, welches mit Stärkekleister geleimt ist. Durch Jodlösung wird die Papiermasse blau gefärbt, besonders stark nach dem Aufkochen derselben und Vorbehandlung mit Salzsäure. Die Stärke wurde selbstverständlich behufs Leimung in die Form des Kleisters gebracht. Dicke eingetrocknete Kleistermassen liegen zwischen den Fasern, und es ist zweifellos, dass der reichliche Zusatz von Stärkekleister zu dem Papiere nicht nur den Zweck hatte, das Papier zu »leimen«, sondern demselben auch einen hohen Grad von Steifheit zu geben. Die Anwesenheit von Stärke ergab sich auch aus anderen Reactionen, auf welche ich bei Besprechung der nächsten Papiersorte (Nr. 15) noch zu sprechen komme. Ich will nur hier bemerken, dass höchstwahrscheinlich Reisstärke zur Leimung dieses Papiers diente. In der vollkommen verkleisterten Masse lassen sich die Stärkekörnchen nicht mehr nachweisen, welche bei den verschiedenen Stärkesorten bekanntlich ihrer Form und Größe nach so verschieden sind, dass man hierauf die Unterscheidung der Stärkearten gegründet hat. Nun fand ich ganz vereinzelt einige eingetrocknete Kleisterklumpen zwischen den Papierfasern vor, bei welchen die Verkleistung nicht vollständig durchgeführt wurde. Und in diesen Klumpen fand ich kleine polyedrische Körperchen, welche sehr wohl mit den Stärkekörnchen des Reis übereinstimmen, aber offenbar infolge schwacher Quellung etwas größer und auch nicht so scharfkantig als unveränderte Reisstärkekörner waren.

Man hat früher angenommen, dass die »Leimung« des alten Papiers durch thierischen Leim erfolgte; auch Traganth wurde als Leimsubstanz angeführt, was sich aber als unrichtig herausgestellt hat. Ich habe zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass die alten arabischen Papiere mit Stärkekleister geleimt worden sind [1]. Es wurde dies von mir in zahlreichen Fällen mit aller Bestimmtheit constatiert und ich war rücksichtlich einzelner Papiere auch in der Lage, zu zeigen, dass nicht nur Weizenstärke zur Leimung, sondern auch in unveränderter Form zur »Füllung« des Papieres verwendet wurde, um dem Beschreibstoffe eine größere Consistenz zu geben. Es hat dann auch Karabacek [2] in den arabischen Quellen die Bestätigung für den Gebrauch der Weizenstärke zur Papierbereitung erbracht.

Die mit Stärkekleister geleimten arabischen Papiere stammen aus dem IX. Jahrhundert und aus späteren Zeiten und, da die ältesten arabischen Papiere aus der zweiten Hälfte des VIII. Jahrhunderts stammen, so ist es unter der Voraussetzung, dass das in Rede stehende Papier aus dem VII. Jahrhundert stammt, fraglich, ob die Araber die Erfindung der Stärkeleimung gemacht haben. Da unser Papier (Nr. 14) chinesischen Ursprunges ist, so muss unter der gemachten Voraussetzung die Erfindung der Stärkeleimung des Papieres den Chinesen zugesprochen werden. Ich werde bei Vorführung anderer ostturkestanischer Papiere noch Gelegenheit haben, auf die Leimungsfrage zurückzukommen und will hier nur bemerken, dass die Chinesen ihr Papier beschreibbar machen mussten, da es ja sonst seiner Hauptaufgabe nicht entsprochen hätte, und dass sie, wie wir weiter unten sehen werden, die verschiedensten Mittel zu diesem Zwecke ausfindig machten.

---

[1] Die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere. Separatabdruck S. 46 ff.

[2] Das arabische Papier. Separatabdruck S. 52.

Noch möchte ich in Betreff der Stärkeleimung von Nr. 14 folgendes bemerken. Reagiert man auf die Kleistermasse mit wässeriger Jodlösung, so erhält man allerdings eine Blaufärbung; aber bei aufmerksamer Betrachtung ergeben sich alle Übergänge in der Färbung von blau bis violett und von violett bis roth und braun. Es muss dies auf den Gedanken führen, dass hier ein partieller Umsatz von Stärke in Dextrin stattgefunden habe. Man wird da sofort zu der Annahme geleitet, dass das Papier einer erhöhten Temperatur ausgesetzt gewesen sein mochte, da ja hiebei der genannte Umsatz sich einstellt. Es muss aber doch eine andere Ursache dieses Umsatzes angenommen werden, da bei jener Temperatur (180 bis 190° C.), bei welcher Stärke in Dextrin übergeht, die Cellulose bereits stark gebräunt wird. Die Bastfasern dieses Papieres zeigen aber diese Färbung durchaus nicht. Nun gibt es aber zahlreiche andere Verhältnisse, unter denen Stärke in Dextrin übergeht. Wahrscheinlich waren Fermentorganismen hierbei im Spiele, die während der Lagerung dieser Papiere auf den Stärkekleister einwirkten.

Nr. 15.

Hoernle, Report, p. 19. Second Set. Nr. 2 Pothi. Plate II, Fig. 4. Schrift: Aufrechte Guptacharaktere. Sprache: Nicht identificiert, indes untermischt mit religiösen Sanscritausdrücken. Fundplatz unbekannt. Nach brieflichen Mittheilungen des Herrn Prof. Hoernle wahrscheinlich Dandan Uiliq. Alter: wahrscheinlich VII. Jahrhundert.

Nr. 15 ist das merkwürdigste und insbesondere rücksichtlich der Leimung interessanteste der mir zur Untersuchung übermittelten alten Papiere; es erfordert eine eingehende Besprechung.

Das mir unter Nr. 15 übersendete Papiermuster besteht aus neun kleinen Fragmenten. Die einzelnen Stücke schwanken in ihrer Flächengröße zwischen 0·5 und 2 *cm*². Von diesen neun Fragmenten gehören acht allem Anscheine nach einem und demselben Manuscripte an oder repräsentieren wenigstens die gleiche Papiersorte, da sie nicht nur im Aussehen, sondern auch im mikroskopischen Verhalten mit einander übereinstimmen, während das neunte Stück, makroskopisch betrachtet, einen total anderen Charakter an sich trägt. Mikroskopisch untersucht ist indes der Unterschied geringer als man nach dem Aussehen anzunehmen geneigt wäre.

Ich bezeichne die acht untereinander übereinstimmenden Fragmente mit Nr. 15 *A* und das neunte mit Nr. 15 *B*.

Alle neun Fragmente sind beschrieben, und zwar, wie ich gleich bemerken will, mit einer Ruß- oder Kohlentinte (Tusch), wie das Verhalten gegen Chromsäure lehrt, welche diese Tinte nicht angreift.

Nr. 15 *A* bildet eine weiche, weißlich gelbe, stellenweise etwas ins Braune geneigte Filzmasse, aus welcher sich bis 25 *mm* lange Fasern herauspräparieren lassen. Diese Fasern sind Bastzellen, oder richtiger gesagt, Bastzellenfragmente, da gewöhnlich alle beide Enden oder ein Ende künstlich durch Zerreißen entstanden sind. Diese Bastzellen haben also gewiss eine sehr beträchtliche Länge.

Hingegen bildet Nr. 15 *B* eine harte steife, im ganzen licht bräunliche Masse. Ein Theil dieses Papierstückes ist dick,opak, der übrige dünn, durchscheinend. Sowohl in der dicken als in der dünnen Partie befinden sich eingestreut größere — ein paar Quadratmillimeter messende — ziemlich deutlich abgegrenzte Papiermassen von dunklerer Farbe. Diese dunklen Massen enthalten nur verhältnismäßig wenige Fasern und bestehen vorwiegend aus einer homogenen, von Körnchen untermischten leimartigen Masse von dunkler Farbe. Im Wasser quillt diese Masse nur wenig auf, etwas stärker in kochendem Wasser. Durch Salzsäure wird sie heller gefärbt, durch Kalilauge desgleichen und transparenter, von Alkohol wird sie nicht gelöst. Offenbar ist in diesen dunkleren Flecken des Papiers die Leimungsmasse in überreicher Menge angesammelt; diese dunklen Partien sind somit als Fehler im Papiere anzusehen. Durch Jodlösung wird diese Leimungsmasse nicht gebläut. Auch die normal geleimten Partien werden durch Jodlösung nicht gebläut. Dadurch aber unterscheidet sich Nr. 15 *A* auffallend von Nr. 15 *B*. Ersteres wird nämlich durch Jodlösung mehr oder minder stark blau oder violett gefärbt. Auf die Natur dieser Leimungsmasse komme ich weiter unten zurück. Hier wollte ich nur hervorheben,

dass Nr. 15 A von 15 B sich nicht nur äußerlich durch die Consistenz, sondern auch durch eine in der Leimung begründete Reaction unterscheidet.

Die Prüfung der Papierfragmente Nr. 15 *A* auf die Faser ergab, dass die Fasermasse — abgesehen von offenbar nur zufälligen Bestandtheilen, welche auf Staub zurückzuführen sind — ausschließlich aus Bastzellen besteht. Die Faser ist stark angegriffen, zum Theile sogar in lange, riemenförmige Stücke aufgelöst. Infolge dieses starken mechanischen Angriffes ist es schwer, die Faser genau zu bestimmen. Man muss sich zunächst an die noch wohlerhaltenen Fasern, beziehungsweise an einzelne Partien der Fasern halten, welche noch ziemlich intact erscheinen. Die ganz außerordentliche Länge der Bastzellen, auf welche die an sich schon sehr langen Fragmente der Fasern schließen lassen, führten mich auf den Gedanken, in ihnen die Bastfaser der Ramie *(Boehmeria nivea)* oder einer verwandten *Boehmeria* zu vermuthen. Ich bin da wirklich auf die richtige Fährte gekommen, denn alle anderen Merkmale, welche ich an den unverletzten Partien der Faser auffand, sprachen für Ramie oder doch für eine nahe verwandte Faser, vor allem die Dimension des Querschnittes und andere morphologische Eigenthümlichkeiten, durch welche die *Böhmeria*-Faser ausgezeichnet ist [1]. Besonderes Gewicht lege ich auf eine Eigenthümlichkeit, welche ich bis jetzt noch an keiner anderen zu textilen Zwecken benützten Bastfaser auffand. Es ist dies das Auftreten von kleinen Stärkekörnchen, und zwar in den Bastzellen selbst. Die Stärkekörnchen kommen manchmal in der Ramiefaser so reichlich vor, dass diese durch Jodlösung eine schwach bläuliche oder violette Farbe annimmt. Nun wird, wie ich schon oben erwähnte, das Papier Nr. 15 *A* durch Jodlösung bläulich oder violett, aber diese Färbung hat mit der in der Faser auftretenden Stärke nichts zu thun und ist nur eine Reaction auf die Leimung; die sogenannten Leimsubstanzen liegen außerhalb der Faser. Es ist mir aber gelungen, die innerhalb der Bastzellen auftretenden Stärkekörnchen durch Jodlösung nachzuweisen. Die Menge der im Inneren der Bastzellen auftretenden Stärke ist wohl eine außerordentlich geringe, was nicht Wunder nehmen kann, da an und für sich die Menge der Stärke in der ganz unveränderten Bastzelle von *Boehmeria tenacissima* gewöhnlich keine große ist und die Proceduren bei der Erzeugung des Papiers und die Schicksale des Papiers während des Jahrhunderte langen Lagerns wohl dazu beigetragen haben, einen Theil der im Inhalte der *Boehmeria*-Faser auftretenden Stärkekörner zu zerstören.

Unter allen ostasiatischen Nesseln hat keine als Textilpflanze eine so große Bedeutung als die Ramiefaser oder das Chinagras und keine so große Culturausdehnung der Stammpflanze, denn diese wird in China sowohl als in Indien, und zwar seit alter Zeit gezogen. Es ist deshalb die größte Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass in dem vorliegenden Falle die Ramiefaser als Papierfaser auftritt. Da aber auch zahlreiche andere ostasiatische *Boehmeria*-Arten in den Heimatsländern seit alter Zeit als Fasergewächse gebraucht werden, deren Fasern der Ramie sehr ähnlich sind, so ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass hier nicht die Bastfaser der *Boehmeria nivea*, sondern einer nahe verwandten Art vorliegt. Es dürfte aber kaum möglich sein, an der Hand des vorhandenen Materiales die Frage endgiltig zu lösen.

Für die Anwesenheit der Ramiefaser im vorliegenden Papiere spricht die schon oben erwähnte Angabe, dass in China diese Faser zur Papierfabrication Verwendung fand, insbesondere zur Herstellung der besten Beschreibstoffe, nämlich für besonders wichtige Documente [2].

Da die *Boehmeria*-Faser als solche zu textilen Zwecken und auch zu Tauen, Netzen u. dgl. Verwendung fand, so entsteht die Frage, ob diese Faser als solche oder, nachdem sie vorher als Textilobject oder in anderer Weise zubereitet Dienste geleistet hat, zur Papierbereitung benützt wurde.

Der Literatur ist in dieser Beziehung, so viel mir bekannt geworden ist, nur zu entnehmen, dass die Bastfasern der *Boehmeria* in China nicht nur zur Darstellung von Webeproducten und durch Seilerarbeit gewonnenen Objecten, sondern auch zur Papierbereitung diente und auch jetzt noch dient. Nirgends finde ich bemerkt, dass die als Textil- oder sonstwie (als Tau, Netz etc.) zuerst benützte Faser später zur Papierbereitung

[1] Die Ramiefaser ist sehr eingehend beschrieben in Wiesner, Rohstoffe, 2. Aufl. (Leipzig) Bd. II (1902), S. 318 ff.

[2] Karabacek, l. c., p. 29.

verwendet wurde. Doch sind wohl die diesbezüglichen Literaturangaben unvollständig. Die materielle Untersuchung der unter Nr. 15 *A* vereinigten Objecte hat keinen Anhaltspunkt ergeben, welcher auf der Papierbereitung vorangegangene Benützung der Faser schließen ließe. Wohl aber ergaben Versuche, welche mit der unveränderten *Boehmeria*-Faser angestellt wurden, dass die *Boehmeria*-Faser durch einen Stampfprocess in jenen Zustand gebracht wurde, in welchem sie im Papier erscheint.

Es ist also so ziemlich als gewiss anzunehmen, dass die Faser der Papiere Nr. 15 *A* aus Ramiefaser bereitet wurde, und wohl wahrscheinlich, dass es die rohe Faser war, welche durch einen Stampfprocess in jene Form gebracht wurde, in welcher sie im Papier erscheint.

Neben der mechanisch sehr angegriffenen *Boehmeria*-Faser findet sich in demselben Papier eine sehr charakteristische und verhältnismäßig besser erhaltene Faser vor, die ich für die Bastfaser aus der Rinde einer Thymelaeacee halte.

Die Faser von Nr 15 *B* scheint mit der von Nr. 15 *A* übereinzustimmen, doch ließ sich die Gegenwart der Ramie- oder einer sehr nahe verwandten Faser hier nicht mit gleicher Sicherheit wie dort erkennen. Namentlich ist es mir nicht gelungen, die für die *Boehmeria*-Faser so charakteristischen Stärkekörnchen im Zellinhalte nachzuweisen. Dieselben sind, wenn hier gleichfalls Ramie vorliegen sollte, zerstört worden.

Ich komme nun zur Leimung der unter Nr. 15 *A* vereinigten Papierproben. Alle diese Proben gaben mit Jodwasser eine mehr oder minder starke Blaufärbung, welche bei schwachem Auftreten auf Zusatz von Salzsäure deutlicher wurde. Der ungleiche Grad der Blaufärbung dieser Papiere durch Jodlösung hält mich aber nicht ab, sie für gleich zu erklären. Es kommt ja bei alten Papieren häufig vor, dass die Leimungsmasse selbst eines und desselben Papierblattes ungleich erhalten ist.

Die sonstige Übereinstimmung, namentlich in Bezug auf die Faser zwingt gerade zu der Annahme, dass diese acht Fragmente doch derselben Papiersorte angehören, dass aber an denselben die Leimung in verschiedenem Grade erhalten geblieben ist. Dies konnte umso eher angenommen werden, als selbst die einzelnen Fragmente an verschiedenen Stellen in verschiedenem Grade durch Jod gebläut werden. Stellenweise tritt gar keine Bläuung auf; es lässt sich aber dann auch nachweisen, dass an diesen Stellen überhaupt keine Leimung mehr vorhanden ist.

Ich will hier daran erinnern, dass Nr. 15 *B* durch Jod nicht gebläut wird, selbst nicht auf Zusatz von Salzsäure, man also geneigt sein könnte, zu vermuthen, es sei dieses Papier doch mit Nr. 15 *A* identisch, indem hier die jodbläuende Leimungssubstanz gänzlich durch die Schicksale der langen Lagerung verschwunden sei. Diese Annahme ist aber nicht gerechtfertigt, da dieses Papier noch sehr stark geleimt ist. Wie die Consistenz und Steifheit des Papieres und in noch höherem Maße die mikroskopische Untersuchung lehrt, ist Nr. 15 *B* weitaus stärker als Nr. 15 *A* geleimt. Es ist aber dieses Papier Nr. 15 *B* mit einer anderen Substanz geleimt als die acht Fragmente der Nr. 15 *A*.

Ich hätte nun nach meinen bisherigen Erfahrungen nicht daran gezweifelt, dass die durch Jod sich bläuende Leimungssubstanz Stärke ist, wenn ich nicht in allen acht Fragmenten bei aufmerksamer mikroskopischer Untersuchung Bildungen aufgefunden hätte, welche sehr bestimmt darauf hindeuten, dass die hier vorhandene Leimungssubstanz etwas ganz anderes als Stärke oder ein stärkehaltiger Körper ist.

Ich fand nämlich in diesem Papiere (in allen acht Fragmenten!) zahlreiche Zellen, welche ihrer Form nach den Flechtengonidien entsprechen. Diese Zellen sind kugelig, auch manchmal etwas elliptisch mit derber doppelt contourierter Zellhaut versehen, kernlos, mit manchmal noch grünlich erscheinendem Zellinhalte. Auf Jodzusatz wird der Inhalt bräunlich, während die Zellhaut farblos bleibt. Anhaftend treten zarte Hyphen auf.

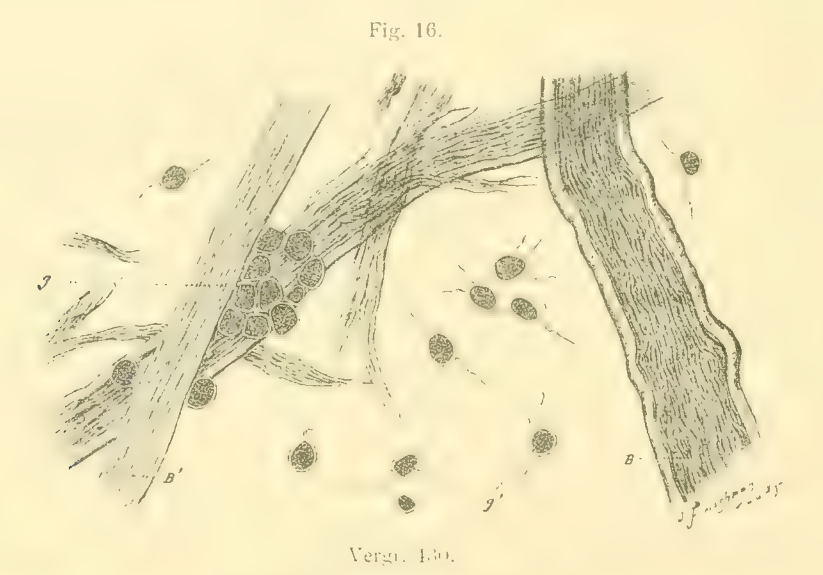
Der Durchmesser dieser Gonidien betrug 0·007—0·010 *mm*. Bei den elliptischen stieg der längere Diameter bis auf 0·012 *mm*. Die Dicke der Membran betrug 0·0012 *mm*. Diese Dimensionen stimmen mit den von mir zum Vergleiche herangezogenen Gonidien von *Cetraria islandica* und *Lecanora esculenta* nahezu überein.

Um das Beobachtungsresultat möglichst sicherzustellen, habe ich mich an einen hervorragenden Specialisten auf dem Gebiete der Flechtenkunde, Herrn Dr. Zahlbruckner, Leiter des Wiener k. und k. botanischen Hofmuseums, gewendet. Er hat meine Papierpräparate gesehen und gelangte nach sorgfältige. Prüfung zu einem meine Beobachtungen bestätigenden Resultate. Auch er fand, dass die betreffenden Bildungen Flechtengonidien mit anhaftenden Flechtenhyphen seien, und bezeichnet sie näher als *Protococcu*-Gonidien.

Allerdings leben die Flechtengonidien auch als Algen frei (Protococcaceen, Pleurococcaceen etc.), einige auch auf feuchten Mauern, feuchten Rinden; es ist aber nicht recht zu verstehen, wie diese Algen in die Papiermasse hineingerathen sein sollten. Es ist nicht ausgeschlossen, dass das Wasser, welches zur Bereitung des Papieres diente, eine Protococcacee oder Pleurococcacee enthielt, oder dass beim Liegen der Manuscripte im Boden eine an mehr trockene Lebensweise angepasste, dieser Familie angehörige Alge in der Papiermasse sich entwickelt habe. Es ist dies aber im hohen Grade unwahrscheinlich.

Es muss nämlich weiter beachtet werden, dass den Gonidien kleine Mengen von Flechtenhyphen anhaften. Es ist mir dies aufgefallen. Auch Herr Dr. Zahlbruckner hat seine Aufmerksamkeit auf diese

Fig. 16.



Vergr. 430.

Eine Partie aus dem Papier Nr. 15 A.

B, B' Fragmente von Bastzellen einer *Boehmeria* (wahrscheinlich *B. nivea*). *g g'* Flechtengonidien. *g'* mit anhängenden Hyphen.

Bildungen gelenkt und findet es ganz ausgeschlossen, dass die fraglichen Gebilde etwas anderes als Flechtengonidien sind.

Welche Flechtenarten hier in Frage kommen, dies zu entscheiden ist schon an und für sich eine schwere Sache. Mit dem minutiösen mir zu Gebote gestandenen Untersuchungsmateriale dieser Frage näherzutreten, ist ganz aussichtslos.

Die Flechten enthalten nun eine gelatinierende Substanz, welche durch Jod blau oder violett wird, sich also ähnlich wie Stärke und Stärkekleister verhält. Diese gelatinöse Masse bindet beim Eintrocknen. Was als Leimungsmateriale in Nr. 15 *A* auftritt, ist, wie ich weiter unten noch näher darlegen werde, eine aus Flechten irgendwie dargestellte Gelatine. Ich kann hieran nach meinen mikroskopischen Befunden nicht zweifeln. Wohl finden sich stellenweise die Gonidien frei zwischen den Fasern des Papieres. Aber nicht selten sind sie in eine homogene von Flechtenhyphen durchzogene Masse eingebettet. Wird diese Masse mit wässeriger Jodlösung behandelt, so wird sie blau, während der Inhalt der Gonidien eine goldgelbe Farbe annimmt.

Eine genaue mikroskopische Untersuchung, bei welcher das Augenmerk sowohl auf die Flechtenhyphen als auf die eigentliche Pflanzenfaser gelenkt wurde, führte zu dem Resultate, dass erstere in nach-

weislicher Menge in dem Papiere auftreten, und zwar nicht nur, wie schon erwähnt, in Verbindung mit den Gonidien, sondern auch ganz frei. Doch ist die Menge dieser Hyphen im Vergleiche zur eigentlichen Faser des Papieres eine so geringe, dass man nicht annehmen kann, es wäre bei der Erzeugung des Papieres eine Vermehrung der Fasermasse durch Zusatz von Flechten beabsichtigt.

Das Auftreten von Flechtengonidien nebst Flechtenhyphen lässt wohl kaum eine andere Deutung zu als die, dass dieselben Reste einer Flechtenmasse darstellen, welche bei der Erzeugung einer zur Leimung des Papieres dargestellten Gelatine unverändert oder wenig verändert zurückgeblieben sind. Vielleicht sind zerfaserte oder sonstwie zerkleinerte Flechten der Papiermasse zugesetzt worden, in der Absicht, dieselben erst innerhnlb der Papiermasse zum Gelatinieren zu bringen. Ich finde nicht den Weg, um aus dem fertigen Producte, wie es heute vorliegt, abzuleiten, wie die Flechte zur Papiererzeugung herangezogen wurden. Es ist aber immerhin eine wichtige Thatsache, dass man Papier erzeugt hat, welches einen Zusatz von Flechten erhielt. Nunmehr wird die oben (S. 8) [590] mitgetheilte Angabe, dass man in einigen chinesischen Gebieten Papier aus Flechten erzeugt habe, nicht ganz aus der Luft gegriffen erscheinen. Aber nach dem, was das Papier Nr. 15 *A* gelehrt hat, wird diese Angabe dahin einzuschränken sein, dass man Flechten als Zusatz bei der Papierbereitung benützt hat, um das Papier zu leimen.

Nachdem die Stärke dieselbe Jodreaction gibt wie die jodbläuende Substanz der Flechten (Isolichenin), so wird die Frage angeregt, ob nicht neben der Flechtengelatine auch noch Stärkekleister zur Leimung des Papieres Nr. 15 *A* verwendet worden sei.

Es ist dies von vornherein sehr unwahrscheinlich. Denn welchen Zweck soll es haben, beide Substanzen in Anwendung zu bringen, nachdem im wesentlichen jede der Substanzen die gleiche Aufgabe erfüllt, nämlich das Papier steifer, consistent und beschreibbar zu machen. Dass Stärke in der Leimungsmasse nicht vorhanden ist, schließe ich aus folgender Thatsache: Stärke löst sich leicht im Kupferoxydammoniak, das Isolichenin aber nicht. Werden nun die in zusammenhängenden Massen auftretenden Leimungssubstanzen mit Kupferoxydammoniak behandelt, so tritt keine bemerkliche Veränderung, vor allem keine Lösung ein.

Ich komme nun zu einer schwierigen Frage: Womit ist das Papier Nr. 15 *B* geleimt? Wie schon bemerkt, wird die hier reichlich vorhandene Leimungsmasse durch Jod nicht gebläut. Ich dachte nun, dass hier Leim oder, was bezüglich alter Papiere häufig angegeben wird, Traganth [1] zur Leimung verwendet wurde. Aber die Millon'sche Reaction [2] blieb hier ebenso aus wie die Orcin-Salzsäurereaction [3]. Ich dachte an die Anwendung einer harzigen Substanz, aber das Verhalten gegen Kali und Alkohol entschied auch hier in negativem Sinne.

Nachdem alle diese Versuche fehlschlugen, nahm ich eine neuerliche mikroskopische Prüfung vor. Nach langem Herumsuchen stieß ich zu meiner Überraschung auf Flechtengonidien, die aber nur sehr spärlich und in einer Form auftraten, welche von der natürlichen abwich. Die Zellen waren mehr minder stark deformiert, nur wenige in fast unverändertem Zustande. Übergänge von diesen zu den stark deformierten ergaben den sicheren Nachweis, dass auch in dem Papier Nr. 15 *B* Flechtengonidien auftreten. In den großen Leimungsmassen und zwischen der Faser fanden sich dann auch noch Flechtenhyphen. Es ist also auch zu diesem Papiere ein Flechtenzusatz behufs Leimung gemacht worden.

Warum wird aber dieses Papier durch Jodlösung nicht gebläut? Auch diese Frage konnte in befriedigender Weise gelöst werden. Die Membranen der Flechtenhyphen und anderer Zellen des Flechtengewebes (Asci, Ascosporen, Paraphysen etc.) bestehen aus verschiedenen isomeren Substanzen, insbesondere Lichenin und Isolichenin, welche sich der Jodlösung gegenüber verschieden verhalten. Das Lichenin wird durch Jodlösung nicht gebläut, wohl aber das Isolichenin. Die Menge des Lichenins und des Isolichenins ist in den Membranen der Flechten eine verschiedene. Das Isolichenin kann auch gänzlich

---

[1] Die Faijûmer und Uchmûneiner Papiere, S. 47.

[2] Ebenda.

[3] Ebenda.

fehlen. Wenn ich die bekannte isländische Flechte *(Cetraria islandica)* aufquellen lasse und mit wässeriger Jodlösung behandle, so nimmt sie eine tief indigoblaue Farbe an. Wende ich diese Reaction auf die bekannte Bartflechte *(Usnea barbata)* an, so färbt sie sich etwas grünlich- blau und erst mikroskopisch finde ich, dass die Hyphen durch Jod blau werden. Wenn ich eine unfruchtbare Lungenflechte *(Sticta pulmonaria)* nach dem Kochen im Wasser mit wässeriger Jodlösung behandle, so tritt keine Blaufärbung der Masse ein und auch unter Mikroskop erscheinen die Hyphen unverändert. Das gleiche Verhalten zeigt die gemeine Wandflechte *(Parmelia parietina)*; aber die Asci und Paraphysen dieser Flechte werden durch Jodlösung intensiv blau gefärbt. Offenbar hat man zur Papierbereitung Flechten gewählt, welche unfruchtbar waren (wie zum Beispiel die überwiegende Masse der *Cetraria islandica*; in den käuflichen isländischen Flechten sucht man vergebens nach Apothecien), denn im Papier ist keine Spur von Ascis zu entdecken.

Es gibt also Flechten, deren ganzes Lager durch Jod gebläut wird, und andere, welche diesem Reagens gegenüber sich indifferent verhalten, weil sie kein Isolichenin enthalten.

Alles in allem genommen, kann man sagen: Sowohl das Papier Nr. 15 *A* als Nr. 15 *B* ist unter Zusatz von Flechten bereitet worden; aber zu Nr. 15 *A* wurde eine Flechte benützt, welche reich an Isolichenin ist, also durch Jodlösung eine intensiv blaue Farbe annimmt, während zur Bereitung von Nr. 15 *B* eine Flechte verwendet wurde, die kein Isolichenin enthielt, also durch Anwendung von Jodlösung nicht gebläut wird.

Der Flechtenzusatz hatte den Zweck, das Papier zu leimen und dadurch beschreibbar und bei größerem Zusatze consistent und steif zu machen. Dieser Zweck konnte nur dadurch erreicht werden, dass die Flechten in eine Gelatine umgewandelt wurde. Erst die eingetrocknete Gelatine »bindet« und, erst in diesem Zustande dem Papiere einverleibt, ist dieses »geleimt«. Es ist schon erwähnt worden, dass aus dem fertigen Papier nicht abgeleitet werden kann, in welcher Weise die Flechten zur Leimung des Papieres herangezogen wurden, ob nämlich die Gelatinierung innerhalb der Papiermasse vollzogen wurde oder ob, wie etwa bei der Stärkeleimung, dem bereits geschöpftem Papiere die Flechtengelatine zugefügt wurde.

Nr. 15 ist wohl zweifellos ein Rohfaserpapier, welches aus Ramie oder der Bastfaser einer verwandten *Böhmeria*, ferner aus der Bastfaser einer Thymelaeacee besteht und durch einen Flechtenzusatz in irgend einer Weise geleimt wurde.

Nr. 16—54.

Unter diesen Papieren fand sich kein einziges antikes. Sie waren aber doch insoferne immerhin der Untersuchung wert, als sie Anhaltspunkte zur Bestimmung des Papieres der als echt anerkannten alten Manuscripte zu geben geeignet waren, da sie in neuerer oder neuester Zeit in jenem Gebiete erzeugt wurden, aus welchem wahrscheinlich viele der alten Manuscripte stammen, nämlich aus Indien, Central- und Ostasien. Die meisten boten kein weiteres Interesse dar, da sie aus den jetzt üblichen Materialen bereitet wurden.

Größere Aufmerksamkeit verdienten nur die Nummern 22 und 54.

Nach brieflichen Mittheilungen des Herrn Prof. Hoernle (Oxford, 10. April 1900) hat Balfour in Oxford das mit Nr. 22 bezeichnete Papier als ein aus Seide erzeugtes erklärt. Aber meine Untersuchungen konnten diese Angabe nicht bestätigen. Es besteht durchaus aus vegetabilischen Fasern, und zwar aus der Bastfaser von *Daphne cannabina* oder einer nahe verwandten Thymelaeacee. Hadernmasse konnte darin nicht nachgewiesen werden.

Das Papier Nr. 54 wurde nach brieflicher Mittheilung des Herrn Prof. Hoernle an mich vom 10. April 1900 im Museum zu Kew untersucht. Sehr richtig wurde diese Faser als die einer Monocotylen bezeichnet. Aber der Angabe, dass die Fasern dieses Papieres am genauesten mit den von *Stipa splendens* oder von *Phragmites communis* übereinstimmen, kann ich nicht beipflichten. Ich habe oben eine genaue Charak-

teristik dieser beiden Fasern gegeben und kann mit aller Bestimmtheit diese beiden Fasern ausschließen. Hingegen konnte ich constatieren, dass dieses Papier ganz und gar aus Bambusrohrfasern besteht. Auch dieses Papier ist mit Stärkekleister geleimt. Aus diesen Befunden kann mit Wahrscheinlichkeit abgeleitet werden, dass Nr. 22 indischen und Nr. 54 chinesischen Ursprunges sei.

Nr. 55—62.

Nach brieflicher Mittheilung des Herrn Prof. Hoernle sind alle diese Papiere indische Producte und die betreffenden Manuscripte stammen aus dem XVII. und XVIII. Jahrhundert. Schrift und Sprache dieser Manuscripte gehören durchaus dem Sanscrit an.

Nr. 55 stammt aus Nordindien und ist datiert 1614. Nr. 56 kommt gleichfalls aus Nordindien, ist aber viel jünger, nämlich datiert vom Jahre 1759. Die Nr. 57—61 sind gleichfalls nordindischen Ursprunges und rühren aus dem XVII. oder XVIII. Jahrhundert her. Nr. 62 ist das älteste dieser Papiere. Das betreffende Manuscript wurde im Jahre 1604 geschrieben und stammt aus Nepal.

Diese Papiere sondern sich in zwei Gruppen *A* und *B*. Die Papiere der Gruppe *A* sind kurzfaserig, werden durch Jod deutlich bis stark gebläut, führen nämlich eingetrockneten Stärkekleister, und bei mikroskopischer Untersuchung erkennt man, dass die Fasern außerordentlich stark mechanisch angegriffen sind. Offenbar wurde die Fasermasse durch starkes Zerstampfen hergestellt.

Die Papiere der Gruppe *B* bestehen hingegen aus sehr wohl erhaltenen Fasern, und es lässt sich durch Jod, selbst nach Vorbehandlung mit Salzsäure die Gegenwart stärkehältiger Substanz nicht nachweisen. Die hier auftretende Faser hat früher keine textile oder anderweitige Verwendung gefunden, was man aus ihrem fast unveränderten Zustande schließen muss. Es bleibt somit keine andere Annahme übrig als die, dass hier eine Rohfaser vorliegt. Wie kommt es aber, dass dieselbe in so intactem Zustande dem Papiere angehört? Entweder ist sie in dem Zustande, in welchem sie gewonnen wurde, schon von Natur aus so feinfaserig gewesen, dass ganz schwache mechanische Angriffe genügten, um sie gänzlich in freie Fasern zu zerlegen, oder es ist irgend ein Macerationsverfahren in Anwendung gebracht worden, durch welches der zusammenhängende Bast in seine faserförmigen Zellen zerlegt wurde.

Dass am Stamme einer lebenden Pflanze ein vollkommen macerierter Bast vorkommen sollte, ist ganz undenkbar, es wäre denn, dass die über dem todten Bast liegenden lebenden Gewebe von Natur aus zerrissen wurden, auf diese Weise der Bast frei zu liegen gekommen wäre und so dem macerierenden Einflusse der Atmosphärilien preisgegeben gewesen wäre. Eine Bloßlegung todten Bastes kommt nun allerdings an manchen Holzgewächsen vor, sie tritt aber doch immer nur so beschränkt auf, dass es kaum lohnend erscheint, einen solchen natürlich macerierten Bast zu sammeln. Es ist viel wahrscheinlicher, dass die Rinde von dem betreffenden Baume oder Strauche als Ganzes abgenommen und dieselbe einer künstlichen Maceration unterworfen wurde. Ob dies durch eine Art von Rösten oder durch chemische Mittel geschah, wie man heute etwa die Holzcellulose oder die Strohcellulose oder die Espartofaser darstellt, wird sich wohl kaum ermitteln lassen.

Nach dem mikroskopischen Befunde ist absolut nicht zu zweifeln, dass hier Bastfasern, und zwar unverholzte Bastfasern einer dicotylen Pflanze vorliegen. Es ist aber weiter als höchst wahrscheinlich anzunehmen, dass diese Faser aus der Rinde durch ein Röst- oder ein sonstiges Macerationsverfahren gewonnen wurde.

In die Gruppe *A* gehören die Nr. 55, 56, 57, 58, 60 und 61.

In die Gruppe *B* gehören die Nr. 59 und 62.

Die Papiere der ersten Gruppe stimmen auch äußerlich untereinander überein, sie haben die Farbe der vergilbten Papiere zum Theile in sehr lichten Tönen und sind wie alle stark geleimten Papiere dicht im Gefüge und »fließen« nicht oder wenig.

Hingegen haben die Papiere der zweiten Gruppe eine dunkle, braune Farbe, sind weich, faserig, am Rande fast wollartig und »fließen« stark.

Nach meinen obigen Auseinandersetzungen über Hadern- und gemischte Papiere, d. i. solche, welche theils aus Hadern, theils aus Rohfasern dargestellt wurden, sollte man annehmen, dass die Papiere der Gruppe *A* Hadernpapiere oder gemischte Papiere seien, wofür ja auch der Umstand spricht, dass alle diese Papiere mit Stärke, und zwar auffallend stark geleimt sind, was ja gerade bei alten Hadernpapieren von mir häufig constatiert wurde. Sind ja alle alten, bisher untersuchten arabischen Papiere durchaus aus Hadern erzeugt und mit Stärke geleimt.

Nun spricht aber gegen diese Annahme zweierlei. Vor allem: Es ist mir trotz großer Mühe nicht gelungen, Spuren von Garnfäden in diesen Papieren aufzufinden oder sonst eines jener Merkmale zu constatieren, welches auf Hadernfasern hinweisen würde. Sodann: An jenen zermalmten Fasern, an denen einzelne halbwegs intacte Stellen vorkommen, welche zur Bestimmung der Faserart herangezogen werden können, ließ sich kein Kennzeichen finden, welches auf eine bekanntere Textilfaser Indiens (Baumwolle, Jute oder eine juteartige Faser, Garn etc.) hinwiese. Wohl aber stimmen diese intacten Stellen mit jenen halbwegs unveränderten Fasern, welche zwischen der arg zerstampften Hauptmasse liegen. Deshalb darf man nicht annehmen, dass hier ein aus Hadern und Rohfasern gemischtes Papier vorliegt, sondern eine einheitliche Fasermasse, und zwar meine ich, dass man hier nur eine Rohfaser annehmen kann, welche mehr oder weniger stark zerstampft ist.

Nach meinem Dafürhalten sind alle diese indischen Papiere aus Rohfasern bereitet, aber auf zweierlei Art: die der Gruppe *A* angehörigen durch heftiges Stampfen, die der Gruppe *B* durch irgend ein Macerationsverfahren.

Der starke mechanische Angriff der Fasern der ersten Gruppe erschwert die Bestimmung der Faserart ebenso wie die gut durchgeführte Maceration der Fasern zweiter Gruppe, weil alle »leitenden Nebenbestandtheile« verloren gegangen sind. Deshalb kann ich mich nur mit Vorsicht über die Faserqualität dieser Papiere äußern. Ich halte dafür, dass hier durchaus Thymelaeaceenfasern vorliegen. Aber *Edgeworthia* und *Wickstroemia*, desgleichen *Lasiosiphon* sind gewiss auszuschließen; eher ist eine *Daphne*-Art anzunehmen.

Nr. 63.

Bezüglich dieses Papieres theilte mir Herr Prof. Hoernle folgendes mit. Fundort: Bengalen. Alter: XVII. oder XVIII. Jahrhundert. Schrift und Sprache: Sanscrit.

Es gehört nach den Mittheilungen des Übersenders in dieselbe Reihe wie die Papiere Nr. 55—62. Äußerlich stimmt es mit den Papieren der Gruppe *A* (Nr. 55—58, 60 und 61) überein. Doch ergaben meine Untersuchungen so weitgehende Abweichungen von den Papieren Nr. 55—62, dass ich es abgesondert zu behandeln für nöthig fand.

Während alle Papiere der Gruppe *A* direct durch wässerige Jodlösung gebläut wurden, zeigte Nr. 63 selbst nach Vorbehandlung mit Salzsäure — makroskopisch — keine Bläuung. Nur durch mikroskopische Untersuchung fand ich ganz vereinzelt den Fasern anhaftende eingetrocknete Kleisterspuren, auf die ich weiter unten noch zu sprechen komme.

Im Risse ist dieses Papier nicht kurzfaserig wie die Papiere der Gruppe *A*, sondern zeigt hiebei Fasern, die eine Länge bis 10 *mm* aufweisen. Duch Aufweichen und Freilegen mit der Nadel kann man auch noch längere Fasern aus der Papiermasse herauspräparieren.

Mit Phloroglucin und Salzsäure behandelt, erkennt man auf dem Papiere vereinzelte sich röthlich färbende Fasern. Es kommen also neben der Hauptmasse gänzlich unverholzter Fasern auch solche vor, welche — wenn auch nur schwach — verholzt sind. Es deutet also schon diese Reaction auf mindestens zweierlei Faserarten hin.

Die mikroskopische Untersuchung zeigt, dass ein Theil der Fasern in sehr hohem Grade zertrümmert und zerrissen ist. An verhältnismäßig wenig zertrümmerten Partien fand ich hier und dort die schon

genannten eingetrockneten Kleisterspuren. Unter den wenig oder gar nicht angegriffenen Fasern sah ich, in natürlichen Gruppen vereint, die früher genannten verholzten Stränge.

Die mikroskopische Untersuchung der mechanisch stark angegriffenen Fasern hat rücksichtlich ihrer botanischen Provenienz kein positives Resultat ergeben. Die unverletzten oder nur wenig verletzten Fasern stammen durchwegs vom Baste dicotyler Gewächse her, sind aber verschiedener Art. Ich fand darunter Thymelaeaceenfasern, ferner die Faser des Papiermaulbeerbaumes, endlich die schwach verholzten Bastfasern, die sich jedoch nicht bestimmen ließen.

Ich stehe hier vor einem Räthsel. Ich weiß nicht zu entscheiden, ob die mechanisch stark angegriffenen Fasern von Hadern herrühren. Die Stärkespuren sprechen für diese Vermuthung; aber die Ähnlichkeit der zertrümmerten Fasermasse mit der analogen Masse der Papiere der Gruppe *A* lässt sich mit der Annahme, dass hier Hadernpapier vorliegt, nicht gut in Einklang bringen. Sollte man im XVII. oder gar noch im XVIII. Jahrhundert in Indien Hadern und zum mindesten drei Arten von Rohfasern gemengt haben, um daraus ein Papier zu erzeugen? Das wäre ja ein Rückschlag in das älteste Verfahren der Erzeugung gefilzter Papiere gewesen.

Es kommt mir plausibler vor, anzunehmen, dass in Nr. 63 ein Papier vorliegt, welches aus schon gebraucht gewesenen Papieren verschiedener Art dadurch dargestellt wurde, dass man die ganze Masse neuerlich durch Einstampfen u. dgl. in Papier umwandelte [1]. Doch ist vielleicht diese ganze Aufstellung unrichtig; sie wurde nur gemacht, um das Auftreten höchst verschiedener Fasern in einem und demselben Papier in einigermaßen annehmbarer Form verständlich zu machen. Weist man aber diese Aufstellung zurück, so muss angenommen werden, dass man selbst im XVII. und XVIII. Jahrhundert in Indien — vielleicht nur local — die urälteste Methode der Papiererzeugung, bei welcher man höchst verschiedene Rohfasern und auch Hadernmasse zu einer und derselben Papiermasse vereinigt, prakticierte.

Nr. 64—68.

Es sind dies unbeschriebene moderne Papiere aus Nordindien und Turkestan, welche mir Herr Prof. Hoernle übersendete, um etwaige Anhaltspunkte zur Bestimmung alter Papiere der gleichen geographischen Provenienz zu gewinnen. Diese Papiere lehrten aber nichts neues; es waren aus Rohfasern (von Thymelaeaceen und Moraceen) erzeugte, zumeist stark mit Stärke geleimte Papiere, welche kein weiteres Interesse darboten, weshalb ich auf dieselben hier nicht weiter eingehe.

Nr. 69.

Hoernle, Report, p. 25. First Set. (Chinese Documents) Nr. 6 Document und Nr. 10 Document. Schrift und Sprache: Chinesisch. Fundort: Wahrscheinlich Dandan Uiliq. Bezüglich Document Nr. 10, s. auch Hoernle, Journal of the Asiatic Society of Bengal, Vol. LXVI (1897) p. 230, Plate VIII, Nr. 17. Alter: Zweite Hälfte des VIII. Jahrhunderts.

Zur Untersuchung lagen zwei Proben, *a* (7 *cm* lang, 3·5 *cm* breit) und *b* (5 *cm* lang, 1·5 *cm* breit) vor; *a* ist fein, weich, überaus dünn, mit langen, linienförmigen, verlaufenden Falten versehen, grau gelblich, sehr stark »fließend«. *b* ist dick, weich, fast wollig. Durch Jod lässt sich makroskopisch weder in *a*

---

[1] Ich finde nachträglich in Rein, Japan Bd II (Leipzig 1886) S. 467, eine Stelle, wonach Grosier, La Chine VII, p. 120, angegeben wird, dass in China aus altem Papier wieder frisches erzeugt werde und dass die Bewohner eines ganzen Dorfes in der Umgebung Pekings von dem Einsammeln von Papierabfällen leben. Rein l. c. p. 473 führt an, dass auch in Japan eine Umarbeitung von schon gebrauchtem Papiere in neues minderwertiges in großem Maßstabe vorgenommen wird. Von dem Ausgangsgebiete der Papiererfindung — China — hat sich die Kunst, echtes (gefilztes) Papier zu erzeugen, nicht nur nach Japan und den Ländern des Islâms, sondern, wie weiter unten angegeben werden wird, auch nach Indien verbreitet. Es ist deshalb nicht unwahrscheinlich, dass man in Indien dem Beispiele Chinas folgte und altes Papier durch Einstampfen u. dgl. in neues umwandelte, eine Procedur, die jetzt überall dort, wo man die Papierfabrication in großem Maßstabe betreibt, vorgenommen wird.

noch in *b* Stärke nachweisen, selbst nicht nach Vorbehandlung mit Salzsäure. Beide Papierarten sind im Risse langfaserig und es lassen sich aus jeder Faser in der Länge bis 10 *mm* und sogar darüber (eine Faser aus *a* war circa 15 *mm* lang) herauspräparieren.

So wie *a* von *b* makroskopisch unterschieden ist, so zeigt auch die mikroskopische Untersuchung zwischen beiden höchst auffällige Unterschiede. Gemeinschaftlich ist beiden die Zusammensetzung aus dicotylen Bastzellen.

a besteht aus zum großen Theile mechanisch sehr stark angegriffenen Fasern; die Zerstöruug geht hin und wieder bis zur feinsten Zerfaserung der einzelnen Bastzellen. Wo die Fasern noch so weit erhalten sind, dass sie als Bastzellen sich zu erkennen geben, sind hier und dort Incrustationen von Stärkekleister nachweisbar, woraus abzuleiten ist, dass hier nicht Rohfasern, sondern versponnen oder verwebt gewesene Fasern vorliegen, welche mit Stärke appretiert gewesen sind.

Bei dem Umstande, dass die Fasern in sehr weitgehender Weise zerstört sind, ist eine genaue Bestimmung der Fasersorte ausgeschlossen. Die einigermaßen wohlerhaltenen Bastzellenpartien lassen die Aufstellung zu, dass Ramie- oder eine verwandte *Boehmeria*-Faser zur Herstellung jener Gewebe diente, welche als Hadern zur Papiererzeugung genommen wurden.

Auch die Fasern von *b* sind in hohem Grade mechanisch angegriffen, aber man sieht durch den Vergleich, dass in *b* eine beträchtlich widerstandsfähige Faser vorliegt. Auch hier wurde an relativ wenig verletzten Partien der Bastzellen eine Stärkeincrustation beobachtet.

Diese Faserpartien weisen in ihrem morphologischen Charakter auf Lein- oder Hanffaser hin. Von »leitenden Nebenbestandtheilen« ist keine Spur nachzuweisen gewesen. Die nach Vornahme des Kupferoxydammoniak-Reaction sich ergebende Differentialdiagnose zwischen Lein und Hanf entschied für die erstere Faser.

Nr. 70.

Hoernle, Report p. 23. First Set (Chinese Documents) Nr. 1 Document, Plate III. Schrift und Sprache: Chinesisch. Fundort: Wahrscheinlich Dandan Uiliq. Alter: 768 A. D.[1]

Zwei kleine Papierfragmente *a* und *b*. Jedes etwa 2·5 *cm* lang und 1 *cm* breit. *a* vergilbt, am Rande etwas bräunlich, *b* durchaus bräunlich. Beide Fragmente stimmen sonst makroskopisch vollkommen mit einander überein. An beiden ist durch wässerige Jodlösung Stärke schon makroskopisch nachweisbar, stellenweise stärker, an anderen Stellen weniger oder auch nicht; letzteres gilt namentlich von den stark nachgedunkelten Partien, wo die anfangs gewiss starke Stärkeleimung gänzlich oder zum großen Theile geschwunden ist.

Beide Proben sind im Risse langfaserig, und es lassen sich neben 3—4 *mm* langen auch bis 10 *mm* lange Fasern freipräparieren.

a besteht theilweise aus ungemein stark mechanisch angegriffenen Fasern (Hadernfasern) und aus Fasern, welche relativ sehr gut erhalten sind (Rohfasern). Die Hadernfaser ist wegen zu starken Angriffs unbestimmbar; nur so viel lässt sich sagen, dass sie ihrer Provenienz nach mit der Rohfaser nicht übereinstimmt. Letztere konnte als die Bastfaser von *Broussonetia papyrifera* bestimmt werden.

Auch *b* besteht aus Hadern- und Rohfaser. Merkwürdigerweise ist erstere relativ wohlerhalten, nämlich allerdings auch zerfetzt und zerrissen aber dennoch finden sich einzelne Partien, welche eine Bestimmung zulassen. Ich fand darunter Fragmente, welche ich von *Boehmeria*-Fasern und andere, welche ich von Leinenfasern nicht zu unterscheiden vermochte. Einzelne dieser Fasern weisen noch Spuren von Stärkeappretur nach. Ebenso merkwürdig ist, dass die Rohfaser von *b* weniger gut erhalten ist als von *a*. Es liegt eine Moraceenfaser vor, ob von *Broussonetia*, *Morus* oder *Streblus* herrührend, konnte aber nicht

[1] Hoernle, Report l. c. p. 23 heißt es. The document ist dated »the 23 rd day of the 3 rd year of the Tali period«, equivalent to A. D. 768.

entschieden werden. Sehr vereinzelt fanden sich in dieser Papierprobe noch Netzgefäße und poröse Parenchymzellen vor, welche ich nicht weiter zu deuten vermag. Vielleicht rühren sie von einer Verunreinigung her; möglicherweise deuten sie aber auf eine Rohfaser hin, welche neben der schon genannten zur Bereitung dieses Papiers diente.

Da die zur Untersuchung vorgelegten Papierstreifen sehr klein waren, so ist es mit Rücksicht auf den Umstand, dass diese primitiven Papiere wohl nicht als vollständig homogen anzunehmen sind, gar nicht ausgeschlossen, dass dieselben einem und demselben Papierblatte angehörten.

Nr. 71—84.

Nachdem ich alle wichtigeren Papiere von Nr. 1 an bis Nr. 70 möglichst eingehend geschildert habe kann ich rücksichtlich der noch übrig bleibenden mich kürzer fassen. Unter diesen 14 Nummern finden sich zum Theile Papiere, welche von Dr. Stein als Fälschungen nachgewiesen wurden, ferner Proben von Papieren, welche schon früher abgehandelt wurden, aber auch einige Papiere chinesischer, indischer und persischer Manuscripte, die sich zumeist aber doch nur als Wiederholungen von schon abgehandelten Objecten darstellen, so dass ich mich auf einige Bemerkungen beschränken kann.

Die Papiere der als gefälscht nachgewiesenen Manuscripte (Nr. 71—74) waren durchaus aus Moraceenbastfasern bereitet. Mehrere hatten wie die schon früher erwähnten Papiere gefälschter Manuscripte das gebräunte Aussehen alter Papiere. Gerade bei einigen dieser Papiere fiel mir eine auf Fälschung hinweisende Eigenthümlichkeit auf, welche ich früher nicht beachtet habe, nämlich das Auftreten von Erythrodextrin, d. i. jene Form des Dextrins, welche durch Jod roth gefärbt wird. Es zeigte sich unter Mikroskop die Leimungsmasse sehr inconstant in der Färbung, welche Jodlösung hervorrief: blau, violett bis roth. Diese Farbenverschiedenheit der Leimungsmasse führte mich auf den Gedanken, dass hier eine Umwandlung von Stärke in Dextrin vorliege. Das braune Aussehen der Papiere lenkte auf die Annahme, dass diese Bräunung durch erhöhte Temperatur hervorgerufen wurde, bei welcher nicht nur die Stärke in Dextrin umgewandelt, sondern auch die Cellulose der Fasern gebräunt wird. Die Umwandlung der Stärke in Dextrin erfolgt bei Temperaturen von 180—200° C. Mehr oder minder lange Zeit hindurch musste diese Temperatur geherrscht haben, sonst wäre die Umsetzung der Stärke in Dextrin unterblieben. Allein diese Umsetzung war ja nicht beabsichtigt, die Fälscher hatten keine Ahnung von diesem Umwandlungsprocesse, ihnen lag ja nur daran, das Papier durch Hitze zu bräunen, und hiebei erfolgte der genannte Umsatz, wie ja das Verhalten gegen Jod lehrt. Ein Theil der Stärke ist, wenigstens in einzelnen Partien des Papieres, noch vollständig unverändert geblieben, während ein anderer mehr oder weniger vollständig in Dextrin übergieng.

Dass diese Umwandlung nicht etwa durch Säuren oder diastatische Fermente erfolgte, geht, wie schon bemerkt, daraus mit Sicherheit hervor, dass gleichzeitig die Fasern gebräunt werden. Ich überzeugte mich, dass bei der Temperatur, bei welcher Stärke (in trockenem Zustande) in Dextrin übergeht, die Zellwände unverholzter Zellen sich bräunen. Dabei ergab sich eine merkwürdige Veränderung der Moraceenfasern. Die charakteristischen Hüllen der Bastzellen dieser Pflanzen (s. oben S. 16 [598]) bleiben bei der Erhitzung auf 180—200° farblos, während der Hauptkörper der Zellhaut gebräunt wird. Diese beim Erhitzen der Moraceenfasern (zum Beispiel der Faser von *Broussonetia papyrifera*) auftretende höchst charakteristische Veränderung kann zur leichteren Erkennung dieser Fasern mit Vortheil herangezogen werden.

Auch an anderen als gefälscht bezeichneten Papieren (zum Beispiel Nr. 19) habe ich dieselben Erscheinungen wahrgenommen: Umsatz von Stärke in Dextrin und die Bräunung der Zellhäute. Bei Nr. 19 trat die farblos gebliebene Hülle der Membran und der braun gewordene Kern derselben mit größter Schärfe hervor [1].

[1] Nach den Angaben von Dr. Stein (Preliminary Report 19, 22) wurde dem Papiere der gefälschten Manuscripte durch folgendes Verfahren das Aussehen alter Papiere gegeben: »Sheets of modern Khotan paper were first dyed yellow or light brown by

Nr. 79 (Hoernle, Report p. 27, Nr. 1, mit persischer Schrift in persischer Sprache beschrieben, stammt aus dem Jahre 1010, ist aber unbekannter Herkunft). Ich nahm an, dass hier ein persisches Papier vorliege, welches nach der Geschichte der arabischen Papiere ein Leinen- oder Hanfhadernpapier hätte sein müssen. Allein diese meine Annahme war irrig. Die sehr kleinen Fragmente, welche mir zur Untersuchung vorlagen, hatten trotz ihres hohen Alters eine sehr licht gelblichweiße Farbe, waren weich, filzig, langfaserig. Jodlösung gab weder makroskopisch die Stärkereaction, noch konnte ich eine Stärkekleisterincrustation finden. Es stellte sich heraus, dass dieses Papier aus der Rohfaser einer Moracee besteht.

In mehrfacher Beziehung merkwürdig war Nr. 84 *a* (Hoernle, Report, p. 24, Nr. 4. Schrift und Sprache chinesisch, in Dandan Uiliq gefunden, stammt aus dem VIII. Jahrhundert). Von diesem Papier lagen mir nur sehr kleine Fragmente (1·5 *cm* lang, 0·5 *cm* breit) vor. Es bestand theils aus ungemein stark zerrissenen Fasern, welche ich für Hadernabkömmlinge halte, und wohlerhaltenen Rohfasern. Dazwischen fand ich nicht unbeträchtliche Mengen von unveränderter Stärke (Weizen- oder Gerstenstärke) und Kleienbestandtheile (Kleberschichte) von einer dieser Getreidearten. Liegen hier zufällige Bestandtheile vor oder wurde absichtlich Mehl gewissermaßen als eine Art Füllung [1] dem Papiere beigegeben? Das Material, welches meinen Studien diente, reichte zur Beantwortung dieser Frage nicht aus. Ich halte dieses Papier für ein gemischtes Hadernpapier, welchem eine Rohfaser (Moraceenbastfaser) beigemengt ist.

Die Zerstörung der Hadernfaser ging so weit, dass eine Bestimmung nicht mehr ausführbar war.

Vierter Abschnitt.

Zusammenfassung der Resultate und Schlussbetrachtungen.

Ich beginne diese Zusammenfassung mit einer chronologisch geordneten Übersicht der Beobachtungsresultate.

Die Papiere aus dem IV. bis V. Jahrhundert (Nr. 3 und 4) bestehen nur aus Rohfasern. Diese Rohfasern sind mechanisch stark angegriffen (insbesondere die Fasern von Nr. 4). Die Fasern wurden offen-

---

means of Toghrugha, a resinous product of the Toghrak tree, dissolved in water; when the dyed sheets had been written or printed upon, they were hung up in smoke so, as to receive the proper hue of antiquity. Afterwards they were bound up in »Books«. Those again were treated to a liberal admixture between the pages of the fine sand of the desert....«

Ich möchte hiezu zunächst bemerken, dass die Toghrugha kein harzartiger Körper sein kann, wenn er durch Wasser in Lösung überzuführen ist. Meine oben mitgetheilten Wahrnehmungen sprechen dafür, dass die betrügerische Umwandlung moderner Papiere in einen Beschreibstoff von altem Aussehen auch auf andere Weise vorgenommen worden sein konnte.

Meine Beobachtungen über die Umwandlung der Stärke in den gefälschten Papieren in Dextrin und die gleichzeitige Bräunung der Fasern, ferner die Beobachtung, dass solche Papiere im Risse fast gar nicht faserig sind, während nach dem Aufquellen des Papieres im Wasser mit Vorsicht doch noch mehrere Millimeter lange Fasern aus der Masse herauspräpariert wurden, haben mich auf einige Versuche geführt, welche darauf hinweisen, wie diese Papiere zur Herstellung der gefälschten Manuscripte behandelt worden sein mochten. Werden unveränderte stark mit Stärke geleimte, aus Broussonetiafaser hergestellte Papiere mit Wasser benetzt, so dass die Kleistermasse aufquillt, und hierauf erhitzt, so nehmen sie viel rascher eine braune Farbe an als trockene, ebenso hoch erhitzte Stärke. Hält man diese Papiere längere Zeit feucht, wobei der Kleister »sauer« wird (infolge thatsächlicher Bildung organischer Säuren), so wird die Papiermasse durch die Erhitzung bis zur Bräunung in einen Zustand übergeführt, in welchem sie im Risse nicht mehr faserig ist, aber doch noch gestattet, dass man aus ihr längere Fasern herauspräparieren kann. Das Papier hat durch diese Procedur jene Eigenschaften angenommen, welche bei solchen Fälschungen häufig, wenn auch nicht immer zu finden sind (so bei Nr. 16): die braune Färbung, die Umwandlung der Stärke in Dextrin, die Bräunung der Faser unter Farblosbleiben der Hülle. Bezüglich jener Papiere, welche alle diese Eigenschaften zeigen, hege ich die Meinung, dass sie zur Fälschung so behandelt wurden, wie in meinen hier kurz beschriebenen Versuchen.

[1] Wie in manchem arabischen Papiere. Siehe: Die Faijûmer und Uschmûneiner Papiere. Separatabdruck, S. 49.

bar durch einen rein mechanischen Process gewonnen, höchstwahrscheinlich durch ein sehr primitives Stampfverfahren.

Beide Papiere bestehen aus gemischten Rohfasern, nämlich aus rohen Moraceen- und rohen Thymelaeaceenfasern.

Eine Leimung war in diesen ältesten der Papiere noch nicht nachweisbar. Aber Nr. 2 und 3 sind dadurch in ein beschreibbares Papier umgewandelt worden, dass sie mit einem aus Gips bestehenden Schreibgrunde versehen wurden. Von den aus dem V. bis VII. Jahrhundert stammenden Papieren besteht das eine (Nr. 1) nur aus Rohfasern, das andere (Nr. 2) ist ein aus Rohfasern und Hadernmasse zusammengesetztes Gemenge. Nr. 1 besteht aus Moraceen- und *Boehmeria*-Fasern und wurde ohne Maceration durch ein rohes mechanisches Verfahren (Stampfen) erzeugt. Nr. 2 besteht aus relativ noch sehr gut erhaltenen Rohfasern (Moraceen- und Thymelaeaceenfasern), welche wohl durch ein chemisches Verfahren (Rösten oder Maceration) oder durch ein gemischtes Verfahren (Rösten oder Maceration und hierauf folgendem mechanischen Process, welcher die Fasern nicht oder nur wenig angriff) gewonnen wurden und aus stark zerstampfter Hadernmasse (Lein, Ramie). Es ist wie Nr. 3 mit einem aus Gips bestehenden Schreibgrunde versehen.

Das aus dem VII. Jahrhundert stammende Papier Nr. 14 ist das älteste aus den von mir untersuchten Objecten, welches mit Stärke geleimt ist. Es enthielt Hadernmasse (Lein) und *Boehmeria*-Fasern, bezüglich welcher nicht entschieden werden konnte, ob sie als Rohfaser oder als Hadernmasse an der Zusammensetzung des Papieres Antheil nimmt.

Das gleichfalls aus dem VII. Jahrhundert stammende Papier Nr. 15 ist ein aus roh gestampfter *Boehmeria*- und Thymelaeaceenfaser bestehendes, mit Flechten geleimtes Papier.

Aus dem VIII. Jahrhundert stammen die Nr. 12, 69, 70 und 84. Nr. 12 besteht aus Hadern- und Rohfasernmasse; erstere rührt von Lein- oder Hanf- und *Boehmeria*-Faser her; die letztere konnte rücksichtlich ihrer botanischen Provenienz nicht bestimmt werden. Beide Fasern sind, wenn von den noch in ganzen Strängen vorhandenen Rohfasern abgesehen wird, mechanisch stark angegriffen. Ist nicht mit Stärke geleimt.

Nr. 69, 70 und 84 sind chinesische Documente, von denen Nr. 70 genau datiert ist, nämlich aus dem Jahre 768 stammt. Nr. 69 ist ein stark zerstampftes Hadernpapier, in welchem bei einer Papierprobe Lein-, bei einer anderen *Boehmeria*-Faser gefunden wurde. Keine Stärkeleimung. Nr. 70 ist ein gemischtes Papier, welches aus gut erhaltenen Rohfasern und mechanisch stark angegriffenen Hadernfasern (Lein- und *Boehmeria*-Faser) besteht. Das gleiche gilt für Nr. 84. Beide sind mit Stärke geleimt. In Nr. 84 fand sich auch unveränderte Stärke vor. Die Stärke der Leimungsmasse konnte leicht und sicher nachgewiesen werden. Die unveränderte Stärke rührte von einer Getreideart (Weizen oder Gerste) her. Ob diese Stärke als »Füllung« benützt wurde, ließ sich nicht genau feststellen. Wäre dies ganz sicher der Fall, so spräche dies nicht zu Gunsten chinesischer Provenienz. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass die Stärke (Mehl!) nur zufällig in die zur Untersuchung vorgelegte Probe gelangt ist. Die Rohfaser beider Papiere ist eine Moraceenbastfaser.

Aus dem XI. Jahrhundert rühren die Nr. 13 und 79 her. Nr. 13 persisch und uigurisch beschrieben, ist völlig ungeleimt, Nr. 79, nicht mit Stärke geleimt, rührt von einem persischen Manuscripte her. Nr. 13 ist ein gemischtes Papier, welches aus zerstampfter Hadernmasse und einer wohlerhaltenen Rohfaser besteht, welche botanisch nicht bestimmt werden konnte. Nr. 79 besteht bloß aus gut erhaltenen Moraceenfasern.

Indische Papiere aus dem XVII. und XVIII. Jahrhundert. Sie scheiden sich in zwei Kategorien. Nr. 55, 56, 57, 58, 60 und 61 sind stark mit Stärke geleimt und bestehen bloß aus mechanisch sehr stark angegriffenen kurzen Faserfragmenten einer Rohfaser, welche sich wahrscheinlich bloß aus Bastzellen von Thymelaeaceen zusammensetzt. Nr. 59 und 62 sind gänzlich ungeleimt und bestehen aus wohlerhaltenen Rohfasern einer Thymelaeacee. Die Fasern der ersten Kategorie wurden durch ein rohes mechanisches Verfahren, die der zweiten Kategorie durch ein viel vollkommeneres Verfahren

dargestellt, entweder bloß durch chemische Proceduren oder durch Combination einer Maceration (oder Röste) und hierauf folgender mechanischer Behandlung.

Die etwa gleichalterige Nr. 63 ist ein höchst compliciert zusammengesetztes Papier, welches entweder aus mindestens drei Rohfasern (Bastzellen einer Moracee, einer oder mehreren Thymelaeaceen und einer nicht zu eruierenden dicotylen Pflanze) und einer bezüglich der botanischen Provenienz nicht mehr bestimmbaren Hadernfaser (dicotyle Bastzelle) oder aus mehreren Papiersorten durch neuerliche Einstampfung erhalten wurde.

Was gleich im Beginne meiner mikroskopischen Untersuchungen der alten ostturkestanischen und anderweitigen alten asiatischen Papiere mir auffiel, war die Zusammensetzung jedes dieser Papiere aus verschiedenen Pflanzenfasern. Und diese Thatsache begleitete mich bis ans Ende meiner Untersuchungen.

Diese Thatsache ist schon deshalb von großer Wichtigkeit, weil sie uns einen Unterschied zwischen den alten arabischen einerseits und den alten central- und ostasiatischen Papieren anderseits offenbart, der als ein durchgreifender anzusehen ist. Allerdings kommen in den späteren arabischen und den ihnen gefolgten nach arabischer Art gemachten europäischen (mittelalterlichen) Papieren welche vor, welche nicht nur aus Leinenhadern, sondern auch noch aus Hanfhadern und sogar Baumwollenhadern bestehen; aber alle sind doch Hadernpapiere und über diese Verschiedenheit gehen diese Papiere — wenn von dem seltenen und mehr zufälligen Vorkommen thierischer Fasern (Seide und Wolle) abgesehen wird — nicht hinaus.

In den alten ost- und centralasiatischen Papieren finden sich aber neben Hadernfasern noch rohe Pflanzenfasern und, wenn das Papier nur aus Rohfasern zusammengesetzt ist, so kommen in der Regel mehrere derselben vor. Die Hadernfasern stammen häufig von *Boehmeria-* oder Gespinnstfasern her, welche sich von Lein oder Hanf nicht unterscheiden lassen. In einem und demselben Papier finden wir Moraceenfasern neben Thymelaeaceenfasern, es kommen auch die Bastzellen mehrerer Arten von Thymelaeaceen nebeneinander in einem und demselben Papier vor. Von dem Papier Nr. 69 lagen zwei Fragmente vor, von denen in einem bloß Lein-, in dem anderen nur *Boehmeria*-Faser nachgewiesen werden konnte. Es ist indes gar nicht ausgeschlossen, dass die beiden Proben doch einem und demselben Papiere angehören, und nur der Zufall es wollte, dass in dem einen nur der Nachweis der Leinen-, im anderen nur der der *Boehmeria*-Faser gelang. Erst in Papieren aus dem XI. Jahrhundert finden wir eine einheitliche Rohfaser (Moraceenbastzellen) vor. Aber noch in den aus dem XVII. und XVIII. Jahrhundert stammenden indischen Papieren treten nebeneinander verschiedene Rohfasern auf.

Der mikroskopisch nachweisbare Charakter der alten arabischen Papiere ist also von dem der central- und ostasiatischen verschieden. Dies ist insofern von höchster Wichtigkeit, weil bei dem Verkehre, der zwischen den Arabern und Persern einerseits und den centralasiatischen Ländern anderseits in der kritischen Periode zeitweise herrschte, es von vornherein nicht ausgeschlossen erscheint, dass beispielsweise die in Ostturkestan ausgegrabenen Manuscripte auf Papieren geschrieben sind, welche der islamitischen Papierfabrication angehörten. Diejenigen, welche die Hadernpapierbereitung den Araben zuschreiben und der Ansicht huldigen, dass die Chinesen ein solches Papier erst im X. Jahrhundert zu erzeugen begannen (s. oben S. 7 [589]), nachdem die arabische und persische Hadernpapiererzeugung bereits in hoher Blüte stand, werden wohl voraussichtlich in den ostturkestanischen Hadernpapieren ein arabisches oder persisches Product erblicken wollen. Nun aber lehrt der mikroskopische Befund, dass die alten arabischen Papiere von den in Ostturkestan gefundenen auffallend verschieden sind. Ich komme weiter unten noch auf andere Unterschiede zwischen diesen beiden Papierkategorien zurück.

Das Auftreten verschiedener Rohfasern in einem und demselben Papier hat mein Interesse in hohem Grade in Anspruch genommen, und ich habe getrachtet, historische Anhaltspunkte hiefür zu finden. Allein es ist mir dies, während meine Untersuchungen noch im Laufe waren, nicht gelungen, und dieser Umstand

spornte mich fortwährend an, meine Beobachtungsergebnisse möglichst sicherzustellen. Erst nach Beendigung meiner Untersuchungen stieß ich auf einige hieher gehörige Angaben in einem Werke von George Watt[1]. Hier heißt es p. 22: »The writer had the pleasure recently to receive from Dr. Gimlette, Residency Surgeon, Nepál, some interesting facts regarding Nepál economic products and industries. The following passage, as supplementing the facts derived from the earlier writers may be here taken from Dr. Gimlettes account of paper-making: This paper, justly celebrated for its toughness and durability, is manufactured from two or three forms of Daphne and also from *Edgeworthia papyracea*... The barks of the different species are generally mixed together...«. Dr. Gimlett's Daten stammen aus den dreißiger Jahren des abgelaufenen Jahrhunderts und beziehen sich wohl auf moderne Papiere. Die Fabrication des Nepalpapieres ist aber eine alte, und ich glaube mich deshalb berechtigt, aus diesen Daten tden Schluss abzuleiten, dass man in Indien schon in alter Zeit Fasern verschiedener Pflanzen zur Bereitung einer und derselben Sorte von Papier verwendet hat, was umsomehr mit meinen mikroskopischen Befunden im Einklang stehen wird, als, wie ich weiter unten noch zeigen werde, die indische Papierbereitung auf die chinesische zurückzuführen ist.

Die Gewinnung der vegetabilischen Rohfasern aus den Basten der betreffenden Pflanzen zum Zwecke der Herstellung von Papierzeug erfolgte, wie die mikroskopische Untersuchung lehrte, nicht stets auf gleiche Weise. Entweder wurde, offenbar unter Zusatz vom Wasser, die Rinde grob mechanisch, höchstwahrscheinlich durch ein primitives Stampfverfahren, bearbeitet, bis die Masse feinfaserig wurde, oder es wurde ein rationelleres Verfahren in Anwendung gebracht, bei welchem das Bastgewebe in seine elementaren Bestandtheile unter Mitwirkung chemischer Mittel zerlegt wurde. Es kann dieses Verfahren auch ein gemischtes gewesen sein, nämlich eine chemische Vorbereitung der Rinde, um sie in einen Zustand zu bringen, welcher die spätere mechanische Zerlegung in feine Fasern erleichtete.

Die Rohfasern der Papiere finden sich entweder in einem Zustande weitgehender mechanischer Zerstörung, indem sie oft bis zur Unkenntlichkeit zerquetscht oder in feine riemenförmige Fäserchen zerlegt erscheinen. In diesem Falle sind die Fasern durch mechanische Zerkleinerung aus den Basten dargestellt worden. Oder sie finden sich in mehr oder minder vollkommen intactem Zustande vor. In diesem Falle sind sie durch irgend ein Macerationsverfahren erhalten worden. Ein Zwischenstadium deutet auf ein gemischtes Verfahren.

Das rohe Stampfverfahren ist das ältere (Nr. 3 und 4 aus dem IV. bis V. Jahrhundert). Aber schon manche Papiere aus dem VII. Jahrhundert (Nr. 2) deuten auf eine chemische Gewinnung oder auf ein gemischtes chemisch-mechanisches Verfahren hin. Aber noch im XVII. und XVIII. Jahrhundert gehen in Indien beide Verfahren nebeneinander einher. Nr. 55—58 sind durch heftiges Stampfen, Nr. 59 und 62 durch Maceration erzeugt. Es ist interessant, dass die ersteren, um die kurzen zerrissenen Fasern zu einer Masse zu binden, stark mit Stärkekleister geleimt wurden, die letzteren aber ohne Leimung sind. In diesem Zustande sind sie nur mit einer dicken zähflüssigen Tinte beschreibbar.

Welcher Art die mechanische und die chemische Methode zur Gewinnung der Fasermasse war, lässt sich auf Grund der vorliegenden Papierproben nicht mehr feststellen. Nur historische Daten könnten uns in den Stand setzen, eine Vorstellung über die vorgenommenen Proceduren in uns zu erwecken.

Bei Hirth[2] finden wir unter Berufung auf chinesische Quellen angegeben, dass die ältesten chinesischen Papiere durch Zerstampfen von Seidenabfällen und gebrauchten Seidenstoffen hergestellt wurden und dass der Erfinder der Pflanzenfasernpapiere Ts'ai Lun sich eines Steinmörsers bediente, um die Rohmaterialien (Baumrinde, Hadern, Fischernetze etc.) in Papiermasse umzuwandeln.

[1] A Dictionary of the Economic Products of India. London and Calcutta, 1890, Bd. III.

[2] Chinesische Studien, S. 261.

Über das Verfahren, welches ich oben als ein gemischtes bezeichnet habe, finde ich folgende Daten in der Literatur. Das Nepal-paper ist wohl erst im ersten Drittel des vorigen Jahrhunderts in England bekannt geworden [1], die Eingeborenen erzeugen es bereits seit Jahrhunderten. Die Erfindung dieses Papieres gebürt nicht den Indern, sondern den Chinesen [2]. Die Methode der Gewinnung ist alt, und es wird die Erzeugung dieses Papiers auch jetzt noch in folgender Weise betrieben. Es wird die Rinde von den betreffenden Pflanzen (*Daphne*-Arten) abgenommen und im Wasser unter Zusatz einer alkalischen Substanz gekocht. Es wird angegeben, dass diese alkalische Substanz die Asche von Eichenholz sei; wahrscheinlich ist es, dass zu der Asche ein Zusatz von gebranntem Kalk gemacht wird, weil sonst die Alkalität zu gering sein würde. Die gekochte Masse wird in einem Steinmörser mit einem aus hartem Holz verfertigten Schlägel (mallet) oder Stößel (pestle) so lange bearbeitet, bis ein gleichmäßiger feinfaseriger Brei entstanden ist [3].

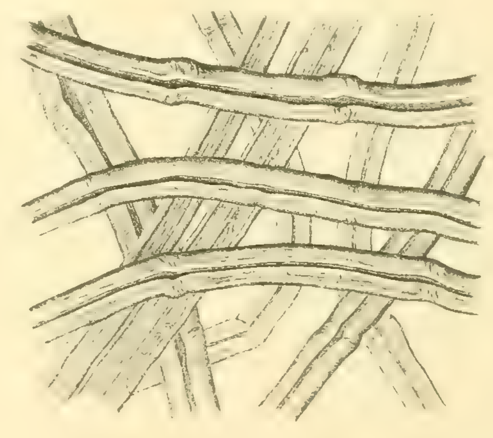
Die älteste Angabe über die Erzeugung des Papieres aus der Rinde des Papiermaulbeerbaumes *(Broussonetia papyrifera)* findet sich bei Kämpfer [4]. Diese Angabe ist später oft reproduciert worden, u. A. von Royle [5], welcher eine so vollkommene Übereinstimmung zwischen der chinesischen und japanischen Erzeugung des Papieres aus der Rinde des Papiermaulbeerbaumes mit jener des Nepalpapieres aus der Rinde von *Daphne*-Arten erblickt, dass er nicht ansteht, die letztere auf eine Erfindung der Chinesen zurückzuführen. *Broussonetia papyrifera* ist ein in China einheimischer Baum, der bekanntlich seit alter Zeit in Japan cultiviert wird, wo aus dessen Rinde anfänglich ganz nach chinesischem Muster

Fig. 17.



Vergr. 430. *A* Partie (Hadernmasse) aus dem Papier Nr. 2. *B* Rohfasern: Die Bastzellen einer Moracee, wahrscheinlich von *Broussonetia papyrifera*, mit faltig sich loslösender Hüllschicht.

Fig. 18.



Vergr. 430.

Fasern aus einem nach arabischer Art erzeugten Leinenhadernpapier.

Zur Herstellung dieses Präparates diente die paläographisch oft erörterte »Salzburger Chronik« cca. v. Jahre 1300.

das japanische Papier erzeugt wurde, welches nunmehr in der ganzen Welt bekannt ist. Die Anpflanzung des Papiermaulbeerbaumes in Indien zum Zwecke der Papiererzeugung ist erst in neuerer Zeit angeregt worden (Watt l. c.).

---

[1] Watt. l. c. p. 20 ff.

[2] Campbell, Agric.-Hortic. Soc. India. Transact. T. V., p. 222.

[3] Hodgson, Journ. Asiat. Soc. Bengal, T. I. p. 8. und Atkinson, Agric. Hortic. Soc. India. Transact. V, p. 228. Derselbe, Himalayan Districts, p. 795.

[4] Amoenit. exotica. Lemgoviae 1712. Derselbe, History of Japan and Siam. London 1727. Es ist dies ein von Scheuchzer bearbeitetes Werk, welches sich auf den handschriftlichen Nachlass Kämpfer's stützt.

[5] The fibrons plants of India. London, Bombay 1855.

Die Hadernpapiere, welche in Ostturkestan ausgegraben wurden, unterscheiden sich, wie schon erwähnt, nicht nur durch ihre eigenthümliche Mischung von den arabischen, sondern auch durch den Zustand, in welchem sich die Fasern in der Papiermasse befinden. Die in den chinesischen Hadernpapieren auftretenden vegetabilischen Fasern sind, wie ich schon bei den Einzelbeschreibungen der Papiere angeführt habe, in einem Zustand außerordentlicher Zerstörung, zerquetscht, in feine linienförmige Stücke zerrissen und sonst noch manigfaltig beschädigt, und dadurch unterscheiden sie sich schon sehr auffällig von den Rohfasern in gemischten Papieren, d. i. von solchen, in denen neben der Hadernfaser auch Rohfasern auftreten. Nie habe ich in einem der zahlreichen alten arabischen Papiere Rohfasern gefunden. Da nun die Hadernfaser der arabischen Papiere nie so stark mechanisch angegriffen ist wie die der ostturkestanischen Papiere, so hat man ein doppeltes Mittel an der Hand, um diese beiden Arten alter Papiere von einander unterscheiden zu können. (S. Fig. 17 und 18.)

Die ungemein weitgehende mechanische Zerstörung der Hadernfasern in den chinesischen Papieren legt den Gedanken nahe, dass mit der Erfindung eines solchen Papieres die Erfindung der Leimung, speciell der Stärkeleimung, Hand in Hand gegangen sein mochte. Denn diese feinfaserige Masse musste gebunden werden, da sie sich beim Schöpfen des Papieres nicht von selbst so bindet, wie dies bei langfaserigen, aus Rinden dargestellten Papieren der Fall ist. Es liegt auf der Hand, dass Papiere, deren Fasern sich beim Schöpfen von selbst binden, durch die Leimung verbessert und veredelt werden, indem solche Papiere auch mit leichtflüssigen Tinten beschrieben werden können und einen höheren Grad von Dichtigkeit und Consistenz erlangen.

Zwischen der chinesischen und arabischen Hadernpapierbereitung besteht somit ein großer Unterschied. Die Chinesen erfanden die Fabrication des Rohfaserpapieres. Die aus den Rinden durch chemische Mittel isolierte Pflanzenfaser repräsentiert ein edleres Papiermaterial als jene Masse, welche die Chinesen durch starke Zerstampfung aus Hadern bereiteten. Nach meinem Dafürhalten benützten die Chinesen die Hadernmasse nur als billiges Surrogat, welches der wertvollen Rohfaser zugesetzt wurde, um die Papiermasse zu vermehren. Als die Hadern von den Chinesen zur Papierbereitung herangezogen wurden, waren dieselben Abfälle ohne sonstige Verwendbarkeit, also ein so gut wie wertloser Gegenstand. In fein zerstampften Zustande der Rohfasermasse zugesetzt, bildet sie ein bloßes Surrogat. Die Sache mochte sich damals umgekehrt verhalten haben wie jetzt bei der Erzeugung der Holzschliffpapiere, wo man der edleren Hadernmasse das geschliffene Holz als Surrogat zusetzt. Da man bei dem Principe blieb, die Hadernmasse in roher Weise zu zerstampfen, konnte die Hadernpapierfabrication in China nicht vervollkommt werden, und es erscheint nunmehr einleuchtend, dass dies der Grund war, dass man in China diesen Zweig der Papierbereitung bald fallen ließ und bloß die Fabrication der Rohfaserpapiere betrieb.

Aus Hadern ein vollkommenes Schreibpapier herzustellen, ist das große Verdienst der Araber. Als sie von den Chinesen die Kunst, Papier zu erzeugen, erlernten, fehlte es auf dem neuen Boden an dem in China gebräuchlichen Rohstoffe. Damals waren aber — so meine ich — bei den chinesischen Papiermachern die Hadern als Papiermaterial noch nicht in Vergessenheit gerathen. Es mochten damals auf dem neuen Boden der Papierbereitung (Persien, s. oben) die verschiedensten Versuche gemacht worden sein, die *Boehmeria*- und *Broussonetia*-Faser durch andere Fasern zu ersetzen. Wahrscheinlich griff man damals zur Rinde anderer Maulbeerbäume (Moraceen), zum Beispiel des schwarzen Maulbeerbaumes *(Morus nigra)*, dessen Heimat Persien ist. Denn dieser Baum ist dem Papiermaulbeerbaume nahe verwandt. Es dürften in China übrigens auch andere Moraceen (zum Beispiel *Morus alba*, deren Heimat China ist, oder *Streblus asper*, welches Holzgewächs im südlichen China zu Hause ist) zur Papierbereitung verwendet worden sein. Unter den Materialien, welche man auf persischem Boden zur Papierbereitung heranzog, befanden sich aber — daran ist wohl nicht zu zweifeln — unbrauchbar gewordene Kleider- und sonstige Stoffabfälle, also Hadern (Lumpen), gebrauchte Taue, Netze u. dgl. Und nun hat sich der arabische Erfin-

dungsgeist bewährt, indem die Araber diese Stoffe nicht nur besser als die Chinesen zur Papierbereitung zu verwenden wussten, sondern alsbald ein Papier erzeugten, welches den besten chinesischen Papieren gleichstand und dasselbe auch in mancherlei Eigenschaften überragte. Dies gelang ihnen in zweierlei Weise: erstlich dadurch, dass sie durch ein rationelles Stampfverfahren eine Hadernmasse herstellten, welche aus festen Fasern bestand, die ihre natürlichen Eigenschaften fast ungeschmälert beibehalten hatten (s. Fig. 18 und vgl. damit Fig. 17); sodann dadurch, dass sie sofort die Stärkeleimung des Papieres in Anwendung brachten, ohne dass es für die Bindung der langfaserigen Papiermasse nothwendig gewesen wäre, aber sie erzielten dadurch eine Veredlung des Papieres.

So sind allerdings die Chinesen als die Erfinder des Hadernpapieres anzusehen, aber sie vermochten aus Hadern kein Papier von hervorragender Eigenschaft zu bereiten; dies bewerkstelligt zu haben, ist das unvergängliche Verdienst der Araber, welche rasch die Papierbereitung auf jene Höhe brachten, auf welcher sie im Mittelalter von den europäischen Gewerben übernommen wurde. Dass die europäische Papiererzeugung auf die arabische Erfindung zurückgeht, ist heute allgemein anerkannt, und die bis ins XIV. Jahrhundert reichende Stärkeleimung der mittelalterlichen europäischen Papiere ist Zeuge dieser Herkunft. Es war kein Fortschritt, dass man später in den europäischen Culturländern die Stärke als Leimungsmittel durch thierischen Leim ersetzte. Erst die neue Ära der Papierbereitung, die Maschinenpapierfabrication in der Mitte des XIX. Jahrhunderts kehrte unbewusst wieder zur Stärkeleimung zurück, die aber, wie wir gesehen haben, keine arabische, sondern eine chinesische Erfindung ist.

Die Chinesen haben aber nicht nur das Verdienst, das (gefilzte) Papier und dessen Leimung mit Stärke erfunden zu haben; sie sind nach meinem Dafürhalten die Vorläufer der modernsten Art, Papier zu erzeugen, da ihre Erfindung, Papierfasern aus Pflanzengeweben durch chemische Mittel (Maceration) darzustellen, im Principe übereinkommt mit der Erzeugung der »Cellulose«, welche nunmehr als Holz-, Stroh-, Espartocellulose für die Papierfabrication von höchster Bedeutung geworden ist und quantitativ die Hadern als Papierrohstoff weit überflügelt hat.

Unter den von mir untersuchten alten chinesischen Papieren fehlen diejenigen Rohfasern, welche nunmehr in großem Maßstabe in China zu Papier verarbeitet werden: Bambusrohr- und Reisstrohfasern. Chinesische Bambus- und Reisstrohpapiere kannten wir aber bereits in Europa, als unsere Stroh- und Espartopapierfabrication noch in den Anfängen sich befand [1]. Wann die Chinesen aus Bambusrohr und Reisstroh Papier zu erzeugen begannen, vermochte ich nicht zu eruieren. Da ich diese Fasern wohl unter den modernen Papieren (u. a. auch unter jenen, welche zu Fälschungen von alten Manuscripten dienten) fand, nicht aber unter den entschieden alten, so ist wohl anzunehmen, dass die Erfindung des chinesischen Bambus- und Reisstrohpapieres in eine viel spätere Zeit fällt.

Noch einmal möchte ich hier auf die großen Schwierigkeiten hinweisen, welche sich aus oben dargelegten Gründen der genauen botanischen Determinierung der die untersuchten Papiere zusammensetzenden Pflanzenfasern entgegenstellten. Diese Schwierigkeiten waren zum Theile unbesieglich. Wohl konnte nachgewiesen werden, dass alle diese Papiere aus den Bastzellen der Rinde dicotyler Gewächse erzeugt wurden; allein in einzelnen Fällen konnte ich über diese Bestimmung nicht hinauskommen. In anderen Fällen konnte nur die Gattung oder nur die Familie der Pflanze angegeben werden, deren Bastzellen im Papiere zu finden sind, und auch diese Herleitung wird vom Standpunkte strengster anatomisch-systematischer Kritik — da sie sich beinahe nur auf die Bastzelle stützen konnte, weil die »leitenden Nebenbestandtheile« fast durchaus fehlten — einstweilen nur als ein Wahrscheinlichkeitsresultat angesehen werden. Wenn ich in obiger Zusammenstellung Lein, Hanf etc. als Fasern der Hadern angeführt habe, so gilt diese Angabe nur innerhalb jener Grenzen der Sicherheit, welche ich im Einzelnfalle genau angegeben habe.

[1] Wiesner, Technische Mikroskopie (1867).

Zusammenfassung der Hauptergebnisse.

Unter Berücksichtigung der Datierung, beziehungsweise unter Zugrundelegung der von den Paläographen vorgenommenen Altersbestimmung der zur Untersuchung vorgelegten Manuscripte ergeben sich aus der materiellen Prüfung der betreffenden Papiere folgende Hauptergebnisse:

1. Die ältesten der ostturkestanischen Papiere (aus dem IV. bis V. Jahrhundert neuer Zeitrechnung) sind ein Gemenge von rohen Bastfasern aus der Rinde verschiedener dicotyler Pflanzen. Diese Bastfasern wurden auf rohmechanische Art in die Papiermasse umgewandelt.

2. Auch aus dem V. bis VII. Jahrhundert liegen solche gemischte Rohfasernpapiere vor, aber in diesem Zeitraume erscheinen auch schon Papiere, welche aus roh zerstampften Hadern und einer gut (durch Maceration) abgeschiedenen Rohfaser bestehen.

3. In diesem Zeitraume treten bereits Papiere auf, welche nach besonderer Methode beschreibbar gemacht wurden: durch Anwendung von Gips als Schreibgrund, durch Leimung mittelst einer aus Flechten dargestellten Gelatine, endlich durch Stärkekleister.

4. Im VII. und VIII. Jahrhundert wechseln Rohfasernpapiere, zumeist aus den Basten verschiedener Pflanzen dargestellt, mit gemischten Papieren, die theils aus Hadernmasse, theils aus Rohfasern bestehen. Es gibt in diesem Zeitraume allerdings noch aus sehr roh gestampften Rohfasern bestehende Papiere, allein es vervollkommt sich das Macerationsverfahren. Hingegen bleibt die in diesen Papieren auftretende Hadernmasse ein roh zerstampftes Product, welches sich durch seine zerschlissenen, zerquetschten und gebrochenen Fasern zumeist sofort deutlich von der begleitenden Rohfaser unterscheidet.

5. Die alten ostturkestanischen (chinesischen) Hadernpapiere unterscheiden sich nicht nur durch die neben der Hadernmasse auftretenden Rohfasern, sondern auch durch die starke mechanische Zerstörung der Hadernfasern von den alten arabischen Papieren.

6. Durch die Untersuchungen von Karabacek und dem Verfasser wurde (1887) nachgewiesen, dass die Erfindung des Hadernpapiers nicht, wie man bis dahin allgemein glaubte, an der Wende des XIV. Jahrhunderts auf europäischem Boden von Deutschen oder Italienern gemacht wurde, sondern dass die Araber bereits am Ende des VIII. Jahrhunderts Hadernpapier erzeugten.

Durch die vorliegende Untersuchung wird aber gezeigt, dass die Anfänge der Hadernpapierbereitung bei den Chinesen zu finden sind, und ins V. oder IV. Jahrhundert und wahrscheinlich noch weiter zurückreichen.

Die chinesische Hadernpapierbereitung ist über ihre anfängliche niedere Stufe nicht hinausgekommen; erst die Araber haben, von den Chinesen in die Papiermacherkunst eingeweiht, die Erzeugung des Hadernpapiers gefördert und auf jene Höhe gebracht, auf welcher diese wichtige Erfindung im Mittelalter von den europäischen Culturnationen übernommen wurde.

7. Der Verfasser hat die Stärkeleimung des Papieres bis auf das Ende des VIII. Jahrhunderts zurückgeführt, in welcher Zeit die Araber diese Procedur zur Vervollkommnung und Veredlung ihres Papieres vornahmen. Im XIV. Jahrhundert ging in Europa diese Kunst verloren und wurde die Stärke durch thierischen Leim ersetzt, bis in der Mitte des XIX. Jahrhunderts mit der Maschinenpapierfabrication die Stärkeleimung wieder aufkam. Diese ist aber eine Erfindung der Chinesen. Das älteste mit Stärke geleimte ostturkestanische Papier stammt aus dem VIII. Jahrhundert.

8. Die Chinesen sind nicht nur die Erfinder des (gefilzten) Papieres und haben die Anregung zur Hadernpapiererzeugung gegeben, wobei sie allerdings die Hadernmasse nur als Surrogat der rein dar-

gestellten Pflanzenfasern benützten, sie sind auch als die Begründer der jetzt zur Herrschaft gelangten »Cellulosepapierfabrication« zu betrachten; denn das seit altersher von ihnen geübte Verfahren, durch Maceration von Rinden und anderen Pflanzentheilen Fasern zu gewinnen, beruht auf demselben Principe wie die Verfahren zur Erzeugung von «Cellulose«, nämlich darauf, die Fasernzellen aus dem Verbande der Pflanzengewebe durch chemische Mittel zu lösen.

9. Die genaue Ermittlung der botanischen Provenienz des Fasernmateriales war mit großen Schwierigkeiten verbunden, da alle Fasern der alten Papiere vom Baste dicotyler Pflanzen herrühren und zumeist die zur Bestimmung erforderlichen »leitenden Nebenbestandtheile« fehlen. Mit der in solchen Fällen erreichbaren Sicherheit wurden in der Hadernmasse: *Boehmeria*-, Lein- und Hanffasern, unter den Rohfasern die Bastzellen von *Boehmeria*, Moraceen und Thymelaeaceen nachgewiesen. Einzelne Bastfaserarten waren unbestimmbar.



SPECTRALANALYTISCHE STUDIEN

ÜBER

PHOTOGRAPHISCHEN DREIFARBENDRUCK

VON

JOSEF MARIA EDER

IN WIEN.

Mit 5 Textfiguren und 2 Tafeln.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 2. JULI 1902.

Das gegenwärtig vielfach praktisch ausgeübte photographische Dreifarbendruckverfahren bietet in seinem photochemischen Theile noch viele Schwierigkeiten. Es sind verschiedene Systeme im Gebrauche, bei welchen die photographische Selection der rothen, gelben und blauen (respective rothen, grünen und blauvioletten) Farbencomponenten eines polychromen Objectes durch farbige Lichtfilter, welche in den Strahlengang des Lichtbildes eingeschaltet werden, unter gleichzeitiger Verwendung verschiedenartiger sensibilisierter photographischer Platten vorgenommen wird.[1] Das Dreifarbendrucksystem wird meistens auf Young, Helmholtz, später Maxwell zurückgeführt,[2] woran sich die weitere Ausbildung der eigentlichen Dreifarbenphotographie durch Ducos du Hauron, Albert, H. W. Vogel und zahlreiche andere Theoretiker und Praktiker anschließt.

Die wichtigste Classe der photographischen Farbensynthesen umfasst die Farbensynthese durch Subtraction (Übereinanderdrucken von gelben, rothen und blauen Druckfarben: Dreifarben-Lichtdruck und Autotypie).

Trotz der vielfachen Bearbeitung dieses Gebietes findet man über die photochemischen Bedingungen bei der Negativerzeugung, selbst wenn man sich für ein und dasselbe System der anzuwendenden Druckfarben entscheidet, widersprechende Angaben. Aus praktischen Gründen wählt man als Druckfarben meistens Chromgelb, Krapplack oder Alizarinrothlack und Berlinerblau (sogenanntes Miloriblau), was einer alten Gepflogenheit der Drucker entspricht und in der Fachliteratur motiviert ist.[3]

---

[1] Vergl. Eder, Ausf. Handbuch der Photographie, Bd. III, 5. Auflage, 1903, S. 693.

[2] Vergl. Grebe, Geschichte der Dreifarbensynthesen. (Zeitschr. f. Reproductionstechnik 1900, Heft 9 und 10.)

[3] Vergl. Hübl, Die Dreifarbenphotographie, 2. Auflage, Halle a. S. 1902.

Allerdings handelt es sich stets darum, dass man das Farbenspectrum in drei Zonen mittels Lichtfilter zerlegt, welche annähernd den primären physiologischen Farben entsprechen. Die hiernach erzeugten drei verschiedenen Negative, respective Druck-Clichés werden mit Druckfarben gedruckt, welche jenen Lichtfilterfarben, die zur Erzeugung der Negative dienten, complementär sind.

Analysiert man aber die von den Theoretikern vorgeschlagenen Lichtfilter[1] mittels des Spectralapparates, so ergibt sich, dass man bei der photographischen Aufnahme die Farbenzonen in einer der nachfolgenden dreierlei Hauptformen abschneidet:

a) Von Roth bis D, dann die andere im Grün von D bis beiläufig F, unmittelbar daran die dritte Zone im Blauviolett,

b) oder man zerlegt das Spectrum in ähnliche Zonen, lässt sie aber nicht aneinanderstoßen, sondern wählt weitere Spectralbezirke derartig, dass sie in Gelb sowie Grün merklich übergreifen und sich (allerdings mit sinkender Helligkeit) an den Grenzen decken.

c) oder man schlägt den entgegengesetzten Weg ein und macht die drei Farbenzonen so schmal, dass zwischen ihnen sowohl im gelben als im blaugrünen Bezirke Lücken bleiben.

Da die Theoretiker bei ihren Publicationen über Dreifarbendruck selten ihre theoretischen Anschauungen in genügender Weise mittels praktischer Lichtdruck- und Autotypie-Proben erhärten, anderseits die Praktiker in der Regel jene Systeme der Farben-Selection sorgfältig geheimhalten, mit welchen sie ihre vorzüglichen praktischen Erfolge erzielen, so machte ich den Dreifarbendruck seit mehreren Jahren zum Gegenstande ausführlicher Untersuchungen, welche parallel einerseits in spectralanalytischer und photochemischer Richtung, anderseits empirisch in der Druckerei der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien sorgfältig vergleichend durchgeführt wurden. Da diese Versuche zu anerkannt schönen Dreifarbendrucken führten, so erscheint das Gesammtergebnis dieser Studien so weit gediehen, dass die von mir vorgenommene genaue spectralanalytische Festlegung dieses Arbeitssystems zur Erkenntnis der wissenschaftlichen Grundlage des Dreifarbendruckes beitragen dürfte.

Ohne auf die zahlreichen Versuchsreihen einzugehen, welche ich mit den verschiedenen Lichtfiltern und Plattensorten anstellte, will ich die spectroskopischen Eigenschaften jener optischen und photographischen Hilfsmittel charakterisieren, welche mir derzeit die besten Dreifarbendrucke (Lichtdruck und Autotypie) lieferten, wobei ich keineswegs behaupten will, dass diese Resultate endgiltige seien; denn ich bin im Gegentheil überzeugt, dass sie sich ohne Zweifel noch beträchtlich verbessern lassen werden.

Hätten wir eine ideale panchromatische Platte, welche für alle Strahlen des Spectrums gut empfindlich ist, so wäre unsere Sache wesentlich vereinfacht, weil man sich bloß um passende Lichtfilter zu kümmern hätte. Leider sind gegenwärtig alle panchromatischen Platten unvollkommen; sie weisen Lücken in der Farbenempfindlichkeit auf und zeigen bei der Spectrumphotographie unregelmäßige Maxima und Minima. Wendet man separate grün- und blauviolett empfindliche Platten an, so trifft man ähnliche Verhältnisse an; zum Beispiel soll die grünempfindliche Platte für Gelbgrün, Grün und Blaugrün gut empfindlich sein; leider dominiert aber nicht selten die Gelbempfindlichkeit so stark, dass man ein »Dämpfungs-Lichtfilter« anwenden muss, welches nicht nur die betreffenden Spectralzonen begrenzt, sondern überdies in bestimmten Bezirken die einfallenden Farbenstrahlen stark abschwächt oder dämpft (Correction der Farbenwirkung durch Dämpfungsfilter).

Einige dieser Erscheinungen habe ich genau studiert und werde den Zusammenhang zwischen der Farbenempfindlichkeit der verwendeten photographischen Platte und den spectroskopischen Eigenschaften

---

[1] Vergl. Eder, Ausf. Handb. d. Phot., Bd. III, 5. Aufl. 1903, S. 194 und 698.

der dazu passenden Lichtfilter, sowie die Regelung dieser Eigenschaften zum Zwecke der Herstellung guter Dreifarbendrucke schildern.

Für diese Zwecke ist die vergleichende spectralanalytische Untersuchung sowohl des Spectrums des von den angewandten Druckfarben reflectirten Lichtes als die quantitative Bestimmung des Absorptions-spectrums der Lichtfilter und endlich die spectrographische Prüfung der verwendeten farbenempfindlichen Platten vorzunehmen.

Quarzapparate ließ ich für diese Versuchsreihe absichtlich beiseite, weil meine praktischen photographischen Controlversuche mit Glaslinsen angestellt wurden. Von der Verwendung des Gitter-spectrographen sah ich gleichfalls ab, obschon ich die Arbeit damit begonnen hatte.[1]

Da die Glasspectrographen für etwaige Wiederholung dieser Versuche viel leichter zu beschaffen sind als Gitterspectrographen, anderseits aber die übersichtliche Verwendbarkeit des prismatischen Spectrums für Zwecke des Dreifarbendruckes mehrfach in Zweifel gezogen wurde, was mir nicht berechtigt erschien, hielt ich es im Interesse der Verallgemeinerung der spectrographischen Untersuchungsmethoden für wünschenswert, die Beziehungen zwischen dem prismatischen Spectrum und dem Dreifarbendrucke sicher zu stellen.

Mein Glasspectrograph enthielt ein dreifaches Compoundprisma aus Glas (Steinheil[2]), während mein Spectralapparat für die Vierordt'sche quantitative Spectralanalyse (Krüss) nur ein Glasprisma besaß.

Es erscheint von Interesse, die Reduction der Scalentheile der benützten Spectral-apparate auf Wellenlängen in der üblichen Weise als Curve darzustellen und den Verlauf dieser Curven einerseits für den Krüss'schen Universal-Spectralapparat mit einem einfachen Glasprisma und anderseits für spectrographische Zwecke vortheilhaften dreifachen Glascompoundprisma (Steinheil) zu vergleichen.

Fig. 1 zeigt den etwas abweichenden Verlauf beider Curven[3]. Obschon die verschiedenen Spectral-regionen in etwas abweichendem Maße auseinandergezogen erscheinen, so blieben bei meinen folgenden Arbeiten die Resultate doch stets völlig vergleichbar.

Für die Aichung derartiger Spectralapparate auf Wellenlängen des Lichtes benützte ich im Interesse der größeren Genauigkeit der Resultate weitaus mehr Linien deutlicher Normalspectren, als in den Lehrbüchern in der Regel empfohlen werden.

Außer den Fraunhofer'schen Linien bestimmte ich die Lage der Hauptlinien des Natriums und Thalliums; das Magnesium-Funkenspectrum, das Spectrum der Lithiumflamme und des Lithiumfunkens (Kohle mit Lithiumchlorid), endlich zog ich meine ursprünglich für Ultraviolett empfohlene Legierung von Cadmium, Zink und Blei (Funkenspectrum)[4] heran und ergänzte diese mit dem Funkenspectrum des Eisens. Die am ersten Blick ziemlich verworrenen, dicht nebeneinander stehenden Standards lassen sich leicht entwirren, wenn man die Hauptlinien nach meinen Spectrumphotographien Nr. 1 Tafel II (helio-graphische Tafel) identificiert. In diesem Spectrum ist auf einer farbenempfindlichen Platte das Flammen-spectrum des Natriums durch die ganze Spectrumphotographie, im oberen Drittel das Funkenspectrum einer Legierung gleicher Theile Cadmium, Blei und Zink, in den unteren zwei Dritteln Magnesium- und Eisenfunkenspectren, welches letztere namentlich zur sicheren Bestimmung der Fraunhofer'schen Linien G (Fe, $\lambda = 4308$) L (Fe, $\lambda = 3820$), M (Fe, $\lambda = 3727$) die besten Dienste leistet.

---

[1] Siehe meine Abhandlung »System der Sensitometrie photograph. Platten«. Sitzgsber. der kais. Akad. d. Wiss., math.-naturw. Cl., Bd. 108, Abth. II*a*, November 1899.

[2] Die genaue Beschreibung dieses Glasspectrographen mit Glas-Compoundprisma findet sich in der Abhandlung: Eder u. Valenta, Über die verschiedenen Spectren des Quecksilbers. (Denksch. d. kais. Akad. d. Wissensch., Wien, Juli 1894.)

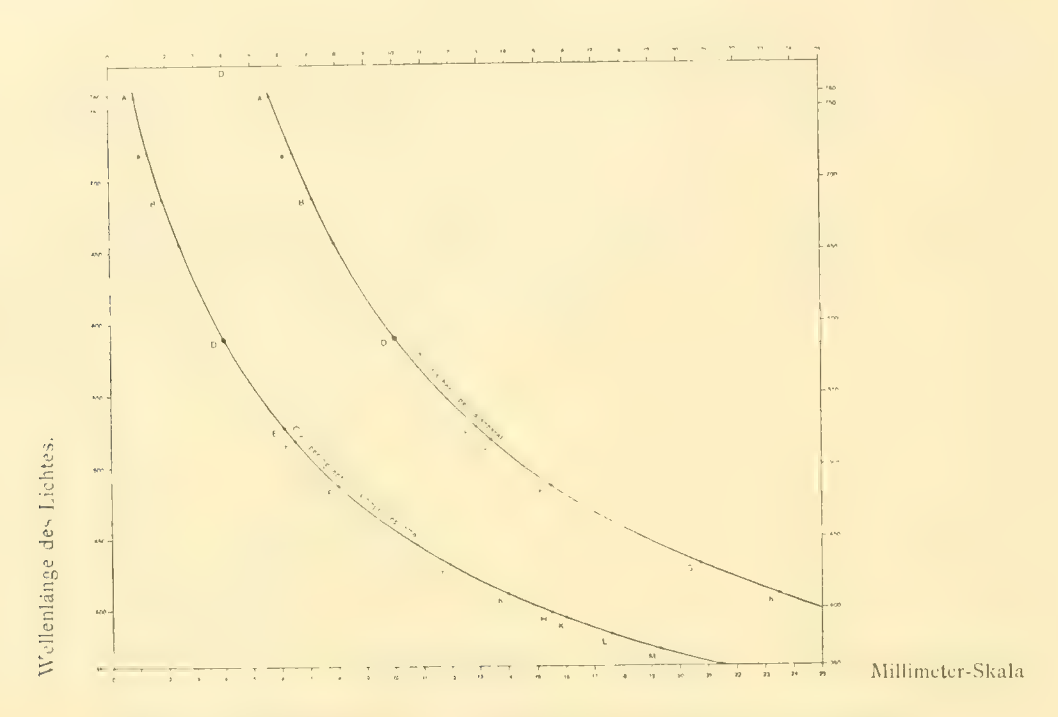
[3] Sie sind auf verschiedene Nullpunkte der Scala bezogen, deshalb weiter auseinanderliegend.

[4] Siehe meine Abhandlung »Über die Verwendbarkeit der Funkenspectren verschiedener Metalle zur Bestimmung der Wellen-länge im Ultravioletten«. (Denksch. d. kais. Akad. d. Wiss., Wien, December 1882.)

Mit der heliographischen Reproduction, Taf. II, Fig. 1, ist zugleich der Anschluss meines früher empfohlenen Leitspectrums von Cd+Zn+Pb vom Ultraviolett[1] bis ins Roth gegeben und vervollständigt.



Fig 1.



Vergleich der Dispersion der zu den Versuchen verwendeten Spectral-Apparate.

Arbeitet man mit Lichtquellen von continuierlichem Spectrum, wie Auer-, Petroleum-, Gas-, Acetylenlicht, was für Untersuchungen von Absorptionsspectren oft sehr empfehlenswert ist, so ist das Mitphotographieren des Funkenspectrums meiner Legierung zur Orientierung genügend. Mit Hilfe der in der Heliogravuretafel eingeschriebenen Signatur der Metallinie wird diese Orientirung erleichtert. Auch das Magnesiumfunkenspectrum ist im grünen Theil des Spectrums (entsprechend den Fraunhofer'schen Linien b_1, b_2, b_3) charakteristisch und liefert in diesem Falle sammt der blauen Magnesium-Linie gute Standards (vergl. heliographische Tafel Figur 1).

Den Spectralversuchen mussten sich für Zwecke der Dreifarbenphotographie auch Proben mittels Pigmentfarben anschließen. Die Beziehungen zwischen der Helligkeitsvertheilung von im Sonnenspectrum und von Pigmentfarben reflectiertem Lichte sind für einige Specialfälle untersucht und es liegen mehrfache Angaben vor.

Das Gelb (bei der Fraunhofer'schen Linie D) im Sonnenspectrum wird von verschiedenen Beobachtern[1] 9—31 mal optisch heller geschätzt, als das Spectralblau (bei F—$^2/_3$ G), und 21—87 mal heller als das dunklere Spectralblau bei G angegeben, während Pigmentgelb im gelben Farbenbezirke circa 6—14 mal heller als Blau erscheint und Gelb im Spectrum 19—40 mal heller als Roth (bei B bis C) ist, bei Pigmentfarben aber nur 3—7 mal heller erscheint.[2]

---

[1] Nach Vierordt (Poggend. Annal. Bd. 137, 1869). — Crova u. Lagarde (Compt. rend. Bd. 93, 1881). — Macé de Lepinay u. Nicati (Ann. de Chim. et Phys. Bd. 24, 1881; Bd. 30, 1883). — Abney (Philosoph Transact. Roy.) Soc. London 1886; andere Abhandlungen s. in Eder's Jahrbüchern der Photographie.

[2] Rood, Théorie scientific des couleurs, Paris, 1881. Schenk, Pflüger's Archiv, Bd. 64 (1896). Martius, Beiträge zur Psychologie und Philosophie, I. 1896. Rivers, Journal of Physiology 1897. C. Bonacini, Società fotogr. Italiana 1902, p. 91.

Da die relative Helligkeitsvertheilung des Gitter- und Prismenspectrums im Gelb und Blau wieder verschieden ist, so ergibt sich, dass alle diese Versuche nicht unmittelbar vergleichbare Resultate für den photographischen Wert der Farben ergeben können.

Es ist die spectrographische Eigenschaft der farbenempfindlichen Platten, die physikalische Eigenschaft der Lichtfilter festzustellen und ihr Effect bei der Wiedergabe von Pigmentfarben zu versuchen, um die experimentelle Grundlage für die Wechselbeziehungen der verschiedenen Hilfsmittel zu den praktischen Erfolgen bei der Erzeugung von Dreifarbenphotographien zu finden.

Zusammenhang quantitativer Spectral-Absorption von Lichtfiltern mit dem photographischen Effecte bei Mehrfarbenphotographien.

Die Kenntnis der qualitativ bestimmten Absorptionspectren von Lichtfiltern genügt noch nicht zur Deutung ihrer Function bei der Mehrfarbenphotographie, weil die Ausdehnung der zur photographischen Wirkung gelangenden Farbenzone von der Belichtungszeit, respective Lichtintensität abhängt. Dies ergibt sich aus der Betrachtung irgend einer der weiter unten dargestellten Absorptionscurven (Fig. 4).

Bei kurzer Belichtung werden nur die helleren Theile des durch das Filter dringenden Spectral gebietes zur Geltung kommen (entsprechend einem schmalen Farbenbande); bei längerer Belichtung werden auch die stark gedämpften Farbenzonen eine photographische Wirkung ausüben. Es wird also nach längerer Belichtung (oder stärkerer Lichtintensität) ein breiteres Farbenband zur Wirkung kommen, d. h. es werden ausgedehntere Spectralbezirke einen photographischen Effect erzeugen, als bei kurzer Belichtung.

Diese Unsicherheit in der Beurtheilung der Wirkung der Lichtfilter suchte ich dadurch zu beheben, dass ich ziffermäßig den photographischen Effect der Lichtfilter mit ihrer quantitativen Spectralabsorption in Zusammenhang brachte. Dieser Weg führt zu einer guten Charakteristik der im Dreifarbendruck verwendeten Lichtfilter.

Stets muss man bei der Reproductionsphotographie (Gemäldeaufnahmen etc.) hinter Lichtfiltern so reichlich belichten, dass die Details in den Schattenpartien deutlich werden. Die Grenze der Überexposition (Grenze der zulässigen Maximal-Belichtungsdauer) beginnt dann, wenn die hellsten Lichter sich im Negativ gerade noch trennen, respective noch nicht gänzlich in einander verschwimmen. Belichtung und Entwickelung dürfen nicht weiter getrieben werden, als bis die dichtesten Stellen im Negativ (je nach der Reproductionstechnik) die »Schwärzung« 2 bis 3 (durchschnittlich 2·5) erlangt haben.[1] Die hellste Farbenzone eines Lichtfilters wird man also beim normalen Negativ bis zur Erreichung der photographischen Schwärzung 2·5 wirken lassen und dann nachsehen, wie weit unter diesen Verhältnissen noch die halbgedämpften Farbenzonen zur photographischen Wirkung kamen. Dieser Vorgang führte mich allerdings auch nicht zu völlig constanten Resultaten, weil ein gewisser Spielraum von Belichtung und Entwickelung die Gradation der photographischen Schwärzung merklich beeinflusst; immerhin gestatten aber diese Beobachtungen einen besseren Einblick in die Function der photographischen Lichtfilter, als man ihn bisher hatte.

Meine mannigfachen Experimente mit Gelb-, Grün- und Blaufiltern ergaben, dass bei sehr kurzer (praktisch kaum mehr ausreichender) Belichtung die Lichtfilter schon complet dort abschneiden,

---

[1] Vergl. meine oben citierte Abhandl. »System der Sensitometrie« I. Abhandl. 1899, in den Sitzungsberichten der kais. Akad. d. Wiss., mathem.-naturw. Cl., Abth. II*a*, Bd. 108.

wo das durchgelassene Licht auf 30 bis 40 Procent[1] geschwächt ist.[2] Bei mittleren Belichtungen kommen noch jene Spectralbezirke zur Wirkung, wo die übrigbleibende Lichtstärke 10 bis 20 Procent[3] beträgt. Dort, wo die Lichtfilter eine Lichtstärke von circa 10 Procent aufweisen, muss man praktisch die approximative Grenze der photographischen Lichtdurchlässigeit der Farbenfilter bei normaler Belichtungszeit setzen. Bei sehr langer Belichtung (an der Grenze der Überexposition) macht sich auch noch eine mäßige photographische Wirkung in jenen Farbenbezirken geltend, wo die Lichtstärke nur mehr circa 5 Procent[4] ist; freilich ist die photographische Schwärzung des Negativs dann an diesen Stellen nur gering, z. B. 0·4 bis 0·5, wenn an den Stellen größter Lichtstärke die photographische Schwärzung 2·5 erreicht wird.

Hiebei ist stets vorausgesetzt, dass die photographischen Platten an den betreffenden Stellen von guter Empfindlichkeit sind und die Stellen der Lichtfilterdämpfung nicht mit den Empfindlichkeitsminima zusammenfallen.

Man kann im allgemeinen annehmen, dass bei den in der Reproductionsphotographie üblichen reichlichen Belichtungen das kräftige Lichtbild dort beginnt, wo die übrigbleibende Lichtstärke = 20 Procent von jener ist, welche an den Stellen der Maximaldurchlässigkeit des Lichtfilters zur Wirkung gelangt; bei 10 Procent Lichtstärke entsteht hinter dem Farbenfilter ein Halbton, während bei 5 Procent Lichtstärke die nur mehr sehr zarten, praktisch für den Dreifarbendruck nicht mehr stark zur Wirkung kommenden zarten Halbtöne im photographischen Negativ entstehen.

Bei derartigen Versuchen muss man das Reflexionsspectrum von Pigmenten (nebst dem Sonnenspectrum) berücksichtigen, um die Versuchsbedingungen der thatsächlichen Dreifarbenphotographie anzupassen. Zu diesem Zwecke stellte ich eine Anzahl von Druckfarben, welche chemisch und physikalisch wohl definiert sind und deren Reflexionsspectren die gesammten sichtbaren Spectren umfasst, zu einer Probefarbentafel zusammen (siehe Tafel I).

Reflexionsspectren von Druckfarben, welche für Dreifarbendruck oder zur Herstellung von Probefarbentafeln in Betracht kommen.

Für vorliegende Untersuchung wählte ich eine Farbentafel mit Zinnober, Chromgelb, Schweinfurtergrün, Ultramarinblau, Methylviolett-Lack und setzte darunter die gegenwärtig gebräuchlichen Normalfarben für Dreifarbendruck, d. i. Krapplack (in beigegebener Tafel I Lack aus Alizarinroth), Miloriblau, d. i. besonders nuancirtes Berlinerblau und Chromgelb. Der schwarze Rand repräsentiert nebst dem weißen Papiergrunde die tiefsten Schwärzen und hellsten Weißen des Originals, während die abgestufte Lichtdruckscala (Tafel I) die Gradation der photographischen Schwärzung erkennen lässt.

Die Reflexionsspectren der Farben meiner polychromen Probetafel (Tafel I) sowie der Normalfarben für Dreifarbendruck und einiger anderer ähnlicher Pigmente untersuchte ich genauer und stellte sie graphisch in Fig. 2 dar. Das von Druckfarben (Pigment mit Leinölfirnis) reflectierte farbige Licht enthält stets weißes Licht beigemengt, welches die Wahrnehmung des vom Farbstoff dominierten Farbenspectrums erschwert Beim Zinnober, welcher nicht völlig deckt, schimmert überdies etwas weißes Licht vom Papier durch. Diese Einflüsse suchte ich bei der Beobachtung der den Farbstoffen zukommenden Spectren dadurch unschädlich zu machen, dass ich einen Vierordt'schen Doppelspalt am Spectralapparate anbrachte, in die eine Spalthälfte das von der farbig bedruckten Papierfläche reflectierte Licht eintreten ließ, in die andere Hälfte weißes

[1] Entsprechend den Extinctionscoefficienten (nach Vierordt) = 0·52 bis 0·39 (d. i. negativer Logarithmus der übrig bleibenden Lichtstärke).

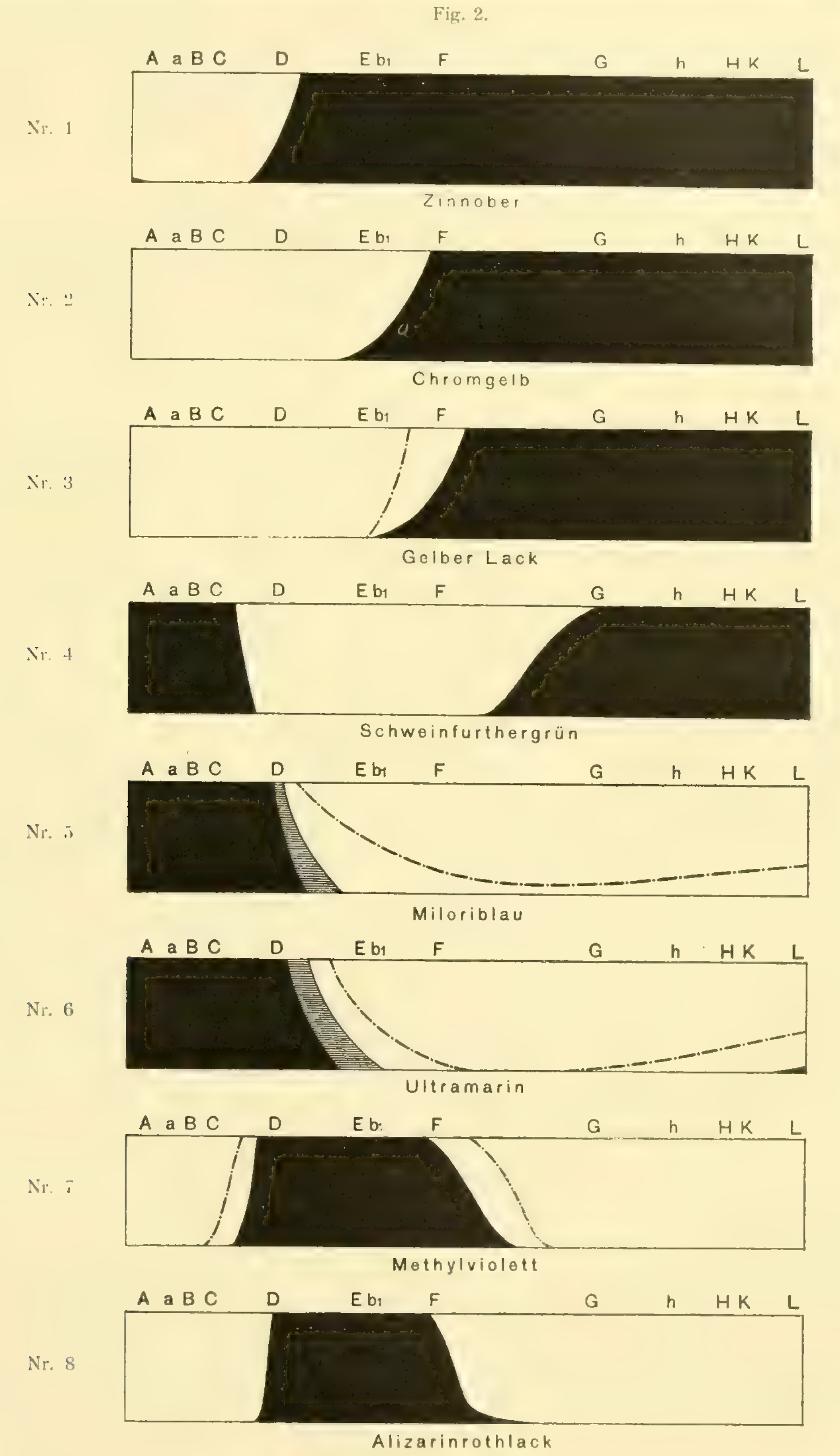
[2] Die Stelle der größten Durchlässigkeit = 100 gesetzt.

[3] Entsprechend den Extinctionscoefficienten 1·00 bis 0·70.

[4] Entsprechend dem Extinctionscoefficienten 1·30, das ist die einem sehr zarten Halbton entsprechende Schwärzung.

reflectiertes Licht mittels Prismen warf und durch Verengen des Spaltes entsprechend dämpfte. Man kann mit ziemlicher Sicherheit das über dem Farbstoff-Spectrum liegende continuierliche Spectrum weißen

Fig. 2.



Reflexionsspectra von Druckfarben.

Lichtes schätzen und dann mit mehr Sicherheit das dem Farbstoff an und für sich charakteristische Farbenspectrum erkennen und skizzieren.

Auf diesem Wege stellte ich graphisch eine Anzahl von Reflexionsspectren von Druckfarben Fig. 2 Nr. 1 bis Nr. 8 dar. Diese Curven entsprechen thunlichst genau den derartig gemachten Beobachtungen; jedoch sei ausdrücklich bemerkt, dass nur das praktisch dominierende Reflexionsspectrum der betreffenden Pigmente abzüglich der Beimengungen von diffusem reflectierten Lichte hiemit nur qualitativ (schematisch) dargestellt ist. Die Curven sind ohneweiters verständlich; die hellen Partien entsprechen den leuchtenden Theilen des Reflexionsspectrums.

Zinnober (Nr. 1) absorbiert das Spectrum einseitig von circa D ab bis ins Violett, dünne Schichten der Farbe lassen aber etwas Weiß vom Papier durchschimmern.

Chromgelb ist eine ziemlich gute Deckfarbe; trotzdem kann man bei dünnen Schichten auch das Absorptionsspectrum im durchfallenden Lichte bestimmen, ebenso wie das analoge Reflexionsspectrum (Fig. 2, Nr. 2). Die Absorption in Roth ist gering; Chromgelb reflectiert ziemlich gut Roth, dann sehr gut Orange, Gelb und Gelbgrün bis circa zu den Fraunhofer'schen Linien *E* bis *F*. Schon im Grün bei $\lambda = 542$ wird die Lichtreflexion schwächer, noch schwächer bei $\lambda = 500-480$. Blauviolett und Ultraviolett wird stark absorbiert.

Der gelbe Lack, hergestellt aus Quercitronenrinde[1], ist eine Lasurfarbe; er lässt selbst in dickerer Schichte mehr Grün durch als Chromgelb; die auf weißes Papier gedruckten Schichten reflectieren gut Roth, Orange, Gelb und Gelbgrün Fig. 2, Nr. 3, ja selbst bis $\lambda = 506$ wird noch Licht reflectiert, so dass ihm mehr Grünstich zukommt, als dem normalen Chromgelb.

Alizarinrothlack gibt das Krapplackspectrum, d. h. es besitzt gute Durchlässigkeit in Roth (lasierend); das Absorptionsband beginnt bei $\lambda = 602$, Maximum bei $\lambda = 592$ bis gegen 500, sinkt bei $\lambda = 500$; im Blau ist es ziemlich durchlässig für Licht von der Wellenlänge $\lambda = 486$, noch mehr wird Licht von $\lambda = 470$ ab bis ins Blauviolett und ins Ultraviolett durchgelassen (Nr. 8).

Schweinfurtergrün reflectiert nur wenig Roth und Orange, nicht viel Gelb (bis *D*), sehr gut Grün und Blaugrün bis *F*, dagegen wird Blau schwach reflectiert (Fig. 2 Nr. 4). Das Schweinfurtergrün ist eine schlechte Druckfarbe und wird für Farbendruck nicht verwendet; für die Probe-Farbentafel ist es aber besonders geeignet, weil die mehr oder weniger richtige Wiedergabe desselben im Vergleiche mit Chromgelb und Ultramarinblau ein sehr gutes Merkmal bei photographischen Probeaufnahmen (Kriterium für die Verwendbarkeit photographischer Platten und Lichtfilter für Dreifarbendruck) bildet und besser als die meisten Anilinfarben für die photographische Probetafel verwendbar ist.

Das Absorptionsspectrum des Methylviolett ist wenigstens qualitativ gut bekannt. Das Spectrum des Methylviolettlackes (Fig. 2, Nr. 7) entspricht dem Spectrum dieses Farbstoffes. Übrigens habe ich diese Spectrum auch mittels quantitativer Spectralanalyse untersucht (s. u.), da es in dieser Richtung noch nicht hinlänglich studiert war. Methylviolettlack ist nicht lichtecht; trotzdem wählte ich ihn, weil sein Reflexionsspectrum relativ scharf begrenzt ist und deshalb eine gute Probefarbe für photographische Reproductionen (neben Ultramarinblau Nr. 6) liefert.

Das Absorptions-, respective Reflexionsspectrum des Miloriblau (Berlinerblau) ist in Taf. 5 abgebildet. Roth bis Orange wird verschluckt; bei schwachen Schichten tritt Durchlässigkeit im Hellgrün auf, stärkere Schichten dämpfen das ganze Grün bis Blau wie die punktierte Curve andeutet.

Bemalte und bedruckte farbige Flächen reflectieren stets Farbengemische und zwar vor allem Farben aus den Nachbarzonen jener Stelle des Spectrums, deren Hauptfarbe sie aufweisen, zum Beispiel Chromgelb reflectiert nicht nur reines Spectralgelb, sondern auch Orangeroth und Grün, das sind die dem Gelb benachbarten Spectralfarben. Grüne Farbenpigmente reflectieren Gelb und Hellblau und dazu noch nicht selten eine Zone im äußeren Roth. Die meisten violetten Pigmente reflectieren nicht nur Blau, sondern auch beträchtliche Mengen Hellroth etc.

---

[1] Der »Gelbe Lack« des Handels ist eine sehr verschieden zusammengesetzte Druckfarbe. Der Quercitronlack wird mit Theerfarben nicht selten geschönt, ja es kommen sogar »gelbe Lackfarben« in den Handel, welche gänzlich aus Theerfarben hergestellt sind.

Diese Eigenschaft der Maler- und Druckerfarben erschwert in hohem Grade die Möglichkeit, ihre photographische Wirkung durch passende Lichtfilter und farbenempfindliche Platten in entsprechender Weise zu separieren, und erklärt anderseits die praktische Erfahrung, dass schlecht aneinander schließende Farbenfilter beim Dreifarbendruck, welche Lücken im Spectrum übrig lassen, dennoch alle Pigmente eines Gemäldes mehr oder weniger zur photographischen Wirkung gelangen lassen. Es sei hier der Vollständigkeit halber auf den verschiedenen Helligkeitsreiz, welchen Pigmente von verschiedener Farbe auf das menschliche Auge ausüben[1], hingewiesen, welche Verhältnisse noch durch Auftreten des Purkinje'schen Phänomens verwickelter werden.

Spectrographische Untersuchung einiger für den Dreifarbendruck in Betracht kommender photographischer Platten.

Die hier näher zu besprechenden photographischen Platten verschiedener Präparation sind jene, welche mir bei mehrjährigen praktischen Versuchen an der k. k. Graphischen Lehr-und Versuchsanstalt thatsächlich gut verwendbare Resultate gaben und ausprobiert sind. Sie verdienen deshalb näher beschrieben zu werden, um auf dem Wege der Praxis das Materiale für das wissenschaftliche Studium des Dreifarbenprocesses zu gewinnen.

Für die Gelbdruckplatte kommen Negative in Betracht, welche unter dem Einflusse der blauvioletten Strahlen entstanden sind. Grüne Strahlen dürfen hiebei so wenig wie gelbe und rothe Strahlen zur Wirkung kommen. Demzufolge kommen nasse Jodsilber-Collodion-, ebensolche Jodbrom-Collodionplatten, Bromsilbergelatine- und Chlorsilbergelatineplatten in Betracht, deren Hauptempfindlichkeit im Blau und Violett liegt.

Die nasse Jodsilber-Collodionplatte (»nasses Collodionverfahren« mit saurer Eisenvitriol-Entwicklung)[2] gibt bei normaler Belichtung (im Sinne meiner Ausführungen) das Violett und Blau bis $\lambda = 437$ und rückt selbst an der Grenze der Überexposition innerhalb der durch die photographische Praxis gegebenen Grenzen nicht viel weiter gegen Hellblau oder Blaugrün vor. Da die photographische Praxis mit Dreifarbendruck unbestritten ergibt, dass man mit solchen Platten gut brauchbare Gelbdrucknegative herstellen kann, so haben wir in der Spectralzone $\lambda = 437$ bis Ende des Violetts eine Norm gefunden, welche die Grenze des zulässigen Abschneidens des Farbbandes gegen das stärker brechbare Ende ergibt und in Spectrum Nr. 16 Tafel II (Sonnenspectrum, Glasspectrograph) deutlich abgebildet ist. Weiteres Vorrücken der Grenze gegen das äußere Violett bringt einen ungünstigen Erfolg im Dreifarbendruck mit sich.

Deshalb sind Chlorsilbergelatineplatten mit chemischer Entwicklung[3] trotz ihrer dominierenden Violettempfindlichkeit für den Dreifarbendruck wenig verwendbar, weil sie im Hellblau zu wenig empfindlich sind. Sie geben bei »normaler« Belichtung die in Spectrum Tafel II, Nr. 14, abgeblidete Spectralwirkung, wobei die zu geringe Blauempfindlichkeit ersichtlich ist. Man muss aber berücksichtigen, dass bei Überexposition die Spectralwirkung gradatim ins Blau bis weit über G vorrücken kann, so dass mit steigender Belichtung weite Farbenbezirke neu in die Wirkung treten und man die Controle über die Farbenselection bei Verwendung von Chlorsilbergelatine leicht verliert. Übrigens ist Chlorsilbergelatine im allgemeinen für die Negativphotographie zu wenig empfindlich, kommt also für Dreifarbendruck nicht weiter in Betracht.

Auch reines Jodsilbercollodion ist nicht sehr empfindlich und wird in dieser Richtung von Jodbromcollodion um das Mehrfache übertroffen,[4] und zwar erstreckt sich die Empfindlichkeit nicht nur

[1] Abney, Untersuchungen. (Eder, Ausf. Handb. d. Phot., Bd. III, 5. Aufl., 1903, S. 283.)

[2] Eder, Recepte und Tabellen für Photographie und Reproductionsverfahren, welche an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien angewendet werden. 5. Aufl., 1900, S. 25.

[3] Vergl. Eder, Sensitometrie III. Abhandlung, Sitzungsberichte d. kais. Akad. d. Wiss., mathem.-naturw. Cl., Abth. II*a*, 1901, Bd. 110.

[4] Das an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt verwendete Jodbromcollodion (siehe Recepte und Tabellen) is 2—3 mal empfindlicher als reines Jodcollodion.

entsprechend dem Bromsilberzusatze relativ weiter gegen Hellblau (s. Tafel II, Nr. 15), sondern auch die absolute Empfindlichkeit des dem Jodsilber selbst eigenen Bandes im Blauviolett wird erhöht. Deshalb bietet das Jodbromcollodion Vortheile dar und es fragt sich, wie es sich mit der Farbenselection hiebei verhält. Empirische Versuchsreihen zeigten mir, dass auch nasse Jodbromcollodionplatten mit grossen Jodidüberschuss praktisch gut verwendbare Gelbdrucknegative ohne Anwendung irgendeines Farbenfilters geben. Die photographische »normale« Exposition, sowie die beginnende Überposition liefert stets das Grün oder Blaugrün praktisch correct, weil das schwache Bromsilberband im Hellblau nicht allzuweit vorrückt, bei Belichtungszeiten, die auf Grund der dominierenden Jodsilberempfindlichkeit correct durchgeführt sind. Bei Collodion mit dominierendem Bromsilbergehalt aber wäre die Gefahr vorhanden, dass die Lichtwirkung zu weit ins Blaugrün vorrückt, man muss also Jodbromcollodion mit beträchtlichem Jodidüberschuss wählen.[1]

Bromsilbergelatine ist bei reichlicher Belichtung sehr empfindlich für Violett bis Hellblau, aber auch noch bis ins Blaugrün. Auch in diesem Falle rückt die Wirkung (analog wie beim Chlorsilber, aber im Gegensatze zu Jodsilber) gradatim ins Grün, bei sehr starker Belichtung bis ins Gelb über die Fraunhofer'sche Linie D vor, so dass man mit steigender Belichtung unbestimmte Farbenselectionen (bei der Reproduction von Gemälden deutlich merklich) vor sich hat. Immerhin kann man annehmen, dass die in Taf. II, Nr. 11, abgebildete Spectrumphotographie der durchschnittlichen Normalbelichtung im Sinne meiner Ausführungen (s. o.) entspricht. Die empirischen Versuchsreihen im Dreifarbendruck lehrten mich, dass auf die Bromsilbergelatineplatte das Blaugrün der Pigmente (Schweinfurtergrün) zu stark einwirkt und dann keine guten Gelbdruckplatten entstehen. Diese Druckplatten würden zu wenig Gelb liefern, die zu unterst gedruckte Gelbplatte würde zu leer an Gelb sein; sie soll aber im Sinne der Drucktechnik reichlich Gelb enthalten, eher zu viel, um guten »Schluss« in der Farbenstimmung zu geben. So erklärt es sich, das Gelbdruckplatten, bei welchen zu breite Spectralbezirke (Blaugrün bis Violett) im Negativ zur photographischen Wirkung kommen, in der Regel praktisch minderwertig sind gegenüber solchen, welche mit Gelbdruck-Negativen, die nur mittels einer engeren blauvioletten Zone erzeugt waren, hergestellt wurden. Praktische mehrjährige Versuche zeigten mir, dass Bromsilbergelatineplatten für Dreifarbendruck die besten Resultate geben, wenn man in den Strahlengang ein Violettfilter einschaltet, welches auch bei Überexposition das Vorrücken der Spectralwirkung gegen Grün hemmt, etwa wie dies die Taf. II, Nr. 6 und 12, abgebildeten Spectrumphotographien zeigen.

Es hat der in der Praxis des Dreifarbendruckes bereits vielfach verwendete Vorgang, bei Bromsilbergelatineplatten Violettfilter einzuschalten, seine Berechtigung und erübrigt nur noch die quantitative spectralanalytische Charakterisierung solcher geeigneter Filter vorzunehmen (s. u.). Vorschaltung von blauen Kupferoxydammoniak-Lichtfiltern gab mir stets mindergute Resultate (s. u.).

Bei diesem Anlasse komme ich auf die von mir ausgesprochene[2] von einem in der Dreifarbenphotographie erfahrensten Fachmanne (Herrn Dr. J. Husnik in Prag) bestätigte[3] Anforderung zu sprechen, welche für Mehrfarbendruck von Bedeutung ist: es sollen die Theilnegative annähernd analoge Gradation besitzen. Deshalb war es von Interesse, zu untersuchen, ob die Vorschaltung der erwähnten Violettfilter die Schwärzungscurve[4] sensitometrisch beeinflussen. Eine sensitometrische Probe (Scheiner-Sensitometer, Amylacetat) gab das in Fig. 3 graphisch dargestellte Resultat;[5] die charakteristische Schwärzungscurve verläuft hinter Wasserfilter, Methylviolettfilter (1 : 10000) und Säureviolettfilter (1 : 2000) fast parallel, d. h. die Gradation wird bei Bromsilbergelatine durch Einschalten

---

[1] Siehe das weiter unten mitgetheilte Mischungsverhältnis.

[2] Siehe meine erste Abhandlung über Sensitometrie a. a. O. 1899.

[3] Siehe mein Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik 1901, S. 56.

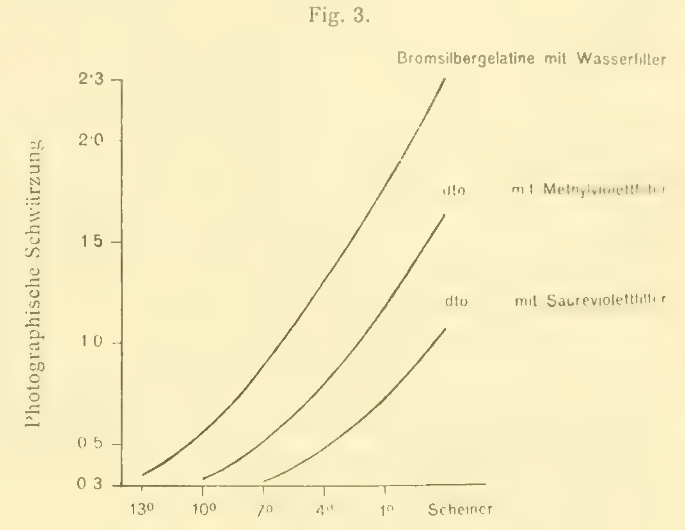
[4] Eder, Sensitometrie. I. Abhandlung, 1899, a. a. O.

[5] Die Darstellung der Schwärzungscurven (bei constanter Belichtungszeit) geschah gemäß meiner oben citierten ersten Abhandlung über Sensitometrie.

von Violettfilter nicht gestört, sondern nur das Licht verschieden stark gedämpft, was praktisch zu verschieden langer Belichtungszeit führt und aus Fig. 3 ersichtlich ist.

Grünempfindliche Platten, welche für Dreifarbenphotographie zur Herstellung der Rothdruckplatte Verwendung finden sollen, sind nur sehr schwer mit correcter Wirkung herzustellen. Das spectrographische Empfindlichkeitsband im Grün soll bei Gelb nächst der Fraunhofer'schen Linie D anheben und kräftig continuierlich bis Blaugrün weit über F verlaufen, so wie es die Spectrumphotographien in Taf. II, Nr. 7 in zwei Varianten andeuten. Leider ist die für diesen Zweck meistens verwendete (wohl immer noch beste) Erythrosinplatte im Blaugrün wenig empfindlich und zu sehr empfindlich im Gelb, wie die Spectrumphotographie Taf. II, Nr. 10, klar und charakteristisch darstellt [1]. Man muss deshalb so reichlich belichten, bis das Blaugrün zur kräftigen Wirkung gelangt und gleichzeitig das Gelbgrün durch blaue oder grüne Lichtfilter dämpfen. Die correcte Durchführung dieses Processes erfordert genaue spectroskopische Prüfung der Grünfilter, deren Ergebnisse weiter unten beschrieben sind.

Fig. 3.



Schwärzungscurven von Bromsilbergelatineplatten hinter violetten Lichtfiltern.

Die meisten orthochromatischen Platten des Handels (z. B. Schattera's orthochromatische Platten) sind solche Erythrosinplatten. Für meine Versuche stellte ich mir sie selbst nach folgende an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt hiefür ausgearbeiteten Vorschrift dar:

Bromsilbergelatineplatten werden in verdünntem Ammoniak (100 *cm*³ Wasser und 1½ *cm*³ Ammoniak) während 2 Minuten gebadet, dann sofort in ein Farbstoffbad von 100 *cm*³ Wasser, 6 *cm*³ Erythrosinlösung (1 : 500), 1½ *cm*³ Ammoniak während 2 Minuten gebracht und nach dem Abtropfen in völliger Finsternis getrocknet.

Die Farbenempfindlichkeit (besonders für Gelbgrün) der Erythrosinplatte habe ich in früheren Abhandlungen genau beschrieben, ebenso meine Beobachtungen über den Verlauf der Schwärzungscurve [2].

Eosin oder verwandte Farbstoffe, welche dem Bromsilber das Sensibilisierungsband weiter gegen Grün ertheilen, wären theoretisch richtiger als Erythrosin. Leider ist die Gesammtempfindlichkeit der Eosinplatten geringer, insbesondere auch an der Stelle des Minimums im Blaugrün, so dass die Erythrosinplatte (trotz starker Dämpfungsfilter) kürzere Belichtungszeiten braucht und ich einstweilen bei der Erythrosinplatte bleibe. Die Correctionsmethode mittels spectroskopisch genau untersuchter grüner Lichtfilter ist sehr charakteristisch für Arbeiten dieser Art und ich habe sie deshalb genau untersucht (s. u.).

Bromsilbercollodionemulsion gefärbt mit Eosinsilber (aus Tetrabromfluoresceïnnatrium) oder Äthyleosin, Phloxin etc. ist günstiger als Eosin-Bromsilbergelatine. Taf. II, Nr. 4, zeigt die Wirkung des Sonnenspectrums auf Bromsilbercollodion mit Tetrabromfluoresceïnsilber (kurz exponiert; bei längerer Belichtung rückt die Wirkung weiter gegen D vor) Fluoresceïnsilber ist stark empfindlich im Grün (s. Spectrumphotographie Taf. II, Nr. 5), aber zu wenig für Gelbgrün, somit für den Dreifarbendruck nicht

---

[1] Vergl. Eder, Sensitometrie, 1., 2. und 3. Abhandlungen, Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wiss., mathem. naturw. Cl. Abth. II *a*, 1899 Bd. 108, 1900 Bd. 109, 1901 Bd. 110.

[2] Eder, Sensitometrie I und III.

genügend; bei allen farbenempfindlichen Platten von ähnlichem Verlauf des Sensibilisierungsbandes im Sonnenspectrum lassen sich wohl grüne Pigmente mit genügender photographischer Deckkraft der Negative photographieren, nicht aber gelbe.

Sehr gut verhielt sich Monobromfluoresceïnsilber im Bromsilbercollodion und ich blieb bei diesem Präparate, dessen Empfindlichkeit im Dunkelgrün sich dem Fluorescein nähert, im Gelbgrün aber weniger kräftig als Eosin wirkt, was wünschenswert ist.

Ich fand als beste Vorschrift für die grünempfindliche Collodionemulsion 100 cm^3 Bromsilbercollodion (Albert'sche Emulsion) gemischt mit 10 cm^3 alkoholischer Monobromfluoresceïnlösung (1 : 500).[1] Mitunter wirkte auch ein kleiner Zusatz von Cyanosin oder Äthyleosin hiebei günstig.

Die Platten werden damit übergossen, nach dem Erstarren in schwaches Silbernitratbad 1 : 500 (nicht angesäuert) getaucht, nach einigen Minuten noch nass exponiert, bestens mit Wasser abgespült und mit dem bekannten alkalischen Hydrochinon oder Glycin-Entwickler[3] entwickelt.

Auch diese Monobromfluoresceïn-Platten müssten mit Grünfiltern combiniert werden, um die photographische Wirkung (ähnlich wie bei Erythrosinplatten) mehr gegen Blaugrün zu drängen; jedoch genügen hier schwächere Dämpfungsfilter; mitunter ist eine kurze Nachbelichtung ohne Grünfilter am Platze, um fälschliche allzugeringe Gelbgrünwirkung zu corrigieren; auch die Combination von Monobromfluorescein mit einem Tetrabromfluoresceïnderivat (Cyanosin oder Äthyleosin) hat mir mitunter in schwierigen Fällen gute Dienste geleistet.

Bei allen diesen grünempfindlichen Platten tritt eine namhafte Blauviolettempfindlichkeit (Eigenempfindlichkeit des Bromsilbers) auf, welche durch passende Gelbfilter ausgeschaltet werden muss. Dieser Process ist besonders wichtig und muss genau controliert werden (s. u.).

Die Blaudruckplatte im Dreifarbendruck wird mittels eines hinter Orangefilter hergestellten Negatives, für welches man rothgelbempfindliche Platten verwendet, hergestellt. Derartige Platten sollen im Roth mindestens von der Fraunhofer'schen Linie C bis über D ins Gelb an die Grenze von Hellgelbgrün empfindlich sein, wie Taf. II, Nr. 3 (Bromsilbercollodion mit dem von E. Valenta[4] hiefür angegebenen Äthylviolett) zeigt. Nach meinen Versuchen genügen noch Sensibilisierungen, deren Maxima zwischen C und D liegen (Taf. 2, Nr. 3), wenn die Sensibilisierung bei reichlicher Exposition gegen C oder darüber hinausrückt, was zum Beispiel bei dem von E. Valenta angegebenen Wollschwarz[5] und von mir zuerst angegebenen Nigrosinen und was auch bei der von Schattera in Wien fabriksmäßig erzeugten rothempfindlichen Platte hinter Orangefiltern erfolgt (s. Taf. II, Nr. 8), wo die Wirkung sich sogar über A des Sonnenspectrums erstreckt. Dagegen fand ich eine sehr wenig gegen Rothorange sich erstreckende Sensibilisierung, wie dies Nr. 2 angibt (Albert's Bromsilbercollodion mit käuflichem Farbensensibilisator) für ungenügend, so dass zum Beispiel Zinnober schlecht im Vergleich zu Chromgelb wiedergegeben wird. Diese Grenzwerte gegen die weniger brechbare Seite des Spectrums fand ich bei meinen Experimenten und wiederholte Versuche bestätigten sie, obschon in der Literatur und Praxis man mehrfach minder gut für Roth sensibilisierte Platten empfohlen findet. Die Grenze der Farbenwirkung gegen das stärker brechbare Ende kann sich etwas über D gegen Hellgelb erstrecken (ungefähr, wie Taf. II, Nr. 8, andeutet) und sorgfältige quantitative spectralanalytische Bestimmungen lehrten mich, wie unbrauchbar rothe Lichtfilter sind, welche die Region vor D im Orange abschneiden (s. u.).

Meine rothempfindlichen Trockenplatten sensibilisierte ich mit Wollschwarz, welches in nachfolgender Art die besten Resultate gibt.

---

[1] Bezogen von der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen.

[2] Derselbe Glycin-Pottasche-Entwickler, welcher für Bromsilbergelatine gebräuchlich ist. Eder, Recepte und Tabellen 1900, S. 14 und 35.

[3] Phot. Corr. 1901, S. 37.

[4] Phot. Corr. 1900, S. 102.

[5] Bezogen von der Actiengesellschaft für Anilinfabrication in Berlin.

Rothempfindliche Wollschwarz-Bromsilbergelatineplatten. Man badet zuerst gewöhnliche Bromsilbergelatineplatten in einer Lösung von 100*cm*³ Wasser, 1½*cm*³ Ammoniak während 2 Minuten. Dann taucht man in das Sensibilisierungsbad: 5*cm*³ Wollschwarzlösung (Wollschwarz 4 B der Berliner Actiengesellschaft für Anilin-Fabrication) [1 : 500] oder Dianilschwarz N (Meister, Lucius, Brüning & Comp.), 100*cm*³ Wasser, 1½*cm*³ Ammoniak[1]. Badedauer: 2 Minuten, davon werden zwei filtrierte Bäder nacheinander mit einer Badedauer von je 2 Minuten angewendet. Man trocknet in völliger Finsternis.

Während für Dreifarbenlichtdruck diese Wollschwarzplatte mit Orangefilter genügende Resultate gibt (ziemlich ähnlich verhält sich Schattera's »rothempfindliche« Platte), empfiehlt sich für Autotypie (Zink- oder Kupferätzung für Buchdruck) folgende rothempfindliche Collodionemulsion: 100*cm*³ Albert'sche Collodionemulsion, 5*cm*³ Äthylviolettlösung (1 : 500), 5*cm*³ Monobromfluoresceïnlösung (1 : 500). Die Platten werden hiemit übergossen und nach dem Erstarren in ein Silberbad (1:500), — nicht angesäuert — getaucht und nass exponiert[2]. Das Monobromfluoresceïn setzte ich zu, weil die Äthylviolettplatte dann bessere Gesammtempfindlichkeit aufweist[3] und reinere Schichten gibt; die durch Monobromfluoresceïn gesteigerte Grünempfindlichkeit kommt hinter Orangefiltern nicht zur Geltung und ist nicht das Endziel dieses Zusatzes. Frisch mit diesen Farbstoffen gemischte Emulsionen arbeiten mitunter schleierig, was nach ein bis zwei Wochen von selbst sich verbessert. Man kann auch die wie oben hergestellte Platte nach dem Belichten und vor dem Entwickeln in sehr verdünnter Essigsäure baden, wobei der Schleier zerstört wird. Ansäuern vor dem Belichten ist wegen Veränderung des sensibilisierenden Farbstoffes nicht empfehlenswert.

Den Zusammenhang derartiger farbenempfindlicher Platten mit passenden Lichtfiltern und ihre Wirkung bei der Mehrfarbenphotographie von Pigmenten untersuchte ich im weiteren Verlaufe meiner Arbeiten.

Quantitative spectralanalytische Untersuchung einiger Lichtfilterarten.

Zur Festlegung der spectralanalytischen Eigenschaften von Lichtfiltertypen habe ich die Absorption und die Extinctionscoefficienten[4] einiger derselben bestimmt.

Es ist keineswegs zulässig, aus dem Beginne, respective Ende des Absorptionsspectrums, beziehungsweise der Lage des Absorptionsminimums eines Lichtfilters einen Rückschluss auf seine Verwendbarkeit zu machen. Es kommen nämlich viele Farbstoffe vor, welche für gar keine Zone des Spectrums genügend transparent sind und selbst an der Stelle der größten Durchlässigkeit das Licht messbar dämpfen. Bei der bloßen Besichtigung des Absorptionsspectrums entgeht dies leicht dem Beobachter, aber vergleichende photographische Expositionsversuche oder besser quantitative Lichtabsorptionsmessungen bringen diese Einflüsse sehr merklich zum Erkennen.

Dies soll ein Beispiel klar machen: Das Säureviolett 4 B extra (Farbenfabriken vormals Bayer u. Co. in Elberfeld) ist ein brillanter violetter Farbstoff, ähnlich wie Methylviolett, aber viel lichtbeständiger. Es gelingt leicht ein gutes violettes Lichtfilter damit herzustellen, wenn man es ungefähr 1 : 2000 in Wasser löst. Dieses Lichtfilter schneidet für Dreifarbendruck genügend ab und zwar kann man die qualitative Lichtabsorption ganz ähnlich begrenzen, wie mit Methylviolettlösung (1 : 10000), was in Nr. 6 und 13 der heliographischen Taf. II ersichtlich ist. Trotzdem braucht eine Bromsilbergelatineplatte hinter Säureviolett eine viel längere Belichtung als hinter einem dieselbe Zone begrenzenden Methylviolettfilter (s. Fig. 3).

---

[1] Manche Bromsilberplatten geben mit Ammoniak im Farbbade Schleier; man lässt dann diesen Ammoniakzusatz weg und erhält klarere, aber weniger empfindliche Platten. Das Ammoniakvorbad ist aber dann umso nothwendiger und darf nicht wegbleiben.

[2] Nach dem Exponieren wird mit Wasser bestens abgespült und die Platte wie die Fluoresceïnplatte alkalisch entwickelt.

[3] Zuerst mitgetheilt in meiner Abhandlung, Sensitometrie III a. a. O.

[4] Im Sinne Vierordt's (Anwendung des Spectralapparates zur Photometrie der Absortionsspectren 1873, ferner die quantitative Spectralanalyse 1876, vergl. Traube, Phys. chem. Methoden 1893; Krüss, Colorimetrie und quantitative Spectralanalyse 1891.

Der Grund liegt darin, dass beim Säureviolett die herausgeschnittene Spectralzone nicht voll transparent, sondern partiell stark gedämpft ist (nicht aber beim Methylviolett), was man bei qualitativen optischen Proben nicht merkt, wohl aber bei praktischen photographisch vergleichenden Expositionsversuchen[1] oder mittels quantitativer Spectralanalyse.

Geeignete Violettfilter zur Herstellung der Gelbdruckplatte mittels Bromsilbergelatine.

Gewöhnliche Bromsilbergelatineplatten sind für die Dreifarbenphotographie nicht ohneweiters verwendbar, da ihre Eigenempfindlichkeit zuweit gegen Blaugrün reicht (Vergl. die Photographie des Sonnenspectrums Taf. II, Nr. 11). Man muss deshalb bei der Aufnahme ein Violettfilter einschalten, um das Blaugrün zu dämpfen, und erhält dann gute Negative für die Gelbdruckplatten, wie sie an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt besonders mit Erfolg für den Drei- und Vierfarbenlichtdruck verwendet werden.

Als normales Lichtfilter für die Gelbdruckplatte entsprach mir am besten ein Methylviolettfilter in der Concentration 1 : 10000 in einer Dicke von 1 *cm*. Die Handelssorten des Methylvioletts und ihre Färbekraft wechseln stark, so dass mit einer solchen Receptur das Lichtfilter nicht genügend charakterisiert ist. Deshalb legte ich die optischen Eigenschaften eines bei meinen Versuchen bewährten derartigen Methylviolettfilters[2] fest und fand folgende Extinctionscoefficienten:

Methylviolettlösung 1:10.000

(normales Lichtfilter für Gelatineplatten).

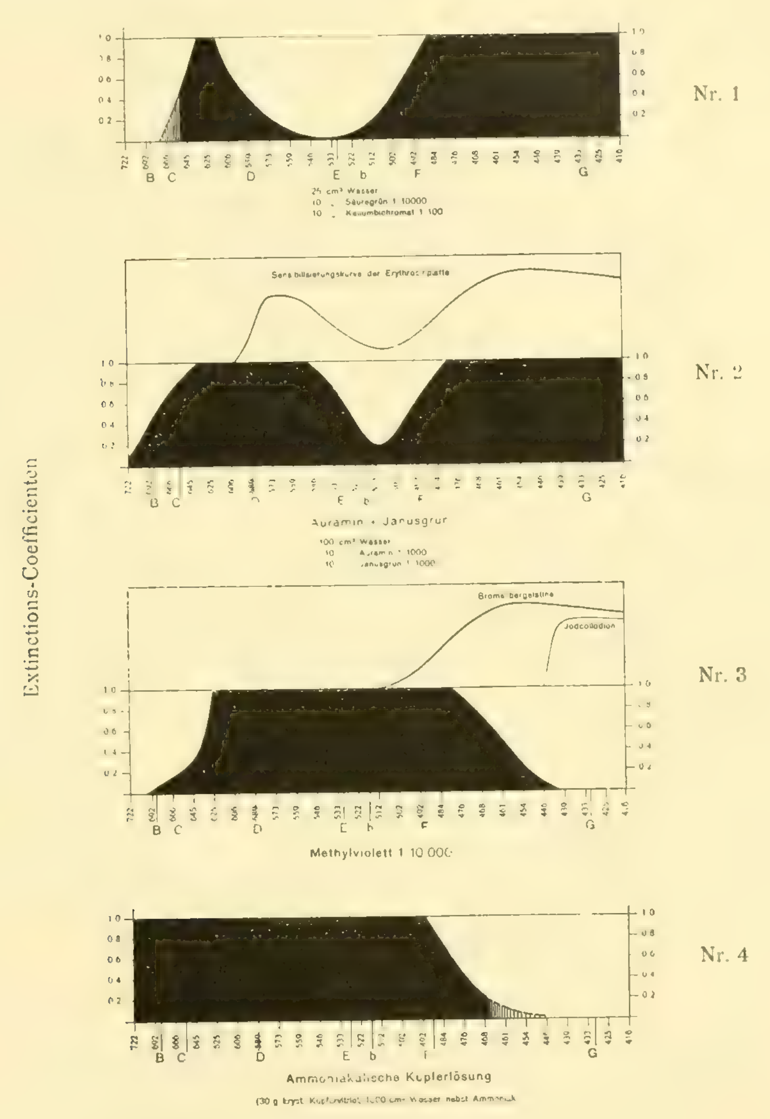
Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
7—7¼	694—683	0·88	0·0555
7¼—7½	683—672	0·77	0·1135
7½—7¾	672—662	0·65	0·1871
7¾—8	662—653	0·59	0·2292
8—8¼	653—644	0·46	0·3373
8¼—8½	644—635	0·35	0·4559
8½—8¾	635—626	0·18	0·7474
8¾—9	626—618	0·07	1·1549
9—9¼	618—610		
15—15¼	492—489	völlige Absorption	
15¼—15½	489—486		
15½—15¾	486—483		
15¾—16	483—480	0·05	1·3010
16—16¼	480—476	0·08	1·0969
16¼—16½	476—473	0·11	0·9586
16½—16¾	473—470	0·17	0·7696
16¾—17	470—467	0·21	0·6778
17—17¼	467—464	0·28	0·5529
17¼—17½	464—461	0·32	0·4949
17½—17¾	461—459	0·36	0·4437
17¾—18	459—457	0·41	0·3872
18—18¼	457—454	0·47	0·3279
18¼—18½	454—452	0·55	0·2596
18½—18¾	452—449	0·65	0·1871
18¾—19	449—447	0·77	0·1135
19—19¼	447—444	0·84	0·0757
19¼—19½	444—442	0·92	0·0362
19½—19¾	442—440	0·96	0·0177
	von da ab völlig durchlässig		

[1] Auch die in Figur 3 dargestellten Sensitometer-Curven geben (bezogen auf Scheinergrade) das Bild der verschieden starken photographischen Wirkung des Lichtes beim Einschalten der in Rede stehenden Lichtfilter.

[2] Es wurde reines Methylviolett von der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen a. Rh. verwendet.

Demgemäß ergibt sich die in Fig. 4, Nr. 3, graphisch dargestellte Absorptionscurve meines Methylviolettlichtfilters (1 : 10000); es sind hiebei die Wellenlängen des Lichtes und die dazugehörigen Extinctionscoefficienten mit ihren genauen Zahlenwerten eingetragen.

Fig. 4.



Quantitative spectrokolorimetrische Prüfung von Lichtfiltern.

Die Methylviolettlösungen bleichen leider nach mehreren Wochen im Lichte aus (abgesehen von Farbenänderungen durch chemische Reactionen) und verlieren viel von ihrer Farben-Intensität.

Ein solches praktisch bereits unbrauchbar gewordenes Methylviolettfilter besaß nach meinen Messungen folgende Lichtstärken und Extinctionscoefficienten:

Methylviolett-Filter. (Concentration 1 : 10.000. — Am Lichte ausgebleicht.)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$7-7\frac{1}{4}$	666—655	gut durchlässig für Roth	—
$7\frac{1}{4}-7\frac{1}{2}$	655—645		—
$7\frac{1}{2}-7\frac{3}{4}$	645—635		—
$7\frac{3}{4}-8$	635—625		—
$8-8\frac{1}{4}$	625—616	0·31	0·5086
$8\frac{1}{4}-8\frac{1}{2}$	616—606	0·13	0·8861
$8\frac{1}{2}-8\frac{3}{4}$	606—597	0·03	1·5229

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
597—517 starkes Absorptionsband bis Grün			
$11^3/_4$—12	517—512	0·03	1·5229
12—$12^1/_4$	512—507	0·06	1·2219
$12^1/_4$—$12^1/_2$	507—502	0·08	1·0969
$12^1/_2$—$12^3/_4$	502—497	0·10	1·0000
$12^3/_4$—13	497—492	0·17	0·7696
13—$13^1/_4$	492—488	0·21	0·6778
$13^1/_4$—$13^1/_2$	488—484	0·28	0·5529
$13^1/_2$—$13^3/_4$	484—480	0·37	0·4318
$13^3/_4$—14	480—476	0·39	0·4089
14—$14^1/_4$	476—472	0·41	0·3872
$14^1/_4$—$14^1/_2$	472—468	0·52	0·2840
$14^1/_2$—$14^3/_4$	468—465	0·78	0·1079

Vergleicht man damit meinen Befund, dass Kupferoxydammoniak, oder ähnliche Lichtfilter (die Bestimmung der Absorption von Kupferfiltern, s. meine Abhandlung »Sensitometrie« III. Abhdlg.) nach meinen Versuchen für Gelbdruckplatten das Blaugrün gleichfalls zu wenig dämpfen, vergleicht man ferner die Absorptionscurve des guten Methylviolettfilters (1:10000) (s. Fig. 4) mit der Curve eines Lichtfilters von stärkerer Kupferoxydammoniaklösung, welche immer noch zu wenig bei F absorbirt [1] (s. Fig. 4, Curve Nr. 4), so sind damit Standards gegeben, welche bei weiterer Ermittlung anderer Lichtfilterarten gute Anhaltspunkte geben werden.

Jodbrom-Collodionplatten für Gelbdrucknegative brauchen kein Violettfilter. Für Dreifarben-Autotypie eignet sich am besten Jodbromcollodion mit überschüssigem Jodsalz. 7 *g* Jodcadmium, 3·2 *g* Jodammonium und 1·2 *g* Bromammonium werden in 175 cm^3 Alkohol gelöst und filtriert.

Zur Herstellung von Negativcollodion mischt man 1 Volumen der Jodierungsflüssigkeit mit 3 Volumen von zweiprocentigem Rohcollodion. Die Collodionschichte wird im 10procentigen Silberbade gesilbert. Als Entwickler dient mit Essigsäure angesäuerte Eisenvitriollösung[2].

Grünfilter zur Herstellung der Rothdruckplatte.

Von den außerordentlich mannigfaltigen Grünfiltern, welche bisher vorgeschlagen wurden (Nickel-, Kupfersalze, Malachitgrün, Säuregrün, Combinationen derselben mit gelben Farbstoffen, Bichromat etc.[3]), habe ich eine große Anzahl versucht und sowohl auf gelbgrünempfindliche Bromsilbergelatine als auch auf grünempfindliche Bromsilbercollodien bezogen.

---

[1] Vergleichende praktische Versuche der Farbensynthese (bezogen auf die Druckfarben: Chromgelb, Krapproth und Berlinerblau) ergaben, dass die Kupferoxydammoniak-Lichtfilter, selbst in großer Concentration, nur zur Noth ihrem Zwecke entsprechen, z. B. gab eine Lösung von 30 *g* krystallisiertem Kupfervitriol, Ammoniak und Wasser zum Volumen von 1 Liter gebracht, ein sattblaues Lichtfilter, welches in den meisten Fällen zu viel von der Grenzregion des Blaugrün durchlässt und deshalb meistens ein Gelbdrucknegativ von etwas zu wenig Deckung liefert. Deshalb glaube ich berechtigt zu sein, dass als äußerste Grenze eines Blaufilters für Bromsilbergelatine ein solches Kupferfilter zu bezeichnen ist, dessen Absorptionscurve durch quantitative spectralanalytische Bestimmungen durch obenstehende Figur charakterisiert ist.

[2] Siehe Eder, Recepte und Tabellen für Photographie und Reproductionsverfahren, welche an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien angewendet werden, 1900, S. 25.

[3] Eine Zusammenstellung derartiger Lichtfilter findet sich in meinem Ausf. Handbuche der Photogr. Bd. III., 5. Aufl., 1903, S. 194 und 698, ferner im Jahrb. für Photogr. und Reprodr. 1900 bis 1903.

Erythrosinbromsilbergelatineplatten und geeignete Grünfilter.

Für Zwecke des Farbenlichtdruckes verwende ich gelbgrünempfindliche Erythrosinplatten (s. oben) oder die in der Emulsion selbst gefärbten ähnlichen orthochromatischen Platten (z. B. von Schattera in Wien), welche in der Regel bessere Gradation in den Lichtern zeigen als gebadete Platten.

Sie brauchen starke Correctionslichtfilter [1], deren optische Eigenschaften vom größten Einflusse auf das Gelingen sind. Die Dämpfung der Lichtstrahlen muss an der weniger brechbaren Seite des Spectrums, von Orangegelb gegen Gelbgrün (Region von der Fraunhofer'schen Linie C bis über D) erfolgen, so dass die spectralphotographische Aufnahme auf einer Erythrosinplatte (Taf. II, Nr. 10) im Sinne von Taf. II, Nr. 7, gestaltet, d. h., dass das Sensibilisierungsband vom Gelbgrün gegen Blaugrün geschoben wird. Solche Effecte kann man z. B. mit Gemischen von Janusgrün [2], mit gelben Farbstoffen (wie Auramin)[3] erzielen, wie Curve 2 in Fig. 4 andeutet. Die obere Curve in dieser Figur deutet die Sensibilisierungscurve der Erythrosin-Bromsilbergelatineplatte an, die graphische Darstellung des Absorptionsspectrums von Janusgrün-Auramin (untere Curve) zeigt dort ein Maximum des durchgelassenen Lichtes, wo die Empfindlichkeit der Erythrosinplatte ein Minimum hat, und man erhält durch Combination beider eine Spectrumphotographie, worin die Hauptwirkung sich über Grün erstreckt, wie Taf. II, Nr. 7, angibt.

Man kann mit einem solchen System in Dreifarbendruck gut arbeiten, wie ich es früher schon angegeben habe[4], aber das Filter zeigte in der Folge manche Nachtheile: es ist an keiner Stelle des Spectrums völlig durchlässig (s. Curve 2, Fig. 4 und vergl. weiter unten stehende Tabelle), braucht somit längere Belichtungen als die von mir später eingeführten Lichtfilter mit Neupatentblau (Fig. 5, Nr. 9) und überdies zersetzt sich gelöstes Auramin sowohl im Lichte als im Finstern von selbst, in dem es einen unlöslichen gelben krystallinischen Niederschlag fallen lässt[5]. Übrigens ergibt dieses Filter die äußerste, kaum mehr zulässige Abschneidung von Gelbgrün.

Auramin (1 : 15.000).

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient	Anmerkung
14—14¼	508—504	0·96	0·0177	Ganz durchsichtig.
14¼—14½	504—500	0·82	0·0802	
14½—14¾	500—496	0·72	0·1427	
14¾—15	496—492	0·54	0·2676	
15—15¼	492—489	0·41	0·3872	
15¼—15½	489—486	0·27	0·5686	
15½—15¾	486—483	0·17	0·7676	
15¾—16	483—480	0·12	0·9208	Ende bei λ = 474

[1] Plattensorten, welche weniger starke Correctionsfilter brauchen, wären ohne Zweifel besser; man wird solche bessere Platten anstreben müssen, obschon derzeit die Erythrosinplatten kaum zu entbehren sind.

[2] Janusgrün G der Farbwerke Meister, Lucius und Brüning in Höchst a. M. Dasselbe ist nach den Mittheilungen der Fabrik ein Azofarbstoff aus Diäthylsafranin und β-Naphylamin. — Ich mischte 100 *cm*³ Wasser, 10 *cm*³ Janusgrünlösung (1:1000) und 10 *cm*³ Auramin (1:1000) und verwendete das Farbfilter in 1 *cm* dicker Schichte.

[3] Als Gelbfilter empfohlen von Andresen, Phot. Corresp., 1898, S. 507.

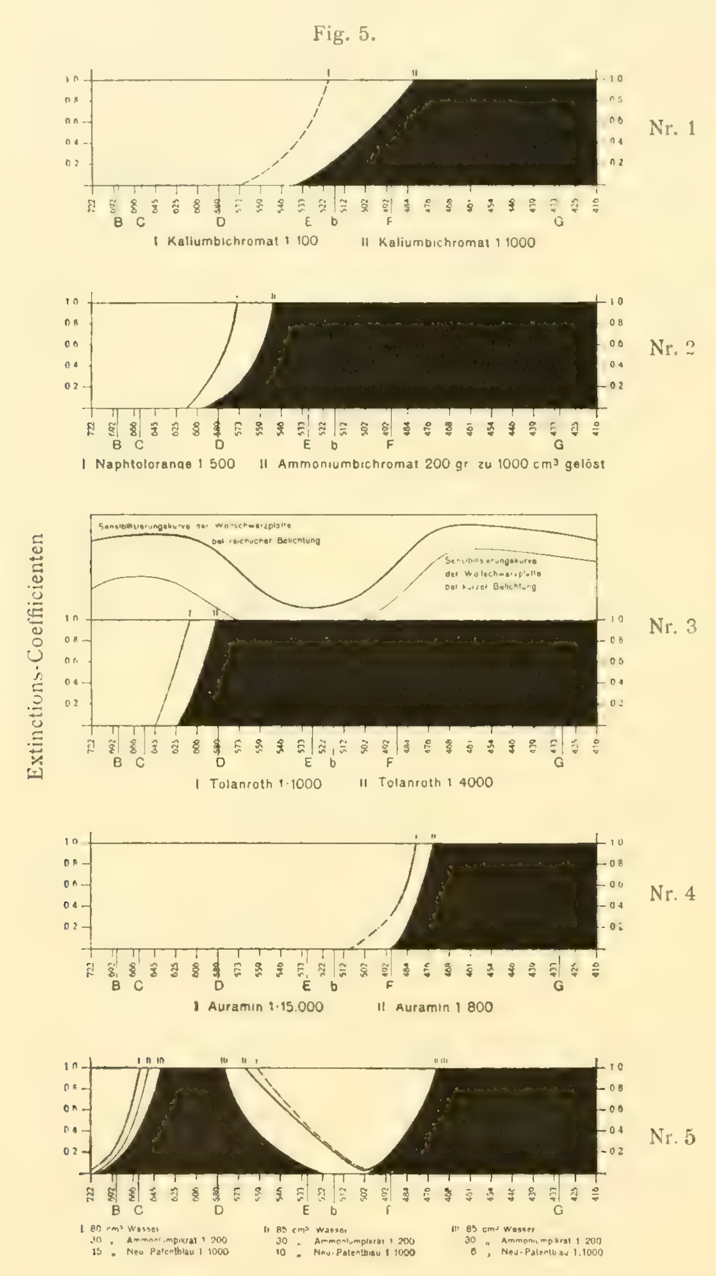
[4] Eder, Jahrb. für Photogr. u. Reproductionstechnik, 1901, S. 213.

[5] Diese Beobachtung bewog mich im weiteren Verlaufe meiner Arbeiten von Auraminlösungen abzusehen und dafür Ammoniumpikrat zum Dämpfen von Blauviolett zu verwenden. — Die im Texte mitgetheilte Tabelle enthält die Extinctionscoefficienten einer wässerigen Auraminlösung (1 : 15000), welche in 1 *cm* dicker Schichte ein brauchbares Dämpfungsfilter für Blauviolett abgibt; das Ammoniumpikrat kann in analoger Weise verwendet werden und ist in einer anderen Tabelle im Texte behandelt.

Dadurch werden die Rothdrucknegative zu wenig im hellen Gelbgrün gedeckt und machen diese im Dreifarbendruck zu blaustichig. Aus diesen Gründen gab ich dieses Janusgrün-Lichtfilter auf.

Ein anderes Lichtfilter, welches Baron Hübl empfahl,[1] besteht aus Säuregrün gemischt mit Kaliumbichromat;[2] es ist recht hell und für gewisse Zwecke, wo mäßige Dämpfung im Gelbgrün

Fig. 5.



Quantitative spectrokolorimetrische Prüfung von Lichtfiltern.

erforderlich ist, sehr brauchbar. Dieses Filter gibt die geringste in manchen Fällen noch zulässige, jedoch für die im Gelbgrün gewaltig empfindlichen Erythrosinplatten kaum mehr genügende Dämpfung nächst der Fraunhofer'schen Linie D im Gelbgrün. Für manche Sorten grünempfindlicher Platten leistet dieses Lichtfilter (1 *cm* dick) gute Dienste, weshalb ich es hier erwähne. Die Dämpfung im Blau (nächst F)

---

[1] Baron Hübl, Die Dreifarbenphotographie, mit besonderer Berücksichtigung des Dreifarbendruckes und der photographischen Pigmentbilder in natürlichen Farben, Halle a. S., W. Knapp, 1897.

[2] Das von mir untersuchte Säuregrünfilter bestand aus 10 cm^3 Säuregrünlösung (1 : 10000), 10 cm^3 Kaliumbichromatlösung (1 : 100) und 25 cm^3 Wasser; Schichtdicke bei photograph. Aufnahmen 1 *cm*.

rückt aber hiebei etwas zuweit gegen Blaugrün vor. Da diese Type von Lichtfiltern beachtenswert ist, so theile ich meine Messungsresultate der quantitativen Absorption in folgender Tabelle mit.

Grünfilter aus 10 cm^3 Säuregrün (1 : 10.000) 10 cm^3 Kaliumbichromat (1 : 100) 25 cm^3 Wasser.

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$7\frac{1}{4}$—$7\frac{1}{2}$	655—645	0·27	0·569
$7\frac{1}{2}$—$7\frac{3}{4}$	645—635	0·15	0·824
$7\frac{3}{4}$—8	635—625	0·05	1·301
8—$8\frac{1}{4}$	625—616	0·04	1·398
$8\frac{1}{4}$—$8\frac{1}{2}$	616—606	0·19	0·721
$8\frac{1}{2}$—$8\frac{3}{4}$	606—597	0·24	0·620
$8\frac{3}{4}$—9	597—589	0·32	0·495
9—$9\frac{1}{4}$	589—581	0·43	0·367
$9\frac{1}{4}$—$9\frac{1}{2}$	581—573	0·55	0·260
$9\frac{1}{2}$—$9\frac{3}{4}$	573—566	0·72	0·143
$9\frac{3}{4}$—10	566—559	0·76	0·119
10—$10\frac{1}{4}$	559—553	0·80	0·097
$10\frac{1}{4}$—$10\frac{1}{2}$	553—546	0·92	0·036
$10\frac{1}{2}$—$10\frac{3}{4}$	546—539	0·91	0·041
$10\frac{3}{4}$—11	539—533	0·95	0·022
durchsichtig			
12—$12\frac{1}{4}$	512—507	0·63	0·201
$12\frac{1}{4}$—$12\frac{1}{2}$	507—502	0·47	0·328
$12\frac{1}{2}$—$12\frac{3}{4}$	502—497	0·31	0·509
$12\frac{3}{4}$—13	497—492	0·19	0·721
13—$13\frac{1}{4}$	492—488	0·15	0·824
$13\frac{1}{4}$—$13\frac{1}{2}$	488—484	0·09	1·046
$13\frac{1}{2}$—$13\frac{3}{4}$	484—480	0·06	1·222
$13\frac{3}{4}$—14	480—476	0·02	1·699

Für Erythrosinplatten soll aber nach meinen Versuchen ein passendes Grünfilter für Dreifarbendruck das Gelbgrün mehr und das Blaugrün weniger dämpfen als das vorhin beschriebene Säuregrün-Lichtfilter. Dies erreichte ich am besten mit einem Gemisch von Ammoniumpikrat und Neu-Patentblau (Neu-Patentblau 4 B der Farbenfabriken vormals Fr. Bayer & Comp. in Elberfeld). Curve 9 (I, II, III) in Fig. 5, zeigt die Absorptionscurven von drei verschiedenen Concentrationen des blauen Farbstoffes und annähernd constanter Concentration des Ammoniumpikrates.

Als bestes Grünfilter für Erythrosinbadeplatte (Schattera's Erythrosinplatten) diente mir die Mischung von 85 cm^3 Wasser, 30 cm^3 Ammoniumpikrat (1 : 200) und 15 cm^3 Neu-Patentblau (1 : 1000), deren Absorptionscurve in Fig. 5, Curve 9 (I) dargestellt ist und deren Lichtextinction die weiter unten folgende Tabelle enthält. Für orthochromatische Platten, deren Empfindlichkeitsmaximum nicht so sehr nach Gelb gravitiert (zum Beispiel Lumière's gelbempfindliche Platten, wie sie 1891 in den Handel kamen), muss der Patentblau-Zusatz auf 10 cm^3 herabgesetzt werden (Curve 9, II), während Monobromfluoresceïn-Collodiumplatten den geringsten Blauzusatz zum Grünfilter (5 cm^3) brauchen (Curve 9, III); ja dieser ist oft schon zu stark und man wird mitunter gut thun, diese Platten ohne Farbenfilter (respective mit Wasserfilter) ein wenig nach zu exponieren oder der sensiblen Schicht einen kleinen Zusatz eines Eosinfarbstoffes zu geben.

Die Dämpfung des Blauvioletts durch das oben angegebene Quantum Ammoniumpikrat ist zweckentsprechend (s. Curve 9, Fig. 5) und die nachstehenden Tabellen geben die spectralanalytische ziffermäßige Charakterisierung dieser von mir derzeit ausschließlich in Combination mit Erythrosinplatten verwendeten Grünfilter.

Grünfilter für Erythrosinbadeplatten.

(80 cm^3 Wasser, 30 cm^3 Ammoniumpikrat [1 : 200], 15 cm^3 Neupatentblau B 1 : 400.)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient	Anmerkung
$6\frac{1}{2}$–$6\frac{3}{4}$	717–705	0·84	0·0757	Dieses Filter gibt bei Erythrosinplatten das Chromgelb der Farbentafel gleich Schweinfurtergrün oder das Grün etwas heller als gelb. Blau ist gedrückt. Es darf die Concentration von Pikrat nicht vermehrt werden, sondern 30 cm^3 repräsentieren einen Grenzwert. Eher kann das Pikrat auf 25 cm^3 herabgesetzt werden. Sollte bei manchen Plattensorten das Gelb zu wenig gedeckt erscheinen, so müsste man das Patentblau auf 10 cm^3 herabsetzen.
$6\frac{3}{4}$–7	705–694	0·70	0·1549	
7–$7\frac{1}{4}$	694–683	0·56	0·2518	
$7\frac{1}{4}$–$7\frac{1}{2}$	683–672	0·38	0·4202	
$7\frac{1}{2}$–$7\frac{3}{4}$	672–662	0·17	0·7696	
$7\frac{3}{4}$–8	662–653	0·04	1·3979	
	totale Absorption			
11–$11\frac{1}{4}$	565–559	0·03	1·5229	
$11\frac{1}{4}$–$11\frac{1}{2}$	559–554	0·09	1·0455	
$11\frac{1}{2}$–$11\frac{3}{4}$	554–549	0·15	0·8239	
$11\frac{3}{4}$–12	549–543	0·21	0·6778	
12–$12\frac{1}{4}$	543–538	0·26	0·5850	
$12\frac{1}{4}$–$12\frac{1}{2}$	538–534	0·32	0·4949	
$12\frac{1}{2}$–$12\frac{3}{4}$	534–530	0·37	0·4318	
$12\frac{3}{4}$–13	530–525	0·40	0·3979	
13–$13\frac{1}{4}$	525–520	0·46	0·3373	
$13\frac{1}{4}$–$13\frac{1}{2}$	520–516	0·58	0·2366	
$13\frac{1}{2}$–$13\frac{3}{4}$	516–512	0·68	0·1675	
$13\frac{3}{4}$–14	512–508	0·78	0·1079	
14–$14\frac{1}{4}$	508–504	0·80	0·0969	
$14\frac{1}{4}$–$14\frac{1}{2}$	504–500	0·72	0·1427	
$14\frac{1}{2}$–$14\frac{3}{4}$	500–496	0·72	0·1427	
$14\frac{3}{4}$–15	496–492	0·62	0·2076	
15–$15\frac{1}{4}$	492–498	0·58	0·2366	
$15\frac{1}{4}$–$15\frac{1}{2}$	489–486	0·49	0·3098	
$15\frac{1}{2}$–$15\frac{3}{4}$	486–483	0·36	0·4437	
$15\frac{3}{4}$–16	483–481	0·27	0·5686	
16–$16\frac{1}{4}$	480–476	0·18	0·7447	
$16\frac{1}{4}$–$16\frac{1}{2}$	476–473	0·08	1·0969	

Daran schließt sich die Absorption des Ammoniumpikrats in Blau und Violett (siehe dieses).

Grünfilter für Lumière's gelbgrünempfindliche Platten.

(85 cm^3 Wasser, 30 cm^3 Ammoniumpikrat (1 : 200) 10 cm^3 Neupatentblau 1 : 1000.)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient	Anmerkung
$6^3/_4$—7	705—694	0·84	0·0757	Beginn der Absorption.
7—$7^1/_4$	694—683	0·70	0·1549	
$7^1/_4$—$7^1/_2$	683—672	0·48	0·3188	
$7^1/_2$—$7^3/_4$	672—662	0·37	0·4318	
$7^3/_4$—8	662—653	0·21	0·6778	
8—$8^1/_4$	653—644	0·04	1·3979	
	gänzliche Absorption			Breites Absorptionsband.
$10^1/_2$—$10^3/_4$	577—571	0·02	1·0990	
$10^3/_4$—11	571—565	0·05	1·3010	
11—$11^1/_4$	565—559	0·12	0·9208	
$11^1/_4$—$11^1/_2$	559—554	0·19	0·7213	
$11^1/_2$—$11^3/_4$	554—549	0·26	0·5850	
$11^3/_4$—12	549—543	0·30	0·5229	
12—$12^1/_4$	543—538	0·33	0·4815	
$12^1/_4$—$12^1/_2$	538—534	0·38	0·4202	
$12^1/_2$—$12^3/_4$	534—530	0·39	0·4089	
$12^3/_4$—13	530—525	0·43	0·3665	
13—$13^1/_4$	525—520	0·54	0·2676	
$13^1/_4$—$13^1/_2$	520—516	0·62	0·2076	
$13^1/_2$—$13^3/_4$	516—512	0·72	0·1427	
$13^3/_4$—14	512—508	0·78	0·1079	
14—$14^1/_4$	508—504	0·80	0·0969	
$14^1/_4$—$14^1/_2$	504—500	0·86	0·0655	Stelle der größten Durchlässigkeit.
$14^1/_2$—$14^3/_4$	500—496	0·74	0·1307	
$14^3/_4$—15	496—492	0·54	0·2676	
15—$15^1/_4$	492—489	0·42	0·3768	
$15^1/_4$—$15^1/_2$	489—486	0·36	0·4437	
$15^1/_2$—$15^3/_4$	486—483	0·27	0·5686	
$15^3/_4$—16	483—480	0·20	0·6990	
16—$16^1/_4$	480—476	0·14	0·8539	
$16^1/_4$—$16^1/_2$	476—473	0·08	1·0969	

Daran schließt sich die Absorption des Ammoniumpikrates (s. u.).

Grünfilter für Monobromfluoresceïncollodium.

($85\,cm^3$ Wasser, $30\,cm^3$ Ammoniumpikrat [1 : 200], $5\,cm^3$ Neupatentblau B.)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$6\frac{3}{4}$—7	705—694	0·76	0·1192
7—$7\frac{1}{4}$	694—683	0·68	0·1675
$7\frac{1}{4}$—$7\frac{1}{2}$	683—672	0·60	0·2219
$7\frac{1}{2}$—$7\frac{3}{4}$	672—662	0·40	0·3979
$7\frac{3}{4}$—8	662—653	0·36	0·4437
8—$8\frac{1}{4}$	653—644	0·19	0·7213
$8\frac{1}{4}$—$8\frac{1}{2}$	644—635	0·02	1·6999
	totale Absorption		
$9\frac{3}{4}$—10	596—589	0·04	1·3979
10—$10\frac{1}{4}$	589—583	0·12	0·9208
$10\frac{1}{4}$—$10\frac{1}{2}$	583—577	0·19	0·7213
$10\frac{1}{2}$—$10\frac{3}{4}$	577—571	0·28	0·5529
$10\frac{3}{4}$—11	571—565	0·33	0·4815
11—$11\frac{1}{4}$	565—559	0·39	0·4089
$11\frac{1}{4}$—$11\frac{1}{2}$	559—554	0·44	0·3566
$11\frac{1}{2}$—$11\frac{3}{4}$	554—549	0·54	0·2676
$11\frac{3}{4}$—12	549—543	0·64	0·1938
12—$12\frac{1}{4}$	543—538	0·74	0·1308
$12\frac{1}{4}$—$12\frac{1}{2}$	538—534	0·82	0·0862
$12\frac{1}{2}$—$12\frac{3}{4}$	534—530	0·88	0·0555
	ganz durchlässig		
$14\frac{1}{2}$—$14\frac{3}{4}$	500—496	0·82	0·0862
$14\frac{3}{4}$—15	496—492	0·62	0·2076
15—$15\frac{1}{4}$	492—489	0·56	0·2518
$15\frac{1}{4}$—$15\frac{1}{2}$	489—486	0·42	0·3768
$15\frac{1}{2}$—$15\frac{3}{4}$	486—483	0·39	0·4089
$15\frac{3}{4}$—16	483—481	0·29	0·5376
16—$16\frac{1}{4}$	480—476	0·21	0·6778

Hieran schließt sich die Blau-Absorption durch Pikrat.

In diesen Tabellen der quantitativen Lichtabsorption ist die Dämpfung im Blauviolett nicht speciell angeführt, weil sie in allen drei Fällen gemeinsam auf Rechnung des Ammoniumpikrates kommt. Die Absorption dieser wässerigen Ammoniumpikratlösung (1 : 800) ist in nachstehender Tabelle in Ziffern angegeben und in Curve 9 graphisch dargestellt.

Ammoniumpikrat-Lösung 1 : 800.

(90 *cm*³ Wasser 30 *cm*³ Ammoniumpikrat 1 : 200.)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient	Anmerkung
14 3/4 — 15	496—492	durchsichtig		Ist annähernd in dieser Concentration in den Grünfiltern gemischt mit Patentblau vorhanden, kann als Grenzwert der Absorption gegen Blau gelten. Die Concentration kann bei Dreifarbendruck eher schwächer, nicht aber stärker sein. Dieses Filter kann zur Noth als Lichtfilter für Bromsilbercollodium mit Monobromfluoresceïn dienen. Meistens erwies es sich aber besser, bei Monochromfluoresceïnplatten etwas Blau zuzusetzen, z. B. 85 H_2O, 30 Ammonpikrat 1 : 200, 5 *cm*³ Neupatentblau 1 : 1000.
15 — 15 1/4	492—489	0·84	0·0757	
15 1/4 — 15 1/2	489—486	0·70	0·1549	
15 1/2 — 15 3/4	486—483	0·52	0·2840	
15 3/4 — 16	483—480	0·41	0·3872	
16 — 16 1/4	480—476	0·25	0·6021	
16 1/4 — 16 1/2	476—473	0·14	0·8539	
	Ende bei λ = 471			

Spectroskopische Untersuchung der Wirkung von Bichromaten als Lichtfilter.

Kaliumbichromatlösungen verwende ich nicht gerne als Bestandtheile von Lichtfiltern für die Rothdruckplatte bei Dreifarbendruck. Zu dieser Ansicht wurde ich durch das nähere Studium des optischen Verhaltens der Bichromate veranlasst. Einprocentige Kaliumbichromatlösungen dämpfen das Blau und Blaugrün sehr stark und mit ziemlich steiler Curve. (S. Curve 5, Fig. 5 sowie folgende Tabelle.) Verdünntere

Kaliumbichromat 1 : 100.

(1 *g* im Gesammtvolumen von 100 *cm*³)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
11 — 11 1/4	563—559	0·80	0·0655
11 1/4 — 11 1/2	559—554	0·74	0·1308
11 1/2 — 11 3/4	554—549	0·62	0·2076
11 3/4 — 12	549—543	0·54	0·2676
12 — 12 1/4	543—538	0·46	0·3373
12 1/4 — 12 1/2	538—534	0·41	0·3872
12 1/2 — 12 3/4	534—530	0·31	0·5086
12 3/4 — 13	530—527	0·23	0·6383
13 — 13 1/4	527—525	0·15	0·8239
13 1/4 — 13 1/2	525—510	0·05	1·30103

Kaliumbichromat 1 : 1000.

(1 *g* im Gesammtvolumen von 1000 cm^3)

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$13\frac{1}{4}$—$13\frac{1}{2}$	520—518	0·64	0·19382
$13\frac{1}{2}$—$13\frac{3}{4}$	518—516	0·56	0·2518
$13\frac{3}{4}$—14	516—512	0·48	0·3188
14—$14\frac{1}{4}$	512—508	0·42	0·3768
$14\frac{1}{4}$—$14\frac{1}{2}$	508—504	0·36	0·4437
$14\frac{1}{2}$—$14\frac{3}{4}$	504—500	0·30	0·5229
$14\frac{3}{4}$—15	500—496	0·26	0·5850
15—$15\frac{1}{4}$	496—492	0·22	0·6576
$15\frac{1}{4}$—$15\frac{1}{2}$	492—489	0·18	0·7447
$15\frac{1}{2}$—$15\frac{3}{4}$	489—486	0·14	0·8539
$15\frac{3}{4}$—16	486—483	0·12	0·9208
16—$16\frac{1}{4}$	483—480	0·09	1·0455
$16\frac{1}{4}$—$16\frac{1}{2}$	480—476	0·07	1·1549

Kaliumbichromatlösungen (1:1000) geben eine sanft ansteigende Absorptionscurve von Grün bis Blau (s. Fig. 5), dämpfen das blauviolette Licht bei Verwendung von Erythrosinplatten, so dass man genügend »farbentonrichtige« monochrome Landschaftsphotographien oder andere Aufnahmen (monochrome Gemäldereproductionen) damit herstellen kann. Diese Bichromatlösung (1 : 1000) ist ein Beispiel eines sehr guten milderen Dämpfungsfilters für orthochromatische Erythrosinplatten, bei denen die photographische Wirkung der blauen und violetten Pigmentfarben gedämpft werden muss (entsprechend »hellgelben« Dämpfungsfiltern aus gelbem Glase), während die Bichromatlösung 1 : 100 dem in der orthochromatischen Photographie gebräuchlichen dunkelgelben Gase entspricht und das ein energisches Dämpfungsfilter für Blau darstellt. Da diese gelben Lichtfilter wohl »Standards« für orthochromatische Aufnahmen mit Erythrosinplatten repräsentieren, so theile ich sowohl die quantitativen Messungen als auch eine graphische Darstellung ihrer Absorptionsspectren (s. Curve 5, Fig. 5) mit.

Sehr dunkel gefärbte Bichromatfilter lassen sich mittels des in Wasser leicht löslichen Ammonium-Bichromats herstellen, zum Beispiel Lösungen von 200 *g* zu 1 *l*. Ein mit so concentrierter Bichromatlösung hergestelltes Lichtfilter unterdrückt von Grün ab das Blau und Violett so scharf, dass man sie in 1 *cm* dicker Schichte als Selectionsfilter verwenden kann, ja, es kann sogar als Orangefilter für Dreifarbendruck in Erwägung gezogen werden.

Diese 20procentige Ammoniumbichromatlösung in 1 *cm* dicker Schichte steht als Orangefilter allerdings an der Grenze der Verwendbarkeit, weil es noch zu viel Gelbgrün und Grün durchlässt. Lichtfilter dieser Art sind nach meinen bisherigen Erfahrungen (namentlich mit rothempfindlichen Wollschwarzplatten und für die Druckfarbe Miloriblau in der Nuance von Taf. I) zu sehr hellorangefarbig; sie sollten mehr rothorange gefärbt sein.

Ammoniumbichromat 200 *g* auf 1 *l* gelöst.

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
10 — $10^{1}/_{4}$	589—583	0·82	0·0862
$10^{1}/_{4}$ — $10^{1}/_{2}$	583—577	0·70	0·1549
$10^{1}/_{2}$ — $10^{3}/_{4}$	577—571	0·58	0·2366
$10^{3}/_{4}$ — 11	571—565	0·46	0·3373
11 — $11^{1}/_{4}$	565—559	0·32	0·4949
$11^{1}/_{4}$ — $11^{1}/_{2}$	559—554	0·17	0·7696
$11^{1}/_{2}$ — $11^{3}/_{4}$	554—549	0·03	1·5229

Ein richtiges praktisch gut verwendbares Orangefilter fand ich in Naphtholorange-Lösungen 1 : 500 in 1 *cm* dicker Schichte; sie geben eine Absorptionscurve, die vor der Fraunhofer'schen Linie D beginnt und hinter derselben endet, wie Curve 6 zeigt und folgende Tabelle näher angibt.

Naphtholorange 1 : 500.

Scala	Wellenlänge	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$9^{1}/_{4}$ — $9^{1}/_{2}$	610—603	0·84	0·0757
$9^{1}/_{2}$ — $9^{3}/_{4}$	603—596	0·72	0·1427
$9^{3}/_{4}$ — 10	596—589	0·56	0·2518
10 — $10^{1}/_{4}$	589—583	0·40	0·3979
$10^{1}/_{4}$ — $10^{1}/_{2}$	583—577	0·17	0·7696
$10^{1}/_{2}$ — $10^{3}/_{4}$	577—571	0·03	1·5229

Das von mir verwendete Naphtholorange war die Marke »Orange II« der Badischen Anilin- und Sodafabrik (ein Tropaelin, das Natronsalz des Sulfanilsäure-Azo-β-Naphthols). Es leistete mir sowohl in Combination mit Wollschwarz-Gelatineplatten als auch mit Äthylviolett-Monobromfluoresceïn-Bromsilbercollodion stets gute Dienste bei der praktisch durchgeführten Dreifarbenphotographie.

Als praktisch minderwertiges, schlecht wirkendes Lichtfilter für das Blaudrucknegativ sei das Tolanroth angeführt, welches ich anfänglich in Concentrationen 1 : 4000 vielfach versuchte, dann aber wieder aufgab, weil es das Farbenspectrum zu stark nächst D dämpft, also den entgegengesetzten Fehler als die concentrierte Bichromatlösung aufwies.

Die concentriertere Tolanrothlösung (1 : 1000 und stärker) gibt übrigens in 1 *cm* dicker Schichte gute rothe Dunkelkammerscheiben, welche rothes Licht besser abschneiden als manche Sorten von rothem Kupferrubinglas, weshalb ich auch diesen hiefür von E. Valenta[1] bereits angeführten Farbstoff einer eingehenden Untersuchung unterzog. Folgende Tabelle, sowie Curve, Fig. 5, Nr. 3, geben meine Untersuchungsresultate:

[1] Phot. Corresp. 1901, S. 37

Tolanrot.

Scala	Wellenlänge	1 : 4000		1 : 1000	
		Lichtstärke	Extinctions-coefficient	Lichtstärke	Extinctions-coefficient
$7^{3}/_{4}$–8	635–625			0·37	0·4318
8–$8^{1}/_{4}$	625–616	0·80	0·0969	0·21	0·6778
$8^{1}/_{4}$–$8^{1}/_{2}$	616–606	0·40	0·3979	0·09	1·0455
$8^{1}/_{2}$–$8^{3}/_{4}$	606–597	0·28	0·5529		
$8^{3}/_{4}$–9	597–589	0·09	1·0455		

Alle diese Absorptionscurven sind auf Extinctionscoefficienten und Wellenlängen bezogen. Erstere sind in den Fig. 4 bis 5 vom Wert 0 bis 1·0 eingetragen; dies entspricht Lichtstärken von 100 bis 10 Procent, welche beim Passieren des Lichtes durch Filter übrigbleiben. Derartig gezeichnete Curven geben im Sinne meiner Ausführungen (s. o.) das getreue Bild der dominierenden Spectralzone, welche durch diese Lichtfilter zur Wirkung gelangt. Bei der in der Praxis der Gemäldereproduction nothwendigen reichlichen Belichtung erstrecken sich allerdings die Wirkungen bis circa 5 Procent Lichtstärke (= 1·3 Extinctionscoefficient) und dann werden die wirksamen Spectralzonen insgesammt verbreitert werden. Die diesen geringen Lichtstärken entsprechenden Werte habe ich in die Curven nicht mehr eingezeichnet, wohl aber in den Tabellen ausgewiesen, da sie immerhin noch eine Rolle in der angewandten Photographie spielen können.

Probeaufnahmen der Farbtafel mit farbenempfindlichen Platten und Lichtfiltern für Dreifarbendruck.

Photographiert man meine Normalfarbentafel (Taf. I) mit gewöhnlichen Bromsilbergelatineplatten hinter Violettfilter oder mit nassem Jodbromcollodion (frei, d. h. Wasserfilter), so sollen Zinnober, Chromgelb wie Schwarz und Schweinfurtergrün wie dunkelgrau wirken und photographisch unterdrückt werden; es resultiert dann nach solchen Negativen die in Taf. I, Fig. 1, autotypisch abgebildete Copie.

Eine annähernd correct wirkende grünempfindliche Platte mit entsprechendem Filter gibt eine Wirkung wie in Taf. I, Fig. 3, zeigt, wo Roth und Violett ganz niedergedrückt, Ultramarin mäßig gedämpft erscheinen und das Schweinfurtergrün etwas heller als das Chromgelb wirkt (z. B. Erythrosinplatte mit Patentblau + Pikratfilter); kommen letztere beide gleich hell, so kann man auch noch auf brauchbare Dreifarbendruck-Clichés (bei einiger Nachhilfe durch Retouche) rechnen. Wird aber bei Verwendung von Erythrosinplatten das Gelbgrün zu wenig gedämpft, das Ultramarinblau aber zu viel, so resultiert eine Aufnahme der Farbentafel, wie sie in Taf. I, Fig. 4, zeigt, mit dieser kann der Dreifarbendrucker nicht viel anfangen; sie druckt falsch.

Eine rothempfindliche (richtiger roth, gelb und gelbgrünempfindliche) Platte soll hinter einem guten Orangefilter das Roth, Orange mit Gelb fast wie Weiß, das Gelbgrün aber wie Grau, das Grau und Blau wie Schwarz wiedergeben. Ein Rothfilter oder Dunkelorangefilter geben die Farbentafel wie Taf. I, Fig. 2, zeigt.

Die spectroskopische Beschreibung der Reflexionsspectren dieser meiner Normalfarben, welche ich oben eingehend schilderte, erklärt zur Genüge dieses Verhalten.

Wenn die farbenempfindlichen Platten und Filter diese einfache Vorprobe befriedigend bestehen, so kann man auf brauchbare Dreifarben-Clichés rechnen, bei denen die Retouche verbessernd eingreifen

wird, niemals aber die Hauptsache zu bilden hat, was bei schlechterer Durchführung des photomechanischen Processes leider in der Praxis nicht selten vorkommt, aber vermieden werden soll.

Vergleicht man diese Ergebnisse, die empirisch gefundene bessere Zertheilung des Spectrums in drei Zonen mit den theoretisch möglichen drei Systemen von Dreifarbenfiltern, so ergibt sich, dass das eingangs sub *a* erwähnte System der Dreitheilung des Spectrums mir am besten entsprach, wonach die Zonen ganz oder beinahe aneinanderstoßen, während Übereinandergreifen der Zonen meistens keine präcise Farbenselection in Dreifarbenphotographie gaben.

Verwendung der Dreifarbennegative für photomechanische Druckzwecke.

Bei Dreifarbenlichtdruck hat man für Herstellung seitenverkehrter Negative zu sorgen; sie müssen genau maßhältig sein (directe Aufnahmen verkehrter Negative mittels Umkehrprismas oder Spiegels beim Objectiv oder Copierung im Contact nach den bekannten Methoden zur Herstellung seitenverkehrter Negative.[1]

Bei Dreifarbenautotypien ist correcte Abstimmung der Blendenöffnungen und der Belichtungszeit, sowie geeignete Blendenform und richtiger Blendenwechsel zu beachten. Wenn ich auch diese Principien der Autotypie als bekannt voraussetze, so ist doch über den wesentlichen Zusammenhang dieser Factoren mit der Farbenphotographie wenig Authentisches veröffentlicht worden.

Es wird deshalb als schätzbarer Wink für die Praxis der Dreifarbenautotypie erscheinen, wenn ich diese Daten (unter Benützung von Apochromat-Collinearen Voigtländer's und Orthoskopen Steinheil's vom Focus 40 *cm*) in Kürze angebe.

Die directe Dreifarbenautotypie bei elektrischem Lichte wird an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt folgendermaßen ausgeführt:

I. Gelbdruckplatte hinter Wasserfilter: Nasses Jodbromcollodion.

Vorexposition auf weißes Papier: mit $f/50$ Rundblende[2] 40 Secunden.

Exposition auf das Bild: $f/25$[3] bis $f/18$[4] Rundblende 2—3 Minuten.

$f/12$ Quadratblende von nebenstehender Form: 40 Secunden.

II. Rothdruckplatte hinter Grünfilter.

Lichtfilter: 30 cm^3 Ammoniumpikratlösung (1 : 200), 85 cm^3 Wasser, 5 cm^3 Neupatentblaulösung (1 : 1000). Albert'sche Emulsion mit Monobromfluoresceinlösung (s. o.).

Vorexposition auf weißes Papier: $f/50$ Rundblende 30 Secunden.

Bildbelichtung: $f/25$ Rundblende 2 Minuten.

$f/18$ viereckige Blende 1 Minute.

(Wenn man härtere, contrastreichere Negative wünscht, muss man überdies noch eine dritte Exposition mit einer viereckigen Blende $f/18$ zum Beispiel 20 Secunden vornehmen.)

---

[1] Eder, Handbuch f. Phot. III. Bd., 5. Auflage, S. 596. Gegenwärtig werden an der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt Magnaliumspiegel verwendet.

[2] D. h. der Durchmesser der Rundblende ist = $1/_{50}$ des Focus des verwendeten Objectivs.

[3] Bei stärkerer Verkleinerung bis unter die Hälfte.

[4] Bei geringerer Verkleinerung bis gleiche Größe.

III. Blaudruckplatte hinter Orangefilter.

Lichtfilter: Naphtholorange 1 : 500.

Recept für die rothempfindliche Platte: Collodion-Emulsion mit Äthylviolett-Lösung und Monobromfluoresceïn-Lösung (s. o.). Expositionszeit dieselbe wie bei der vorigen Platte.

Vorbelichtung auf weißes Papier *f*/50 40 Secunden. Bildbelichtung *f*/25 $1^1/_2$—2 Minuten, *f*/18 viereckige Blende ⌑ 50 Secunden.

Die Collodionemulsions-Negative werden mit Hydrochinon-Entwickler (Eder, Recepte und Tabellen, 5. Aufl., S. 34) entwickelt, mit Fixiernatron fixiert und wie gewöhnliche Autotypie - Negative behandelt, jodiert bis zur gelben Farbe mit Jod-Jodkaliumlösung, mit verdünnter Cyankaliumlösung abgeschwächt (die Punkte reduciert, Schwärzung mit fünfprocentiger Lösung von Natriumsulfid).

Die fertigen und trockenen Negative werden schließlich mit fünfprocentiger Gelatinelösung übergossen und eventuell noch lackiert.

Diese praktischen Mittheilungen geben ein klares Bild, wie sich die oben erwähnten, spectralanalytisch genau bestimmten photochemischen Processe für den angewandten Dreifarbendruck anpassen lassen. Die Untersuchung der quantitativen Spectralabsorption der Lichtfilter, wie ich sie eben beschrieben habe und die Heranziehung der photographischen Schwärzungsgesetze erscheinen mir der einzig richtige Weg, um zur wissenschaftlichen präcisen vergleichbaren Kenntnis der Function der Farbenfilter für photographische Zwecke zu gelangen.

Photographische Objective für Dreifarbendruck.

Für Dreifarbendruck genügt die gewöhnliche Achromasie photographischer Objective nicht. Da man genöthigt ist, drei Negative hinter Orange-, Grün- und Blauviolettfilter herzustellen, so muss man sich über die dominierende Strahlengruppe orientieren, was auf Grund meiner Ausführungen leicht möglich ist. Bei Aufnahmen hinter Orangefilter dürfte eine Objectiv-Correction in Roth für die charakteristische Lithiumlinie $\lambda = 610$ oder die Wasserstofflinie $H_\alpha = 656$ (d. i. die Fraunhofer'sche Linie *C*) zu empfehlen sein.

Die für Blauviolett nöthige Achromasie ergibt sich aus meinen vorhergehenden Ausführungen.

Die Eigenempfindlichkeit der Bromsilbergelatine erstreckt sich bei jener Belichtungszeit, welche an der Stelle der Maximalwirkung zur Erreichung der photographischen »Schwärzung« = 2 hinreicht, als breites Band zwischen Blau und Ultraviolett von circa $\lambda = 460-425$.[1] Bei Sonnenlicht (mit Glasapparaten) liegt bei reichlicher Belichtung das Band der Schwärzung (d. i. »Schwärzung« = 1·5—2) von $\lambda = 480$ bis zu Beginn des Ultravioletts HK, so dass es bei Berechnung der Objectiv-Achromasie für den photographischen Effect auf Bromsilbergelatine dem Optiker überlassen bleiben kann, ob er für $\lambda = 450$ oder 440, ja sogar für den Bezirk von F ($\lambda = 486$) bis KH ($\lambda = 396$ und 393) (zum Beispiel für die Fraunhofer'sche Linie G' [$\lambda = 434$][2] oder h [$\lambda = 410$]) achromatisiert. Letzteres aber nähert sich den

---

[1] Genauere Angaben finden sich in Eder, Sensitometrie III. Abhandlung, Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wiss., mathem.-naturw. Cl., II*a*, October 1901, Bd. 110.

[2] Die dem Wasserstoff zugehörige Linie *G'* ist nicht zu verwechseln mit der benachbarten Fraunhofer'schen Linie *G* im Sonnenspectrum ($\lambda = 4307$), welche einer Eisenlinie entspricht.

Bedürfnissen der Reproductionsphotographie mit Jodsilbercollodion, dessen Maximalwirkung bei $\lambda = 437$ beginnt, bei $\lambda = 423$ und 410 anhält (s. Tafel II, Spectrum Nr. 16) und welches sich für Strichreproduction und Autotypie wegen seiner günstigen Gradation und der Klarheit der Striche besonders eignet. Für gewöhnliche achromatische photographische Objective, welche fast stets mit Bromsilbergelatineplatten in Verwendung kommen, wäre es ziemlich gleichgiltig, ob die Vereinigungsweite der gelben Fraunhofer'schen Linie D [$\lambda = 589$] entweder mit der blauen Wasserstofflinie $G' = H_{(\gamma)}$ [$\lambda = 434$] oder mit der violetten Calciumlinie [Fraunhofer *g*, d. i. $\lambda = 423$] oder h ($\lambda = 410$) streng gerechnet ist.

Für das in der Reproductionsphotographie besonders verwendete Jodsilber-Collodionverfahren wäre die Correctur für den mittleren violetten Strahl *g* [$\lambda = 423$] besser geeignet; freilich gestaltet sich die optische Berechnung der Objective in dem einen oder anderen Falle verschieden.

Die hervorragenden optischen Institute legen bei der Berechnung photographischer Achromate und Apochromate nicht dieselben Strahlen zugrunde, wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht, welche ich den freundlichen Originalmittheilungen der betreffenden Optiker verdanke.

Art der Achromasie der Objective.

	Die Correctur der Objective erfolgt für die Strahlen		
Nach Steinheil (gewöhnliche Objective)	D=589	g (Ca) = 423	
» » (Objective für Dreifarbendruck)	C=656	F = 486	
» » (Objective für Astrophotographie)	g=423	λ = 389	
» Zeiss, gewöhnliche Objective . .	D=589	G'(Hγ) = 434	
Voigtländer-Harting [1], gewöhnliche Objective	D=589	G'(Hγ) = 434	
Corrigiert man nur auf chemische Strahlen, wie bei der Astrophotographie, so ist nach Voigtländer . .	F=486	G' Hγ λ=434	h (Hδ) = 410
Apochromat-Harting (Voigtländer) . .	Hα { C } = 656	F { Hβ } 486	
Goerz Doppelanastigmat Serie III[2] . .	D=589	G'=434	
Goerz Serie IV (Apochromate) [3] . . .	D=589	G'=434	

Für die Grünfilter für Dreifarbendruck wird die hauptsächliche Wirkung durch die grüne Fraunhofer'sche Linie b_1 (Magnesium $= \lambda$ 517) repräsentirt werden und auch für diesen Strahl wären die Apochromate für Dreifarbendruck zu corrigieren. Die Optiker corrigieren speciell derzeit nicht für diesen grünen Strahl, sondern achromatisieren z. B. für Orange und Blau und nehmen an, dass dann die Correctur für Grün genügend mitinbegriffen sei. Für Blauviolettfilter oder bei Verwendung photographischer Präparate, welche nur für diese Strahlenart empfindlich sind, gelten folgende Gesichtspunkte:

---

[1] Phot. Corresp. 1902, S. 281, 455, 522.

[2] C. P. Goerz bemerkt hiezu, dass sein Doppelanastigmat der Serie III für *D* und G' derartig corrigiert ist, dass für die Mittelzone ein vollkommenes Zusammenfallen der Flächen stattfindet, bei einer kleinen Untercorrection (*F* kürzer als *D*) für die Mittelzone und einer fast gleich großen Übercorrection für die Randzone.

[3] Die apochromatische Serie IV von Goerz-Doppelanastigmaten wird gleichfalls für D und G' corrigiert, doch wird die Auswahl des Glases derartig getroffen, dass der Gang der Dispersion bei den Gläsern möglichst proportional ist. Selbst die besten Gläser zeigen jedoch (tertiäre) Abweichung (welche sich besonders in Roth bemerkbar macht), dagegen gelingt es, C, F und G' für diese Goerz-Doppelanastigmate zur Deckung zu bringen.

Da man erfahrungsgemäß mit der Jodsilbercollodionplatte ohne Lichtfilter praktisch vollkommen brauchbare Theilnegative für Blauviolett erhält, so entspricht die von Steinheil gewählte Achromatisierung für λ = 423 diesem Zwecke gut. Es ist dies nämlich dieselbe Wellenlänge, welche der Mitte der Hauptwirkung der praktisch verwendbaren Violettfilter für Dreifarbenphotographie entspricht und womit auch die Maximalwirkung für Dreifarbendruck übereinstimmt, wenn es sich um die Druckplatte für Gelb handelt. Nach diesen Voraussetzungen sollten Apochromate für Dreifarbendruck derartig corrigiert werden, dass sie achromatisiert werden für:

Orange	Grün	Violett
Fraunhofer-Linie C (λ = 656) eventuell Lithium, λ = 610	Fraunhofer-Linie b_1 = Magnesium λ = 517	Fraunhofer-Linie g = Calcium λ = 423

Leider ist das Strahlengebiet von λ = 656 bis 423, welches bei der Dreifarbenphotographie insbesondere in Betracht kommt, zu groß, um insgesammt völlige Correctur zu erzielen, selbst wenn man Gläser verwendet, welche das secundäre Spectrum zu vermindern gestatten. Man wird sich also für Dreifarbendruck mit der strengen Farbencorrectur eines enger begrenzten Besirkes (von Orange bis zur blauen Linie λ = 434) begnügen müssen. Es liegt im Interesse der construierenden Optiker, dass auf photochemischem Wege festgestellt werde, wie eng man das Spectralgebiet wählen kann, um für den Dreifarbendruck noch natürliche Färbungen hervorzurufen; nach meinen Versuchen dürfte dieser Bezirk höchstens und nur zur Noth von Orange bei λ = 610 bis ins Blau bei λ = 434 gewählt werden können; der Bezirk dürfte für solche Apochromatconstructionen fast ein zu enger sein. Gelingt es die Farben-Correctur weiter ins Rothorange bis zu λ = 656 zu erstrecken und andererseits bis Violett bei λ = 423 auszudehnen, so würde das Ergebnis den photochemischen Anforderungen bestens entsprechen; thatsächlich genügt aber für die Praxis des Dreifarbendruckes auch eine Correctur, welche sich nur bis zum Hellblau (λ = 486) erstreckt. Dabei ist vorausgesetzt, dass es gelingt, bei solchen Apochromaten die Abweichung in Roth, Grün und Blau gleichmäßig zu beheben.

Die Correction dürfte bei den für die Praxis erzeugten Apochromaten keineswegs von allen Optikern gleichmäßig durchgeführt werden. Ich untersuchte zwei vorzügliche Reproductionsobjective (bei der Einstellung für jede Farbe auf die Mitte zwischen Axe und Rand) auf ihre Abweichungen von der Einstellung auf die gelbe D-Linie. Beide gaben dieselbe Größe der Abweichungen, aber das eine war im Roth viel schlechter als im Violett, das andere um fast ebenso viel im Violett schlechter als im Roth. Die experimentelle Untersuchung mittels vergleichender Herstellung photographischer Dreifarbendrucke zeigt, dass das letztere Objectiv (das im Roth besser, im Violett schlechter war), zweifellos präcisere Dreifarbendrucke lieferte, das erstere (im Roth schlechtere) aber eine merkliche Verschwommenheit des Dreifarbendruckes (merkliches ungenaues Passen der Blaudruckplatte) gab.

Dieses Resultat ist für den Kenner der Farbendrucktechnik nicht befremdend, weil die gelbe Druckplatte (erzeugt durch die blauvioletten Strahlen) zu unterst gedruckt wird und mehr zur allgemeinen Färbung der Schicht dient, während die Blau-Druckplatte (erzeugt durch orangerothe Strahlen) die letzte, die Schluss-Druckplatte liefert, welche im Sinne des Drucktechnikers nicht nur Farbentöne liefert, sondern die Contour und Zeichnung des Bildes zu präcisieren hat. Deshalb liegt wenig daran, wenn die Gelbplatte an Schärfe minderwertig ist, wenn nur die rothe und die blaue Druckplatte scharf sind und gut passen.

Während also für die gewöhnlichen Reproductionsobjective (für das nasse Collodionverfahren) am besten für die Fraunhofer'schen Linien D (λ 589) und g (λ 423) zu corrigieren sein dürfte, genügt für Apochromate die Correctur für die Fraunhofer'schen Linien C, F und G' für die praktischen Verhältnisse der

Dreifarbenphotographie; jedoch dürften sich aus meinen Ausführungen noch andere Gesichtspunkte für die Farbencorrectur der Reproductionsobjective ergeben.

Was die gewöhnliche Trockenplattenphotographie anbelangt, so kann es als eine experimentell festgestellte Thatsache gelten, dass hiebei kein wesentlicher Unterschied in dem Verhalten gewöhnlicher Objective bemerkbar ist, sei es, dass sie für die Fraunhofer'schen Linien D und G' oder D und h achromatisiert sind. Man erhält also praktisch nicht sehr abweichende Objective, wenn man die eine oder die andere Forderung nicht strenge einhält, weil eben auch durch die geschickte Wahl von Glassorten mit möglichst proportionalem Gang der Dispersion ein Ausgleich gegeben ist und weil die beiden Bänder der spectralen Farbenempfindlichkeit unserer photographischen Präparate bei den gewöhnlichen photographischen Verfahren kleinere Unterschiede in der Art der Correction des Farbenfehlers nicht zur Geltung kommen lassen.

Diese Ergebnisse weisen vom photographischen, respective chemischen Standpunkte aus auf jene Strahlen des Spectrums hin, welche bei der Farbenfehler-Correctur gewöhnlicher achromatischer Objective und der Apochromate für Dreifarbenphotographie zugrunde zu legen wären.

Wien, Photochemisches Laboratorium der
k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt,
im Juli 1902.



J. M. Eder: Spectralanalytische Studien über Dreifarbendruck.





Fig. 1. Bromsilberplatte hinter Methylviolettfilter



Fig. 2. Rothorangeempfindliche Platte hinter Orangefilter



Fig. 3. Erythrosinplatte hinter gutem Grünfilter



Fig. 4. Erythrosinplatte hinter ungenügendem Grünfilter

Chromolithographie, Licht- und Buchdruck aus der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien



Spectrumphotographien mittelst des Glasspectrographen von J. M. Eder.



1. Funkenspectrum: a) Cd + Pb + Zn; b) Na + Mg + Cd + Fe. — 2. Bromsilbercollodion, schlecht für Roth sensibilisiert. — 3. Bromsilbercollodion mit Aethylviolett. — 4. Bromsilbercollodion mit Tetrabromfluoresceïn. — 5. Bromsilbercollodion mit Fluoresceïn. — 6. Bromsilbergelatine mit Lichtfilter: Säureviolett 1:2000. — 7. Erythrosin-Gelatineplatte: a) mit engem Grünfilter; b) mit weitem Grünfilter. — 8. Schattera's rothempfindliche Platte hinter Naphtolorangefilter bei reichlicher Belichtung; ähnlich verhält sich eine Baumwollschwarzplatte hinter Naphtolorangefilter. — 9. Schattera's rothempfindliche Platte (kurz exponiert). — 10. Erythrosin-Bromsilbergelatine. — 11. Bromsilbergelatine. — 12. Bromsilbergelatine mit Kupferoxydammoniak-Lichtfilter. — 13. Bromsilbergelatine mit Methylviolett-Lichtfilter. — 14. Chlorsilbergelatine mit Entwickelung. — 15. Nasses Jodbromsilbercollodion. — 16. Nasses Jodsilbercollodion.

Heliogravure des militär-geographischen Institutes in Wien. Druck der k. k. Graphischen Lehr- und Versuchsanstalt in Wien.

JUPITER-BEOBACHTUNGEN

AUF DER

MANORA-STERNWARTE 1898–1901

VON

LEO BRENNER.

Mit 15 Tafeln und 5 Textfiguren.

VORGELEGT IN DER SITZUNG AM 3. JULI 1902

A. Opposition von 1898—1899.

Vorbemerkungen.

In den Bänden LXIV und LXX der »Denkschriften der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften« habe ich über meine Beobachtungen der Oberfläche des Planeten Jupiter in den Jahren 1894—1898 berichtet und angezeigt, dass ich in einer dritten Abhandlung meine weiteren Beobachtungen mittheilen und die Schlüsse erörtern werde, zu welchen ich auf Grund meiner im ganzen zehn Jahre umfassenden Jupiter-Beobachtungen gelangt bin.

Diese Abhandlung — zugleich der Abschluss meiner diesbezüglichen Untersuchungen — bildet den Gegenstand der nachfolgenden Zeilen.

Während der Opposition von 1898—1899 beobachtete ich Jupiter verhältnismäßig wenig; nur 29mal ($32^3/_4$ Stunden), und zwar in der Zeit zwischen dem 12. December 1898 und 14. September 1899, weil einerseits der tiefe Stand des Planeten und anderseits ungewöhnlich ungünstige Witterungsverhältnisse die Beobachtungen beeinträchtigten, sowie weil ich mehrere Monate lang abwesend war. Immerhin konnte ich 21 Zeichnungen und ein paar Skizzen aufnehmen, aus denen sich auch zwei Karten der Oberfläche herstellen ließen, die nebst 13 Zeichnungen hier reproduciert sind. Über diese gilt, was ich in meinen beiden vorhergegangenen Arbeiten gesagt habe.

Allgemeines Aussehen.

Als ich am 12. December 1898 nach fast viermonatlicher Unterbrechung Jupiter wieder einstellte, war ich darauf gefasst, ihn wieder in dem Aussehen vorzufinden, welches er in der vorletzten Opposition gehabt, weil ich bereits zur Erkenntnis gekommen war, dass der N. E. B. immer abwechselnd in der einen Opposition doppelt, in der andern einfach ist. Ich hatte mich auch in meiner Erwartung nicht getäuscht, denn wirklich fand ich das N. E. B. bereits doppelt vor.

Aber außerdem bemerkte ich noch zwei Granatflecke, deren Lage ich durch Messung auf 69° und 160° feststellte. Den ersten hielt ich demnach mit dem in der vorigen Abhandlung erwähnten Fleck 69 für identisch und den andern mit dem Fleck 65. Doch fand ich bei Berechnung der Bewegung jener Flecke, dass sie dann eine mittlere tägliche Bewegung von 0°282, beziehungsweise 0°463, gehabt haben müssten, während 69 und 65 nur 0°159, beziehungsweise 0°366, gehabt hatten.

Nach einer mehrmonatlichen, hauptsächtlich durch meine Abwesenheit verursachten Unterbrechung, überraschte mich der Planet am 1. Juni durch die auffallende Blässe aller Farben und die Verschwommenheit des Ganzen. Diese Blässe hielt längere Zeit an; die grauen Streifen waren aber während des größten Theils der Opposition so wenig intensiv, dass sie sich von den hellen Zonen nur wenig abhoben, infolgedessen auch nur bei sehr guter Luft die Streifen der gemäßigten und arktischen Gebiete sichtbar waren. Die Polarzonen blieben während der ganzen Opposition unscheinbar. Nur zweimal sah ich in ihnen Flecke: am 7. Juni unter + 55° und am 29. Juni unter — 52°. Letzterer lag aber eigentlich schon in der S. A. Z. Letztere, die

Süd-Arktische Zone (S. A. Z.)

war nämlich außer am 29. Juni nur noch am 12. Juli und vom 1.—7. Juni wahrnehmbar, weil an diesen Tagen auch das

Süd-Arktische Band (S. A. B.)

sich von der S. P. Z. deutlich abhob. Außer dem obgenannten Fleck gewahrte ich in so hohen Breiten keine Flecke; solche zeigte erst wieder die

S. Süd-Temperate-Zone (S. S. T. Z.),

wie aus den Karten XXV und XXVI und aus den Zeichnungen 199 und 211 hervorgeht. Von diesen ließ sich aber nur der Fleck 2 verfolgen, der theilweise im

S. Süd-Temperate-Band (S. S. T. B.)

lag, also besser mit den Flecken dieses Streifens behandelt wird, welch letzterer immer deutlich sichtbar war, wenn die Luft wenigstens 3 notierte; ja, am 7. August sogar in einem Reinfelder $4^1/_4$-Zöller.

Was die Bewegung der einzelnen Flecke betrifft, so ersieht man sie aus nachstehender Tabelle, in welcher die Rubrik *a* sich auf die Nummer der Zeichnung oder Karte, *b* auf die Länge des Flecks bezieht, und *c* die durchschnittliche tägliche Eigenbewegung enthält, wobei ein *r* andeutet, dass dieselbe rückläufig war. Die Zahlen in den Überschriften der Rubriken beziehen sich auf die Nummer des Flecks in den Tafeln.

a	2		36	
	b	*c*	*b*	*c*
XXV	234°	—	—	—
XXVI	236	1° 1.	148°	.
208	—	—	143	2°5

Süd-Temperate-Zone (S. T. Z.)

Von den Flecken dieser Zone ließ sich nur die Bewegung des Flecks 3 feststellen, der am 2. Juni unter 55° und am 4. Juni unter 38° stand, also pro Tag eine Eigenbewegung von 8°5 zeigte

Süd-Temperate-Band (S. T. B.)

Über das Aussehen dieses Streifens finde ich im Beobachtungs-Journal folgende Bemerkungen: Am 12. December mausfarbig, 1. Juni ebenso, 29. Juni farblos, das heißt indifferent graubräunlich, 11. Juli röthlich gefärbt.

Von den vielen Flecken dieses Streifens ließen sich nur folgende 13 identificieren:

a	55		4		33		34		35		48		50	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXV	100°5	—	212°5	—	·			—		—		—		
XXVI	—	—	217	2°25 *r.*	151°	-	184°	—	190°	—	328°		27°	
208	-	—	—	—	147°	2°	173	5°5	186	5°	—	—	—	
209	—	·	—	—	—	·	—	—	—		304	12°		—
210	94	2°5	--			—	—		-	—			23°	1°33
	81		63		62		72		80		79			
211	130°	-	158°		108°	—	·	—	—	—	-			
212	113	11°5	—					—	—	—	·			
213	—	—	155	0°0	172·5	0°9 *r.*	138°	—		-	—	—		
214	—	—	—	-	—	·	—		269°	—	324°5	-		
215	—	—	155	0	104	1·2	140	1°14 *r.*		—		—		
216	—	—	—	—	—	-		—	270	0°14 *r.*	319	0°8		

Süd-Tropische Zone (S. Tr. Z.).

Von den wenigen Flecken dieser Zone ließ sich nur bei einem (5) feststellen, dass er am 2. Juni unter 62°, am 4. Juni unter 58° stand, was auf eine Eigenbewegung von 2° pro Tag schließen lässt und dann mit jener des ihm folgenden Flecks 85 stimmen würde, der am 2. Juni unter 83° und am 7. Juni unter 70° stand, also täglich 2°6 zurücklegte.

Großer Rother Fleck (G. R. F.).

Auch in dieser Opposition zeigte sich dieses räthselhafte Gebilde als unscheinbares, nur am Südrande der in das S.T.B. eingreift, und am folgenden Ende (»Brücke«) stärker markiertes Oval. Im Journal notierte ich Folgendes über sein Aussehen: Am 2. Juni war er äußerst schwach und nur die ehemalige »Brücke« etwas dunkler; 4. Juni ebenso; 13. August im 4 $^1/_4$ - Zöller schwach markiert.

Süd-Äquatoreal-Gürtel (S. E. B.).

Trotz der großen Thätigkeit, welche während dieser Erscheinung vom N. E. B. entwickelt wurde zeigte auch der S. E. B. eine solche. Über sein Aussehen notierte ich folgendes: Am 12. December voll Flecke; am 6. Jänner auffallend blass (»wie rosafarbenes Löschpapier«); am 1. Juni blassrosa, die dunklen Flecke in ihm nur schwach bräunlich; das Rift erst beim Bessern der Luft auf 3 sichtbar und dann auch die Flecke deutlicher als in den übrigen Streifen; am 2. Juni bedeutend dunkler als Tags zuvor, namentlich rechts vom G. R. F. so dunkel, wie in den vorhergegangenen Erscheinungen; Farbe röthlich, Flecke bräunlich; am 3. Juni wieder sehr blass und Rift undeutlich; am 4. Juni blässer, ausgenommen das an den G. R. F. anschließende Stück; Fleck 7 blendend hell; am 5. Juni noch blass, aber immerhin wie Rosalöschpapier; am 6. Juni sehr blass, jedoch Fleck 21 und der ihm folgende intensiv röthlichbraun; am 7. Juni dunkler, namentlich rechts von rechter »Schulter«; Fleck 24 blendend hell, am 1. Juli merklich

dunkler und Rift außerordentlich deutlich; am 11. Juli intensiver als bisher, Rift außerordentlich deutlich; am 12. Juli abermals intensiver, daher die weißen Flecke umsomehr hervorstechen; am 21. Juli trotz unruhigen Bildes, das die anderen Gebilde ungünstig beeinflusst, sehr deutlich, woraus sich schließen lässt, dass auch Vorgänge auf der Oberfläche des Planeten die Sichtbarkeit und Deutlichkeit der Objecte beeinflussen.

Was nun die Fleckenbewegung betrifft, so ist dieselbe aus nachstehender Tabelle ersichtlich. Bei manchen Flecken ist allerdings die Identität nicht ganz sicher.

a	1		6		7		8		9		19		20	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
199	302°	—	—	—	—	—	—	—		—	—	—	—	
200	272	2°5	—		—		—	—	—	—	—	—	—	—
XXV	—		43°	—	18°	—	3°	—	344°		281°5	—	291°5	
XXVI		—	37·5	2°75	6	0°	350	0°5	327·5	8°25	279	1°25	285	3°25
209	—	—	—	—	—	—	339	5·5	316·5	5·5	272	3·5	287	1 *r*
210	—	—	—		340	0·67			—	—	—	—	—	—

	10		11		12		13		14		15		16	
XXV	193°5	—	204°	—	212°5		221°	—	243°		252°	—	261°	—
XXVI	193·5	0	202	1°	208·5	2°	210·5	2°25	227	8°	238	7°	249	6°
208	175	9°25	192	5	—	—		—	—	—	—	—	—	—

	17		18		19		20		21		22		23	
XXV	271°	—	270°	—	282°	-	292°	—	238°	—	—	—	33°	—
XXVI	266	2°5	272	2°	278	2°	284	4°	340	1°	114°	—	22	5°5
208	—	—	-	—			—		—		109	2°5	·	—
209	—	—	—	—	274	1·33	288	1·33 *r.*	330	5		-	—	—
210	—	—	—	—	·	—	—	—	—	—	97	0	—	—

	37		47		51		52		57		64		65	
XXVI	143°	—	309°	—	—	—	—	—	-		—	—	—	—
208	140	1°5	306	1°5	95°	—	117°	—	—	-		—	—	
210	—			—	88	3°5	105	6°		—	—		—	—
211	—	—		—	—	—	—	—	159°	—	190°		198°	
213	—	—	—	—	—	—	—	—	157	0°4	187	0°0	197	0°2
215	—	—		—	—	—		—	116	5·86	139	6·86	162	5

a	66		67		82		83	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
211	200°	—	215°	—	130°	—	—	
212	·	—	—	—	113	8°5	—	—
213	204	0°4	212	0°6	—	-	—	—
215	—	—	—	—	85	2·7	—	-
216	—	—	—	—	—		278°	—
217	—		—	—		—	204	8°22

Äquatoreal Zone (E. Z.)

Infolge der Thätigkeit beider Äquatoreal-Gürtel zeigten sich auch auf der dazwischen liegenden E. Z. viele glänzende Flecke, während das Äquatoreal-Band, welches in ruhigen Jahren eine feine Linie bildet, ganz zerrissen wurde und in getrennte oder guirlandenförmige Flecke zerfiel.

Am 1. Juni notierte ich: E. Z. weißlich und von ganz verschwommenen schmutzfarbigen Streifen durchzogen; am 1. Juli: um den 70. Grad ein etwa 20—25° langer in den S. E. B. hineinragender Fleck von solchem Glanze, dass man ihn für selbstleuchtend halten könnte.

Die Fleckenbewegung ist aus folgender Tabelle ersichtlich:

a	24		25		26		49		44		45		46			
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXV	68°5	—	241°	—	214°5	·	77°	—	-	—	—		—			
XXVI	51·5	8°5	222	9°5	202	0°25	57	10°	180°	—	100°	—	164°			
208	—	—	—	—	—	—	—	—	105	10°5	155	5°5	102	1°		
210	39·5	4	—	—	—	—	48	3	—	—	—			-		
	58		59		68		69		71		74		75		84	
211	157°	—	169°	-	189°		202°	-	149°	—	—		—	—	—	—
213	149	1°6	105	0°8	188	0°2	204	0°4 *r.*	138	2°2			-	—	-	—
214	—	—	—	—	·	—	—	—	—	—	315°	—	323°	-		-
215	-	—	110°	7	154	4·86	163	5·86	95	0·14		—		—	-	-
216	—	—	·	—	—	-	—		—	—	287	4°	295	4°	317°	
217	-	—	—	—	—	—	—			—	215	8	220	8·33	225	10°22

Nord-Äquatoreal-Gürtel (N. E. B.).

In diesem herrschte während der ganzen Erscheinung rege Thätigkeit. Schon am 12. December war er doppelt und voll heller und dunkler Flecke, darunter die beiden auf Seite 2 erwähnten Granatflecke. Einer derselben schloss am 26. December die nördliche Componente des Doppelgürtels ab, welcher nach ihm nur auf seine südliche beschränkt war. Schematisch so: ═══

Daraus lässt sich folgern, dass die Verdopplung des Gürtels noch nicht vollendet war und sich in derselben Weise vollzog, wie ich schon früher beobachtet und im Band LXX, Seite 75, geschildert habe. Am 6. Jänner fand ich den N. E. B. schon deutlich von einem Rift durchzogen, aber sonst ungemein blass, wie Rosa-Löschpapier. Am 1. Juni war er blassrosa mit schwach bräunlichen Flecken und verschwommenem Rift; am 2. Juni bedeutend dunkler, aber nicht röthlich sondern bräunlich, und es erschien mir zweifelhaft, ob das Rift nur aus den bezeichneten Bruchstücken bestand oder aus einer zusammenhängenden Linie. Am 3. Juni war das Rift sehr undeutlich und der Gürtel blass, anderntags noch blässer, mit den blendend glänzenden Flecken 29 und 30. Am 5. Juni war der N. E. B. noch immer blass, aber doch schon rosafarbig und stark nüanciert, das heißt, er war durch eine Menge hellerer und dunklerer Flecke ganz von flockigem Aussehen. (Keine scharf begrenzten Gebilde.) Rift unzweifelhaft vorhanden, aber vielleicht an einzelnen Stellen unterbrochen; wenigstens schien mir Fleck 38 über dem Rift zu stehen. Am 6. Juni war dasselbe zu bemerken und Fleck 30 noch immer blendend hell. Am 7. Juni war der Gürtel wieder dunkler, Fleck 28 glänzend hell und auch Fleck 27 sehr glänzend. Am 1. Juli war der N. E. B. merklich dunkler

und ein unter 99° in ihm stehender Fleck glänzend hell, das Rift außerordentlich deutlich. Am 5. Juli war Fleck 73 von überaus blendendem Glanze nnd das auffälligste Object der Scheibe. Am 21. Juli fand ich den N. E. B. entschieden schmaler als den S. E. B. und sowohl Rift als auch seine Flecke verschwommen, während jene des S. E. B. deutlich waren. Am 22. Juli stand im N. E. B. unter 313° ein blendend heller Fleck. Sonst ist die Fleckenbewegung aus nachstehender Tabelle ersichtlich:

a	27		28		29		30		38		43		51		42	
	b	c	b	c	b	c	b	c	b	c	b	c	b	c	b	c
XXV	52°		72°5	—	359°	—	345° 339	— 0°	—	—	—	—	—	—	—	—
XXVI	42	5°	63	4°75	2	1°5 r.	320	0·5	134°	—	154°	—	122°	—	142°	—
					53											
208	—	—	—	—	107°	—	—	—	135°	0°5 r.	156°	1 r.	116°	3°	148°	3 r.
209	—	—	—	—	—	—	323°	1°5	—	—	—	—	—	—		—
210	38	1°33	60	1	98	4°5	—	—	—	—	—	—	116	0	—	—

a	56		61		86		70		73		76		77	
27. Juni	163°	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28. »	—	—	—	—	323°5	—	—	—	—	—	—	—	—	—
211	161	1°	129°	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
212	—	—	121	4°	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
213	159	0·4	129	1·6 r.	—	—	195°	—	—	—	—	—	—	—
214	—	—	—	—	283	5°8	—	—	318°	—	334°	—	342°	—
215	122	5·20	—	—	—	—	163	4°57	—		—		—	—
216	—		—	—	—	—	—	—	283	5°	302°	4°57	318	3°43

Nord-Tropische Zone (N. Tr. Z.).

Von dieser ist wenig zu berichten, da sie nur ein paarmal Flecke zeigte, deren meiste am Rande des N. E. B. standen.

Nord-Temperate-Band (N. T. B.).

Während es am 12. December unsichtbar war, zeigte es sich am 6. und 18. Jänner deutlich, war am 1. Juni (abgesehen von den Verdunklungen) schwach blassgrau und am 2. Juni sehr breit. In besseren Momenten erkannte ich aber deutlich, dass diese Breite nur eine scheinbare war, indem das N. N. T. B. so nahe daran lag, dass beide Streifen bei minderer Definition den Eindruck eines einzigen breiten machten. Infolgedessen war die

Nord-Temperate-Zone (N. T. Z..

ganz schmal und unbedeutend, während sie am 6. Jänner so auffallend breit erschienen war, dass ich den (vermuthlich wohlbegründeten) Verdacht hegte, sie scheine nur deshalb so breit, weil sie wegen Fehlens (oder Unsichtbarkeit) des N. N. T. B. mit der N. N. T. Z. in Eins verschmolzen sei. Da thatsächlich das N. T. B. noch längere Zeit so nahe an dem

N. Nord-Temperate-Band (N. N. T. B.)

blieb, ist es am einfachsten, wenn wir diese beiden Streifen und die in ihnen aufgetauchten Flecke zusammen behandeln.

Am 13. August scheint das N. T. B. übrigens sehr deutlich gewesen zu sein, da es auch im $4^1/_4$-Zöller scharf erschien. Die Fleckenbewegung in jenen Gegenden war folgende:

a	31		32		39		40		41		60		78	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXV	239°	—	4°	—	—	-	—	-	—	-	—	-	—	—
XXVI	235	2°	8	2 *r.*	149°	—	143°	—	156°	—	—	—	—	—
208	—	—	—	—	150	0°5 *r.*	142	0°5	163	3°5 *r.*	—	—	—	
211	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	153°	-	-	—
213	—	—	-	—	—	—	—	-	--	—	158	1 *r.*	--	—
214	—	—	-	—	—	—	—	-	-	—	—	—	322°	—
216	-	-	—	—	—	—		—		-			271	5°86

Die Nordpolargegenden.

Die Streifen dieser Gegend (vom N. N. T. B. angefangen) waren anfangs Juni sehr schwach und auch noch am 29. Juni schwach graubräunlich. Im August wurden sie dunkler, so dass ich zum Beispiel das N. N. T. B. am 7. August sogar im $4^1/_4$-Zöller sehr deutlich sehen konnte.

Das Nord-Arktische Band (N. A. B.) war schon am 2. Juni durch seine Verdunklung unter 215° wahrnehmbar, ebenso am 4. Juni durch eine andere, die unter 11° stand, und am 5. Juni, wo es gleich dem N. Nord-Arktischen Band (N. N. A. B.) und dem Nordpolarband (N. P. B.) deutlich hervorstach. Die Nordpolar-Zone (N. P. Z.) war fast immer unscheinbar, aber manchmal ließen sich in ihr Verdunklungen und sogar Flecke wahrnehmen, wie aus den Zeichnungen ersichtlich ist.

Resultate der Messungen.

a) Jovigraphische Lage des Großen Rothen Flecks.

Da derselbe zu schwach markiert ist, als dass sich der Mikrometerfaden an seine Ränder ansetzen ließe' so beschränkte ich mich auch diesmal darauf, die ihn flankierenden beiden »Schultern« zu messen, die sehr deutlich sind und von denen nur die linke wegen ihrer abgestumpften Ecke zu wünschen übrig lässt. Leider hatte ich während der ganzen Erscheinung keine Gelegenheit, die Schultern im Centralmeridian zu messen, sondern nur als sie etwa 30° von diesem entfernt waren; infolgedessen ist auch das Resultat kein unbedingt verlässliches. Auf diese Weise fand ich am 26. December für die rechte Schulter 44°, am 2 Juni 53° und am 3. Juli 52°; für die linke Schulter am 2. Juni 15°, am 3. Juli 13°5. Darnach wäre der Abstand 38° beziehungsweise 38°5 gewesen und der Mittelpunkt des G. R. F. unter 34°, beziehungsweise 32°75.

b) Jovigraphische Breite der Streifen.

Streifen	6. Jänner 1899 β	6. Jänner 1899 B	18. Jänner 1899 β	18. Jänner 1899 B	27./28 Juni 1899 β	27./28 Juni 1899 B
S. S. T. B. (Nordrand)	−38°3		—		—	
		5·4				
	32·9		—		−33°	
S. T. B.		5·8				7°5
	27·1		—		26·5	
		8				8
	19·1		−18°0		18·5	
S. E. B.		13·4		13°4		12·75
	−5·7		−5·2		−5·75	
		11·6		9		10·2
	+5·9		+3·8		+4·45	
N. E. B.		14		14·2		12·8
	19·9		+18		17·25	
		11·1				13
	31		—		30·25	
N. N. T. B.		8·3				5·05
	39·3		—		+35·3	
		6				
N. P. Z.	+45·3		—			
		44·7				
Wert	III		II		I	

In der vorstehenden Tabelle bedeutet β die jovigraphische Breite der Streifen, *B* ihre Ausdehnung (Breite) in Graden.

B. Opposition von 1900.

Jupiter wurde von mir in der Zeit zwischen 24. Februar und 8. September 44mal beobachtet ($41\frac{1}{2}$ Stunden) und dabei 32 Zeichnungen und einige Skizzen aufgenommen, aus denen sich 3 Karten zusammenstellen ließen, die nebst 22 Zeichnungen hier reproduciert sind.

Allgemeines Aussehen.

Wegen unserer Expedition nach Algier zur Beobachtung der Sonnenfinsternis gelangte ich erst am 25. Juni zur Aufnahme regelrechter Beobachtungen, und zwar zunächst mit einem Reinfelder'schen $4\frac{1}{5}$-Zöller von ungewöhnlich langer Brennweite. Ich fand das Aussehen des Planeten gegen das Vorjahr nur wenig verändert. Wohl war der N. E. B, sichtlich schmaler geworden und nicht mehr von einem Rift durchzogen, aber doch nicht so schmal, wie sonst in den Jahren seiner Einfachheit. Auch sah ich in ihm mehrere helle und dunkle Flecke. S. T. B. und N. T. B. waren hellgrau, die beiden Äquatorealgürtel nur schwach hellrosa, die beiden Polarzonen kaum unterscheidbar. Vom G. R. F. erkannte ich die »Brücke« und unter ihm stand ein intensiver dunkler Fleck, dem ein glänzender folgte. Das E. B. war uneben, aber ziemlich dunkel.

Eine Beobachtung am 1. Juli im Siebenzöller bestätigte mir das Gesehene und zeigte mir noch, dass das N. N. T. B. in besseren Momenten vom N. T. B. als schwache Linie abzutrennen war, S. S. T. B. hellgrau sich abhob, das Rift im S. E. B. wohl sehr deutlich, dagegen sonst außerhalb der beiden Gürtel keine Flecke sichtbar und überhaupt alle Streifen von einer auffallenden Blässe waren. Am 2. Juli bemerkte ich, dass die Streifen insgesammt noch blässer waren als tagszuvor, indem beide Gürtel das zarteste Rosa,

die anderen Streifen Aschfarbe zeigten. Nur S. T. B., N. T. B. und S. S. T. B waren etwas dunkler. Dabei fiel mir abermals die merkwürdige Detaillosigkeit der Nordhalbkugel auf, vom N. T. B. angefangen bis zum Nordpol. Am 25. Juli waren abermals alle Streifen ungemein blass und die beiden Gürtel nur noch fleischfarben, auch am 30. Juli klagte ich im Journal über die Blässe der Farben, trotz welcher übrigens das Rift deutlich zu erkennen war. Am 17. August war der Planet so blass, dass nur bei schärfstem Zusehen die Umrisse wahrzunehmen waren, obgleich das Rift deutlich war. Aber schon anderntags bemerkte ich mit Befriedigung, dass die Blässe abgenommen und die Schärfe der Umrisse zugenommen hatte. Am 31. August notierte ich: So wie in letzter Zeit alle Farben sehr blass, aber Definition trotzdem sehr scharf und das Rift sehr augenfällig.

Wenn man einen Blick auf die Zeichnungen wirft, so wird es auffallen, dass dieselben ungewöhnlich reich an Flecken (namentlich hellen) sind, trotzdem die Luftverhältnisse meistens sehr ungünstige waren, da im Journal beständig über die Unruhe der Bilder geklagt wird. Wenn also trotzdem so viele Flecke deutlich zu sehen waren (denn undeutlich gesehene zeichne ich principiell nicht), so liegt es auf der Hand, dass der Planet diesmal eine ganz ungewöhnliche Thätigkeit entwickelt haben muss. Und in der That scheint dies der Fall gewesen zu sein und wahrscheinlich auch die Ursache, weshalb der N. E. B. zum ersten Male eine Ausnahme in seinem Aussehen machte. Denn bisher hatten die Oppositionen das Eigenthümliche gezeigt, dass immer in der einen der N. E. B. doppelt und voll heller und dunkler Flecken war, in der andern aber einfach und fast ganz fleckenlos, wogegen unter ihm die Granatflecke auftauchten. Nachdem in der vorhergegangenen Opposition der N. E. B. doppelt gewesen war, musste man erwarten, ihn diesmal einfach und fleckenlos zu finden. Statt dessen bot er ein Aussehen, wie noch nie zuvor von mir beobachtet: nicht doppelt, aber auch nicht so schmal wie in seinem einfachen Zustande, sondern in seiner Breite einen Mittelgrad einnehmend und statt der fleckenlosen Ruhe eine ungewöhnliche Thätigkeit, welche jene des S. E. B. noch übertraf. Nach alledem dürfte meine Vermuthung, dass sich 1900 auf der Oberfläche des Planeten außergewöhnliche Ereignisse abspielten, die den regelmäßigen Wechsel seiner Thätigkeit unterbrachen und änderten, wohl richtig sein.

Die Südpolargegenden.

In diesen herrschte im Vergleich zu den Äquatorealgürteln meistens ziemliche Ruhe und die Flecke waren auch meist vorübergehender Art, so dass nur ein geringer Theil verfolgt werden konnte. Auch die Sichtbarkeit der Streifen ließ infolge der Blässe des Planeten viel zu wünschen übrig. Das S. Süd-Arktische Band war nur am 1. August, das Süd-Arktische Band außerdem noch am 20. Juli und am 2. August sichtbar. Über das S. Süd-Temperate-Band finde ich unter dem 20. Juli die Eintragung, dass es mit dem Süd-Temperate-Band gleichbreit gewesen sei, und anderntags, dass es gleich letzterem weniger dunkel und auffällig geworden sei. Die höchsten beobachteten Flecke waren am 20. 22. und 29. Juli in der Süd-Arktischen Zone unter etwa 55°. Sonst war die Fleckenbewegung jene der nachstehenden Tabelle:

[illegible]	38		56		57		58		59		70	
	l	[illegible]	l	[illegible]	l	[illegible]	l	[illegible]	l	[illegible]	l	[illegible]
220	235°											
227					328°		11°					
XXVII	119	5°57			320	1°			38°		312°	
232	—		357°				7	[illegible]	40	1		
XXVIII	105	[illegible]	332·5	12°·5	320	[illegible]	340	1·5	44	1·33	[illegible]	[illegible]
237							340	[illegible]				
239							[illegible]	[illegible]				

	110		68		80		94		98		108		109	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXVIII *r*			130°	—		—	150°	—	2°					
XXVIII			120	3°5	73°5	—	-	—	—	—	—			
237					63·5	5°	-	—					-	
239			—						342	3°33				
240						—	134	2°33						
242		—	—		61	0·83		—					—	
243	320°	-	—	—	-				—		329°	--	350°	
XXIX	206·5	11°75	—	—			-	--			307	11°	324	13°
249	220	8·5	—				—	—		---	·	—	--	·

a	24		188		61		62		63		189		44	
226	212°		—		—			—	--	—	—	—	—	
227			350°			—	—	—	—	—	—	—	—	
XXVII	104	9	—		322°	-	297°	—	176°	—	20°	—	88°	
232		--	343	1°4	—	—				-	—	-	81	3°5
XXVIII	204	2 *r*			304	3°6	288	1°8	107	2°25	10	1°4	69	4
237		-	—		—	—	—	—			--		50	9·5
238	103	8·2	—	—	--	—		—	—		—	—		
240	—	—	—	-	—	—			149	2°57	-	·	--	
241		--			288	2·3		·		—		·	—	—

	71		72		91		190		191		142		45	
XXVII	104°		148°		-	—	-			—		·	53°	·
232			—		·				·	—	·	—	46	3°5
XXVIII	84	4°	125	4°0	102°	—	—					—	40	0
237	75	4·5		—	—	-	-			—		—	33	6·5
240	72	1	105	8·6	86	3°2					—	—		
242	79	3°5 *r*	100	2 *r*						—		--		
XXIX	-	—				·	176°	—	102°		—	-	—	·
248		—		--	·		180	0°8 *r*	208	3°2 *r*				
249			—	—	--	—			-		189°	—		
252					-			·		·	103	0°8 *r*		·

Süd-Äquatoreal-Gürtel (S. E. B.).

In diesem Gürtel herrschte beständig große Thätigkeit, und was sein Aussehen betrifft, so finde ich darüber (außer dem bereits unter »Allgemeines Aussehen« Gesagten) im Journal folgende Aufzeichnungen: Am 15. Juli Rift nicht genau erkennbar, dagegen die hellen Flecke stark hervorstechend, während die dunklen Flecke am Rande verschwommen erscheinen. Am 16. Juli Rift undeutlich, dagegen am 18. Juli besser zu sehen, am 19. nicht sehr hervorstechend, am 22. nur auf der Osthälfte sichtbar, am 24. nur auf der Westhälfte deutlich, am 26. geschlängelt, am 27. noch stärker geschlängelt, am 28. auch noch ungerade, am 29. schien es unterhalb der linken Schulter in die Bai zu münden, während es unterhalb der rechten Schulter in einen großen hellen Fleck mündete; am 30. Juli war das Rift erkennbar trotz Blässe der Farben und Wallen des Bildes und anderntags bei noch schlechterem Bilde ebenfalls sehr

deutlich; am 1. August Rift sehr deutlich, ebenso 2., 3. und 17. August. Am 20. mündete es deutlich in die Bai unterhalb der rechten Schulter, am 24. war es sehr deutlich, am 31. sehr auffällig, am 1. September unsichtbar, am 4. schien es mir in der Mitte unterbrochen zu sein und zwei Mündungen zu haben.

Die merkwürdigste Erscheinung, welche aber diesmal der S. E. B. bot, waren die mit *a—e* bezeichneten Ausbauchungen am Südrande des Gürtels. Während letzterer nämlich gewöhnlich so gerade wie ein Lineal ist, fiel mir am 22. Juli auf den ersten Blick auf, dass nicht nur die rechte Schulter etwas mehr in die S. Tr. Z. hineinragte, sondern auch an einer durch Messung als 92. Grad festgestellten Stelle spitz ausgebaucht war. Am 27. Juli gewahrte ich dann noch eine dritte ähnliche Ausbauchung, unter (laut Messung) 115°. Am 23. August bestimmte ich einen vierten Auswuchs zu 163°, doch war derselbe nebst einem fünften Auswuchse bereits am 18. August sichtbar gewesen. Offenbar war jedoch auch der von mir am 15. Juli unter 97° gezeichnete Fleck identisch mit der am 22. unter 92° gemessenen Ausbauchung und vielleicht auch die beiden am 3. Juli unter 110° und 132° gezeichneten kleinen Flecke am Südrande des Gürtels der B e g i n n jener Ausbauchungen gewesen. Das Merkwürdigste ist, dass diese Ausbauchungen auch noch im Jahre 1901 vorhanden waren und eine von ihnen sogar in ganz merkwürdigen Dimensionen, wie später besprochen werden soll. Man dürfte vielleicht nicht fehlgehen, wenn man diese Auswüchse mit dem ungewöhnlichen Zustande des Planeten in Verbindung bringt, dessen ich oben Erwähnung gethan. Sonderbar ist jedenfalls die geringe Eigenbewegung dieser Auswüchse, welche an jene der beiden Schultern erinnert und vielleicht dieselbe Ursache hat. Im übrigen vergleiche man die Fleckenbewegung in nachstehender Tabelle:

a	**33**		**34**		**1**		**15**		**18**		**5**	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
220	233°	—	170°	—	—		—	—	—		—	—
221	—	—	—		79°	—	50°		40°			
223		—			74	5°	—	—		—	130°	
224	143	0°43	116	3°80	—				—		63	0°08
227		—		—	333	0·3	315	5°31	303	5°4	33	7·5
											39	
XXVII *a, b*	105	7·0	—		331	1	300	7·5	289	7	113°	
					46				**47**			
XXVII *c*	90	4·5	67	7		—				—	100	3°5
232	80	8	40	13·5	17°	—	—	—	24°		—	—
XXVIII *a, b*	—	—	6	17	332	22°5	256	8·8	353	15·5		
XXVIII *c*	48	10·67	—	—	—	—	—		—		65	8·2
236	—	—	—	—	300	10	230	13	—	—		—
237	12	18	340	8·67	—	—	—	—			35	15
238	—	—	—	—	—	—	200	10·5				
239	355	8·5	327	0·5	303	1·[illegible]	—		315	5·0	380	24·5
241	314	20·5	290	18·5	258	22·5	—		271	22		

	10		11		12		13		21		25	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
223	121°		111°	-	96°	-	87°		—			
225				—					222°		235°	
226							. .		203	0°5	210	8°
227	20	6°3	0°	0°33	350	0°8	340	0°8				
	40											
XXVII *a, b*	122°		359	3·5	340	0·5	338	1	187	8	197	11
					48		49				50	
XXVII *c*	121	0°5		-	—	- -		—		—	—	
232					10°	—	2°				353°	
XXVIII *a, b*			317	8·4	320	27°	310	26°	130	10·2	298	27°5
XXVIII *c*	74	9·4							120	5	-	
236	—		274	21·5	287	19·5	266	22		—		—
237	59	7·5				—	—					
239		—	289	5·6				—				
240					-			.	90	7·2	—	—
241		—	230	29·5	244	8·6	221	9	—	—	—	—
242		—	—	—	-		—		75	7·5	—	

	29		32		19		20		22		23	
225	318°	—	278°		—		—				—	—
226		.		—	180°	- -	188°	.	148°		158°	—
XXVII *a, b*	267	10°2	238	8	159	10°5	170	9	141	3°5	149	4°5
XXVII *c*	—	—	—	.	—	—			135	3	- -	—
			60		65						75	
232	-	-	333°			—	—	—	.		—	—
XXVIII *a, b*	221	11·5	270	28°5	140°	—	115	7·86	-	-	234°	—
XXVIII *c*	—	—		—	134	6°	115	0	86	9·8	—	—
236	194	9	249	13·5		—			—	—	211	11·5
237		—	—	—	-	—	—	—	70	13	- -	—
238	178	8	236	6·5	—	—		—	—	—	190	7°5
240	- -	—	- -	—	97	7·4	—	—	—	—	—	- -
242	—	-		—	—		—	—	22	9·6	—	—

a	85		86		94		95		96		97	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXVIII	202°		183°		101							—
238	104	7°0	145	7°0	—				—		—	—
240			150	5·5 r	100	3°57	110°		119°		132°	
242		—	145	5·5			102	4°	110	4°5	121	5·5

a	104		105		106		107		111		112		113		123	
	b	*c*	*b*	*c*												
243	328°	—	337°	—	344°		24°		—							
XXIX *a, b*	314	7°	324	6°5	333	5°5					96°		133°	—	117°	
XXIX *c*							11	4°33	81°		90	3°	110	8°5	107	5°
247		—				—	350	7°5	57	12°	96	12	86	15		

a	128		129		134		135			
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXIX	154°		165°		230°		265°			
248	105	9°8	117	9°0	176	13°5	207	14°5		
	137		**138**		**139**		**140**		**141**	
249	166°	—	187°	—	196°	—	204°		229°	
252	113	7°57	137	7°14	144	7°43	157	9°71	171	8°20

a	**a**		**b**		**c**		**d**		**e**	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
223	—				110°	—	132°	—		
224	59°7	—	87°		—	—	—	—	—	
XXVII	60	0°04 *r.*	92	0°71 *r.*						
232	61	0·5 *r.*	88	2						
XXVIII	62·5	0·5 *r.*	90	0·07 *r.*	115°	0°21 *r.*	135	0°125 *r.*	150°	
237	64	0·75 *r.*	90	3 *r.*						
240	65·5	0·5 *r.*	98	0·07 *r.*	122	1·4 *r.*				
242	66	0·25 *r.*	96·5	0·75 *r.*	120	1				
XXIX	66·5	0·03 *r.*	98	0·00	—	—	132	0·125	150·5	0·235 *r.*
247	67	0·25 *r.*	100	1 *r.*						
248									103	1·3 *r.*
251	66	0·1	100	0			137	0·36 *r.*		
Durchschnitts-Bewegung	—	0·131 *r.*		0·271 *r.*		0·323 *r.*		0·083 *r.*		0·448 *r.*

Es zeigten somit alle fünf Ausbauchungen retrograde Bewegung. Doch sei erinnert, dass **a** und **b** auch schon am 9. und 12. Februar und 15. März 1896 von mir gesehen wurden, wo sie die $\lambda = 27-30$, beziehungsweise 71—75 (also auch rückläufig) hatten.

Äquatoreal-Zone (E. Z.).

Der gesteigerten Thätigkeit des Planeten entsprechend, wimmelte es in der E. Z. von hellen Flecken, während das E. B. meist ganz zerrissen in eine Anzahl isolierter oder zusammenhängender Flecke unregelmäßiger Gestalt zerfiel. Nur am 2. Juli bildete es einen fast geraden ziemlich dunklen, sehr deut-

a			**9**		**31**		**27**		**35**	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
220							·		192°	
223	—	—	114°	—						—
225					301°		—			
226							181°			
227	—	·	23	5°7						
XXVII		—	—	—	246	11°	174	3°5	77°	5°5
	51		**52**							
232	5°		11°						40°	15°5
XXVIII *a, b*	323	21°	331	20°	190°	12°5	124°	10°	355	25·5
XXVIII *c*					—	—	115	4·5		
236	282	20·5	—	—		—		—		—
238	—		—		157	7·8	—	·		·
240	—		—	—		—	80	7	—	—
241	238	8·8	244	12·4	—	—	—	—		—
242	·	—	—	—	—	—	61	9·5		
	66		**67**		**81**		**82**		**83**	
XXVIII *a, b*	142°	·	157°	—	·	—	—	—	—	
XXVIII *c*	127	7°5	140	5°5	—	—	—	—	53°	—
237	—	—	—	—	0°		0°	—	21	16°
238	—	—	·			—	—	·	—	—
239	—	—	—	—	315	22°5	324	21°	—	—
240	99	5·6	115	6·2	—	—	—	—	—	
241	—	—		—	—	—	273	25·5	—	
242	87	6	94	10·5	—		—	—		
243	—	-	—	·	—		—	—	—	
XXIX	-				—	—	—	—	—	
	114		**115**		**116**		**127**		**130**	
XXIX *a, b*	75°		56°		37°	—	142°	—	181°	—
XXIX *c*					-	—	134	4°	-	—
247	60	7°5	44	6°	22	7°5	—	—	—	—
248	—				—	—	—		140	8°2
249					-					
252						—	·		—	·

lichen Streifen. Am 15. Juli notierte ich, dass die dunklen Flecke in der E. Z. undeutlich seien, während sonst die hellen Flecke stark hervorstachen. Die Bewegung der Flecke ist aus nachstehender Tabelle ersichtlich, wobei aber bemerkt werden muss, dass bei bem nahen Beisammenstehen und der Ähnlichkeit der hellen Flecke die Identificierung vielleicht nicht immer ganz verlässlich ist.

37		73		77		78		79		*d*
b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	
—	—	—	—		—		—			 220
	—	—	—	—	—		—	—	—	. . . 223
—	—	—	—	—	—	—	—		—	 225
—	—		—	—	—	—	—		—	 226
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	 227
68°		340°		272°	—	280°		310°		 XXVII
40°	14°	—	—	—	—	—		—	—	 232
347	20·5	298°	10°5	252°	5°	262°	6°	268°	10°5	. . . XXVIII *a, b*
—	—	—	—	—	—		—	—		. . . XXVIII *c*
	—	267	15·5	223	14·5	235	13·5	241	13·5	 236
—	—	—	—	—	—	220	7·5	229	6	 238
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	 240
—	—	—		—				—		 241
		—	—		—					 242
84		87		88		99		103		
	—		—		—	—	—	—	—	. . . . XXVIII *a, b*
65°		214°		225°						. . . . XXVIII *c*
34	15°5					—		—	—	 237
—	—	—		178	15°07					 238
—	—									 239
						140°				 240
										. . . 241
—	—				—	132	4°			 242
								324°		 243
—	—	—	—	—	—	—	—	307	8°5	 XXIX
136		143		144		146				
250°										. XXIX *a, b*
										. XXIX *c*
—	—			—	—					. 247
193	15°75									. . . 248
—		173°		212°		227°	—			 249
		134	5°57	103	7°	181	0°0			252

Nord-Äquatoreal-Gürtel (N. E. B.).

Wie schon eingangs erwähnt, zeichnete sich dieser Gürtel trotz seiner verhältnismäßigen Schmalheit durch besonders lebhafte Thätigkeit aus. Außer den unter »Allgemeines Aussehen« erwähnten Aufzeichnungen über sein Aussehen, sei aus jenen des Journals noch folgendes hervorgehoben:

Am 15. Juli waren die dunklen Flecke verschwommen, während die hellen sehr stark hervorstachen; anderntags waren auch die hellen Flecke nicht so gut begrenzt wie jene des S. E. B.; am 26. Juli »strotzte

a	36		40		41		2		16	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
220	214°		252°		203°					
221 .							74°		65°	
223							71	3°		
224	122	0°7								
225										
226 .										
227 . .							333	0°12	327°	5°2
XXVII *a, b*	105	3·4			138	0°58	320	2	314	0·5
XXVII *c* . .	80	9·5	110	0°47	114	7				
232	78	4	—							
XXVIII *a, b*							292	7·4	270	7
XXVIII *c*	40	10°7			79	9				
236 .									240	10·5
237	10	15			55	12				
238 .										
	36		100		41		101		102	
239	344°	10°			32°	11°5				
240			129°				101°			
242 . . .			120	4°5			147	7°		
243 . .									335°	
XXIX									317	9°

der N. E. B. von hellen Flecken«; am 28. Juli drängten sich alle hellen und dunklen Flecken auffälligerweise in ununterbrochener Reihe am Südrand des N. E. B. zusammen; anderntags sah er von den vielen Flecken ganz gesprenkelt aus, doch waren die Flecke nicht sehr intensiv; am 1. August machten die drei großen hellen Flecke am Osttheile des N. E. B. anfangs den Eindruck, als hörte dort der Gürtel plötzlich auf.

Die Fleckenbewegung war folgende:

17		**26**		**30**		**28**		*a*
b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	
								 220
54°	-							 221
								 223
								 224
		231°		295°				 225
		192	10°5			209°	-	 226
313	5°95				--	—		 227
295	9	185	3·5	245	10	200	4°5	. . . . XXVII *a, b*
		—		--	-		—	. . . . . XXVII *c*
				--		-		 232
266	5·8	134	10·2	107	12	145	11	. . . XXVIII *a, b*
		129	2·5			130	4·5	. . . . . XXVIII *c*
							—	 236
	--	--						 237
235	7·75					-		 238
103								
								 239
		107°	4°4					 240
		95	0					 242
322	-		-		-			 243
307	7°5	-						 XXIX

a	6 b	6 c	4 b	4 c	7 b	7 c	8 b	8 c	14 b	14 c
223	144°		121°		157°		131°		98°	
224	77	5°0	28	7°75	02	5°4	65	5°5		
227			29	0·25 r.			35	7·5	351	0°7
			53		89		90			
XXVII a, b			–		–		–		351	0
									76	
XXVII c	44	4·7					–			
232	35	4·5	10°				–			
XXVIII	4	15·5	329	20°5	114°		–	—	225°	
230									195	10°
237	1	1	330	0·3 r			70°			
238	—								180	7·5
239	345	8	314	8						
240					80	5°0	02	4°07		
241	300	22·5	271	21·5						
242		–			–	–	48	7		

a	117 b	117 c	118 b	118 c	119 b	119 c	120 b	120 c	121 b	121 c
XXIX a, b	—	—		–		–	—		–	–
XXIX c	75°		44°		42°		30°		16°	—
247	59	8°	27	8°5	20	11	12	9°	0	5°

a	131 b	131 c	132 b	132 c	133 b	133 c	145 b	145 c	122 b	122 c
XXIX	180°		236°		247°				16°	
247									358	9°
248	145	7°	177	14°75	182	10°25	—			
249							179°	–		
252							135	6°3		

Die Nordpolargegenden.

Auch diesmal waren N. T. B. und N. N. T. B. so nahe aneinander, dass sie bei minderer Luft für einen einzigen Gürtel gehalten werden konnten, doch zeigten sie sich bei besserer immer gut getrennt; manchmal (zum Beispiel am 21. Juli) verriethen sie sich durch ihre Verdunklungen, die dann scharf von den Zonen abstachen. Am 22. Juli machte ich sogar die Bemerkung, dass die beiden Streifen weiter von einander getrennt schienen als bisher. Am 3. August war vom N. N. T. B. nur ein kleines Bruchstück zu sehen, dagegen am 20. August der Streifen in seiner Gänze.

Am 19. Juli notierte ich: »Heute seit langer Zeit wieder N. N. T. B. und N. A. B. mit N. A. Z. sichtbar«, und am 29. Juli bemerkte ich, dass sich außer dem N. A. B. auch noch das N. N. A. B. durch

42		43		64		3		a
b	c	b	c	b	c	b	c	
						112°		. . . 223
						38	0°2	 224
						17	5·25	 227
						74		. . . XXVII a, b
140°		119°		105°		320°		. . . . . XXVII c
137	4°5	107	0°					
92		**93**						. . 232
109°		178°		114°	8°2	292	0°8	XXVIII
								 236
								. . 237
								238
								. . 239
142	3°9	151	3°9					. . 240
								. . 241
								. . . 242
127		**124**		**125**		**126**		
142°		133°		93°		102°		. . XXIX a, b
134	4°	115	0°	88	2°5	97	2°5	. . . XXIX c
								247

eine Verdunklung verrathe. Die N. P. Z. war immer blass. Von den wenigen Flecken ließen sich nur drei identificieren:

a	54		55		69	
	b	c	b	c	b	c
XXVII .	326°		334°		102°5'	
XXVIII	334	1°6 r.	341	1°4 r.	151°5'	2°2

Der Große Rothe Fleck. (G. R. F.)

Über das Aussehen dieses Gebildes finde ich im Journal folgende Aufzeichnungen: Am 2. Juli deutlich, wenn auch sehr matt, schmutzfarbig, nur die Brücke ziemlich intensiv. Am 19. Juli Brücke schon am Rande erkennbar. Am 22. Juli deutlich sichtbar, und ebenso sicher ein glänzender Fleck im Canal an seinem Nordostrande. Auch sein Inneres so hell, als stünde dort ein heller Fleck. Brücke am dunkelsten; sonst schmutzfarbig. Am 24. dieselbe Beobachtung. Am 27. G. R. F. noch am Rande erkennbar, besonders Brücke. Am 29. deutlich, schmutzfarbig und noch immer Brücke am dunkelsten. 1. August noch nahe dem Rande erkennbar. Am 3. deutlich, am 17. am Rande undeutlich, am 20. wie Hauch, am 22. sehr schwach, am 1. September nur die Brücke deutlich.

Was die Lage des G. R. F. betrifft, so ist dieselbe aus den folgenden Messungen ersichtlich:

Resultate der Messungen.

a) Jovigraphische Lage des Grossen Rothen Fleckes.

Auch diesmal wurden nur die beiden Schultern gemessen.

Schulter	2. Juli	17. Juli	24. Juli	29. Juli	3. August	20. August	22. August	1. Septemb.	Durchschnitt
Rechte	59°7	60°7		64°	67°	66·4		66°	Ca. 64°
Linke	22·5		21°	20·5			28°		24°5
Abstand	37·2			37·5			—	—	39·5
Mitte	41·1			45·25					44·25

b) Jovigraphische Breite der Streifen.

Leider gestattete der tiefe Stand des Planeten und die damit verbundene Unruhe der Luft nicht mehr als eine einzige Messung am 1. Juli, welche ergab:

Streifen	β	B
S. P. Z.	58°1	31°9
		8·4
S. S. T. B.	49·7	
		7·3
	42·4	
		6·6
S. T. B.	35·8	
		8·8
	27	
		8
S. E. B.	19	
		12·25
	6·75	
		12·35
N. E. B.	+ 5·6	
		10·4
	16	
		8
N. T. B. (Südrand)	24	
N. N. T. B. (Mitte)	33	1·5
N. P. Z.	+ 40	50

C. Opposition von 1901.

Ich beobachtete Jupiter in der Zeit zwischen 19. Juli und 29. November 40 Mal ($67\frac{3}{4}$ Stunden) wobei ich 37 Zeichnungen und ein paar Skizzen anfnahm, von denen 20 hier reproduciert sind, während sich aus den übrigen fünf Karten zusammenstellen ließen.

Allgemeines Aussehen.

Nachdem die vorige Opposition das Wechselspiel der Verdopplung und Vereinfachung des N. E. B. durch die oben erwähnte außergewöhnliche Thätigkeit beider Äquatorealgürtel unterbrochen hatte, trat wieder Ruhe ein und der Planet bot 1901 jenes Aussehen dar, welches er regelrechterweise schon 1900 gehabt haben sollte: der N. E. B. zog sich auf die Hälfte seiner Breite zusammen und in der Breite seiner einstigen Verdopplung zeigten sich Flecke nach Art der Granatflecke, allerdings nicht so scharf begrenzt wie diese und auch nicht granatfarbig, sondern schwach bräunlichgrau. Die Hauptthätigkeit beschränkte sich auf den S. E. B.

Bei meiner ersten Beobachtung am 19. Juli fand ich (im $4\,^1/_4$-Zöller) den S. E. B. mit Flecken besäet, N. E. B. schmal, N. T. B. doppelt so breit, S. T. B. so breit wie N. E. B. und einen besonders hellen Fleck in der S. Tr. Z. nahe dem Westrande. Unter allen Streifen war nur der S. E. B. röthlich, die anderen bläulichgrau. Anderntags erprobte ich einen Reinfelder $2\,^3/_5$-Zöller auf Jupiter, wobei ich nicht nur die sechs Hauptstreifen (einschließlich N. N. T. B. und S. S. T. B.), sondern auch 5 dunkle Flecke im S. E. B. wahrnehmen konnte. In demselben kleinen Instrumente sah ich am 25. Juli zum erstenmale den später zu erwähnenden »Pyramidenfleck«, indem ich ihn als dunklen zwischen zwei hellen Flecken stehenden Fleck nahe dem linken Rande zeichnete. Um einen Begriff von der Güte unserer Luft 1 zu geben, sei nebenbei erwähnt, dass ich damals im $2\,^3/_5$-Zöller 18 Streifen und Zonen mit 5 hellen und 5 dunklen Flecken sah. Dann im 7-Zöller nachsehend, konnte ich mich überzeugen, dass wohl die allgemeine Auffassung richtig gewesen war, dass jedoch die Details im größeren Instrumente selbst bei gleicher Vergrößerung bedeutend schärfer erscheinen. Der Pyramidenfleck zum Beispiel, der im $2\,^3/_5$-Zöller den Eindruck eines *einzigen runden* Flecks gemacht hatte, erschien im 7-Zöller als aus 2 Pyramiden *ungleicher* Höhe bestehend; das im $2\,^3/_5$-Zöller *gerade* Rift mit 3 *runden* hellen und 3 *runden* dunklen Flecken zeigte sich im 7-Zöller als *geschlängelt* mit 3 *ovalen* hellen und 4 *unregelmäßig länglichen* dunklen Flecken. Dieser Vergleich lieferte mir auch den Schlüssel zu der seltsamen Thatsache, dass so viele Beobachter, namentlich englische, und fast alle englischen Amateure, Jupiter so darstellen, wie er bestimmt *nicht* aussieht. Das kommt offenbar daher, dass ihre minderwertigen Instrumente und namentlich ihre schlechte Luft die Oberflächendetails des Jupiter so verschwommen und undeutlich zeigen, dass ihrer Phantasie zu großer Spielraum eingeräumt wird und sie sich deshalb das *undeutlich* Gesehene je nach ihrer individuellen Auffassung zurechtlegen und deuten.

Was nun den erwähnten »Pyramidenfleck« betrifft, der seinen Namen von mir aus dem Grunde erhielt, weil er bei guter Luft meistens aus zwei bis drei Pyramiden zusammengesetzt erschien, so fiel er mir erst am 27. Juli ob seiner Form auf, und weil er das Dunkelste auf der Scheibe war. Er gab der Oppositon ein besonderes Interesse, weshalb er später eingehender behandelt werden soll. Am gleichen Tag (27. Juli) notierte ich über das allgemeine Aussehen: Nur S. E. B. ist blassrosa, alle anderen Streifen grau, und zwar N. E. B., N. T. B. und S. T. B. stärker als die anderen, von denen namentlich die beiden P. Z. sehr blass sind. Am 11. August fand ich auch nur S. E. B. rosafarbig, während S. T. B. und N. E. B. einen leichten Stich ins Rosafarbene hatten, N. T. B. dunkelgrau, die anderen Streifen schwach mausgrau waren. Am 31. August fiel mir eine eigenthümliche krumme Verdunklung auf, die man in Zeichnung 276 von der rechten Schulter südwärts bis zur Polarzone ziehen sieht. Am 19. October hatten nur S. E. B. und N. E. B. die rosige Farbe, während N. T. B., obgleich breiter und intensiver als N. E. B., dennoch mit S. T. B. gleiche mausgraue Färbung hatte. N. N. T. B. und S. S. T. B. waren sehr undeutlich.

Die Südpolargegenden.

Die S. P. Z. war immer sehr blass; namentlich am 27. Juli und 1. August hob sie sich von der angrenzenden Zone kaum ab. S. A. B. und S. A. Z. waren nur ein einziges Mal (15. August) deutlich zu erkennen. Das S. S. T. B. war am 2. August intensiver als das N. T. B., am 31. August hatte es mit dem S. T. B. gleich

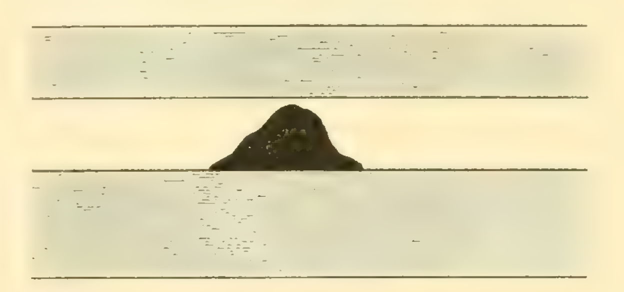
graue Farbe, Intensität und Breite, am 19. October war es sehr undeutlich. Über das S. T. B. finde ich außerdem folgende Notizen: am 28. Juli schwachen Stich ins Rosa; am 2. August mit N. E. B. gleich intensiv und fast gleichfärbig. In der S. Tr. Z. war der Pyramidenfleck das Bemerkenswerteste, über den folgendes zu sagen ist:

Der Pyramidenfleck.

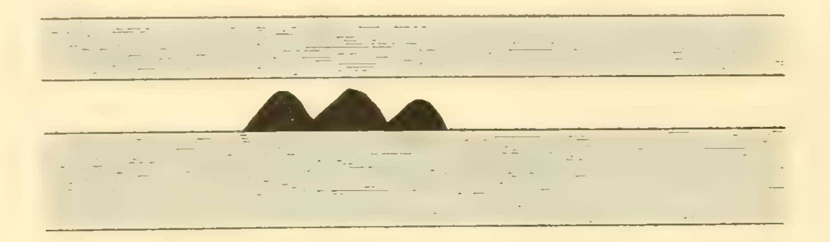
Dieses merkwürdige Gebilde sah ich, wie oben erwähnt, zuerst am 25. Juli, doch fiel er mir erst zwei Tage später besonders auf. In den Tafeln führt er die Nummer 1. Am 1. August schrieb ich ins Journal: Anfangs überraschte es mich auf den ersten Blick, dass der Südrand des S. E. B. stark ausgebaucht war, so dass er wellenförmigen Eindruck machte. Wolken verzögerten fast eine halbe Stunde lang jede Beobachtung; dann aber sah ich, dass in der S. Tr. Z. zwei dunkle Flecke standen, deren Farbe allerdings mit jener des S. E. B. übereinstimmte, so dass man sie auch als Ausbauchungen des letzteren auffassen könnte. Ihr vorangehendes Ende passierte laut Messung um $8^h\ 5^m$ den Centralmeridian, ihr folgendes um $8^h\ 35^m$, so dass sich die beiden pyramidenförmigen Flecke vom 225. bis zum 243. Grad erstreckten. Ihr Aussehen war folgendes:



Am 8. August schrieb ich: Der Pyramidenfleck, den ich im Verdacht habe, vielleicht der Anfang eines Seitenstückes zum G. R. F. zu sein, rechts sehr auffällig, doch konnte ich wegen des versagenden Uhrwerks keine Messungen machen. Erst am 15. konnte ich Messungen anstellen, deren Resultat unten in der Zusammenstellung ersichtlich ist. Dabei bemerkte ich aber zu meinem Erstaunen, dass der Fleck nicht mehr aus zwei, sondern nur aus einer großen Pyramide bestand. Etwa so:



Umsomehr überraschte es mich am 30. September, als ich den Pyramidenfleck verdreifacht fand, indem sein Aussehen nachstehende Form angenommen hatte:



Am 24. October, als ich den Pyramidenfleck zum letzten Male sah, hatte er noch das gleiche Aussehen, also drei Pyramiden.

Das Resultat der Messungen und Schätzungen ist aus nachfolgender Tabelle ersichtlich, in welcher bezeichnen: *a* das Datum, *b* die Länge des vorangehenden, *c* jene des folgenden Endes, *d* jene der Mitte des Flecks, *e* dessen Ausdehnung in Graden, *f* die Zahl der Pyramiden, *g* die tägliche Bewegung, *h* Bemerkungen.

a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*
27. Juli	222°	242°	232°	20°	2		Schätzung in der Mitte
30. »	230	244	237	14	2	1°07 *r*	» am Rande
1. August	225	243	234	18	2	1·5	Messung
8. »	220	230	228	10	2	0·80	Schätzung seitlich
10. »	226	243	234·5	17	2	3·25 *r*	Schätzung am Rande
15. »	221·4	235·8	228·2	14·4	1	1·20	Messung
30. »	212	230	221	18	2	1·44	Schätzung am Rande
20. September	—	221	—	—	2		Messung
20. »	200		210·5	21	2	0·5	Schätzung in der Mitte
23. »		222	—	—	2	—	Messung
23. »	198		210	22	2	0·17	Schätzung in der Mitte
30. »	188	220	204	32	3	0·80	Messung
3. October	180	218	202	32	3	0·07	Schätzung am Rande
12. »	183	213	198	30	3	0·44	Messung
19. »	174	213	193·5	39	3	0·04	Messung und Schätzung in der Mitte
24. »	168					1·2	Messung

Wie aus der vorstehenden Tabelle ersichtlich, hatten anfangs die einzelnen Pyramiden eine Ausdehnung von 7 bis 10°, am 15. die Einzelnpyramide 14°4, dann wieder die einzelnen Componenten der Doppelpyramiden 9 bis 11°. Als zuletzt der Fleck aus drei Pyramiden bestand, besaßen die einzelnen Componenten eine Ausdehnung von 10 bis 13°. Schon aus diesen Abweichungen geht klar hervor, dass jenes Gebilde sich beständig änderte, indem es bald größere, bald kleinere Ausdehnung zeigte, wahrscheinlich also bald vorne, bald hinten sich verlängerte oder verkürzte. Dies kann man deutlich ersehen, wenn man die erste verlässliche Messung mit der letzten vergleicht und die durchschnittlich daraus resultierende Eigenbewegung berechnet. Das vorangehende Ende gieng vom 1. August bis 19. October um 51° zurück, das folgende um 30°5 und der Mittelpunkt um 30°. (Letzterer also im Durchschnitt um 0°38 pro Tag.) Aus der Übereinstimmung der beiden letzten Zahlen lässt sich schließen, dass es das vorangehende Ende war, gegen welches sich der Fleck am meisten ausdehnte, also in der Rotationsrichtung. Da ich nun, wie in meiner vorigen Abhandlung (Seite 3 [75]) erwähnt, auch bei dem Entstehen der Verdoppelung des N.E.B. die Wahrnehmung gemacht hatte, dass sich die neue Componente zunächst in der Rotationsrichtung ausdehnt, scheint hier ein Gesetz vorzuliegen, das mit der Rotation des Planeten zusammenhängt.

Sonderbar ist auch das Verhalten der beiden hellen Flecke 2 und 3, welche den Pyramidenfleck flankierten und seine Bewegung theilten, wie aus der nachstehenden Tabelle ersichtlich ist, welche gleich die Bewegung aller identificierten Flecke der Südpolargegenden enthält.

d	2[1] b	2[1] c	3[1] b	3[1] c	33 b	33 c	13 b	13 c	14 b	14 c
253	213°	—	243°	—	200°	—		—	—	
254						—	357°	—	329°	—
XXX	227	4°07 *r.*	247	1°33 *r.*	-	—	347	5°	330	0°5 *r.*
XXXI	222	2·5	247	0	206	1°2 *r.*	339	2·67	331	0·5 *r.*
					38					
261	210	0·86	240	1	260°	—		—		
XXXII	224	4 *r.*	248	4 *r.*	255	1°67	270	7	260	7·1
					47					
XXXII	—		—		297°		-	-		
XXXIII	218·5	1·1	237·5	2·1	257	10°	—	—	- -	—
					70		**71**		**72**	
270	—	—	-	—	132°	-	153°	—	-	—
XXXIV	—		-	—	130	0°4	147·5	1°1	314°	—
276	—	—	—	—	100	15	133	7·25	—	-
278	- -	—	—	—		—	—	-	294	2°
281	193°	0°7	227°5	0°28		-	—	—	—	
282	194	0·3 *r.*	230	0·8 *r.*	—	—	—	—	- -	
283	184	1·4	225	0·7	120	0°67 *r*	144°	0°37 *r.*		
284			222	1	-			—		
286	173	0·9	222	0	·	—	-	-		—
287	173	0	—	—			—	-		—
288	173	0	210	0·29						

d	24 b	24 c	25 b	25 c	26 b	26 c	42 b	42 c
XXX	292°		278°		201°			-
XXXI	293	0°5 *r.*	281	1°5 *r.*	237	12° (?)	12°	
	48		**49**		**50**			
XXXII	150°		219°		194°		327	5°
XXXII	.	.	.	.	.	.	.	.
XXXIII	120	4°8	209	2	178	3°2	-	
	73		**74**					
270	132°		164°	—		-	—	
XXXIV	119	2°0	100	0°8			—	·

[1] Die durchschnittliche tägliche Bewegung der Flecke 2 und 3 betrug also 0°476, beziehungsweise 0°286, so dass jene des zwischenliegenden Pyramidenfleckes mit 0°38 gerade genau die Mitte hält.

Süd-Äquatoreal-Gürtel (S. E. B.).

Wie schon erwähnt, war dieser Gürtel Hauptsitz der Thätigkeit des Planeten. Über sein Aussehen und seine Eigenthümlichkeiten sei aus dem Journal außer dem bereits Gesagten noch folgendes citiert: Am 30. Juli war zu Beginn der Beobachtung Fleck 18 der intensivste, und zwar viel dunkler als Fleck 15. Plötzlich um 8^h 3^m begann 15 so dunkel zu werden, dass er 18 an Dunkelheit übertraf und an Schwärze fast einem Trabantenschatten glich. Der erste Fall, dass ein Fleck unter meinen Augen so rasch an Intensität zunahm und überhaupt der einzige bisher beobachtete Fall. (Auch an späteren Tagen war dann 15 dunkler als 18. Das Merkwürdige dabei ist die Raschheit der Intensitätszunahme: denn binnen ein paar Minuten hatte sich die Dunkelheit des Flecks etwa verdoppelt. Was für ein kolossaler Ausbruch muss das gewesen sein, der so etwas zu bewirken vermochte!)

Am 31. Juli gewahrte ich wieder die vorjährigen Ausbauchungen am Südrande des Gürtels, welche annähernd gleiche Lage einnahmen, was das Räthselhafte ihrer Erscheinung noch erhöht. Näheres unten. Am 2. September war das Auffallendste ein um $8^1/_2{}^h$ den Centralmeridian passierender dunkler Fleck, der in seiner Schwärze fast einem Trabantenschatten glich. Am 9. September war der Nordrand des S. E. B. voll dunkler Flecke.

Die Fleckenbewegung zeigt nachstehende Tabelle:

a	4		5		8		15		16		17	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
253	257°		267°		295°							
254							331°		351°		313°	
XXX	241	5°33	248	6°33	282	4°33	313	0°	321	15°	297	8°
											34	
XXXI	222	6·5	233	7·5	273	4·5	307	3	317	2	337°5	
261					220	7·0	247	8·0	254	9	280	9·0
XXXII *a*			164	7·07			235	0	246	4		
XXXII *b*									235	11	202	0
XXXIII			127	7·4			107	7·0	202	8·25	218	11

a	18		19		20		21		22		23	
254	306°		3°		7°		11°		22°			
XXX	288	9°	1	1°	8	0°5 *r.*	10	2°5 *r.*	1	10°5	58	
XXXI	283	2·5	6	1·07 *r.*	13	1·07 *r.*	14	1 *r.*	343	0	37	10°5
			37									
261	228	7·9	—	—	—	—	—		287	9·33		
XXXII *a*	—		150°	—	—	—	—					
XXXII *b*	—	—	—	—	—	—	—		271	5·33	320	7·0
XXXIII	—	—	114	7·2	—	—	—					

a	27 *b*	27 *c*	28 *b*	28 *c*	29 *b*	29 *c*	30 *b*	30 *c*	31 *b*	31 *c*	32 *b*	32 *c*
XXX	268°	—	274°	—	303°7	—	202°	—	327°	—	84°	—
XXXI	257	5°5	207	3°5	298	2°85	240	0°5	323	2°	65	9°5
261	190	8·7	210	8·14	235	9	—	—	262	8·7	—	—
XXXII *a*	184	6	104	8	222	6·5	177	8	—	—	—	—
XXXII *b*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	355	7·8
XXXIII	152	6·4	160	6·8	185	7·4	144	6·0	207	7·9	—	—

	35		75		39		46		80		59	
XXXI	322°5	—	—	—	11°	—	180°	—	—	—	—	
261	278·5	0°33	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
XXXII					298	8°1	125	7°1				
	77				78		79					
269			—			—		—	—	—	348°	
270			130°					—	.		—	
XXXIV			118	4°2					—	—	334	2°33
281	231				204°		218°	—	254°			
282	212	6°33	-		180	8	193	8°33	245	3°		
283	193	2·7					177	2·3	222	3·33		

	60		61		63		64		65		66	
269	339°		333°			—					-	
270		.	—	-	74°	—	101°		120°	-	125°	
XXXIV	317	3°7	303	5	67	1°4	93	1°6	100	4	108	3·4
275				—	63	2	79	7	84	8	92	8

t	67		68		69		81		76	
	b		*b*		*b*		*b*		*b*	
270 . .	147°		154°		105°				150°	
XXXIV	125	4°4	130	3°75	164	0°25			152	1°75
275 . .	100	12·5	118	10·5	147	8·5			142	5
281 . .							189°			
282 . .							170	0°33		
	a		**b**		**c**		**d**		**e**	
31. Juli	*68°*		110°		*143°*					
2. August	*65·5*	1°35 *r.*								
10. »	68	0·34	*118*	0°1	*112·5*	0·05				
15. »			114	0·8	*139*	0·7				
24. »	68	0	122	0·67 *r.*	139	0	100°			
29. »	68	0	118	0·8	140	0·2 *r.*	158	0°4		
31. »	*68·5*	0·3	128	5 *r.*	142	1 *r.*			98°	
20. September	69	0·02	126	0·1	*110*	0·1	*163·5*	0·25		
30. »					140	0	147	1·05		
19. October					134	0·31	162	0·8		
Durchschnitt . .		0°02 *r.*		0°137 *r.*		0°112		0°036 *r.*		

Aus der vorstehenden Tabelle (in welcher sich die Cursivziffern auf das Resultat von Messungen beziehen) geht hervor, dass die Ausbauchungen, obwohl rückläufig, doch fast stationär zu nennen sind. Vergleichen wir sie mit der Tabelle auf Seite 13 [677], so drängt sich uns unwillkürlich die Überzeugung auf, dass nicht nur **a** (die rechte Schulter), sondern auch die übrigen Ausbauchungen identisch sind, nur dass die Benennung eine andere ist. Es entspricht nämlich **e** der Opposition von 1901 der Ausbauchung **b** der vorhergegangenen und **b**, **c**, **d** der letzten Opposition den Ausbauchungen **c**, **d**, **e** jener von 1900. Unter dieser Annahme finden wir, dass sich binnen 16 Monaten **a** von 59°7 bis 69° zurückbewegte, **b** von 87° bis 98° (100°), **c** von 110° bis 126° (128°), **d** von 132° bis 134° (143°), **e** von 150° bis 163° (147° bis 163°5), wobei die Zahlen in den Klammern die extremen Stellungen (Amplitude) angeben. Dass dabei die Schwankungen reell waren, beweisen die Resultate der Messungen, die, im Centralmeridian vorgenommen, unmöglich um mehr als einen Grad fehlerhaft sein können.

Äquatoreal-Zone (E. Z.).

Der Ruhe im N. E. B. entsprechend, zeigte die Nordhälfte dieser Zone auch nur geringe Thätigkeit. Am 31. Juli waren wohl die dunklen Flecke unter 102° und 112° die auffallendsten Objecte der Ober-

fläche, ebenso waren am 15. August die Flecke ziemlich intensiv, am 19. August viele helle und einige dunkle Flecke vorhanden, sonst aber zählten Flecke doch nur zu den Ausnahmen, wie denn auch nur wenige identificiert werden konnten:

a	40		41		51	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
XXXI	23°		47°		-	--
XXXII	318	7°2	334	8°1	213°	
XXXIII				--	173	8°

Nord-Äquatoreal-Gürtel (N. E. B.).

Wie schon erwähnt, war während der ganzen Opposition der N. E. B. ganz unscheinbar. Außer dem früher schon Gesagten finde ich im Journal noch folgende Notizen darüber: Am 28. Juli nahezu ebenso blassrosa wie S. E. B.; am 2. August gleich intensiv und fast gleichfärbig wie S. T. B.; am 15. August mit S. E. B. gleich rothe Färbung, aber weniger intensiv als S. T. B.; am 31. August gleich roth wie S. E. B.; am 19. October rosige Farbe.

Nord-Tropische Zone (N. Tr. Z.).

Zwar tauchten keine eigentlichen Granatflecke in dieser Zone auf, dafür aber ziemlich viele schwache, runde, längliche, halbmondförmige oder formlose Flecke, von denen in den meisten Fällen die Identität leicht festgestellt werden konnte, wie nachstehende Tabelle zeigt:

a	6		7		12		53		58	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
253	275°	--	298°	-		—	222°	--		
254	—	—	—	—	11°	—			35°	
XXX	264	3°07	301	1 *r.*	2	4°5				—
XXXI	270	3 *r.*		—	350	2	·	·	38	1° *r.*
XXXII	—	—	302	0·08 *r.*	354	0·22	215	0°5	-	—
XXXIII	262	0·57	—	—	—	—	210	0·2 *r.*	-	
269	—	—	302	0	—	—	—	--	—	—
XXXIV	256	0·4	295	0·78	—	—	210	0·4	-	—
277		—	—		—	—		--	30	0·23
278	-	·	304	0·9 *r.*	352	0·07		—	—	·
282	258	0·8	—	—	---	—	—	—	---	
284	204	0·6 *r.*	291	0·54	—	--	—		—	--
289		—	—	—	22	0·08			52	0·43
	43		**44**		**57**		**55**		**52**	
253	—	—	-	--	248°	—	-	—		
XXX	323°	—	347°	—	—	—	—	—	-	—
XXXII	294	2°4	324	1°95	-	—	174°	—	206°	—
	82									
XXXIII	244°	—	—	—	—	—	175	0°2 *r.*	182	4°8
XXXIV	—	—	-	—	225	0°08	143	2·3	—	—
282	224°	0°53	—	—						-

Die Nordpolargegenden.

Das Nord-Temperate-Band (N. T. B.) war während der letzten Opposition meistens breiter und auffälliger als der N. E. B. Aus dem Journale seien folgende Notizen citiert: Am 19. Juli gleich breit wie N. E. B.; am 31. Juli glaube ich neben dem N. T. B. in der N. Tr. Z. ein feines Parallelstreifchen zu sehen; am 1. August fiel mir die außerordentliche Blässe des N. T. B. auf, die ich schon am Vorabend so sonderbar gefunden hatte; am 2. war es wohl intensiver, aber immer noch weniger dunkler als S. S. T. B.; am 10. glaubte ich wieder das Parallelstreifchen vom 31. Juli zu sehen; am 11. N. T. B. dunkelgrau; am 15. bin ich sicher, dass das erwähnte Parallelstreifchen wirklich existiert; dabei ist N. T. B. dunkler als S. T. B. und selbst N. E. B. und überhaupt auffallend intensiv; am 24. sehe ich abermals das Parallelstreifchen; ebenso 29. August; am 31. war mir am interessantesten auf Zeichnung 275 die größere Breite des N. T. B.; da mir aber letztere bei Zeichnung 276 nicht auffiel, dafür aber das Parallelstreifchen erscheint, ist es möglich, dass vorhin letzteres, das sehr nahe steht, diesen breiteren Eindruck hervorgerufen hat; am 8. October auf der linken Hälfte des N. T. B. drei große, helle Flecke (um $6^1/_2{}^h$), am 12. October N. T. B. merkwürdigerweise bedeutend breiter und intensiver als N. E. B.; am 19. October das Merkwürdigste eine starke Verdunklung im N. T. B., welche einen Doppelfleck enthält, der zu 141° gemessen wurde; auch heute N. T. B. breiter und intensiver als N. E. B., aber nicht rosig wie dieser, sondern mausfarbig; jedoch schon am 23. October war es sehr blass, dem S. T. B. gleich und weniger intensiv als N. E. B.

Von der Nord-Temperate-Zone (N. T. Z.) ist erwähnenswert, dass ich am 15. August zur Erkenntnis kam, dass sie entweder eine ungemein große Albedo haben muss oder der III. Satellit eine ungemein geringe. Letzterer trat nämlich von $8^h\ 17^m$ bis $8^h\ 24^m$ auf die Scheibe, blieb anfangs glänzend, blasste dann ab, verschwand hierauf und verwandelte sich in einen grauen Fleck, der schließlich (nach 9^h) so schwarz aussah wie ein Trabantenschatten und sicherlich von jedem Unbefangenen für einen solchen gehalten worden wäre. Die Schwärze eines doch stark glänzenden Gestirns kann also nur dadurch erklärt werden, dass der Hintergrund (in diesem Falle das N. T. B.) ganz bedeutend glänzender gewesen sein muss.

Über das N. Nord-Temperate-Band (N. N. T. B.) finde ich verzeichnet: Am 1. August nicht wahrnehmbar; am folgenden Tag recht dunkel und deutlich; am 31. August fiel mir auf, dass es nur bis zum 48. Grad reichte, am 2. September, dass seine Westhälfte verdunkelt war. Am 19. October war es sehr undeutlich.

Die Nordpolarzone war meist schwach, namentlich am 25. Juli und 1. August kaum sichtbar.

Nur wenige Flecke ließen sich sehen und noch weniger identificieren:

a	**9**		**10**		**11**		**45**		**54**		**90**		**56**		**62**	
	b	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*	*b*	*c*
254 . .	345°		353°		337°											
XXX .	347	1° r	357	2° r	338	0°5 r										
XXXI .	337	3°3			328	3°3	10°		244°		43°					
XXXII .	322	1°7			312	1°8	354	2°4					204°			
XXXIII .	-							·	220	1°07			100	0°8	102°	
XXXIV .															138	1°7
276 . .															118	10
277 . .						--					353	1°6			--	
279 . .	–						324	1								

Der Große Rothe Fleck.

Am 31. Juli war der Große Rothe Fleck bis auf die Brücke und seinen in das S. T. B. ragenden Theil unsichtbar, am 2. August wohl in seiner Gänze sichtbar, aber nur die Brücke auffällig; ebenso 19. August. Am 31. August war er schwach markiert, seine Umrisse überhaupt nur bei der Brücke scharf und seine Farbe — ein schmutziges Weißgrau — von der Zonenfarbe wenig abstechend. Am 23. October war nur die Brücke wahrnehmbar.

Resultate der Messungen.

a) Jovigraphische Lage des Grossen Rothen Flecks.

Auch diesmal erhielt ich nur die wenigen Messungen der nachstehenden Tabelle:

	31. Juli	2. August	31. August	23. October	Durchschnitt
Linke Schulter	—	27°3	30°	28°	28°43
Rechte »	68°	65·3	68·0	—	67·3
Mitte		46°	49°3	--	47°80
Abstand	—	38	38·6	—	38·87

b) Jovigraphische Breite der Streifen.

Wegen des tiefen Standes des Planeten und der meist damit verbundenen Unruhe der Luft, sowie wegen Oscillationen des Uhrwerks, die das Messen sehr erschwerten und dem ich leider in Ermanglung eines Mechanikers bisher nicht abhelfen konnte, gelangen mir nur am 28. und 30. Juli Messungen, die mich wenig befriedigten und deren Mittel ich nachstehend wiedergebe:

Streifen	β	B
S. P. Z.	60°	30°
S. A. B.	49·7	4
		6·2
S. S. T. B.	43·5	
		5·5
	38	
		6·1
S. T. B.	31·6	
		5·9
	26	
		6·5
S. E. B.	19·5	
		12·7
	6·8	
		11·3
N. E. B.	+ 4·5	
		6
	10·5	
		10
N. T. B.	20·5	
		6·5
	27	
		8
N. N. T. B.	35	
		4·3
	39·3	
N. A. B.	+ 47·5	8·2

Allgemeine Schlüsse aus den Beobachtungen von 1894 bis 1901.

A. Über die Rotation des Planeten Jupiter.

Befände sich auf der Oberfläche des Jupiter ein festes Gebilde, so wäre die genaue Bestimmung seiner Umdrehungszeit ebenso leicht wie jene des Mars. Es existieren jedoch leider auf seiner Oberfläche nur zwei Gebilde, die seit 23 Jahren permanent sichtbar sind: der Große Rothe Fleck und die ihm folgende »Schulter«. Denn die ihm vorausgehende linke Schulter war schon manchmal unsichtbar, manchmal von ganz anderem Aussehen. Die Permanenz des Großen Rothen Flecks bewog seinerzeit Marth, durch seinen Mittelpunkt den Nullmeridian zu legen, auf dem sein »System II« basierte. (System I basiert auf der Rotationszeit eines vor Jahren erschienenen, besonders auffälligen hellen Flecks, der aber schon zu Beginn meiner Beobachtungen im Jahre 1892 nicht mehr existierte.) Als mit der Zeit der Große Rothe Fleck aufhörte, ein rother Fleck zu sein, und Schmutzfarbe annahm — obendrein meist von solcher Blässe, dass es unmöglich ist, den Faden an seine Enden anzusetzen — empfahl ich Marth, lieber die beständig sichtbare und tiefdunkle rechte Schulter als Nullmeridian zu nehmen und nach deren Bewegung die Rotationszeit vom System II zu corrigieren. Marth war dazu bereit und wünschte, dass ich ihn durch weitere Mikrometermessungen in den Stand setze, eine möglichst genaue Rotationszeit zu berechnen. Bevor ich ihm jedoch das Resultat mittheilen konnte, starb der verdiente Ephemeridenrechner und so blieb es beim Alten.

Allerdings ist zu bemerken, dass auch die rechte Schulter keine regelmäßige Abweichung von System II zeigt, sondern innerhalb kleiner Grenzen schwankt; allein im großen und ganzen lässt sich doch eine allmählige Zunahme an Längengraden von Jahr zu Jahr in ihrer Lage wahrnehmen. Durch diesen Umstand, sowie durch die noch größeren Schwankungen der linken Schulter bekommt auch die Lage, d. h. der Mittelpunkt des Großen Rothen Flecks etwas Schwankendes, da man annehmen kann, dass er sich immer zwischen den beiden Schultern befindet.

Um deshalb zu einem möglichst richtigen Resultat zu kommen, habe ich alle meine Beobachtungen und Zeichnungen der letzten acht Jahre durchgesehen und nur diejenigen Positionsbestimmungen berücksichtigt, die entweder auf verlässlicher Messung beruhten oder auf Zeichnung im Centralmeridian. Denn außerhalb des Letzteren ist ein Verzeichnen um ein paar Grade leicht möglich, und zwar wächst die Unsicherheit mit der Annäherung an den Rand.

Unter diesen Voraussetzungen habe ich folgende Bestimmungen erhalten:

Datum		Linke Schulter	Rechte Schulter	Abstand	Mitte des G. R. F.	Tägliche Bewegung
1894	16. September	nicht vorhanden	22°	—	unsichtbar	-
	22. December	340°	22	36°	4°	vom 22./12. bis 27./1. 0°014
	27. »	nicht vorhanden	24		unsichtbar	
1895	24. Jänner	344°	24	40°	4°	
	27. »	340	23	37	4°5	
	18. März	340	25	39	5·5	0·020
	16. November	340	24	38	5	0·002 r.

Datum		Linke Schulter	Rechte Schulter	Abstand	Mitte des G. R. F.	Tägliche Bewegung
1896	29. Jänner	340°5	24°	37°5	5°25	0°003
	5. Februar	348	25	37	6·5	0·179
	12.	348	27	39	7·5	0·143
	17. März	352·5	29	36·5	10·75	0·098
	22.	351·5	29	37·5	10·25	0·050 *r.*
	31.	352	30	38	11	0·083
	17. April	350	30	40	10	0·059 *r.*
	29. »	348	26	38	7	0·250 *r.*
	18. Mai	350	29	39	9·5	0·131
1897	15. Februar	0	36	36	18	0·031
	24.	1	37	36	19	0·111
	21. März	1	37	36	19	0
	26.	0	37·5	37·5	18·75	0·050 *r.*
	2. April	358	38	40	18	0·036 *r.*
	3. Mai	356	38	42	17	0·032 *r.*
	25. Juni	?	38·5	—		
1898	15. Jänner	?	42			
	29. »	0	?	42	21	0·015
	30. April	1	44	43	22·5	0·015
	9. Mai	3·7	43·7	40	23·7	0·133
	5. Juni	4	45	41	24·5	0·030
	24.	4	45·5	41·5	24·75	0·013
	23. Juli	5·5	?			
	2. August	?	46·4	40·9	25·95	0·035
	16.	?	46·4	—		—
1899	2. Juni	15	53	38	34	0·026
	4. »	14	?			
	7.	?	51	37	32·5	0·040 *r.*
	3. Juli	13·5	52	38·5	32·75	
1900	2. »	22·5	59·7	37·2	41·1	0·023
	17.	?	60·7			
	24.	21	?	39·7	40·85	0·019 *r.*
	29. »	26·5	64	37·5	45·25	0·489
	20. August		66·4			
	22. »	28	?	38·4	47·2	0·086
	1. September	—	66	—	—	
1901	31. Juli	—	68	—	—	—
	2. August	27·3	65·3	38	46·3	—
	31. »	30	68·6	38·6	49·3	0·006
	2. September	31	—			
	23. October	28				

Werfen wir einen Blick auf die vorstehende Tabelle, so sehen wir, dass die unregelmäßige Bewegung aller drei Objecte (der beiden Schultern und der Mitte des Großen Rothen Flecks) unmöglich nur etwaigen Ungenauigkeiten in der Positionsbestimmung zugeschrieben werden kann, sondern eine reelle ist. Die einfachste Erklärung böte die Annahme, dass die beiden Schultern bald mehr, bald weniger

von der umgebenden weißen Masse überflutet werden, und deshalb ist es von Interesse, Mittelwerte zu bilden. Thun wir dies, so finden wir, dass zum Beispiel die Mitte des Großen Rothen Flecks vom 22. December 1894 bis 31. August 1901, also in 2443 Tagen von 4° auf 49°3 zurückgieng (da das Gebilde rückläufig ist, bedeutet in der vorhergegangenen Tabelle das *r.* »rechtläufig«), was eine durchschnittlich tägliche Eigenbewegung von 0°01854 bedeutet. Bilden wir innerhalb dieser extremen Grenzen weitere Mittelwerte, so gelangen wir zu folgendem Ergebnis:

Datum	Linke Schulter	Rechte Schulter	Mitte des G. R. F.	Tägliche Bewegung der Mitte des G. R. F.
1894 22. December	340°	22°	4°	—
1895 16. November	340	24	5	0°0030
1896 18. Mai	350	29	9·5	0·0239
1897 3.	350	38	17	0·0214
1898 24. Juni	4	45·5	24·75	0·0185
1899 3. Juli	13·5	52	32·75	0·0214
1900 29. Juli	26·5	64	45·25	0·0320
1901 31. August	30	68·6	49·3	0·0102

Die Übereinstimmung zwischen diesen Untermittelwerten und dem Hauptmittelwerte ist für die Zeit vom 3. Mai 1897 bis 24. Juni 1898 eine vollkommene, während in 2 Fällen eine geringere, in 4 Fällen eine größere Bewegung zu constatieren ist. Die Ephemeride von Marth (beziehungsweise jetzt Crommelin) wäre also in der Weise zu verbessern, dass für System II statt einer täglichen Bewegung von 870°27 eine solche von 870°2515 angenommen würde.

Sicherer aber wäre es, vom Mittelpunkt des Großen Rothen Flecks ganz abzusehen und sich nur an die rechte Schulter zu halten. Ziehen wir nur diese in Betracht, so erhalten wir für ihre Bewegung folgende Mittelwerte:

Datum	λ	Erster Mittelwert	Zweiter Mittelwert	Dritter Mittelwert
1894 16. September	22°	—		
1895 16. November	24	0°0047		
1896 12. Februar	27	0·0341	0°0115	
18. Mai	29	0·0208		0°0104
1897 15. Februar	30	0·0250		
25. Juni	38·5	0·0192	0°0099	
1898 15. Jänner	42	0·0171		
30. April	44	0·0190		
16. August	46·4	0·0222	0°0218	
1899 2. Juni	53	0·0228		0°0201
1900 2. Juli	59·7	0·0170		
1. September	60	0·1033	0°0100	
1901 31. August	68·6	0·0071		

Auch hier zeigen die secundären Mittelwerte, ganz deutlich, dass die Bewegung der rechten Schulter ebensowenig gleichmäßig erfolgt wie jene des Großen Rothen Flecks, während aber doch der Hauptwert eine geradezu wunderbare Übereinstimmung zeigt: Für den ganzen Zeitraum vom 16. September 1894 bis 31. August 1901, also 2540 Tage, beträgt die durchschnittliche tägliche Bewegung 0°01834 gegen 0°01854 des Großen Rothen Flecks, mithin eine Differenz von 0°0002!

Wollen wir also den Durchschnitt der Bewegung der rechten Schulter während der Jahre 1894 bis 1901 als Ausdruck der wahren Rotation des Planeten annehmen, so finden wir für diese den Betrag von

9 Stunden, 55 Minuten, 41·382 Secunden.

Somit rotiert der Planet um 0·750 Secunden langsamer als Marth in seiner Ephemeride für System II angenommen hat — immer natürlich vorausgesetzt, dass die Bewegung der rechten Schulter der wahre Ausdruck der Bewegung des Planeten selbst ist. Letzteres ist aber, wenn man die Schwankungen dieser Bewegung in Betracht zieht, durchaus nicht so sicher, wenngleich ich auch überzeugt bin, dass sie der wahren Umdrehungszeit des Jupiter noch am nächsten kommt. Um dies zu controlieren, wollen wir andere in gleicher oder doch annähernd gleicher Breite liegende Objecte untersuchen, deren Bewegung genau festgestellt werden konnte: die Granatflecke, das heißt jene isolierten Flecke der N. Tr. Z. unter etwa + 15°, deren Eigenbewegung so constant ist wie jene der Schultern, und die oft durch ihre Intensität an Trabantenschatten heranreichen. Zu diesem Zwecke verweise ich auf die Tabellen in meinen beiden ersten Arbeiten, nämlich auf Seite 559 im Band LXIV und Seiten 91—93 im Band LXX.

Der Violinfleck hatte darnach eine durchschnittliche tägliche Bewegung von 0°231 in 579 Tagen wenn man die Zeit vom 27. September 1894 bis 28. April 1896 in Betracht zieht, während welcher er von 313° bis 179° wanderte. Berücksichtigen wir nur die Zeit vom 31. August 1895 bis 28. April 1896 (241 Tage) so bekommen wir 0°253; wenn wir uns aber nur auf die durch Messung der beiden Enden des Flecks bezeichneten Tage beschränken, also die Zeit vom 11. December 1895 bis 4. April 1896 (115 Tage), so bekommen wir 0°261.

Der Granatfleck hatte während der 627 Tage umfassenden Zeit vom 20. September 1894 bis 8. Juni 1896 eine durchschnittliche tägliche Bewegung von 0°174, die ganz wunderbar mit der durch die Messungen beider Enden begrenzte Zeit zwischen dem 28. December 1895 und 28. April 1896 (122 Tage) stimmt, welche 0°172 beträgt. Nehmen wir die Zeit vom 31. August 1895 bis 8. Juni 1896 (282 Tage), so bekommen wir einen etwas höheren Wert: 0°209, der merkwürdigerweise genau so groß ist wie jener, den wir für die Zeit vom 15. November 1895 bis 8. Juni 1896 erhalten (206 Tage), das heißt die Zeit zwischen den beiden Transitbestimmungen nach Augenmaß.

Der Kastanienfleck (Nr. 66 der Opposition von 1897/98) hatte vom 19. Jänner bis 18. August 1898 (211 Tage) eine mittlere tägliche Bewegung von 0°312, und wenn wir nur die durch Messungen begrenzte Zeit zwischen 2. Mai und 18. August (108 Tage) berücksichtigen, von 0°304.

Fleck **65** derselben Opposition hatte vom 19. Jänner bis 29. Juli 1896 (191 Tage), eine mittlere tägliche Bewegung von 0°366, oder, wenn wir uns wieder nur auf die zwischen den Messungen liegende Zeit vom 16. Mai bis 29. Juli beschränken (74 Tage), von 0°338.

Fleck **68** hatte vom 19. Jänner bis 1. August 1898 eine mittlere tägliche Bewegung von 0°430 für 194 Tage, Fleck **69** eine solche von 0°159 für die Zeit vom 19. Jänner bis 6. Juni (138 Tage), Fleck **109** der Opposition 1895/96 eine solche von 0°333 für 135 Tage (25. Jänner bis 8. Juni 1896).

Stellen wir die Bewegung dieser Flecke übersichtlich zusammen, so erhalten wir:

Violinfleck		Granatfleck		Kastanienfleck	
Extreme	Beschränkt	Extreme	Beschränkt	Extreme	Beschränkt
(579 Tage) 0°231	(241 Tage) 0°253	(627 Tage) 0°174	(122 Tage) 0°172	(211 Tage) 0°312	(108 Tage) 0°304
	(115 Tage) 0°201		(206 Tage) 0°209		
			(282 Tage) 0°209		

Fleck 65		Fleck 68		Fleck 69	Fleck 109
Extreme	Beschränkt	Extreme	Beschränkt	Extreme	
(191 Tage) 0°300	(74 Tage) 0°338	(194 Tage) 0°430	—	(138 Tage) 0°159	(135 Tage) 0°333

Aus dieser Tabelle folgt, dass sich die unter ca. + 15° auftauchenden Flecke in ihrer mittleren täglichen Bewegung zwischen 0°159 und 0°430 halten, ihre markantesten Vertreter zwischen 0°174 und 0°312, und zwar nimmt der Violinfleck mit 0°231 gerade die Mitte davon ein.

Aus der unanfechtbaren Thatsache, dass Flecke, die in derselben Breite auftreten und anscheinend auch physisch dieselbe Ursache haben, dennoch nicht gleiche Umdrehungszeit haben, geht klar hervor, dass jene keine festen Gebilde sein können und dass ihre Bewegung außer von der allgemeinen Strömung auch noch von anderen Ursachen abhängig sein muss, z. B. Stürmen. Dass dem wirklich so ist, habe ich schon früher aus dem Umstande gefolgert, dass meine Messungen bei der größten Genauigkeit unregelmäßige Bewegung verriethen, die mit Messungsfehlern absolut unvereinbar war.

Wie dem auch sei, eines ist sicher, dass keiner der Flecke mit der wahren Umdrehungszeit des Planeten identisch sein kann. Am ehesten dürfte noch der langsamste Fleck ihr nahe kommen und, da dieser um 0°159 vom System II abweicht, bezw. um 0°17734 von der Bewegung der rechten Schulter, so kann man die Rotation der Oberflächenschicht des Jupiter unter + 15° auf mindestens

9 Stunden, 55 Minuten, 34·099 Secunden

annehmen. Dies führt uns zur Untersuchung der Rotation anderer Breiten.

Man sollte glauben, dass es eine Leichtigkeit wäre, unter den Hunderten von Flecken, deren Lauf ich verfolgte, eine Auswahl zu treffen; dem ist aber leider nicht so! Wohl könnte ich eine Menge Flecke in Rechnung ziehen, deren Lage durch Messung oder Schätzung genau bestimmt ist; aber einerseits sind dieselben selten durch eine genügend lange Zeit identificiert und anderseits ihre Bewegung so wechselnd, dass wir daraus gar keine Schlüsse auf die Rotation des Planeten ziehen können. Nur bei einem Fleck ist dies möglich: bei dem Fleck 77 der Opposition von 1898, der jedesmal mikrometrisch bestimmt wurde, und zwar durch Messung beider Enden und dabei durch einen Zeitraum von 43 Tagen. Da er isoliert stand und in seiner Intensität fast schwarz zu nennen war, ist überdies jede Verwechslung ausgeschlossen und die mittlere Breite (+ 30°, da er auf dem N.N.T.B. stand) ist auch eine solche, wo die starken Äquatoreal-Strömungen nicht mehr beeinflussend stören können.

Dieser Fleck nun wurde am 9. Mai 1898 von mir zu 277° gemessen, wobei er 10° lang war; am 14. Mai, wo er schon 13° lang war, maß ich ihn zu 276°5; am 21. Mai, wo er 15° lang war, maß ich ihn zu 277°5; am 4. Juni schätzte ich ihn auf 277° und hielt ihn für 17° lang; am 21. Juni maß ich ihn zu 278°, wobei er jedoch nur 12° lang war. Die abwechselnde Ausdehnung des Flecks ist nun allerdings für die Rotationsbestimmung erschwerend, weil wir nicht wissen, wo sich der Fleck verlängerte. Geschah dies z. B. nach beiden Seiten gleichmäßig, so gelten allerdings die vorstehenden Längebestimmungen, die sich auf die Mitte beziehen, und in diesem Falle wäre der Fleck um einen Grad zurückgeblieben. Seine Rotation würde dann

9 Stunden, 55 Minuten, 41·558 Secunden.

betragen, also um 0°151 mehr als die rechte Schulter. Nehmen wir aber an, dass die 2° Mehrlänge am 21. Juni auf das folgende Ende des Flecks kamen, so würde er durch 43 Tage genau die Rotation des System II, also

9 Stunden, 55 Minuten, 40·632 Secunden

eingehalten haben. Setzte er jedoch die 2° Überschuss am vorausgehenden Ende an, so standen die am 9. Juni zuerst gemessenen 10° am 21. Juni unter 279° und die Rotation verlangsamt sich in diesem Falle auf

9 Stunden, 55 Minuten, 41·709 Secunden.

Auch die kleinen Schwankungen des Mittelpunktes zwischen 276°5 und 277°5 an den Zwischentagen erklären sich leicht durch die Ausbreitung des Flecks. Denn wenn sich dieser z. B. am 14. Mai gegen sein vorangehendes Ende um 2°, auf der andere Seite aber nur um 1° ausdehnte, dafür aber am 21. Mai auf letzerer weitere 2° ansetze und am 4. Juni abermals 1°5 unter gleichzeitiger Ausdehnung am vorausgehenden Ende um 1°5, so wäre die Mitte des ursprünglichen Flecks immer unter 277° gewesen und seine Bewegung würde also vom System II gar niemals abgewichen sein. Da wir leider nicht wissen können, nach welcher Seite und in welchem Maße die Ausdehnung des Flecks erfolgte, müssen wir, um uns vor Trugschlüssen zu schützen, uns immer an die Mitte des jeweiligen Flecks halten, und dabei kommt eben eine retrograde Bewegung von 0°023 pro Tag heraus, der die oben erwähnte langsame Rotation entspricht.

Also auch aus diesem Flecke können wir folgern, dass die wahre Rotation des Jupiter von $9^h\ 55^m$ $41{\cdot}5^s$ nicht weit entfernt sein kann.

In höheren Breiten finden wir merkwürdigerweise meist schnellere Bewegung; so z. B. zeigte selbst der isolierte Fleck 160 der Opposition 1895/1896 unter — 40° in 17 Tagen eine Bewegung von 18°, was auf eine tägliche Eigenbewegung von 1°06 und auf die Rotatation von

9 Stunden, 54 Minuten, 57·148 Secunden

schließen ließe. Aber auch hier dürften Strömungen die Bewegung des Flecks beeinflusst haben, so dass für die Rotation des Planeten selbst keine Schlüsse gezogen werden können.

B. Über die Breitenänderungen der Streifen.

Schon der bloße Anblick mit freiem Auge zeigte mir, dass die Streifen nicht immer dieselbe Lage einnehmen, wie dies ja auch schon deshalb nicht möglich wäre, weil die Ausdehnung der Streifen von Jahr zu Jahr schwankt. Die Messungen haben denn auch dargethan, dass diese Breitenänderungen oft ganz bedeutend sind. Nehmen wir nur die jederzeit vorhandenen und leicht messbaren vier Hauptstreifen, so finden wir, dass die Extreme meiner Messungen folgende Breitengrade umfassen:

Südrand des S. T. B. zwischen		31·9	und	— 36·25,
Nordrand desselben		22·6		— 31·75,
Südrand des S. E. B.	»	— 15·65	»	— 22·33,
Nordrand desselben		— 3·65		10·2,
Südrand des N. E. B.		+ 3·5		+ 9·95,
Nordrand desselben	»	+ 9·5	»	+ 20.
Südrand das N. T. B.	»	+ 14·6	»	+ 26·7,
Nordrand desselben	»	+ 19	»	+ 32.

Die Mitte des meist sehr schmalen N. N. T. B. schwankte zwischen + 26°9 und 39°3. Vom S. S. T. B. das meist genügend breit ist, um ein Messen seiner beiden Ränder zu gestatten, schwanken die Messungen des Südrandes zwischen — 31°9 und — 36°25, jene des Nordrandes zwischen — 22°6 und — 31°75.

Wie man sieht, nehmen also manchmal einzelne Bänder jene Breiten ein, die zu anderen Zeiten von den angrenzenden Bändern eingenommen werden. Die Polarzonen scheinen bis zum 60. Grad zu reichen, und wenn die Messungen sie bis 40° herabreichen lassen, so erklärt sich dies dadurch, dass zu jenen Zeiten eben die dazwischenliegenden Bänder (z. B. B.S.P.B., S.S.AB., S.A.B.) nicht sichtbar und scheinbar mit der Polarzone vereint waren. Im Falle der Sichtbarkeit jener Zwischenbänder endete jedoch die Polarzone gewöhnlich um den 60. Grad herum.

Wir werden im nächsten Abschnitt gleich sehen, weshalb der N. E. B. so ganz besonders auffällige Schwankungen in Breite aufweist, und wir werden aus dem Zeugnisse älterer Beobachter hören, dass um das Jahr 1870 herum die ganze Streifenanordnung eine ganz abnorme war.

C. Über die physische Beschaffenheit des Planeten Jupiter.

Auch aus meinen Beobachtungen geht die Bestätigung der bisherigen Annahme hervor, dass Jupiter von einer dichten atmosphärischen Hülle umgeben ist, die uns den Anblick seiner eigentlichen Oberfläche verwehrt. Da außer dem G. R. Fl. kein einziges Gebilde seiner Oberfläche permanent und selbst jener in Farbe und Aussehen Wandlungen unterworfen ist, können wir mit Sicherheit annehmen, dass alles, was wir auf Jupiter sehen, nur Gestaltungen seiner atmosphärischen Hülle sind.

Diese dichte Hülle macht es auch in hohem Grade wahrscheinlich, dass der Planet noch sehr heiß ist, ja dass seine eigentliche Oberfläche noch selbst leuchtet. Dagegen kann ich mit Bestimmtheit sagen, dass keine Stelle der Aussenhülle selbstleuchtend ist, denn wiederholt überzeugte ich mich, dass selbst jene Stellen, die ob ihres blendenden Glanzes von mir für selbstleuchtend gehalten wurden, es nicht waren, wenn der Schatten eines Trabanten über sie zog. Sie waren dann so schwarz wie irgend eine andere Stelle des Planeten. Immerhin muss die Albedo dieser glänzenden Flecke eine außerordentliche sein, wie meine auf S. 29 [693] erwähnte Beobachtung zeigt, bei der es sich obendrein nicht einmal um einen glänzenden Fleck, sondern nur um eine der gewöhnlichen »Zonen« handelte, die crêmefarbig sind, und von denen sich die glänzenden Flecke ganz auffällig abheben.

Die nächste Frage, die uns fesselt, ist jene nach der Natur der Streifen, die wir auf der Oberfläche des Planeten sehen, und da muss es zunächst auffallen, dass die Streifen nicht nur von verschiedener Breite, sondern auch von verschiedener Farbe sind. Letzterer Umstand ist am schwierigsten zu erklären.

Wir haben gesehen, dass eigentlich kein einziger Streifen beständig die gleiche Farbe zeigt, abgesehen von den »Zonen«, deren Crêmefarbe nur unter dem Äquator schwankt, indem die E. Z. manchmal auch citronengelb (25. Februar 1897), manchmal rosig (Mai und Juli 1898), manchmal weißlich (1. Juni 1899) erschien. Was aber die eigentlichen Streifen betrifft, so ist nicht nur deren Intensität, sondern auch deren Farbe stark schwankend. Ich habe gesehen, dass im Laufe der letzten zehn Jahre der S. B. E. rostfarbig, scharlachroth, carminroth, rosafarbig, röthlich und bräunlich war, dass der N. E. B. nicht nur dieselben Farbenunterschiede aufwies, sondern auch lilagrau, violettgrau und stellenweise wieder granatroth wurde, dass die

Polarzonen grau in allen Abstufungen waren: vom Dunkelgrau (schiefergrau) bis zu solchem Hellgrau, dass sie sich kaum von den Zonen abhoben; dass das S. T. B. und N. T. B. in ihren Farben manchmal den beiden Äquatorealgürteln glichen, manchmal den anderen grauen Streifen und dazwischen wieder einem Gemisch von blaugrau und lilagrau; dass die übrigen Streifen wohl niemals röthlich waren, aber in ihrem Grau alle Abstufungen bis zu Bräunlich zeigten.

Und ebenso verschieden ist die Farbe der Flecke. In der N. Tr. Z. sahen wir als deren Specialität die Granatflecke mit ihrer intensiven granatrothen (einmal sogar rubinrothen) Farbe; andere Flecke derselben Zone hatten kastanienbraune, braungraue, graue oder schmutzartige Farbe; in den beiden Äquatorealgürteln wimmelte es von weißen, glänzenden dunkelrothen, rostbraunen, schwarzbraunen, schiefergrauen und schwärzlichen Flecken; in den anderen Streifen und Zonen haben die Flecke theils schwärzliche, theils schiefergraue, theils braungelbliche, theils bräunlichgraue, theils Schmutzfarbe; in den Polarzonen herrschen graue oder bräunlichgraue Verdunklungen vor; in der E. Z. sind die Flecke entweder glänzend oder grau, schwarzgrau, braungrau und selbst rosig. Dabei sind alle diese Farbenunterschiede in ihrer Intensität von der größten Verschiedenheit: so wie ich z. B. den S. E. B. schon so dunkelroth sah, dass ihn andere mit weniger ausgeprägtem Farbensinn für »schwarz« erklärten, und zu anderen Zeiten wieder so hellrosa, dass er nur einem zarten Hauch glich, ebenso sah ich schon Flecke von solcher Schwärze, dass ich sie für Trabantenschatten hielt und den Unterschied erst herausfand, wenn dann ein wirklicher Trabantenschatten auf die Scheibe trat, während ich auch auf den Zonen wieder Flecke sah von solcher Zartheit, dass sie kaum einem schwachen Anflug glichen, wie ihn nur so ein geübtes Auge wie das meinige wahrzunehmen vermochte.

Alle diese Unterschiede müssen doch irgend eine Ursache haben und diese dürfte mit der physischen Beschaffenheit des Planeten zusammenhängen.

Was die Streifenform betrifft, so liegt die Annahme nahe, dass sie mit der raschen Rotation zusammenhängt, und zwar derselben Ursache zuzuschreiben ist, aus welcher sich der Rauch einer fahrenden Locomotive nicht gerade in die Höhe zieht, sondern einen Streifen bildet. So plausibel aber eine solche Erklärung auch ist, so darf doch nicht außer Acht gelassen werden, dass merkwürdigerweise die runden Flecke rund bleiben und trotz der Rotation nicht die Neigung zeigen, sich streifenartig auszudehnen. Allerdings gibt es in den grauen Streifen und Polarzonen, also gerade in jenen Gegenden, wo die Rotation weniger fühlbar ist, Flecke, die sich allmählich zu Streifen ausbilden, d. h. nach und nach verlängern und dann die von mir sogenannten »Verdunklungen« bilden. Die hellen und dunklen Flecke zwischen dem Äquator und etwa dem 30. Grad ziehen sich aber niemals in Streifen auseinander, sondern ziehen es vor, neue Flecke anzusetzen, so dass neben dem ursprünglichen Fleck ein zweiter, oft auch dritter und vierter gleicher auftaucht. Sie hängen aber nicht zusammen, sondern stoßen nur aneinander an, wobei jeder seine runde Form bewahrt.

Wenn also die Streifenform durch die schnelle Rotation bedingt ist, so scheint sich diese Nothwendigkeit nur auf gewisse Schichten der atmosphärischen Hülle zu erstrecken, nicht aber auf alle Flecke.

Diese Erwägung führt uns zur Untersuchung der Frage, in welchen Niveaux die verschiedenen Gebilde schweben.

Die höchste Schicht scheint mir der G. R. F. zu sein, und zwar deshalb, weil die Flecke, welche gegen ihn zutreiben, nicht über ihn, sondern um ihn herumziehen. Allerdings glaubte ich am 10. April 1896 das Ziehen eines hellen Flecks über den G. R. F. festgestellt zu haben, doch haben spätere Beobachtungen mich doch wieder mit Zweifel erfüllt, weil ich wiederholt noch helle runde Stellen in der Mitte des G. R. F. sah, aber niemals das Passieren der dunklen Einfassung des G. R. F. durch einen hellen. Ich halte daher eher dafür, dass jene von mir gesehenen vermeintlichen Flecke nichts anderes als hellere Stellen des G. R. F. waren, wie er sie in der Mitte öfters hat.

Die tiefsten Schichten dürften meiner Meinung nach die beiden Äquatorealgürtel sein, da sie offenbar von dem Stoff der angrenzenden crêmefarbigen Zonen manchmal überflutet werden. Dass die Zonen in höherem Niveau liegen, geht aus verschiedenen Erwägungen hervor: die Bai, welche durch den G. R. F.

gebildet wird, ist eine Aushöhlung im S. E. B., die offenbar nur dadurch erzeugt wurde, dass der gelbliche Zonenstoff beim Umfluten des G. R. F. in das S. E. B. eindrang und es umflutete. Anders wäre diese ovale Aushöhlung eines sonst gleichbreiten ebenmäßigen Bandes nicht erklärlich.

Damit im Zusammenhang steht auch die Thatsache, dass die Rifts mit den Zonen in Verbindung stehen. Ich bin zur Überzeugung gelangt, dass diese Rifts ihren Namen nur mit Unrecht führen, denn sie sind keinesfalls Risse im Gürtel, sondern Zonenstoff, der sich in die Gürtel ergossen hat und über diesen einen langen dünnen Streifen aus demselben Grunde bildet, aus welchem überhaupt alle Bänder und Gürtel Streifenform annehmen. Dann erklärt sich auch die Thatsache, die mich so verblüffte, dass die Rifts manchmal eine Eigenbewegung zeigen. Im Band LXIV, S. 551 und 552 mag man nachlesen, was ich damals über das merkwürdige Verhalten der Rifts und ihrer Mündungen gesagt. Wenn man annimmt, dass die Rifts aus dem Stoff der angrenzenden Zonen bestehen, der über den Gürteln schwebt, so bietet das Verhalten der Rifts nichts räthselhaftes mehr. Wohl habe ich auch oft isolierte Riftstücke gesehen, doch ist das nichts unnatürliches, weil der Fall gut denkbar ist, dass nach Eintreten des Zonenstoffes in den Gürtel (besser gesagt: über dem Gürtel, weil wahrscheinlich die Rifts ganz bedeutend hoch über den Gürteln schweben dürften, ähnlich unseren Wolken über der Erde) durch irgend eine Ursache dem weiteren Eindringen von Zonenstoff ein Ende gemacht wird und das geringe eingedrungene Quantum zur Bildung eines längeren Rifts nicht hinreicht. Von diesem Quantum scheint auch die Breite der Rifts abzuhängen, sowie die Erklärung der Ursache, weshalb das Hauptrift beim G. R. F. erst sehr breit ist und dann enger wird, bis es schließlich auf der anderen Seite des G. R. F. oft ganz dünn wird und nicht mehr die Kraft hat, den Gürtel zu verlassen. Da ich annehme, dass auf der Oberfläche des Jupiter kolossale Cyclone, Stürme und Strömungen herrschen (weil sonst die oft bis zu 16 Grad pro Tag betragende Eigenbewegung der Flecke ihre wechselnde Schnelligkeit und ihre zeitweilige Rückläufigkeit unerklärlich blieben), so liegt die Möglichkeit sehr nahe, dass durch diese Stürme und Strömungen die Rifts manchmal aus ihrer geraden Richtung abgelenkt und gezwungen werden, jene Schlangenlinien zu beschreiben, die ich wiederholt beobachtete, sowie vorzeitig nach Norden oder Süden den Gürtel wieder zu verlassen und sich mit der angrenzenden Zone zu vereinigen. Für die Annahme, dass der Zonenstoff höher schwebt als der Gürtelstoff, spricht auch das, dass ich wiederholt (z. B. am 20. September 1894 und 7. October 1896) die sogenannte »Landzunge« in ihrer ganzen Länge vom weißen Zonenstoff vollständig bedeckt sah, was nicht der Fall sein könnte, wenn dieser nicht höher liegen würde.

Man könnte vielleicht den Einwand erheben, dass die fünf Ausbauchungen des Südrandes des S. E. B., welche ich sowohl 1896, als auch 1900 und 1901 gesehen, gegen die Annahme sprechen, dass das Niveau der Zonen das höhere sei. Dagegen lässt sich aber leicht der Gegeneinwand erheben, dass es sich bei jenen Ausbauchungen ganz gut auch um ein Zurückweichen des Zonenstoffes aus irgend einer uns unbekannten Ursache handeln könnte.

Eine fernere gewichtige Unterstützung meiner Vermuthung bildet das Verhalten des N. E. B. Hier sehen wir ganz deutlich, wie die nördliche Componente dieses Gürtels in einem Jahre von dem Zonenstoff gänzlich überflutet, im nächsten von ihm freigegeben wird, und zwar scheint diese Zurückdrängung des weißen Zonenstoffes durch Ausbrüche aus dem unter ihm befindlichen Gürtel zu erfolgen. Anders sind wenigstens meine diesbezüglichen Beobachtungen (s. Band LXX, S. 75 und 86/87, sowie in dieser Arbeit S. 1 [665] und 5 [669]) der Art und Weise, wie die Neubildung der nördlichen Componente geschieht, nicht zu deuten. Durch diese Ausbrüche gelangen jene Stoffe an die Oberfläche, aus denen die hellen und dunklen Flecke bestehen und die (wie wir gleich sehen werden) höher als der weiße Stoff schweben müssen. Sie durchbrechen also den letzeren und gliedern sich so lange aneinander an, bis der Gürtel geschlossen ist. Die weitere Folge dieser Ausbrüche ist nun offenbar die, dass der weiße Zonenstoff für lange Zeit hinaus verhindert ist, sich über den rothen Gürtel zu lagern, und der N. E. B. entspricht dann in seinem Aussehen dem S. E. B. Auch er ist dann meistens von einem Rift durchzogen, das sich ähnlich so verhält, wie jenes des S. E. B. Nur einmal (1900) konnte der N. E. B. nicht die normale Breite erreichen und da fehlte ihm auch das Rift. Sobald die Fleckenthätigkeit des N. E. B. abnimmt, gewinnt wieder der weiße Stoff der

N. Tr. Z. die Oberhand und überflutet allmählich die nördlichen Theile des N. E. B., bis dieser zu einem schmalen Gürtelchen herabgesunken ist.

Was die secundären Streifen betrifft, so liegt die Vermuthung nahe, dass sie ebenfalls tiefer liegen als der weiße Stoff, doch ist das weniger sicher. Die Beobachtungen haben nämlich ergeben, dass manchmal, selbst bei bester Luft die Streifen hoher Breiten (z. B. S. A. B., S. S. A. B. und noch höher hinauf) nicht sichtbar sind, zu anderen Zeiten aber, selbst bei minderer Luft ganz deutlich. Ob diese Unsichtbarkeit aber eine Folge des Überflutens durch weißen Stoff oder durch solche mit dem dunkleren Stoff der Polarzonen hervorgerufen wird, ist nicht klar, weil ich sowohl Aufgehen dieser Streifchen in die Polarzone beobachtete (in welchem Falle also es sich um ein Verschwinden der arktischen Zonen handelte[1], als auch ihr Aufgehen in die N. N. T. Z., bezw. S. S. T. Z., in welchem Falle umgekehrt die arktischen Bänder verschwanden.

Sicherer dagegen kann ich mich über die Höhe der runden Flecke aussprechen, welche die Gegenden zwischen dem Äquator und den 30. Breitegraden bevölkern. Hier habe ich nämlich bei Tausenden von Flecken gesehen, dass sie über die Ränder der Gürtel und Zonen hinausragten, also über diesen schweben mussten; und zwar kann ich mit ebensogroßer Bestimmtheit sagen, dass die dunklen Flecke höher schweben müssen als die weißen, weil jene über die letzteren hinüberziehen, was oft genug von mir beobachtet wurde. Dadurch geschieht es auch, dass oft bei einem hellen Doppelfleck die eine Componente von einem der schneller rotierenden dunklen Flecken bedeckt wird, so dass man glauben könnte, der vorher gesehene Doppelfleck habe sich in einen einfachen verwandelt, bezw. seine eine Componente verloren. Wenn man aber weiter beobachtet, kann man oft sehen, wie dann der schwarze Fleck weiterzieht und den unter ihm gestanden habenden weißen wieder freigibt.

Nach dem Gesagten stellen sich also die Niveau-Unterschiede auf Jupiter folgendermaßen dar:

Großer rother Fleck. (Höchste Erhebung.)
Dunkle Äquatorealflecke.
Helle Äquatorealflecke.
Rifts und crêmefarbene Zonen.
Graue Bänder (?).
Rothe Streifen. (Tiefstes Niveau.)

Schwer ist es auch von den Verdunklungen der secundären Bänder zu sagen, ob sie höher oder tiefer als letztere selbst schweben. Ich neige mich eher zur Annahme, dass sie höher schweben, worin ich auch durch meine Beobachtung der Verdunklungen im S. S. T. B. (s. Band LXX, S. 76) und durch das Auftauchen eines Streifchens in der N. Tr. Z. 1899 und 1901 (s. S. 6 [670] und 29 [693]) bestärkt werde. Jedenfalls scheinen sie aber nicht die Höhe der Zonen zu erreichen, weil es sonst unerklärlich wäre, dass die tiefschwarze Verdunklung im N. N. T. B. (Fleck 77 der Opposition von 1898) nicht in die angrenzenden Zonen übergegriffen hätte, wie dies andere Flecke runder Form wiederholt thaten.

Die Flecke selbst bieten übrigens auch genug Räthselhaftes. Zwar liegt die Annahme sehr nahe, dass sie durch Ausbrüche aus dem Innern des heißen Planeten verursacht sind, aber trotzdem ist es schwer, auf viele sich aufdrängende Fragen eine befriedigende Antwort zu geben. So z. B. könnte man fragen, weshalb denn die höchsten von mir beobachteten Flecke den 60. Breitengrad nicht überschritten? Weshalb die glänzenden Flecke in der E. Z. nur dann zahlreich auftreten, wenn gleichzeitig der N. E. B. besonders thätig ist? Weshalb die glänzenden Flecke bei der »Brücke« scheinbar jahrelang unbeweglich stehen oder doch immer an derselben Stelle neu auftauchen? (Siehe Band LXX, S. 78.) Wie die unglaublich schnelle Intensitätszunahme des dunklen Flecks 18 der Opposition von 1901 (s. S. 25 [689]) möglich war?

[1] Sogar das N. N. T. B. sah ich einmal mit der N. P. Z. vereint! (Siehe Band LXIV, S. 561.)

Weshalb die Flecke in der N. Tr. Z., hauptsächlich aber in der E. Z. mit solcher Vorliebe Halbmondform annehmen und dann wie Guirlanden vom Rand des anstoßenden südlichen Gürtels herabhängen, niemals aber umgekehrt? Welche Bewandtnis es mit den Granatflecken und mit den »Whisps« der E. Z. hat? Ob die ungewöhnlichen Dunkelheit der N. P. Z. im Herbst 1896 mit den bald darauf erfolgten Ausbrüchen im N. E. B. im Zusammenhang stand? (S. Band LXX, S. 74.) Warum endlich die Brücke bedeutend dunkler ist als der Rest des G. R. F.?

An diese Fragen könnte man noch jene schließen, wieso es kommt, dass ich 1899 und 1900 beobachten konnte (S. 4 [668], 6 [670] und 9 [673]), dass bei bester Luft und scharfer Definition der südlichen Halbkugel des Planeten, seine nördliche verschwommen aussah, was also nicht durch unsere terrestrischen atmosphärischen Verhältnisse erklärt werden kann, sondern nur durch Vorgänge auf dem Jupiter selbst? Ferner jene, weshalb die E. Z. manchmal außergewöhnlich schmal wird, indem sie sich zusammenzieht und die Ränder der beiden Äquatorealgürtel freigibt? Oder warum gerade die am Nordrand der E. Z. auftauchenden glänzenden Flecke so gerne rückläufige Bewegung haben?

Auf alle diese Fragen suche ich vergeblich nach einer befriedigenden Erklärung, ebenso wie nacq einer solchen, wie es kommt, dass die Thätigkeit der beiden Gürtel beständig abwechselt. Um in dieser Sache klar zu sehen, habe ich nachgesehen, wann der N. E. B. einfach und wann er doppelt war, denn von seiner Thätigkeit hängt die Verdopplung ab, und wenn er schmal ist, kann man sicher sein, dass der S. E. B. in voller Thätigkeit ist und von Flecken wimmelt.

Zu diesem Zwecke sah ich alle mir bekannten Zeichnungen von Jupiter-Beobachtern durch und stellte darnach das Resultat graphisch dar, weil auf diese Weise sich am besten eine Übersicht über das erwähnte Wechselspiel gewinnen lässt und ein etwa vorhandenes Gesetz in die Augen springen müsste. Leider ist das Resultat sehr entmuthigend. Zunächst ist es im höchsten Grade bedauerlich, dass die älteren Astronomen sich eigentlich gar nicht um das Aussehen der Planeten und speciell des Jupiter kümmerten, infolgedessen — abgesehen von einer Cassini'schen und ein paar ärmlichen Mädler'schen Zeichnungen — die ältesten mir bekannten Zeichnungen aus den Jahren 1856/1857 stammen. Drei davon wurden von Piazzi Smyth 4. bis 6. September 1856, zwei von Secchi am 10. October 1856 und 6. December 1857 aufgenommen. Alle sind in der eigenthümlichen Wolkenmanier gehalten, wonach der Planet so aussieht wie unser Himmel, wenn er theilweise von grotesk geformten ziehenden Wolken bedeckt ist. Wie undeutlich Smyth den Planeten gesehen haben muss, beweist am besten ein Vergleich seiner ersten und dritten Zeichnung, die denselben Meridian und nur $49^1/_2$ Stunden Intervall haben. Trotzdem findet man nicht eine Formation auf beiden auch nur annähernd gleich, während doch meine langjährigen Beobachtungen bewiesen, dass die Änderungen auf Jupiter meist langsam vor sich gehen, derart, dass nach 50 Stunden wohl die meisten Flecke ihre Stellung um etliche Grade verändert haben, einige von ihnen verschwunden andere dafür neu entstanden sind, der Gesammtblick aber doch sofort erkennen lässt, dass man dieselben Gegenden wieder vor sich hat. Durch die Maniriertheit der Zeichnungen ist die Breite der Streifen eine so unsichere, dass ich nicht mit Bestimmtheit sagen könnte, ob auf ihnen der N. E. B. einfach oder doppelt ist; doch neige ich mich der ersteren Auffassung zu. Habe ich damit recht, so wäre damals gerade die Verdopplung des N. E. B. im Zug gewesen, denn auf der Zwischenzeichnung, deren Meridian von den beiden anderen um 170° verschieden ist, hat es den Anschein, als ob der N. E. B. doppelt und von vielen Flecken besäet sei. Die eine Halbkugel einfach, die andere doppelt — das ist wirklich der von mir im Februar 1897 und im Juli 1898 beobachtete Vorgang beim Verdoppeln, und so mag denn damals wirklich sich ein ähnlicher abgespielt haben.

Was die Secchi'schen Zeichnungen betrifft, so sind die beiden oben erwähnten ebenfalls in der Wolkenmanier gehalten und dabei merkwürdigerweise die Äquatorealgürtel berlinerblau statt röthlich, (ob das Original ebenso gefärbt ist, weiß ich nicht, da ich die Bilder nur aus dem »Sirius« kenne), aber sie lassen wenigstens die Anordnung der Streifen so weit erkennen, dass man sieht, dass auf der vom 10. October 1856 beide Äquatorealgürtel gleich breit sind, der N. E. B. also jedenfalls im Zustande der Verdopplung war. Dies tritt umso deutlicher hervor, wenn man die Zeichnung von 1857 damit vergleicht, wo der

N. E. B. deutlich schmal, also einfach ist. Sonderbar ist übrigens der Unterschied zwischen diesen Zeichnungen und einer anderen, die Secchi am 16. December 1857, also nur zehn Tage nach der eben besprochenen aufgenommen, die nur geschummerte Streifen und etwa unter — 15° zwei längliche dunkle Flecke enthält. Von den beiden Hauptstreifen liegt der S. E. B. zwischen — 3° und — 10°, der N. E. B. zwischen + 1° und + 8°, außerdem noch unter ihm ein Streifen zwischen + 14° und + 18°. Ob letzterer eine Componente des N. E. B. oder das N. T. B. ist, vermag ich nicht zu entscheiden; aber, wenn ich die Secchi'sche Zeichnung vom 6. December damit vergleiche, neige ich mich zur Ansicht hin, dass auf der vom 16. December die Lage der Streifen verzeichnet ist, sie zu nahe am Äquator beisammenstehen und der zweite Streifen dann das N. E. B. ist. In diesem Falle würde die Zeichnung mit der vorhergegangenen stimmen und der N. E. B. einfach sein.

In einer Zeichnung Lassel's vom 18. November 1858 erscheint merkwürdigerweise das S. T. B. als markantester und breitester Gürtel, der sich von — 30° bis — 42° erstreckt und vier weiße Flecke enthält. In der Gegend des S. E. B. erscheinen nur zwei schmale Streifchen, die seine Ränder bilden könnten, und in der Breite des G. R. F. zwei schmale, längliche, stark dunkle Flecke. Das E. B. ist deutlich und zu beiden Seiten von hellen Flecken besetzt, das N. T. B. und der N. E. B. schmal (also N. E. B. einfach) und in richtiger Lage und unter + 29° ein großer rundlicher dunkler Fleck nach Art der Granatflecke, die aber um 14° näher zum Äquator aufzutauchen pflegen.

Die älteste Zeichnung, von Cassini, stammt aus 1665 (ohne Datum) und ist dadurch merkwürdig, dass sie der vorerwähnten Lassell'schen in Bezug auf die Südhalbkugel etwas ähnelt. Sie hat nämlich in gleicher Art einen dunklen breiten Streifen zwischen — 31° und — 39°, dem unter — 25° zwei große ovale Flecke nach Art des G. R. F. folgen. Dann sieht man einen schmalen Streifen unter — 10° und einen sehr breiten dunklen (den N. E. B.) zwischen + 3° und + 12°. Damals scheint also der N. E. B. im Zustande der Verdopplung gewesen zu sein.

Was die Mädler'schen Zeichnungen betrifft, die seiner populären Astronomie beigegeben sind, so sind sie wohl sehr unbestimmt gehalten, aber ich glaube mich doch nicht zu täuschen, wenn ich annehme dass jene vom 23. December 1834 und vom 2. Jänner 1835 den N. E. B. im Zustande seiner Verdopplung mit zwei großen Granatflecken in ihm darstellen, so wie ich selbst solche 1894/1895 gesehen. Aus der Zeichnung vom 16. Jänner 1836 sollte man dagegen schließen, dass der N. E. B. nur einfach war und, da die andere vom 17. Jänner 1836, welche im Meridian um ca. 192° verschieden ist, anscheinend den N. E. B. doppelt (d. h. breit) zeigt, so dürfte damals ebenfalls gerade die Verdopplung des N. E. B. im Zuge gewesen sein.[1]

Für den ganzen langen Zeitraum von 1858 bis 1870 ist mir nur eine Jupiter-Zeichnung von Green bekannt, nach der am 7. September 1866 der N. E. B. breiter als der S. E. B. ist. Jene der Jahre 1870 bis 1882 stellen den Planeten meist so dar, als ob die beiden Äquatorealgürtel mit der E. Z. ein einziges riesig breites Band gebildet hätten, weshalb es schwer ist, daraus klug zu werden, d. h. herauszubringen, welche Theile dieses Bandes auf die beiden Äquatorealgürtel entfallen. Das Verblüffende dieses ungewohnten Anblicks steigert sich noch, wenn man die farbigen Zeichnungen jener Zeit besichtigt. Auf vier Trouvelot'schen Zeichnungen vom Februar 1872 und auf zwei Kortazzi'schen vom September 1880 und 1881 ist dieser breite Gürtel röthlich gefärbt, auf einer Trouvelot'schen vom 13. März 1873 hingegen ein dem S. E. B. entsprechender Streif. Eine Browning'sche Zeichnung vom 31. Jänner 1870 färbt die vom E. B. durchzogene E. Z. gelblich und lässt sie von zwei röthlichen, aber ziemlich schmalen Streifen eingefasst sein, welche möglicherweise die beiden Äquatorealgürtel vorstellen sollen. Unter dieser Voraussetzung wäre dann die S. Tr. Z. riesig breit und crêmefarbig, das S. T. B. mit der S. T. Z.wie der röthlich. Ebenso ist die N. Tr. Z.

---

[1] Bemerkenswert ist, dass Mädler bemerkt, am 9. Februar 1835 sei der N. E. B. bedeutend schmäler und weniger intensiv geworden und am 19. April seien die (Granat-) Flecke bereits isoliert gestanden. Folglich fällt in diese Zeit (Februar bis März) die Vereinfachung des N. E. B.

ziemlich breit und mit rosigem Anflug, das N. T. B. so breit und so röthlich wie der N. E. B. Aber am merkwürdigsten sind die Farben der Bredichin'schen Zeichnungen von 1879, bei welchen auch nur ein sehr breites Band zwischen — 12° und + 8° auftritt, dessen nördliche Componente lilaviolett, die südliche aber merkwürdigerweise blaugrün gefärbt ist, während beide durch stets wechselnde Ketten von weißen Flecken voneinander getrennt sind. Bemerkenswert ist dagegen, dass Krüger auf zwei Zeichnungen vom März 1881 zwei röthliche Äquatorealstreifen hat, die beide gleich breit und von einem Rift durchzogen sind, weshalb damals der N. E. B. gewiss doppelt war, wenngleich Zeichnungen von Niesten und Kortazzi, die im Jänner 1881 endeten und im Juni, bezw. August 1881 wieder begannen, auf Einfachheit schließen lassen.

Was das räthselhafte Aussehen Jupiters in den Jahren 1870 ff. betrifft, so ist interessant, was darüber Green sagt, der als Maler für Farben empfindlich gewesen sein dürfte und eine sehr geschickter Beobachter war. Er schrieb, dass Jupiter sich thatsächlich in seinem Aussehen bemerkenswert verändert habe: von 1860 bis 1868 war die E. Z. weiß und von zwei dunklen Gürteln begrenzt, deren südlicher der auffälligere war (also so wie heute); von 1869 bis 1872 war die E. Z. entschieden kupferfarbig und breiter weil die sie begrenzenden Gürtel schmäler wurden, also sich scheinbar mehr gegen die Pole zu zogen (darum also die mich so verblüffende Darstellungsart der oben besprochenen Zeichnungen jener Zeit!); von 1873 bis 1878 verlor die E. Z. allmählich ihre Kupferfarbe, dafür wurde gegen das Ende dieser Periode der N. E. B. desto röthlicher, die beiden Gürtel gewannen ihre frühere Breite wieder und auf der südlichen Halbkugel traten eine Menge feiner Details auf (offenbar stand das mit der damals bereits erfolgten, wenn auch von den Beobachtern zunächst unbeachtet gebliebenen Entstehung des G. R. F. im Zusammenhange von 1879 bis 1887, wo der G. R. F. durch seine intensive Farbe Aufsehen erregte, gab der N. E. B seine rothe Farbe allmählich an den S. E. B. ab, der 1883 dann durch seine Röthe sogar den G. R. F. übertraf während die Farben und Formen auf dem Planeten den größten Wechsel aufwiesen.

Sehr interessant ist auch der Umstand, dass der G. R. F. schon lange vor 1878 sichtbar gewesen sein muss, wenngleich er damals kein Aufsehen erregte, weil er wahrscheinlich eine so unscheinbare Farbe hatte, wie gegenwärtig. Er könnte möglicherweise sogar schon mit einem der großen Ovalflecken deri Cassini'schen Zeichnung von 1665, vielleicht auch mit den dunklen Flecken auf den Zeichnungen von Secch und Lassel aus 1857 und 1858 identisch sein. Ganz sicher und unzweifelhaft erscheint er aber auf zwei Zeichnungen Gledhill's von 1870 und 1871 (1. December). Auf einer Zeichnung Trouvelot's vom 28. Februar 1872 und auf zweien von Bredichin vom 24. März und 15. April 1874 sieht man Formationen, die große Ähnlichkeit mit der rechten Schulter haben, und auf zwei Zeichnungen Bredichin's vom 7. und 18. April 1874, solchen von Lohse aus den Jahren 1873 und 1874, sowie von Niesten aus dem Jahre 1878 auch Formationen, die mit der linken Schulter identisch sein könnten. Was aber am merkwürdigsten ist: auf Lohse's Zeichnungen vom 17. Jänner und 8. Mai 1873 und auf Niesten's Zeichnungen vom 6., 8., 21. August und 2., 9., 14., September 1878 ist der G. R. F. bereits ganz unzweifelhaft vorhanden. Auch auf Zeichnungen Bredichin's vom 24. März und 15. April 1874 kann man deutlich den G. R. F., die rechte Schulter und den von einem Rift durchzogenen S. E. B. sehen. Auch die Zeichnungen Lohse's vom 3., 6., 11., 13., November und 25. und 30. December 1871, sowie vom 1. Jänner, 5. Februar und 2. März 1872 enthalten Gebilde, die mit dem G. R. F. und der linken Schulter so große Ähnlichkeit aufweisen, dass ich sie für identisch halte.

Es mag übrigens bemerkt werden, dass selbst jene Beobachter, welche den G. R. F. im August und September 1878 gezeichnet hatten, ihm erst dann nähere Beachtung schenkten, als Pritchett, der ihn zuerst am 9. Juli 1878 gesehen hatte, darauf aufmerksam machte. Damals war er rosig gefärbt, wurde jedoch im nächsten Jahre zinnober und später granatroth, blasste jedoch im zweiten Lustrum der Achziger-Jahre immer mehr ab, bis er zu jenem schmutzfarbigen Gebilde herabsank, als welches er gegenwärtig erscheint.

Wenn wir von der Ausnahmsepoche von 1869/1879 absehen, scheint Jupiter gewöhnlich jenes Aussehen gehabt zu haben, welches er seit einem Jahrzehnt, bezw. seit zwei Jahrzehnten bietet und von mir in dieser und den vorhergegangenen Arbeiten dargestellt wurde. Gelingt es, die Lücken der Tabelle auszufüllen, in der ich die wechselnde Breite des N. E. B. graphisch darzustellen versuchte, so könnte es vielleicht auch

gelingen, irgend ein Gesetz ausfindig zu machen, welchem jene wechselnden Veränderungen gehorchen. Aus diesem Grunde wäre ich allen dankbar, welche im Besitze von Jupiter-Zeichnungen sind, die zur Ausfüllung der Lücken in meiner Tabelle geeignet wären, wenn sie mir diesbezügliche Mittheilung zukommen lassen wollten[1]. Wie die Sachen stehen, muss ich mich darauf beschränken, die Veränderungen auf Jupiter nach allen Seiten beleuchtet, und auf das Interessanteste und Merkwürdigste aufmerksam gemacht zu haben. Mögen dann andere jene Schlüsse daraus ziehen, die sich ihnen etwa aufdrängen.

Erklärung der Tabelle auf Tafel XV.

In der graphischen Darstellung entspricht jede Columne dem Jahre, welches am Kopfe angegeben ist, während links die Namen der Monate stehen. Aus der Schraffierung ersieht man nun auf den ersten Blick, an welchen Tagen der N. E. B. einfach ▬▬, doppelt ▭▭ oder im Zuge des Verdoppelns ▬▬ war. Die leeren Felder zeigen an, dass mir für jene Zeit keine Zeichnungen bekannt sind. Wo die Rubrik ▭▭ ist, bezeichnet dies besondere Breite des N. E. B. ohne Verdopplung.

Wie man sieht, habe ich das Ende von 1902 als im Zuge der Verdopplung begriffen bezeichnet; eigentlich ist es aber ein eigenthümlicher Zustand, bei dem die Südcomponente des N. E. B. so schmal wie das N.T.B. ist, das ihr an Intensität und Farbe gleichkommt, so dass man es für die Nordcomponente des N. E. B. halten könnte, wenn nicht die breite, manchmal von einem schmalen schwachen Streifchen durchzogene N. Tr. Z. dazwischen läge.

Nachschrift.

Der Vollständigkeit halber sei noch über das weitere Verhalten der Pyramidenflecke während der Opposition von 1902 berichtet.

1901 hatte die mittlere tägliche Bewegung der Pyramidenflecke 0°5 betragen. Unter dieser Voraussetzung hätten die Pyramidenflecke am 19. Juni 1902 ihre Mitte unter dem 73° gehabt. In der That sah der englische Amateur Phillips an diesem Tage die Pyramiden sich von 62—97° erstrecken. Ich selbst fand am 30. Juli zwei Pyramiden (offenbar die 2. und 3.) zwischen 62° und 77°, während die erste vermuthlich schon mit der Passage des G. R. F. zu thun hatte. Fast man deshalb das Ende der Pyramide eins Auge, so hatte dieses in 41 Tagen 20° zurückgelegt, was mit der normalen Bewegung wunderbar stimmt. Am 13. August war nur noch die letzte Pyramide rechts vom G. R. F., während die beiden vorangehenden eben den G.R.F. nach Süden zu umgiengen, wie aus der ersten Skizze auf Seite 45 [709] ersichtlich ist. Auch diese Bewegung stimmt mit der mittleren. Außerdem sah ich aber noch jenseits des G. R. F. unter circa 10° einen isolierten Fleck, der am 25. August demgemäß unter etwa 4° hätte stehen müssen. Thatsächlich fand ich am genannten Tage sogar drei Pyramiden links vom G. R. F., von denen die mittlere unter 1° stand, also mit jener vom 13. August wohl identisch war. Dann aber war das Aussehen der Umgebung des G. R. F. räthselhaft, das man aus der zweiten Skizze Seite 46 [710] ersieht. Außer den 3 Pyramiden war nämlich auch noch rechts und oberhalb vom G. R. F. dunkle Materie.

---

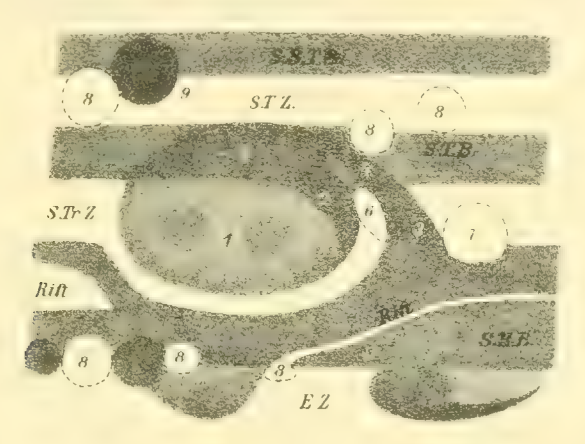
[1] Eine diesbezügliche Bitte sprach ich bereits vor längerer Zeit in einem an alle Beobachter und Sternwarten gesandten Circular aus, von denen ich wusste oder vermutete, dass sie Jupiterzeichnungen besäßen, aber leider mit geringem Erfolge: nur Prof. Riccò und Rev. W. R. Waugh sandten mir Material, für welches ich beiden Collegen meinen verbindlichsten Dank ausspreche.

Am 5. November maß ich die Enden der beiden ersten Pyramiden unter 307°5 und 32[illegible], wonach deren Mitte in den letzten 72 Tagen 37°5 zurückgelegt haben müsste, was wieder mit der normalen Bewegung gut stimmt. Endlich maß ich noch am 22. November die Pyramiden, wo ich sie unter 297°4 bis 333° fand, so dass die mittlere Pyramide in 17 Tagen circa 7° zurücklegte, was mit 0°414 pro Tag auch nicht weit entfernt von der Normalschnelligkeit ist.

Meine letzte Messung am 16. December ergab für das vorangehende Ende 286°, was fast ganz mit der Normalschnelligkeit stimmt.

Das Hauptinteresse bei den diesjährigen Beobachtungen liegt darin, dass ich feststellen konnte, dass der G. R. F. der Bewegung der Pyramiden ein Hindernis entgegensetzte, durch welches sie gezwungen

Die Umgebung des Großen Rothen Flecks am 13. August 1902.



1 = Großer Rother Fleck.
2 = Brücke.
3 = folgendes Ende des Pyramidenflecks.
4 = sein mittlerer Theil.
5 = sein vorangehendes Ende.
6 = der vorangehende glänzende Fleck.
7 = der folgende glänzende Fleck.
8 = andere helle Flecke.
9 = auffälliger schwarzer Fleck unter 35°5.

wurden, südlich um ihn herumzugehen. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, dass ein kleiner Theil des Stoffes, aus dem die Pyramiden bestehen (jedenfalls die höchste Schicht), über den G. R. F. hinüberzog, wenn nämlich die aus den obigen Skizzen ersichtlichen dunkleren Stellen im G. R. F. damit identisch waren.

Nicht minder überraschend ist eine andere Beobachtung der diesjährigen Opposition. Nachdem, wie ich auf den Seiten 31 bis 34 nachgewiesen, die beiden Schultern in den letzten Jahren beständig an Längengraden gewonnen hatten, also rückläufig waren, ist seit dem Vorjahre nicht nur plötzlich ein Stillstand eingetreten, sondern sie haben sogar begonnen, rechtläufig zu werden. Anfangs hielt ich die Messungen durch die ober den Schultern stehenden Pyramiden beeinflusst und dachte an Messungsfehler, dann aber überzeugte ich mich, dass die Schultern wirklich an Längengraden verloren, und dies wird auch durch die Messungen anderer Beobachter bestätigt. Am besten sieht man diese Bewegung aus nachstehenden Resultaten meiner Messungen:

	Linke Schulter	Rechte Schulter	Abstand
13. August	26°	67°7	41°7
25. August	26	62	36
4. September	26	62	36
6. November	26	64·1	38·1

Da die letzte Messung wieder eine Zunahme in Länge zeigt, so bleibt abzuwarten, ob die Unterbrechung und der Rückgang nur vorübergehend waren (vielleicht im Zusammenhang mit der Passage

Dieselbe Umgebung am 25. August 1902.



In dieser Skizze ist

1 der schwarze Fleck im S. S. T. B.

2 der vorausgehende,

10 der folgende glänzende Fleck, zwischen denen sich die Pyramiden 3—5 befinden.

6 ist der auf dem G. R. F. stehende glänzende,

7 der dunkle Fleck.

8 ist die alte Brücke,

9 die neue,

11 und 12 glänzende Flecke, die schon am 13. August dort standen und nur wenig sich weiter bewegt haben.

13 war der glänzendste und auffälligste Fleck der Scheibe.

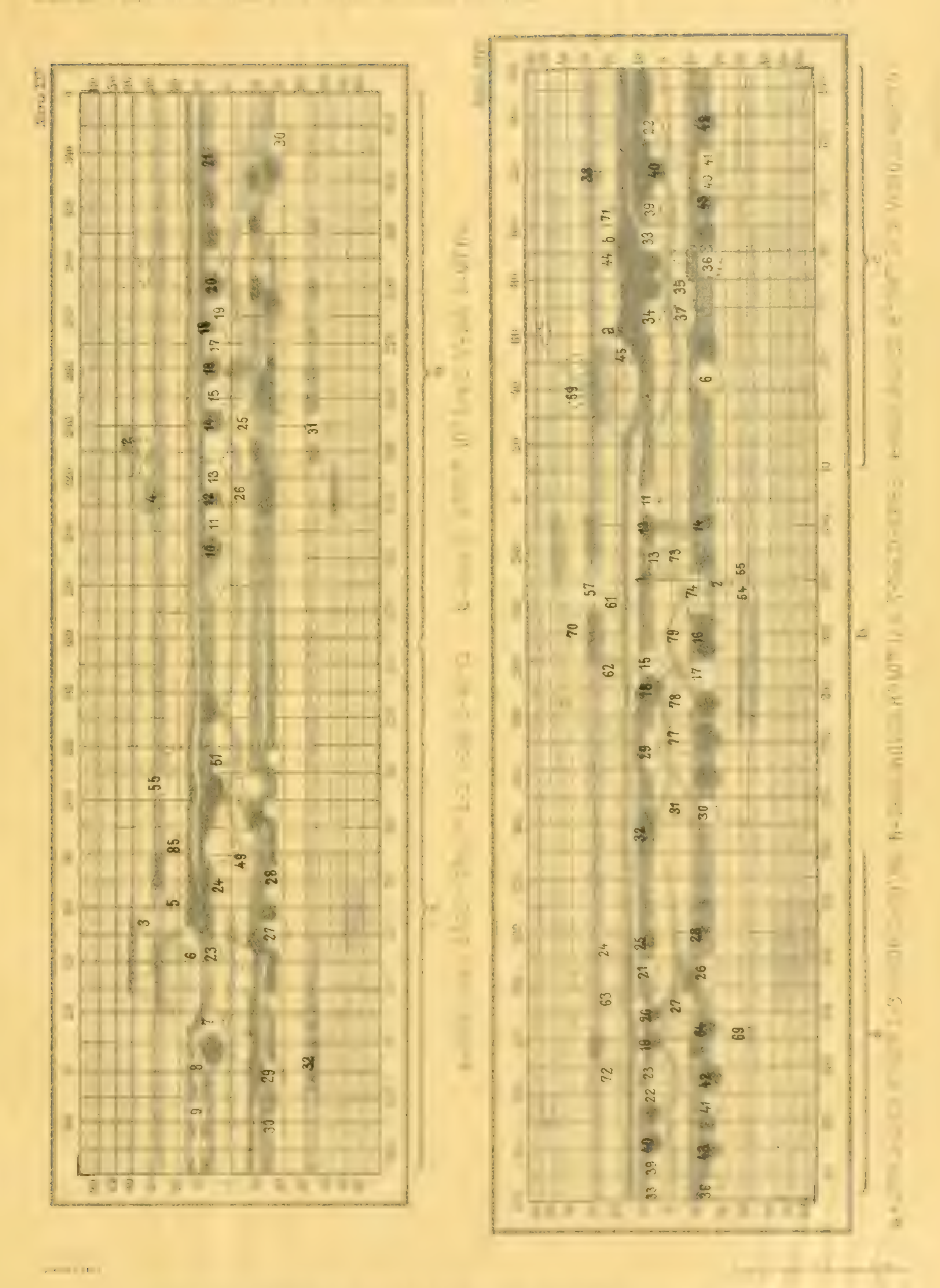
14—16 sind andere glänzende Flecke.

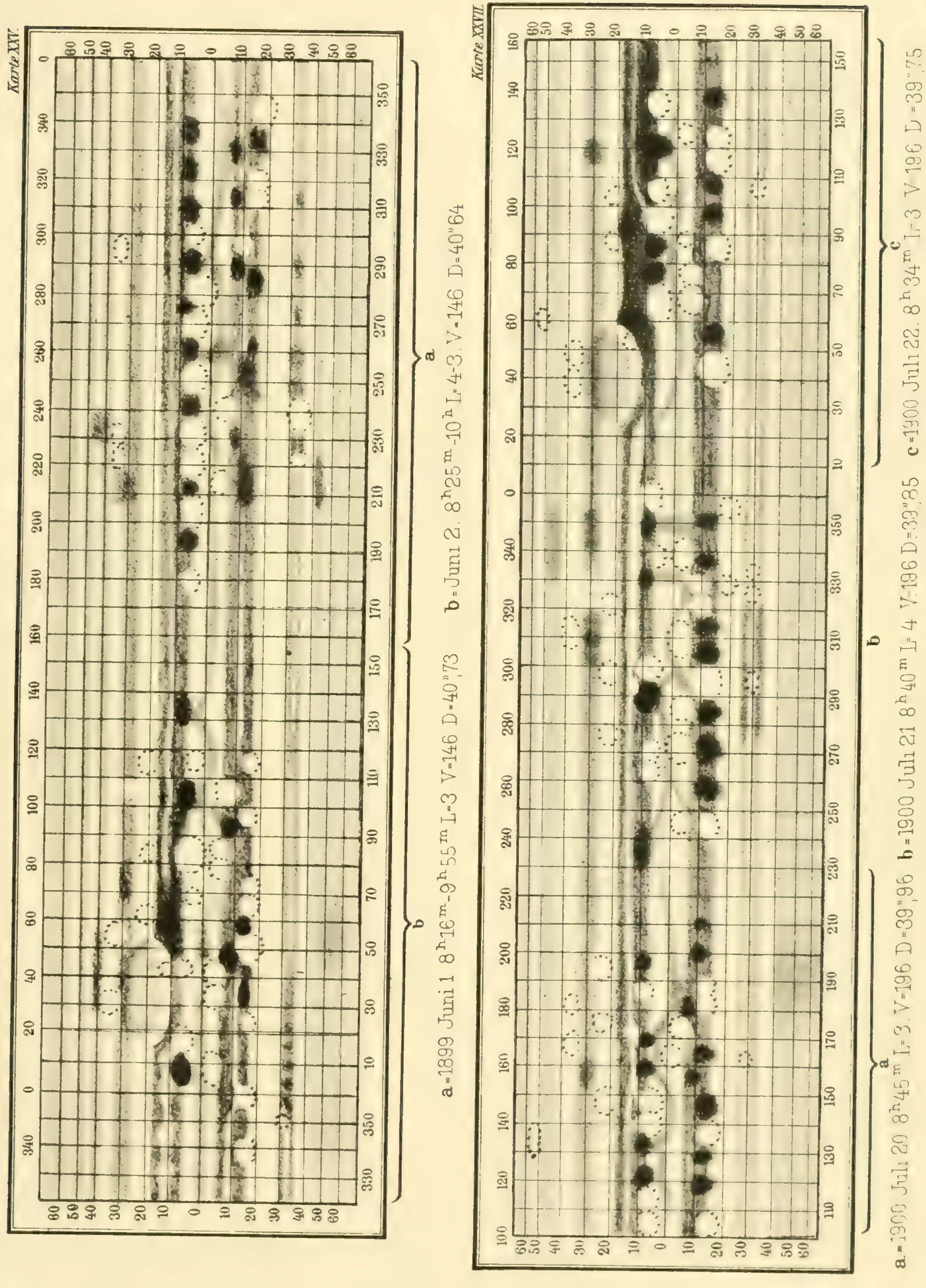
der Pyramiden?) oder ob die Schultern und mit ihnen der G. R. F. auch fernerhin an Länge verlieren werden.

Verzeichnis der auf jeder Tafel zu findenden Karten und Zeichnungen.

Karte	XXV	auf	Tafel	I
»	XXVI	»		II
»	XXVII	»	»	I
	XXVIII	»	»	II
	XXIX		»	III
»	XXX	»		IV
»	XXXI	»	»	V
»	XXXII		»	III
»	XXXIII			V
»	XXXIV	»	»	IV
Zeichnung	199	»	»	V
»	200	»		VI
»	208—212	»	»	VI
	213—218	»		VII
	220—226		»	XI
Zeichnung	227	auf	Tafel	XII
	231	»		XII
»	232	»		XII
»	236—239			XII
	240—243	»		XIII
	247—248		»	XIII
»	249	»	»	XIV
»	250		»	VIII
»	251—254	»		XIV
»	261	»	»	XIV
	269—270		»	VIII
	275—277	»	»	VIII
»	278—283	»	»	IX
	284—289	»	»	X

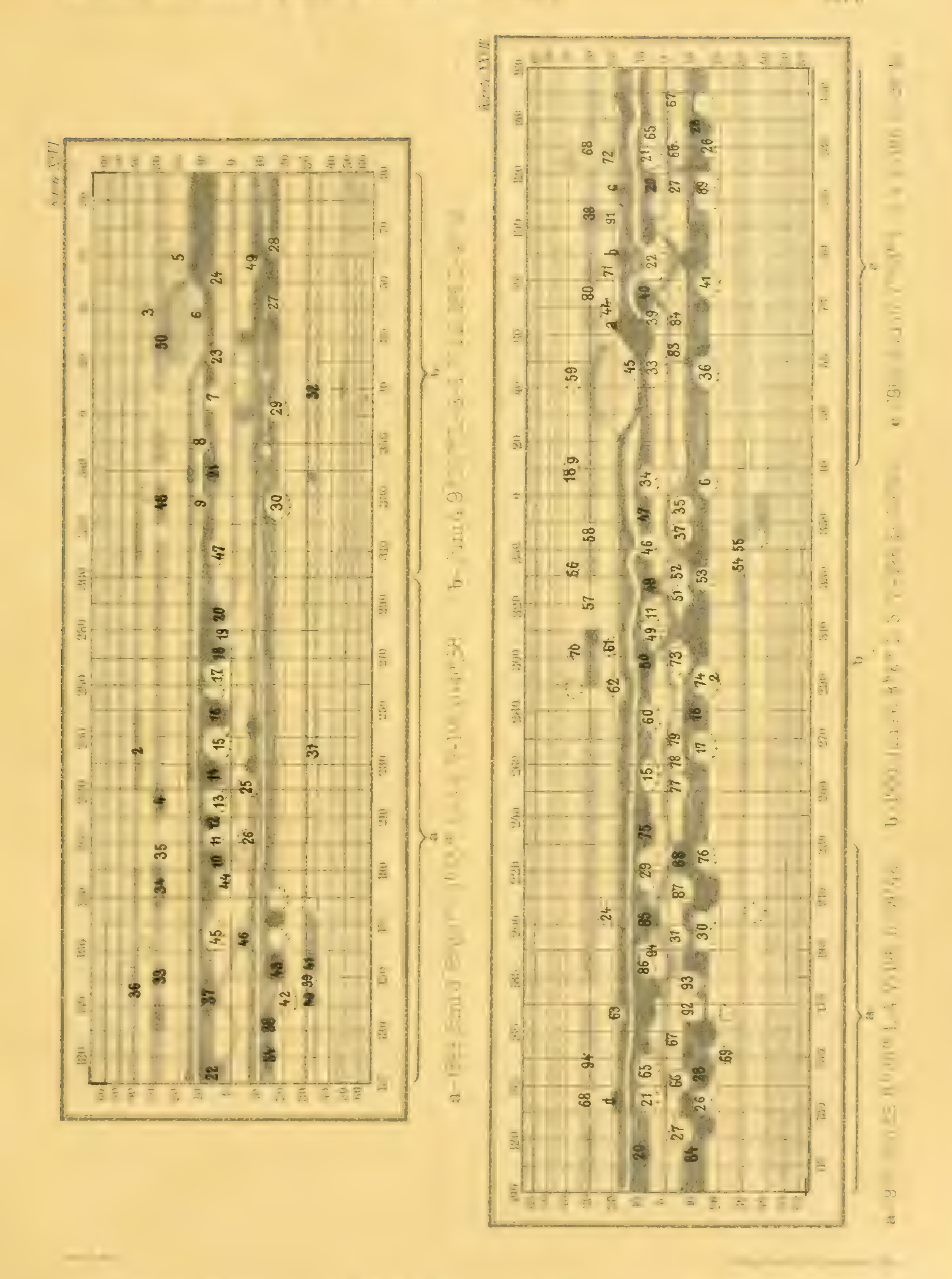






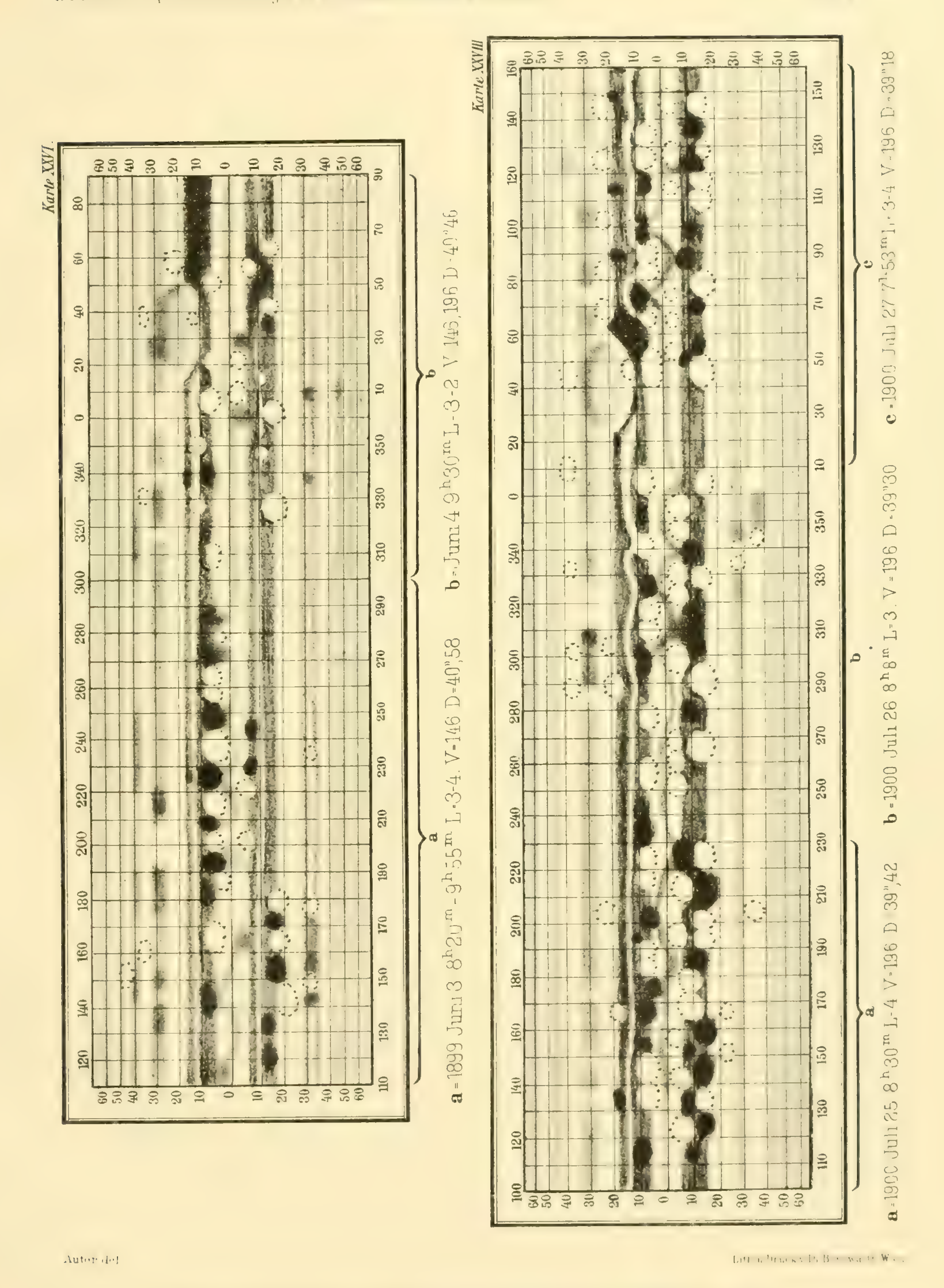
Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.



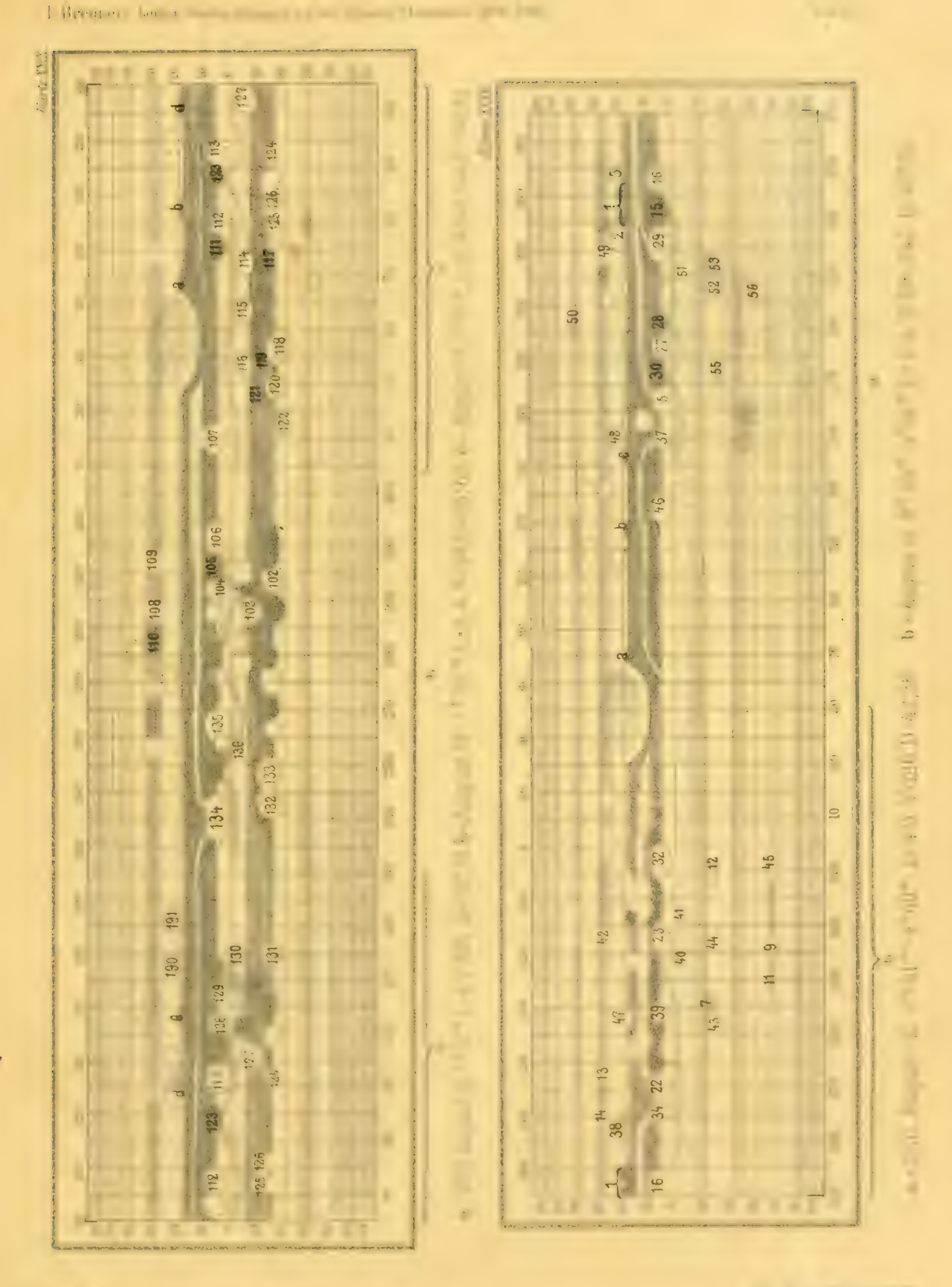
36
2
4 35 34 33
3 50 48
5 22 37
6 8 9 45
24 23 7 21 47 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 44
25 26 46
49 43 42 38 54
28 27 29 30 40 39 41
31
32

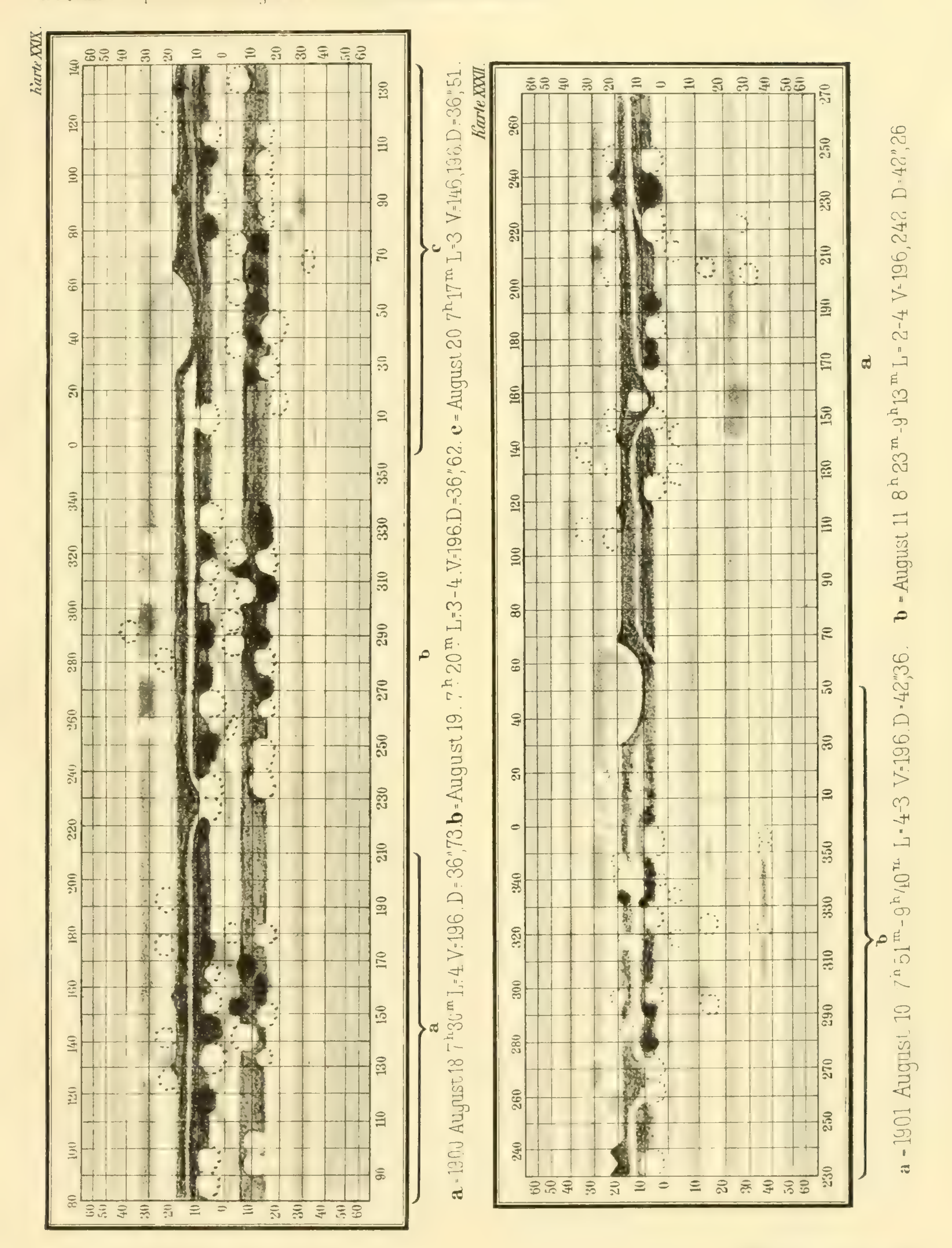
68 94
18 9 56 70
59 58 57 24 63 d
68 38 80 61 62 20
72 c 91 b 71 a 44 45 15 75 29 85 86 94 21 65
34 47 46 48 11 49 50 60 31 67 66 27
65 21 20 22 40 39 33 73 79 78 77 88 87 93 92 28 26 64
67 66 27 84 83 35 37 52 51 74 16 17 76 30
28 26 89 41 36 6 53 2 69
54 55


Karte XXVI
a - 1899 Juni 3 8h20m - 9h55m L.3-4. V-146 D-40",58
b - Juni 4 9h30m L-3-2 V 143,196 D-40",46
Karte XXVIII
a - 1900 Juli 25 8h30m L-4 V-196 D 39",42
b - 1900 Juli 26 8h8m L-3. V-196 D-39",30
c - 1900 Juli 27 7h53m L-3-4 V-196 D-39",18

Autor del.



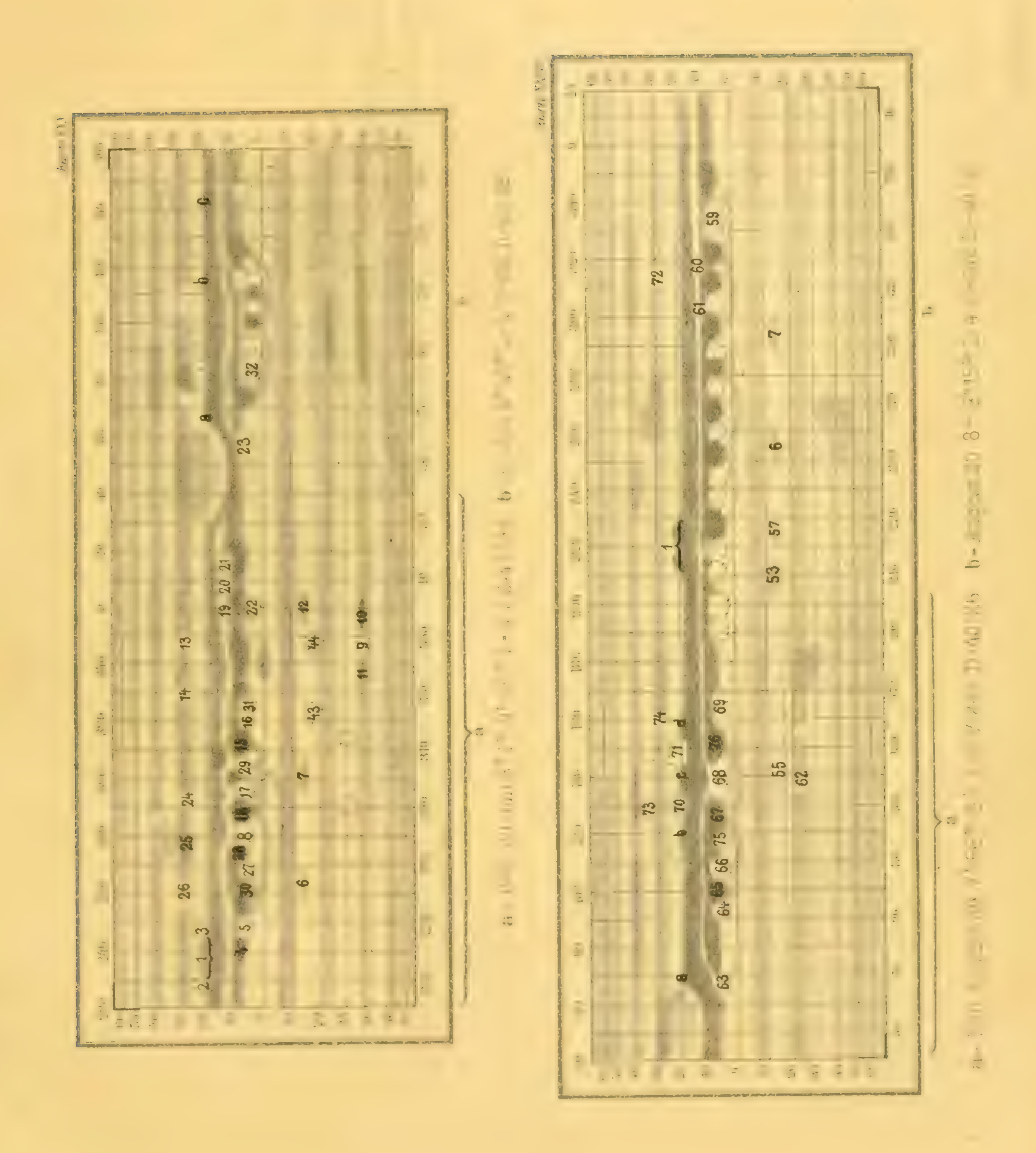


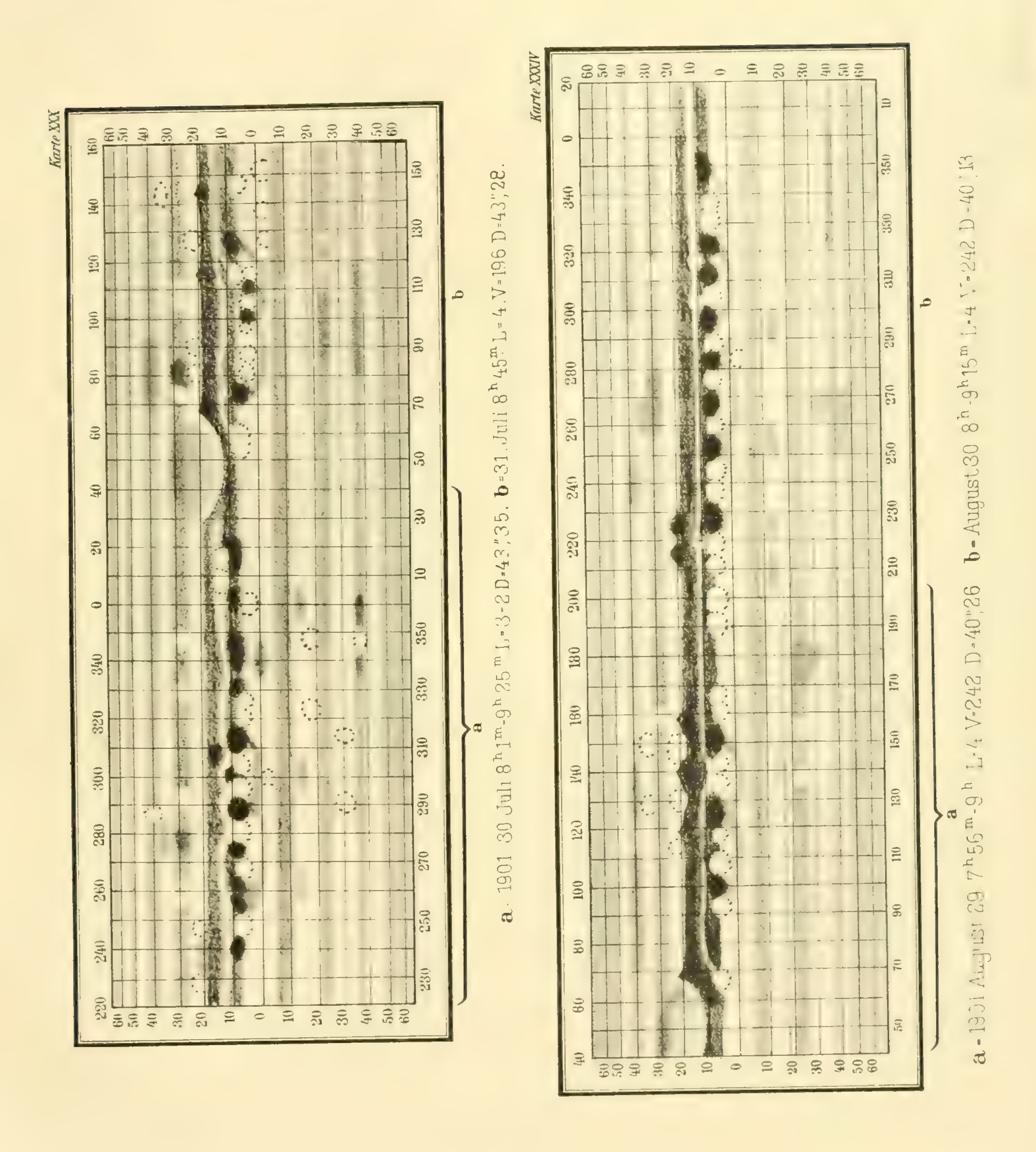


Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.



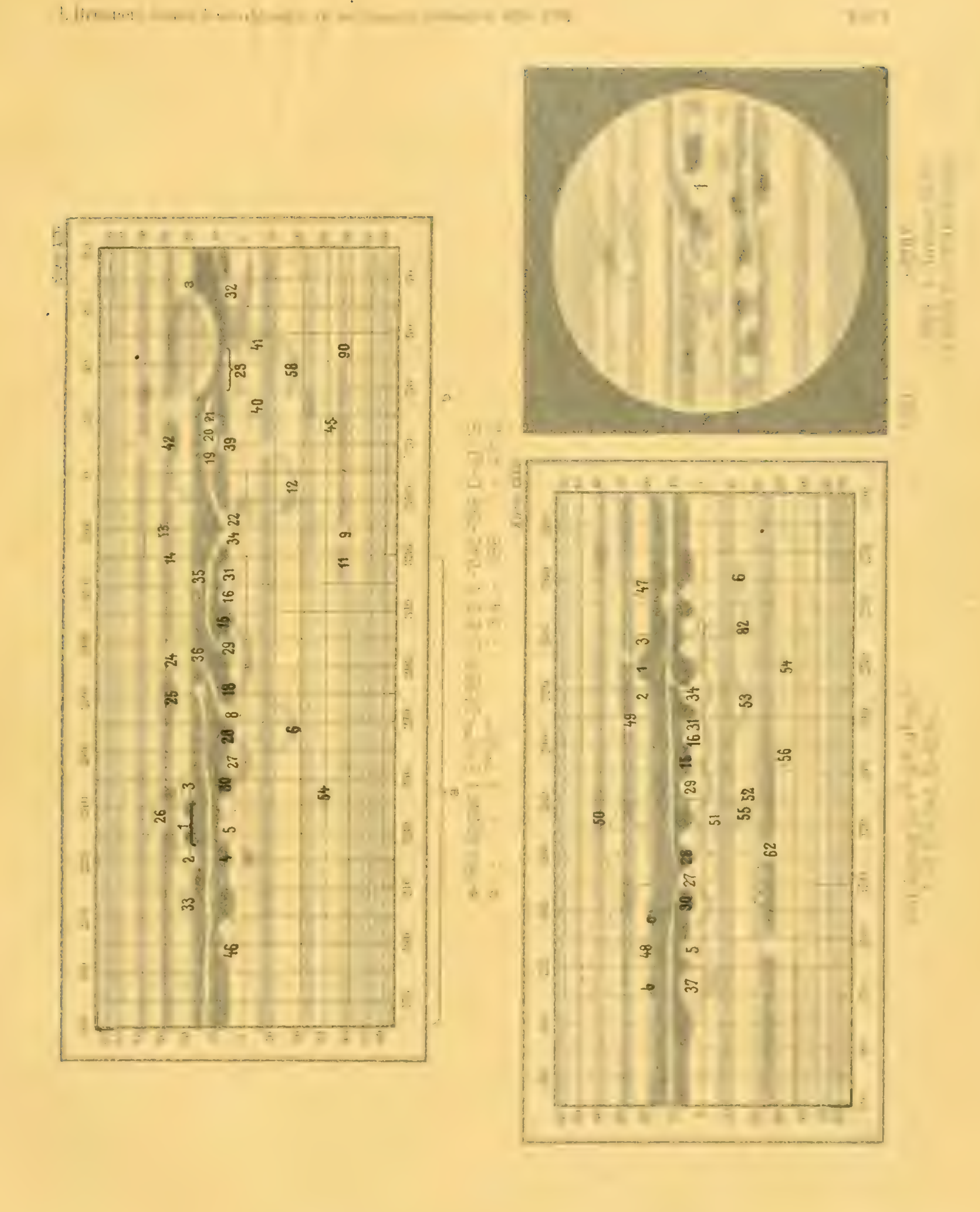


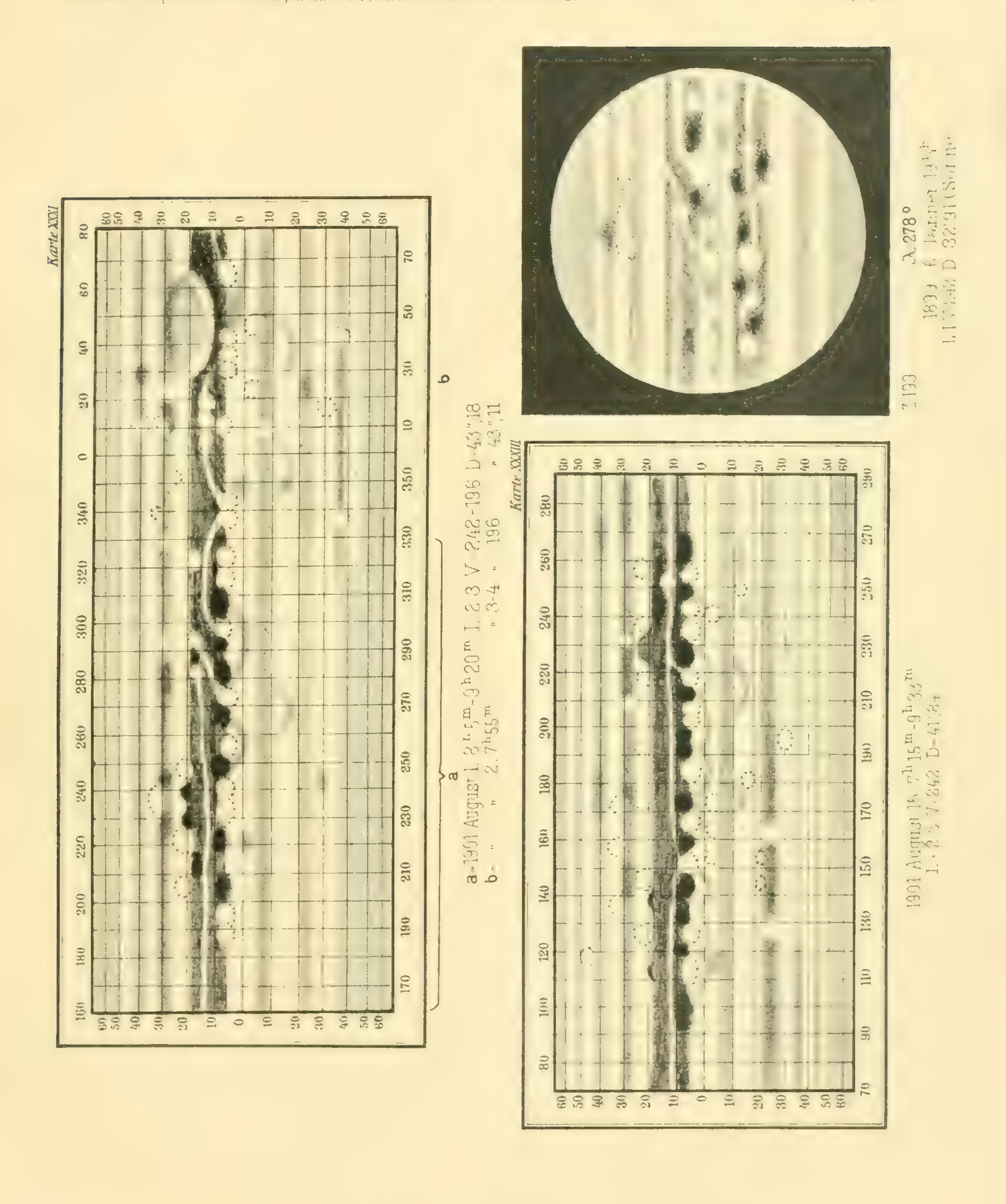


Autor del.

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth, Wien.

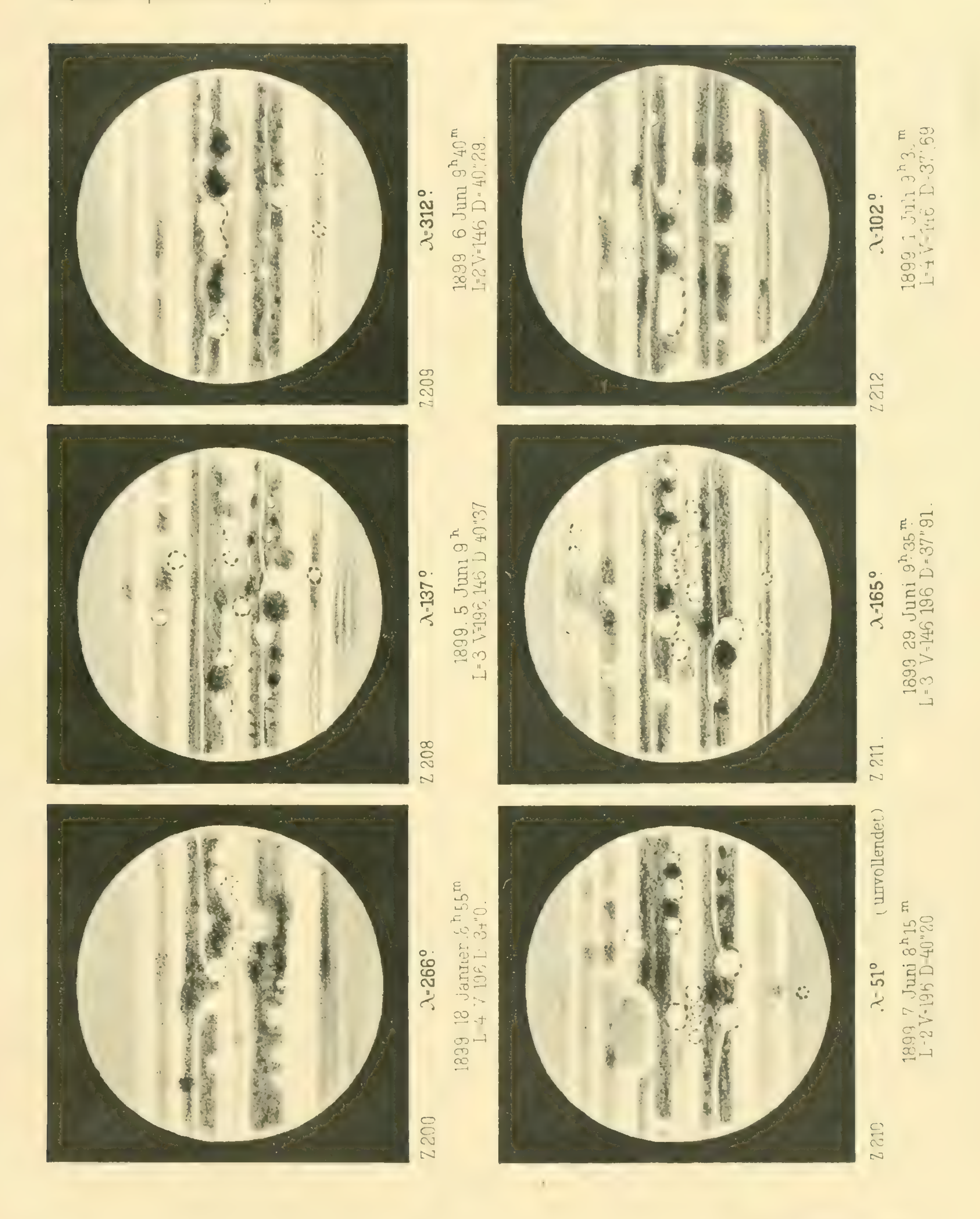





Karte XXXI
Karte XXXIII
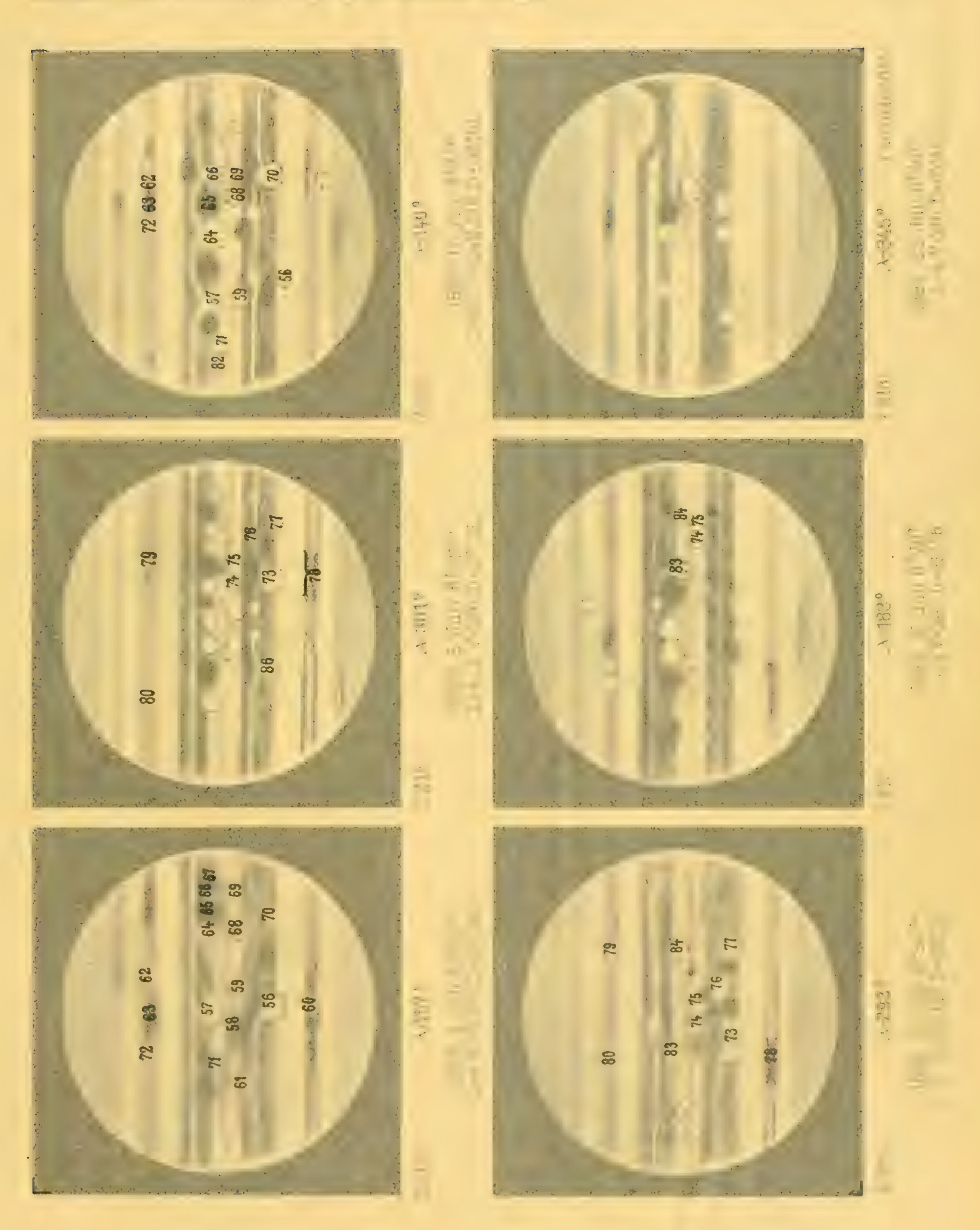




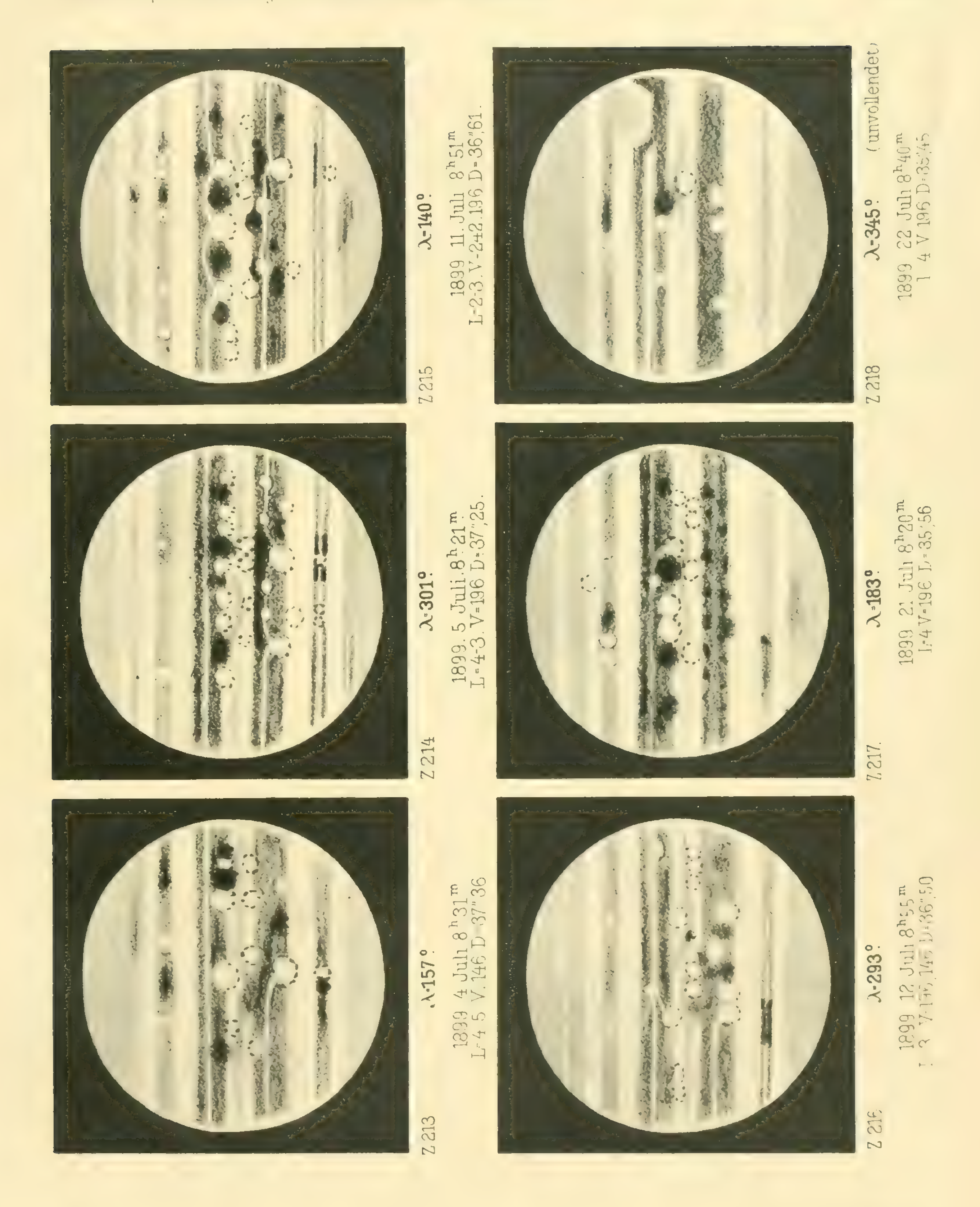


Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.

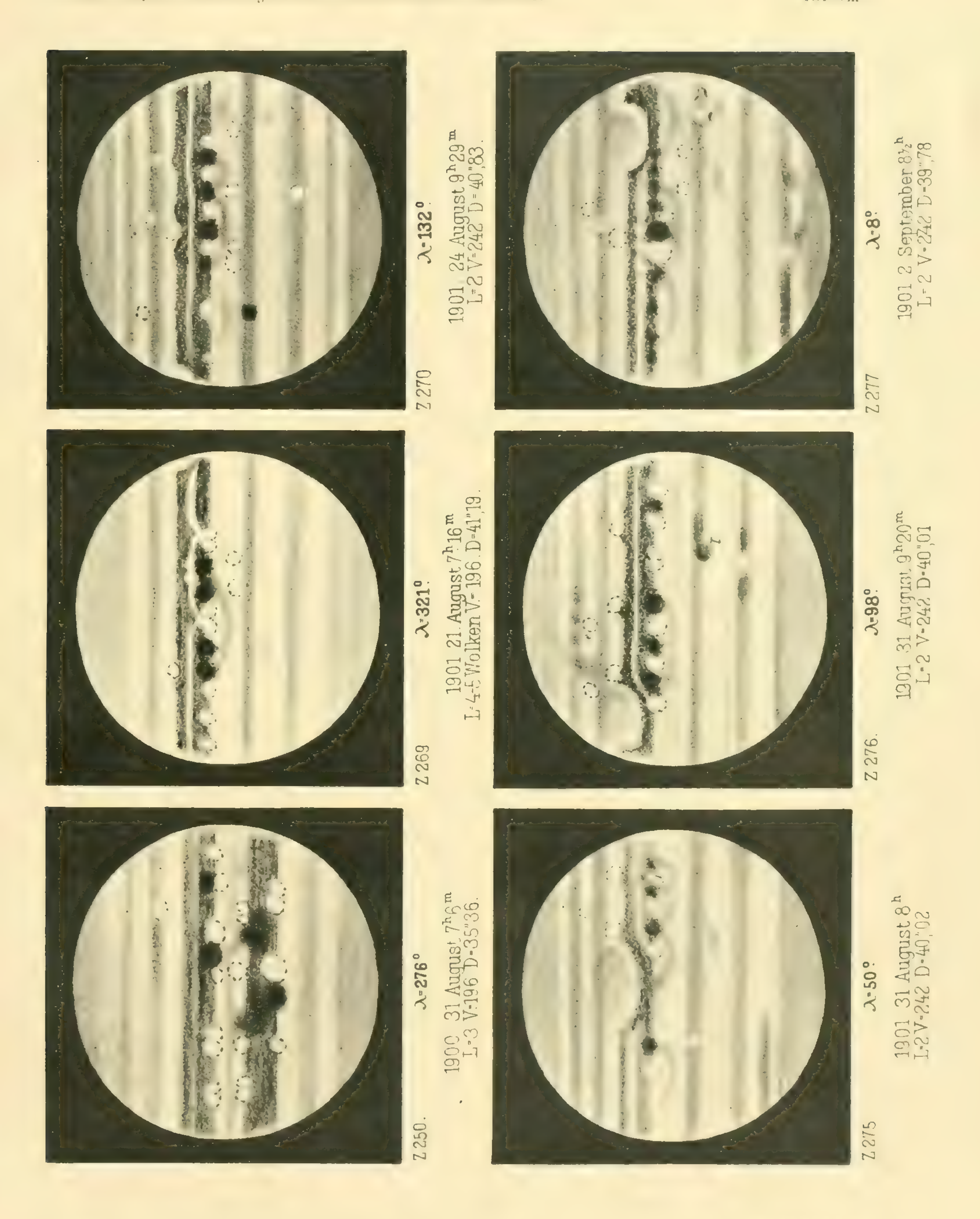



72 63 62
82 71 57 59 64 65 66 68 69 70 56
79
74 75 78 77 73 76 86
80
72 63 62
71 61 57 58 59 56 60
64 65 66 67 68 69 70
84 74 75 83
79 84 77 76 75 74 73 83 80 76


λ-140°
1899 11. Juli 8h51m
L-2-3. V-2+2.196 D-36",61.
Z 215
λ-345°
1899 22 Juli 8h40m
1 4 V 196 D-35",45
(unvollendet)
Z 218
λ-301°
1899. 5 Juli 8h21m
L-4-3. V-196 D-37",25.
Z 214
λ-183°
1899 21. Juli 8h20m
L-4 V-196 D-35",56
Z 217
λ-157°
1899 4 Juli 8h31m
L-4 5 V. 146 D-37"36
Z 213
λ-293°
1899 12 Juli 8h55m
Z 216





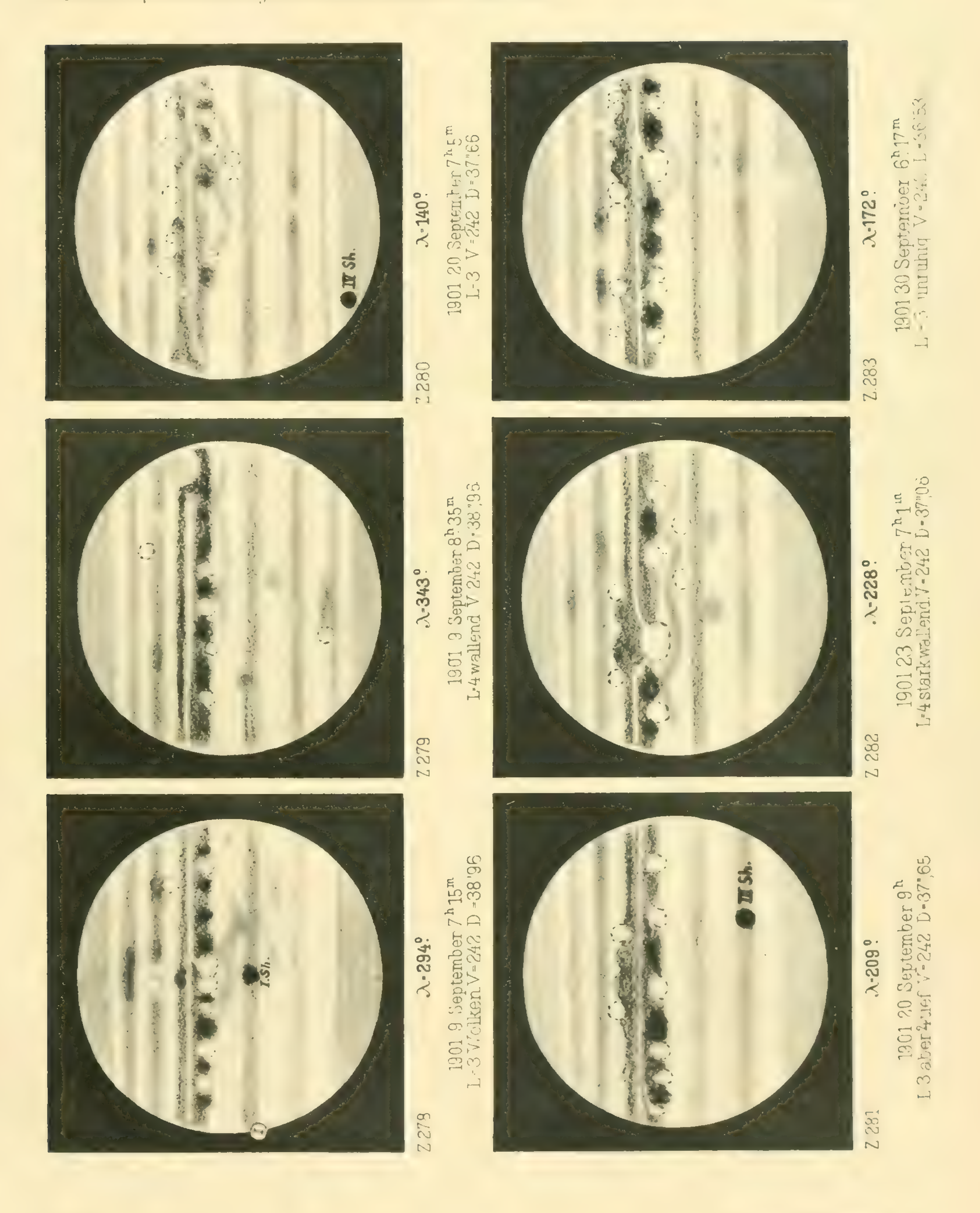


Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. B... Wien.



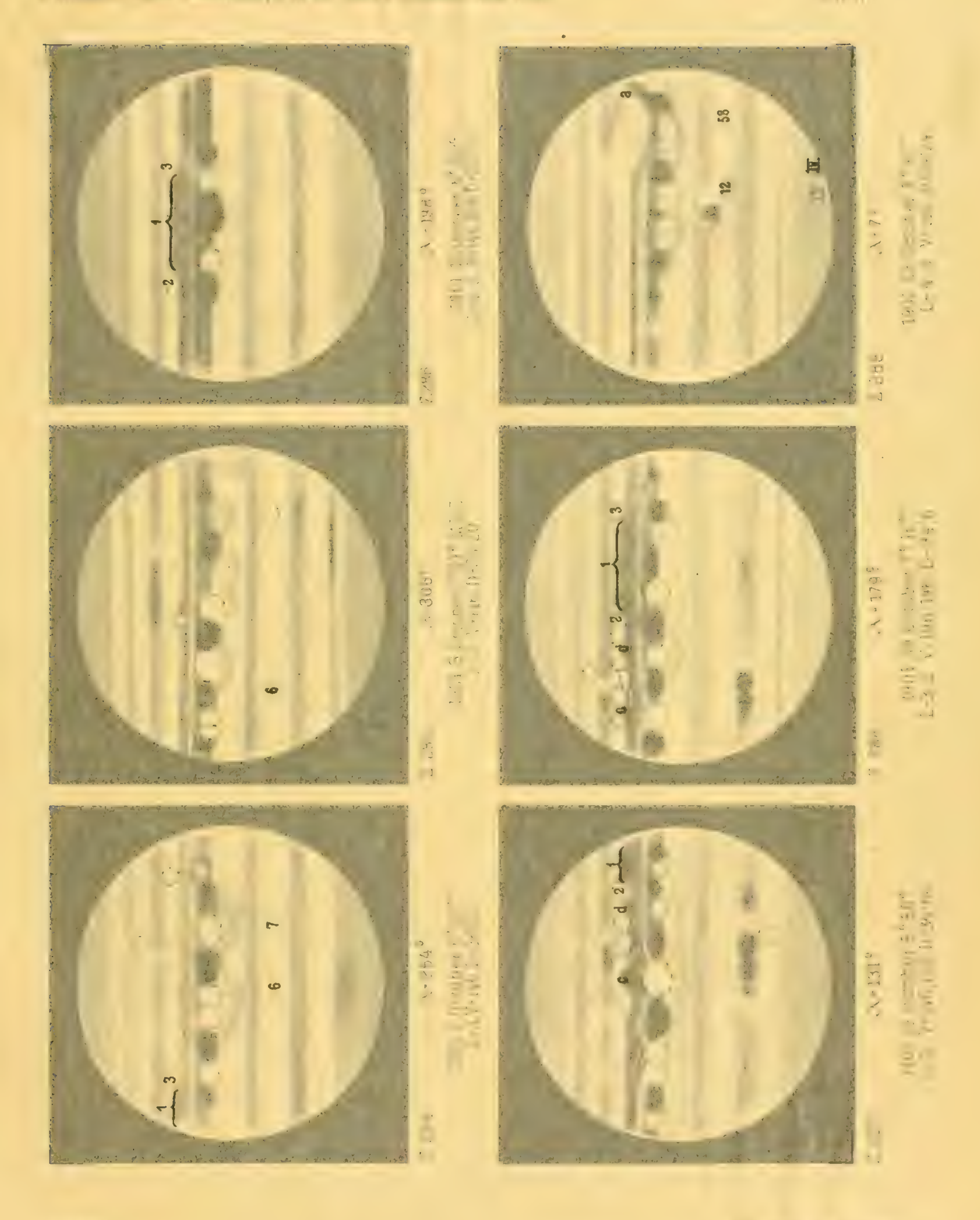

a
b
c
d
2 1
81 78
IV. Sh.
12
45
72
I Sh.
7
I.
70
c
71 d
2
1
3
78
77
80
79
81
82
6
III. Sh.

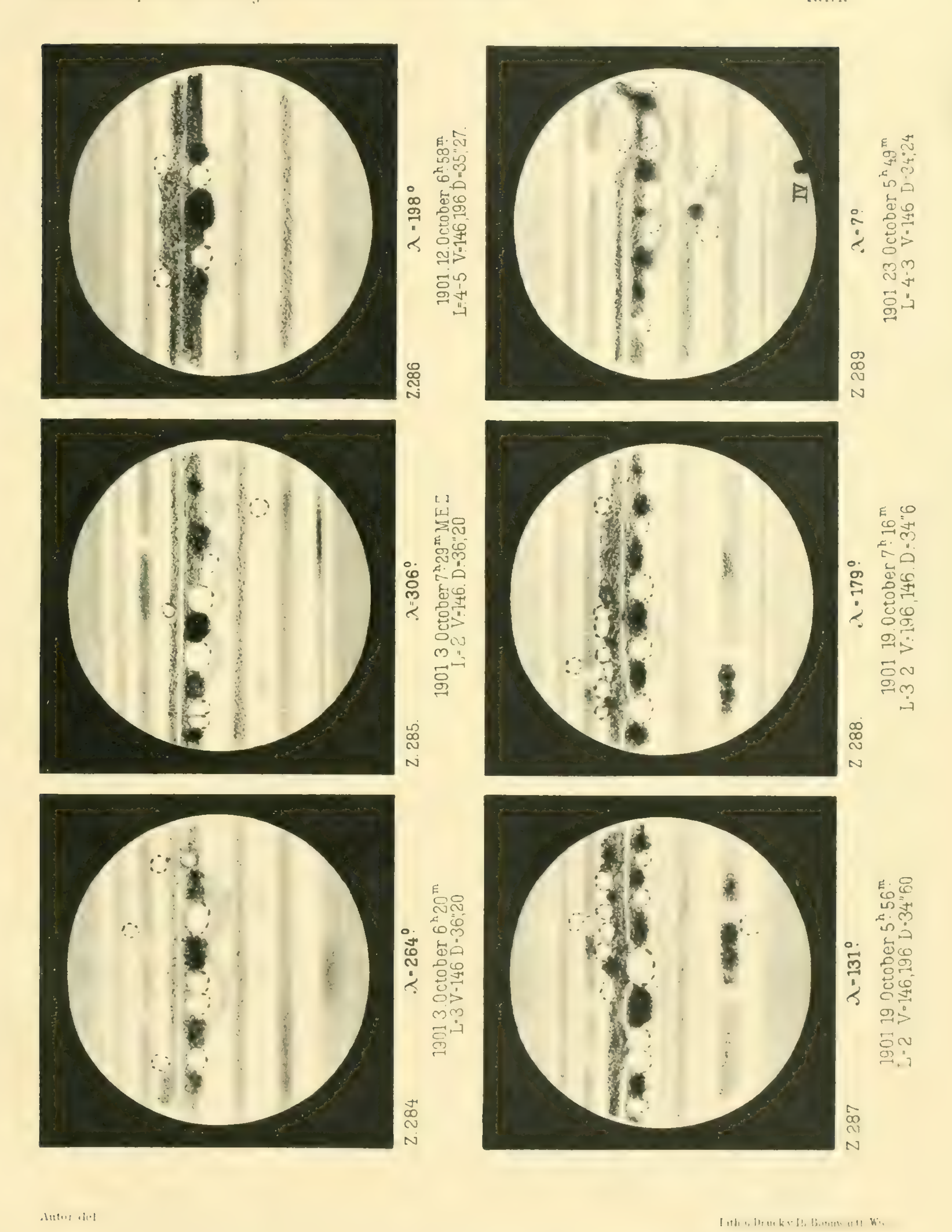


Autor del.

Lith. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.



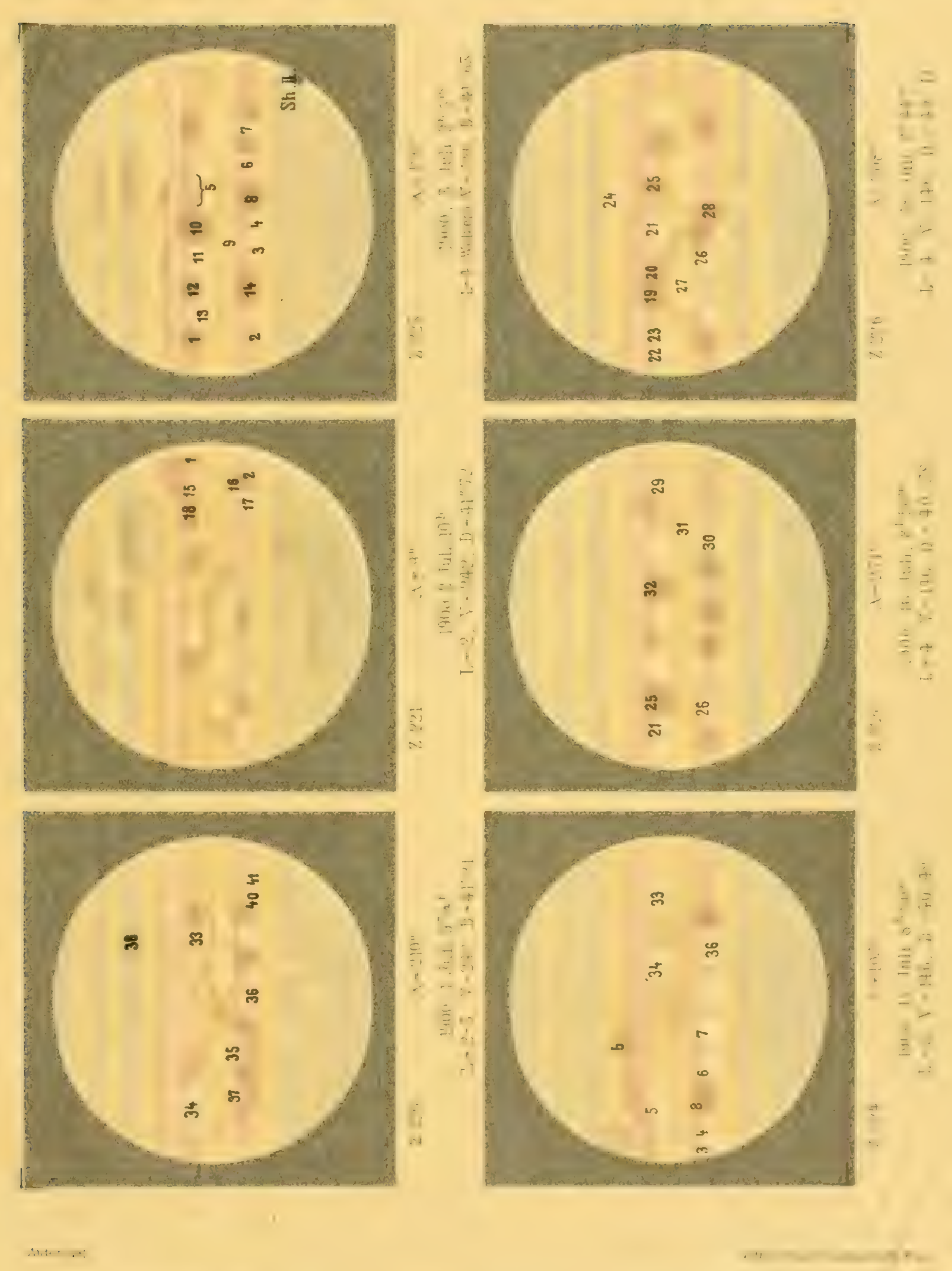

1
2
3
6
7
d
a
58
12

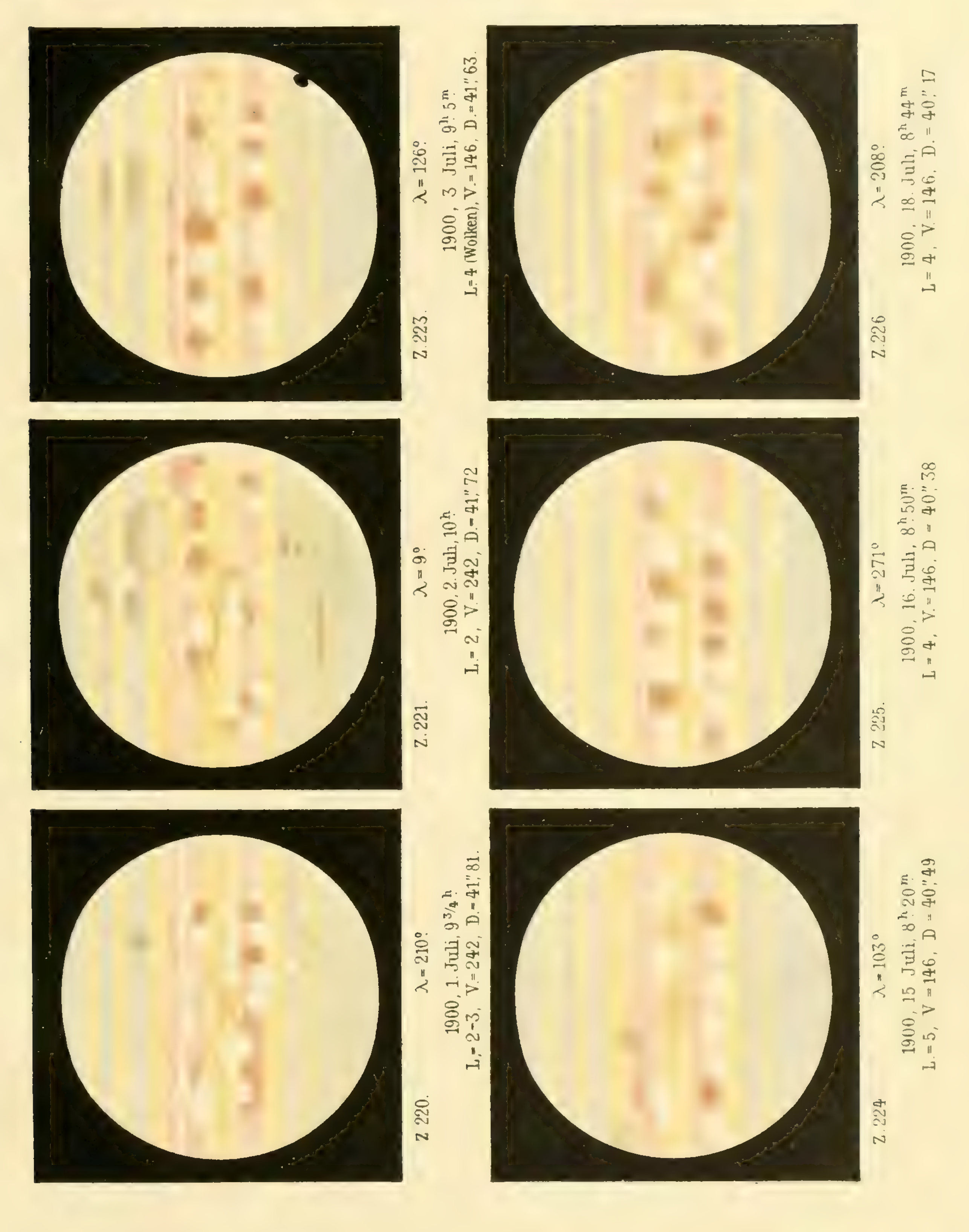


Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.



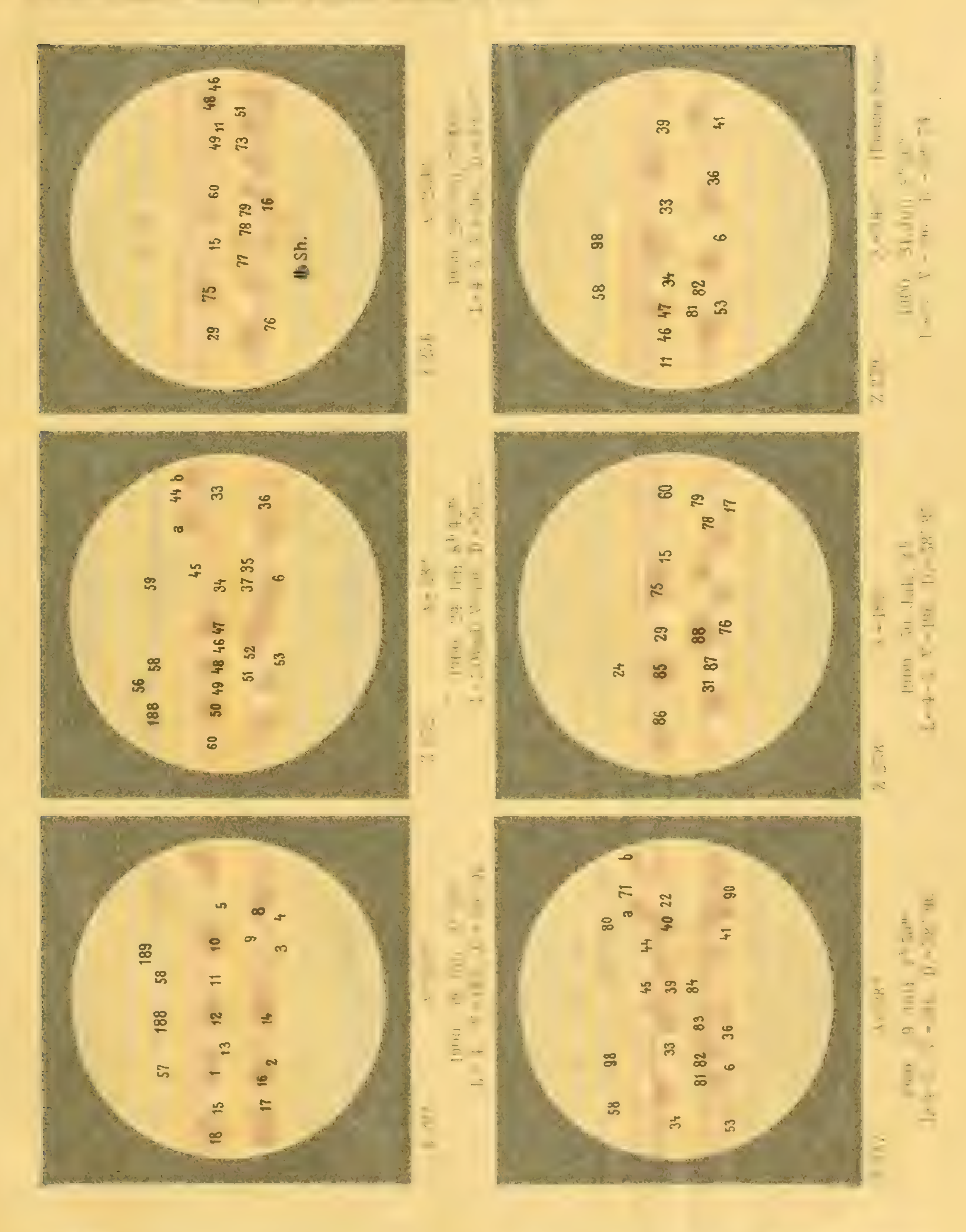


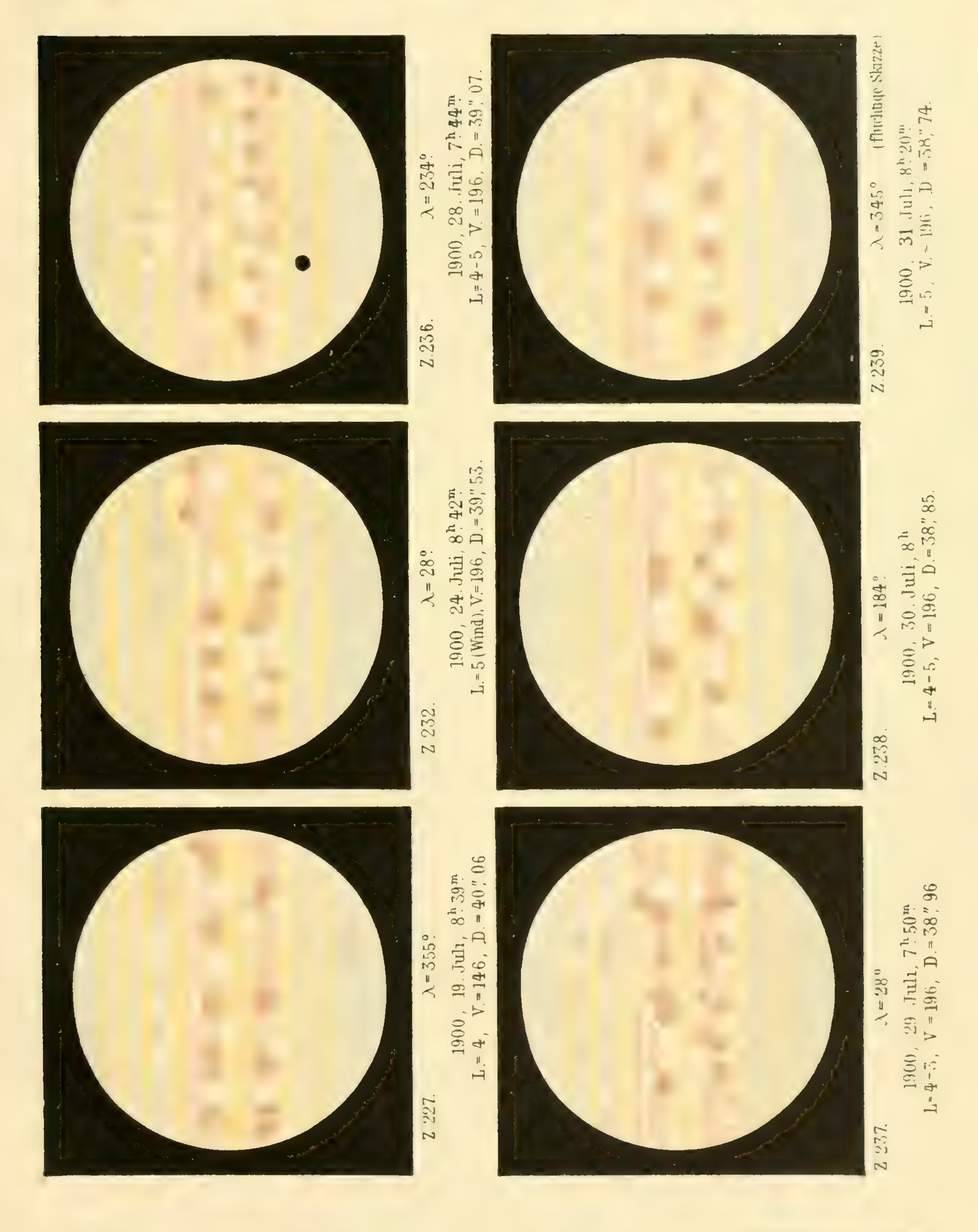


Autor del.

Lith u Druck v Th Bannwarth Wien

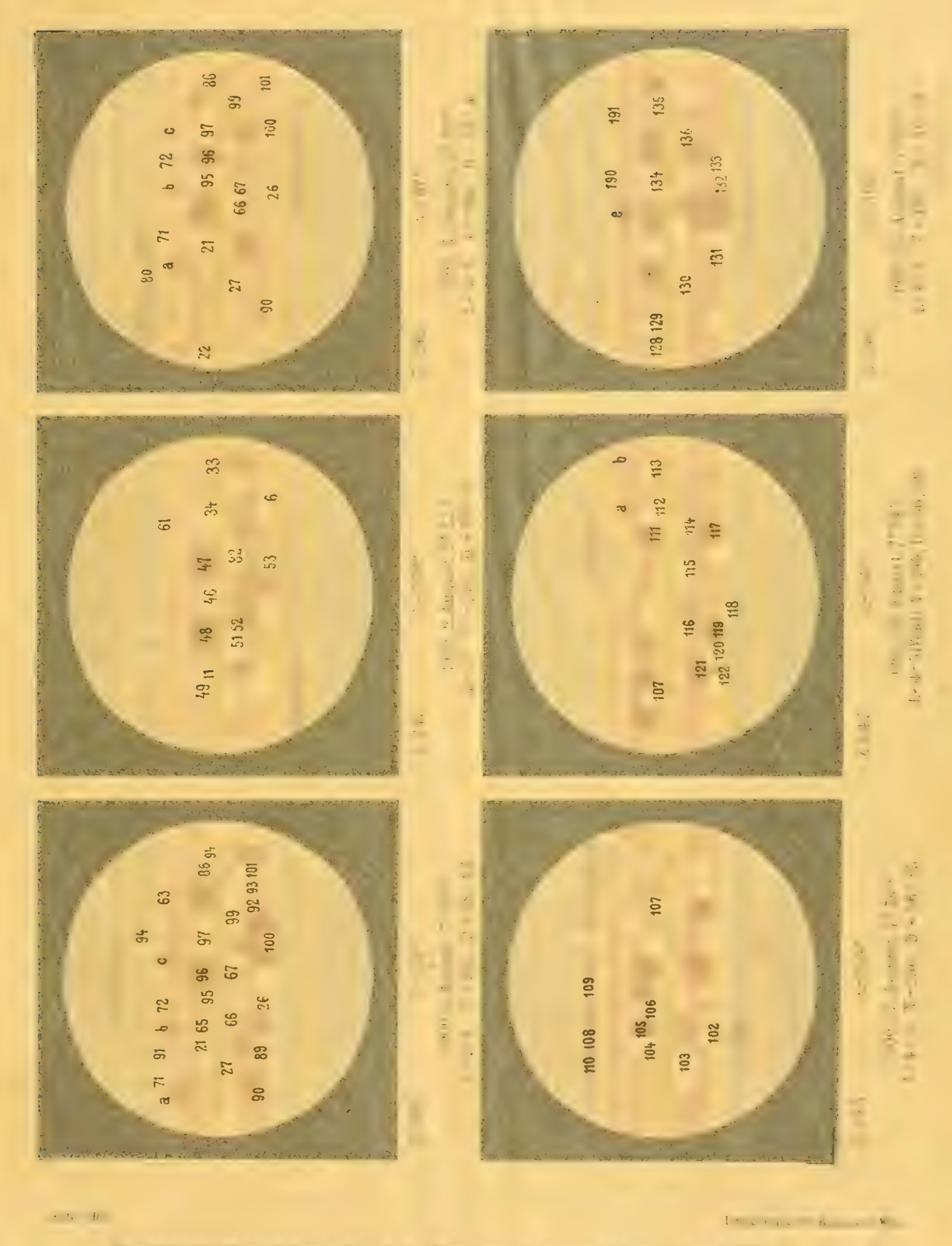


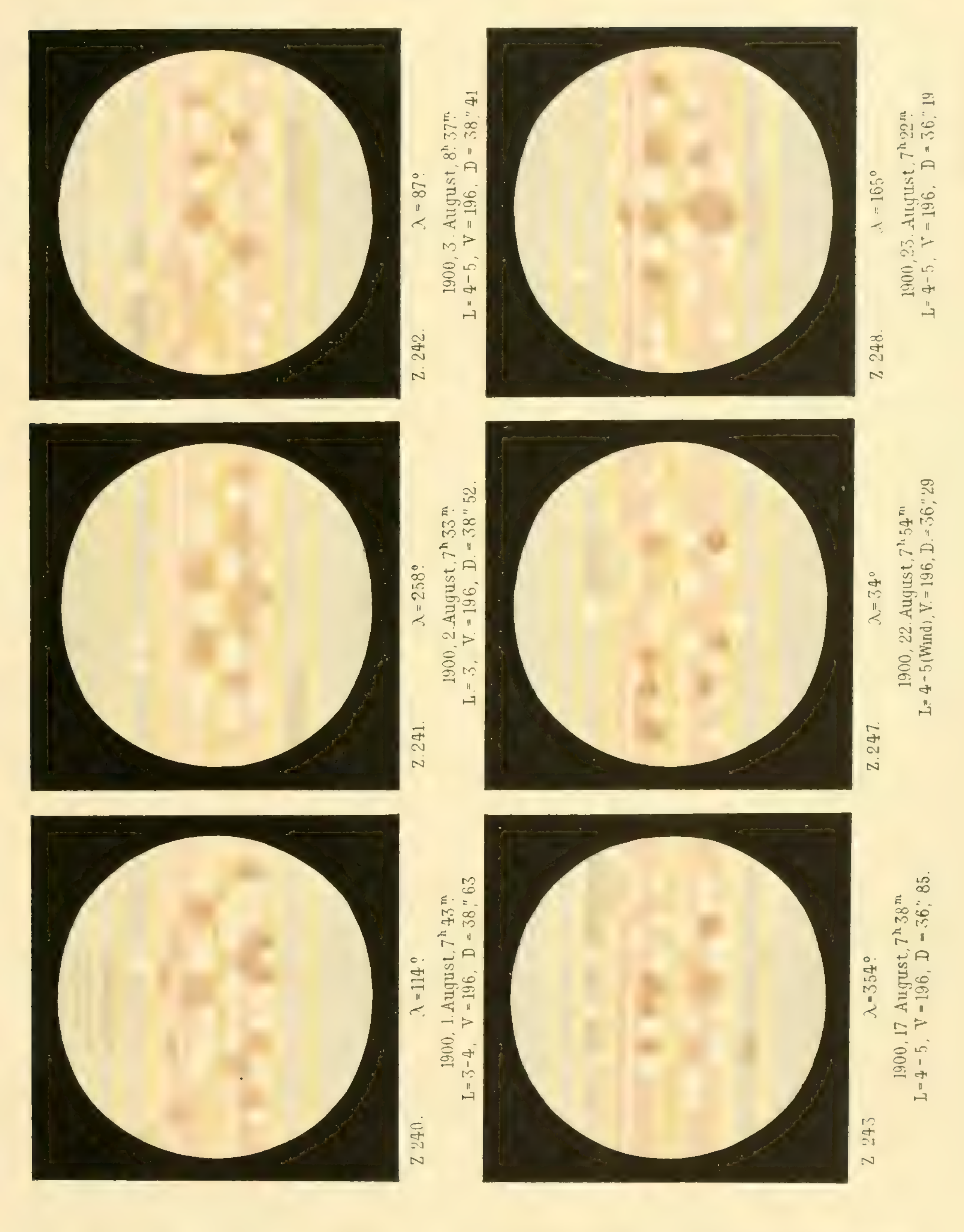




Autor del. Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.





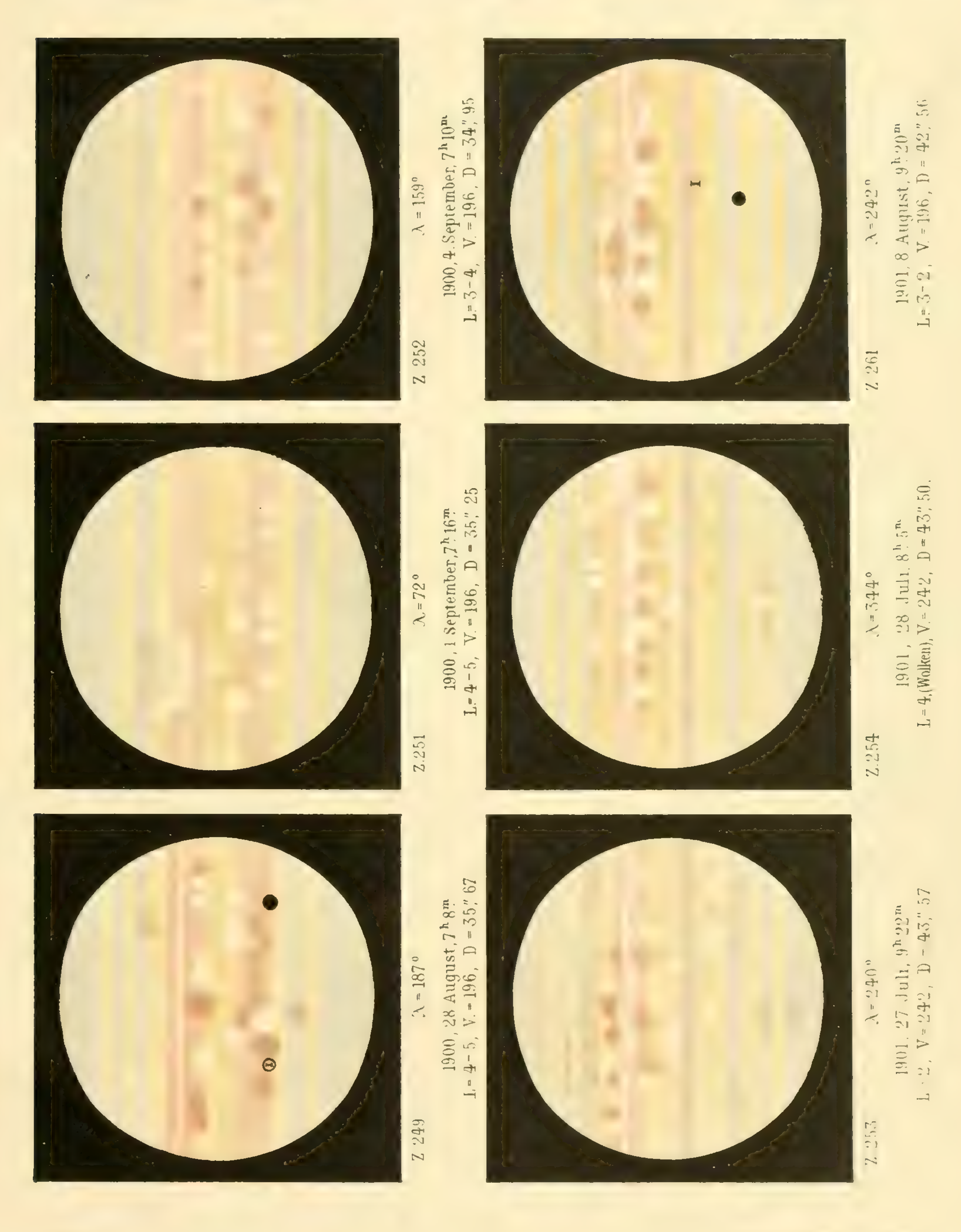


Autor del.

Lith. u. Druck v. Th. Bannwarth, Wien.

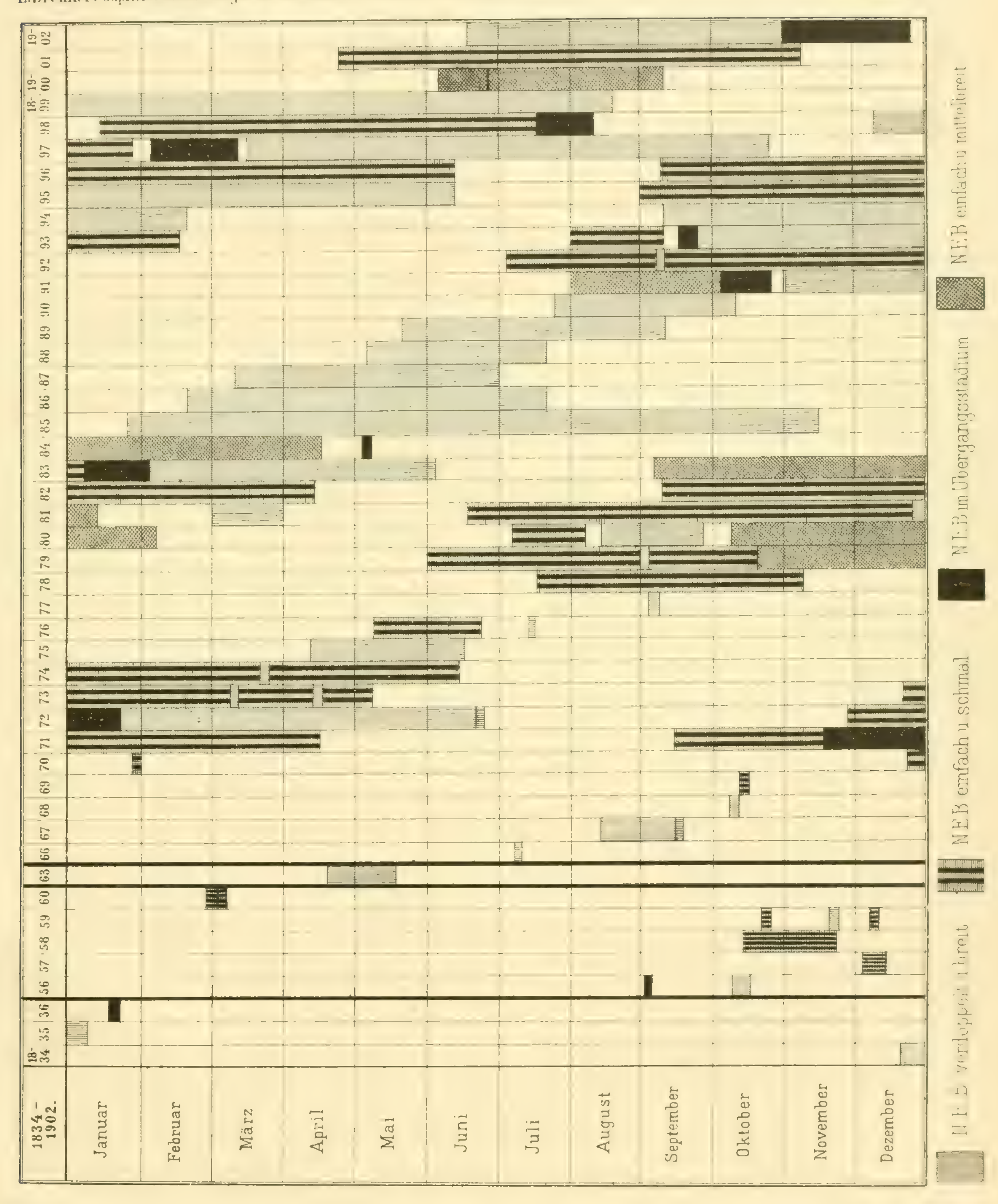






Autor del. Lith u. Druck v. Th. Bannwarth Wien.



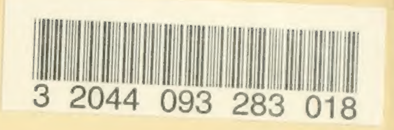


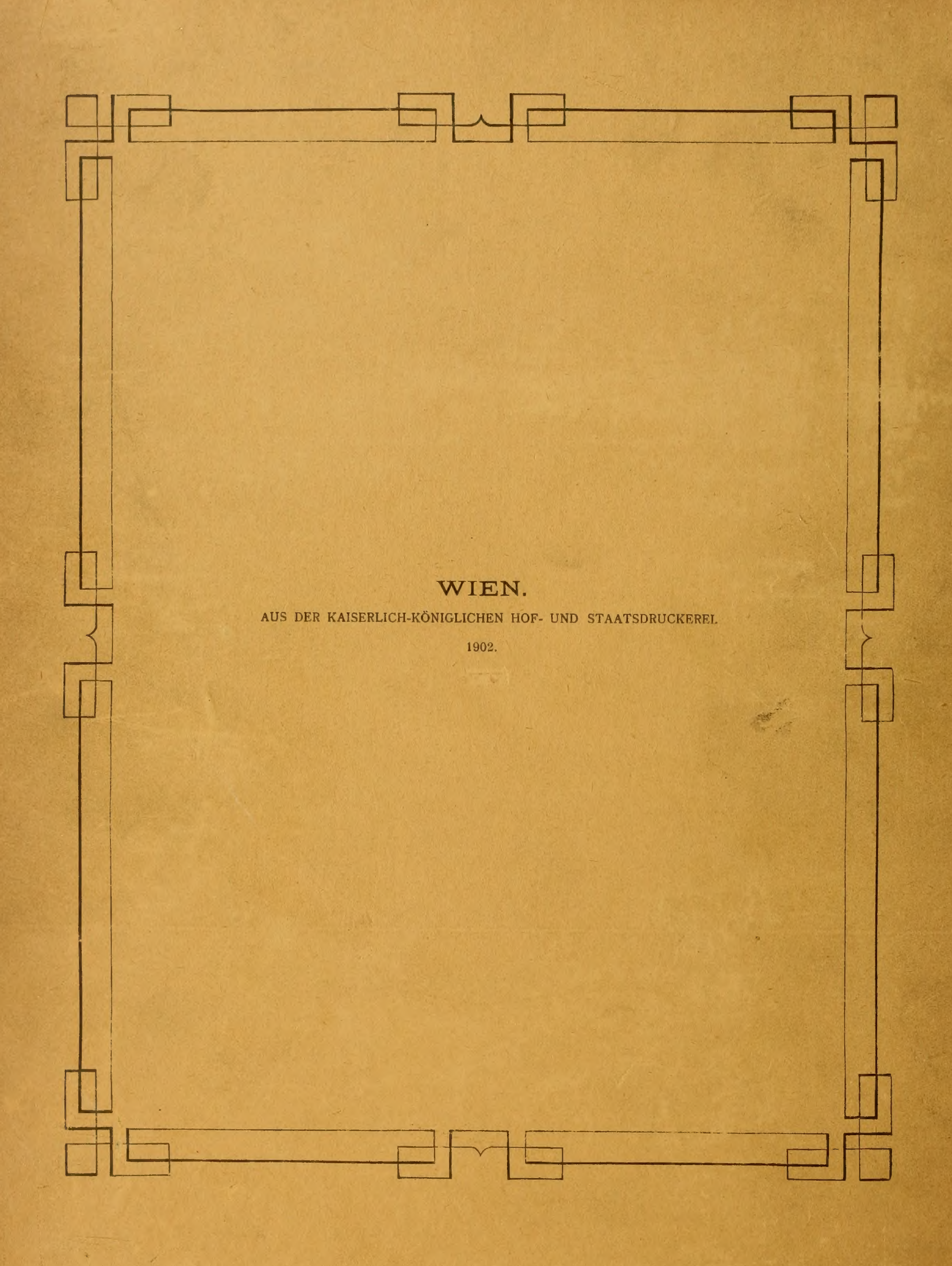
Autor del.

Lith. Anst. v. Th. Bannwarth Wien.






3 2044 093 283 018



WIEN.
AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.
1902.